Utilidad estado dependiente (Mas Collel Pág. 199).

Lo que se plantea es que el agente no es indiferente a las causas que generan cada uno de los estados. Es decir que la función de utilidad está afectada por los pagos (monetarios) pero también por los estados de la naturaleza que los generan. Esto es en realidad una extensión al modelo de la teoría de la utilidad esperada. En los temas vistos hasta ahora, el agente se preocupaba solamente por la distribución de pagos monetarios que recibía, sin importarle las causas de esos pagos.

Si de lo que estamos hablando es de una inversión en acciones, es posible que al agente solo le importe cuánto gana, en cambio si hablamos el estado de salud del agente, esto es más improbable.

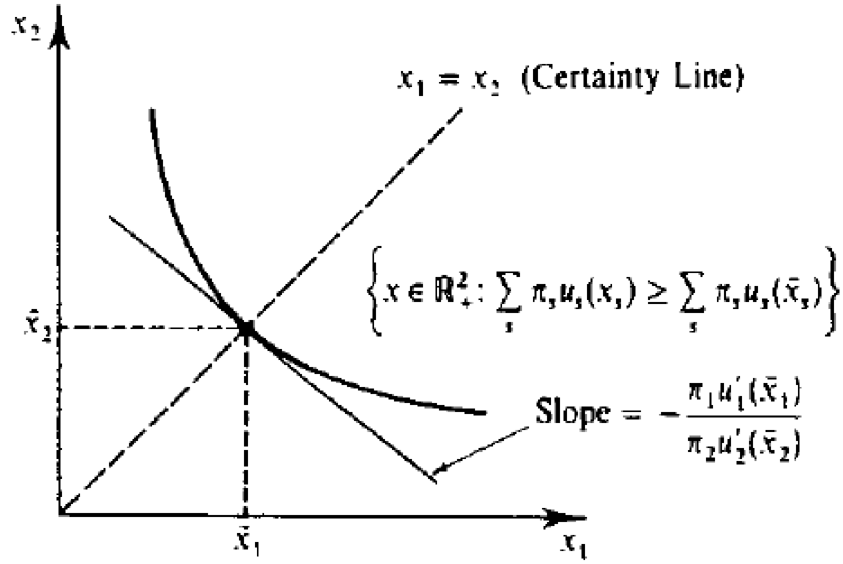
A estos distintos estados posibles los llamamos estados de la naturaleza. Sea entonces s un estado de la naturaleza posible entre el conjunto S de todos los estados de la naturaleza posibles. Esto es $s \in S$

Por simplicidad supondremos que S es finito (donde a su vez es S el número total de estados de la naturaleza) y que s tiene una determinada probabilidad de ocurrencia conocida $0 < p_s < 1$. A cada estado de la naturaleza s le corresponde un pago monetario x_s . Es posible entonces construir una relación de preferencias racionales como las que estamos acostumbrados donde el pago recibido en el estado de la naturaleza s es un bien contingente, y a la que le hacemos un tratamiento en el marco de la teoría de la utilidad esperada. Es decir que lo hasta ahora estudiado no sería otra cosa que un modelo de utilidad estado dependiente en el que para todos los estados de la naturaleza, $\frac{dU}{dx}$ es igual en formato y valor.

La relación de preferencias $\succcurlyeq$ tiene una representación de utilidad esperada extendida si para cada $s \in S$ existe una función $u_s: \Re_+ \rightarrow \Re$ tal que para todo $(x_1, \dots, x_S) \epsilon \Re_+^S$ y $\left(x_1', \dots, x_S'\right) \epsilon \Re_+^S$ $(x_1, \dots, x_S) \succcurlyeq \left(x_1', \dots, x_S'\right)$ si y solo si $\sum_s \pi_s u_s(x_s) \geq \sum_s \pi_s u_s\left(x_s'\right)$

Esta función de utilidad extendida incluye el caso visto anteriormente de utilidad estado independiente (estado-uniforme) pero tiene en cuenta la posibilidad de que para cada estado de la naturaleza la utilidad percibida sea distinta. Si solo importa la distribución de los pagos monetarios y las preferencias satisfacen los axiomas de la utilidad esperada, estamos en presencia de una función de utilidad esperada estado independiente (estado uniforme).

Para el caso de dos estados de la naturaleza es posible graficar:



Donde las variables aleatorias x_1 y x_2 son dos bienes futuros (contingentes) que pueden interpretarse por ejemplo como riqueza en caso de siniestro o riqueza en caso sin siniestro. Y la concavidad de la función de utilidad está explicada por la aversión al riesgo.

Se llama línea de certeza monetaria al conjunto de variables aleatorias que pagan la misma cantidad para cada uno de los estados. En el caso de solo dos estados de la naturaleza graficado, esta línea es $x_1 = x_2$. La tasa marginal de sustitución en el punto $(\bar{x}_1; \bar{x}_2)$ es $TMS = \frac{p_1 u_{1(\bar{x}_1)}}{p_2 u_{2(\bar{x}_2)}}$

Por tanto, si estamos en presencia de utilidad estado uniforme, las funciones de utilidad son iguales y $TMS = \frac{p_1}{p_2}$. Con utilidad estado uniforme el agente "buscará" siempre la línea de certeza.

Ejemplo: Seguros

Un caso interesante es el de los seguros actuarialmente justos. Se llama seguro actuarialmente justo a:

$$p(Ind - Pr - D) + (1 - p)(-Pr) = 0$$

$$Pr = p(Ind - D)$$

Para el caso de solo dos estados de la naturaleza tenemos:

$$Max\ U = pU(w_2) + (1 - p)U(w_1)$$

s.a.

$Pr = p(Ind - D)$

Donde:

$w_2 = w_0 - Pr - D + Ind$ Es el caso con siniestro

$w_1 = w_0 - Pr$ Es el caso sin siniestro

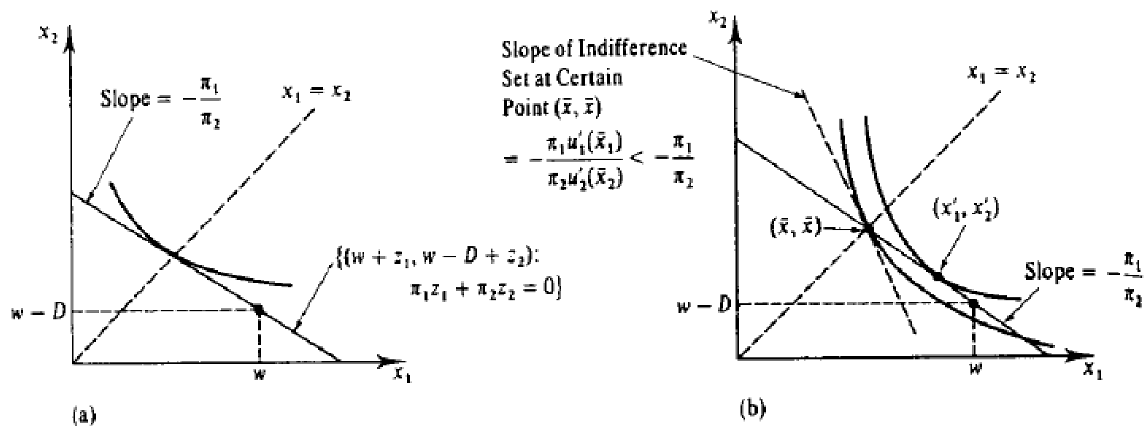


Figure 6.E.2 Insurance purchase with state-dependent utility. (a) State-uniform utility. (b) State-dependent utility.

Una persona se enfrenta a un riesgo, si la perdida se concreta, la persona pierde D. De este modo, su situación puede ser representada por una variable aleatoria $(w; w - D)$. Sea un seguro tal que puede representarse por una variable aleatoria $(z_1; z_2)$ que representan los cambios netos en la riqueza para cada uno de los estados. Esto es: La indemnización menos la prima en el caso que ocurra el siniestro z_2 y el costo de la prima en caso que no ocurra el siniestro z_1. De esta forma, si se asegura, su posición de riqueza final será: $(w + z_1; w - D + z_2)$. Estamos en presencia de un seguro actuarialmente justo si $\pi_1 z_1 + \pi_2 z_2 = 0$

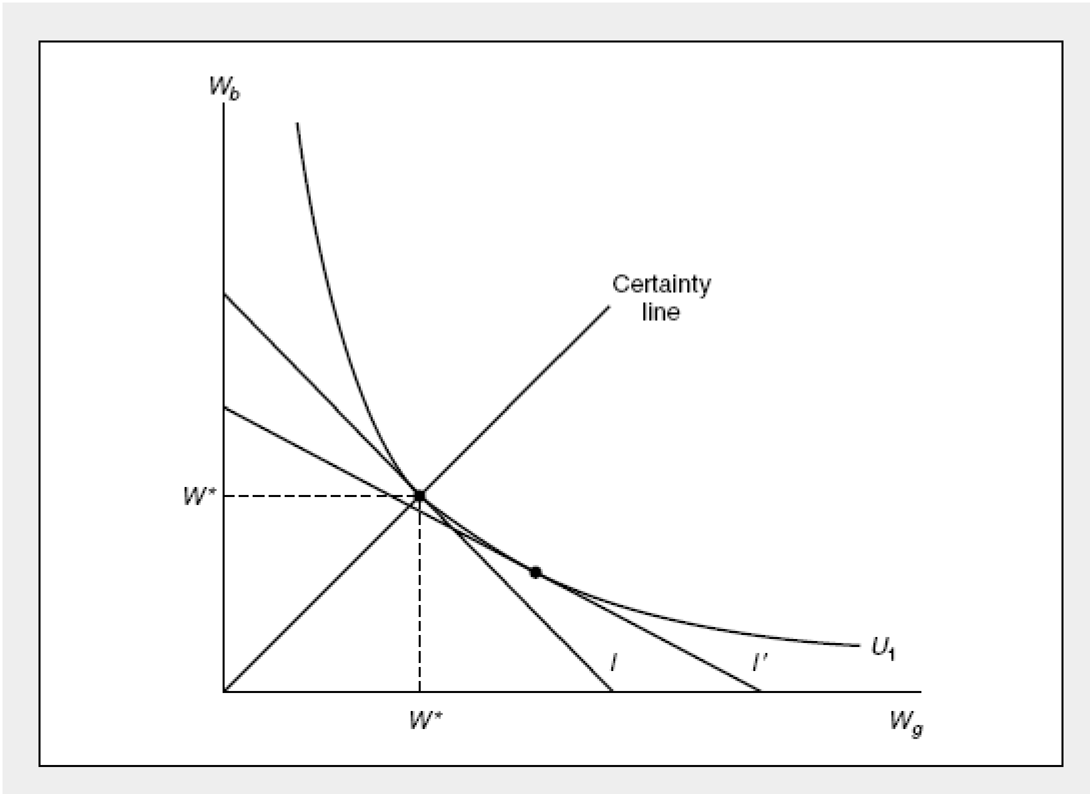
Si la derivada de U en w1 es igual a la derivada de U en w2, para el mismo valor de W, entonces D=Ind. Esto quiere decir que el agente asegura la totalidad del capital de riesgo.

Si el agente tiene preferencias estado-uniformes entonces para cualquier punto sobre la línea de certeza $u_1(x) = u_2(x)$ la pendiente de la recta tangente a la curva de indiferencia que maximiza la utilidad del agente para ese punto es $TMS = -\frac{\pi_1}{\pi_2}$. Todo esto puede observarse en la figura 6.E.2.a.

Si el agente, por el contrario tiene preferencias estado-dependientes, por ejemplo: sea x_1 la riqueza de un agente en un estado bueno de la naturaleza, un automóvil no chocado, un campo sembrado sin granizo, una casa no incendiada. Y sea x_2 el correspondiente estado con siniestro de esa naturaleza, el automóvil chocado, el campo destrozado por el granizo, o la casa incendiada. El agente tiene preferencias estado-dependientes de modo que si sucede el evento desafortunado, se produce una pérdida de riqueza D que afecta a x_2 . Pero el agente no es indiferente a los dos distintos estados posibles de la naturaleza, por la razón que sea: el auto es de colección y entonces es irremplazable, o tiene una relación de confianza con sus compradores de productos agropecuarios que no quisiera traicionar, o porque su casa tiene un valor sentimental y por tanto no quiere que se incendie. Es decir que si el agente contratara un seguro y se produce el hecho desafortunado no le alcanzaría con que el seguro lo deje en la misma posición que si no hubiera ocurrido el hecho, sino que necesitaría un ingreso mayor para compensar el mal trago de lo ocurrido. Esto es lo que representa la figura 6.E.2.b. La pendiente de la curva de indiferencia en el punto de certeza es $-\frac{\pi_1 u_{1(\bar{x}_1)}}{\pi_2 u_{2(\bar{x}_2)}} < -\frac{\pi_1}{\pi_2}$ y el agente se sobre-asegura.

El ejemplo que yo utilizo para el caso del sub-aseguro es el caso del productor rural que tiene una probabilidad de pérdida total por granizo del 5%. En consecuencia su Prima debería ser el 5% su Ingreso Total. Ese importe es más de lo que paga como Impuesto a los Ingresos Brutos. Considerando que su Beneficio, con suerte, alcanza el 20% de sus ingresos, pagar la Prima si no ocurre el siniestro implica una disminución de sus Ganancias de un 25%. Entonces prefiere no asegurar el total de su cosecha, sino sólo aquella parte que le permita sobrevivir hasta la próxima campaña en caso de sufrir una pérdida total por granizo. Para él el dinero pagado en el estado de "no siniestro" vale más que el dinero no cobrado en caso de siniestro.

Pensado como un agente con función de utilidad estado uniforme, pero donde el mercado no es actuarialmente justo puede ser:



Falta:

- Pérdida total
- Probabilidad de ocurrencia del siniestro muy grande o muy chica

Bibliografía Obligatoria

Mas Colell, A. “Microeconomic Theory” p.199

Bibliografía no obligatoria

Nicholson, W. “Microeconomic Theory” p.211