

## t-SNE를 이용한 매니폴드(manifold learning)

- (가) t-Distributed Stochastic Neighbor Embedding의 약자
- (나) 매니폴드 학습(manifold learning) 알고리즘은 이 시각화 알고리즘은 시각화가 목적으로 3개 이상의 특성을 뽑는 경우가 없다.
- (다) 이 알고리즘은 훈련 데이터를 새로운 표현(시각화)으로 변환시키지만, 새로운 데이터에는 적용하지 못한다.
- (라) 매니폴드(manifold) 학습은 탐색적 데이터 탐색에 유용하지만 지도학습용으로 거의 사용 안한다.
- (마) 매니폴드 학습 알고리즘은 주성분 분석(PCA)의 비선형 버전으로 볼 수 있다.
- (사) 데이터 포인트 사이의 거리를 잘 보존하는 2차원 표현 찾기
- (아) 테스트 세트에는 적용할 수 없고, 단지 훈련 데이터에만 변환 가능.

In [13]:

```
from IPython.display import display, Image
```



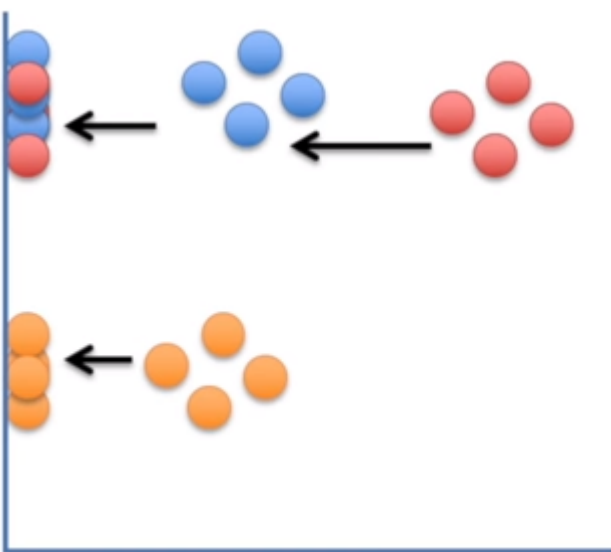
## PCA 기반 차원 감소의 문제점

- (가) 차원을 감소하면서 중복되는 현상으로 인해 다른 class의 내용을 확인이 어려움
- (나) 2차원에서 1차원으로 차원을 줄여, 2차원에서 구별되는 것이 1차원상의 위치가 유사해 두 군집의 변별력이 없어졌다.

출처 : <https://www.youtube.com/watch?v=NEaUSP4YerM> (<https://www.youtube.com/watch?v=NEaUSP4YerM>)

In [14]:

```
display(Image(filename='img/tSNE.png'))
```



## t-SNE(티스니)

## 목적 : 고차원의 공간의 점 집합에서 저차원의 공간(일반적으로 2차원) 평면에서 점의 충실한 표현 찾기

- (1) 원본 데이터를 2차원 공간에 랜덤한 위치에 놓는다.
- (2) 임의로 하나의 데이터 포인트를 선정하고, 그리고 t분포 그래프에서 임의로 선정한 데이터 포인트를 기준으로 하여 다른 데이터 포인트와의 거리에 있는 t분포값을 선택.  
이 t-분포값을 친밀도(Similarity)라 한다. 친밀도가 가까운 값을 묶는다.
- (2) 원본 특성 공간에서 가까운 포인트는 가깝게, 멀리 떨어진 포인트는 멀어지게 한다.
- (3) t-SNE는 멀리 떨어진 포인트와 거리 보존보다 가까이 있는 포인트에 더 많은 비중을 둔다.

## 장단점

장점 : PCA와는 달리 군집이 중복되지 않는다. 약간 조정해야 하지만 기본값으로 잘 동작한다.  
데이터의 군집성과 같은 특성들이 유지되기 때문에 시각화를 통한 데이터 분석에 유용하다.

단점 : 임의의 데이터 포인트를 선정한다. 매번 계산할 때마다 축의 위치가 바뀌어서 다른 모양으로 나타난다. 머신러닝 모델의 학습 피쳐로 사용하는 것의 어려움이 있다.

## scikit-learn에 있는 손글씨 숫자 데이터셋에 t-SNE 매니폴드 학습 적용

In [15]:



```
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib
%matplotlib inline
from sklearn.datasets import load_digits

# 한글
from matplotlib import font_manager, rc
font_loc = "C:/Windows/Fonts/malgunbd.ttf"
font_name = font_manager.FontProperties(fname=font_loc).get_name()
matplotlib.rc('font', family=font_name)

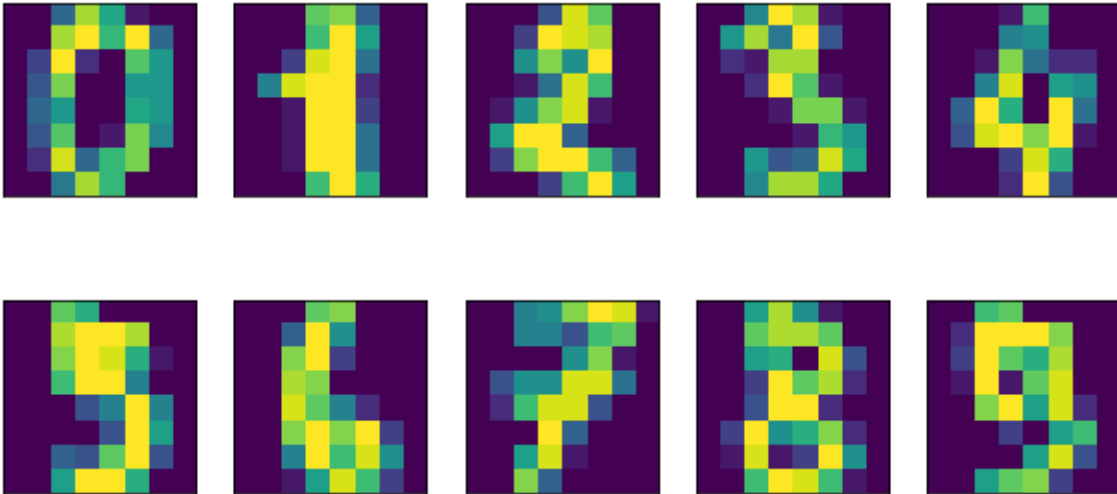
### 마이너스 설정
from matplotlib import rc
matplotlib.rc("axes", unicode_minus=False)
```

In [16]:



```
digits = load_digits()

fig, axes = plt.subplots(2,5, figsize=(10,5),
                        subplot_kw = {'xticks':(), 'yticks':()})
for ax, img in zip(axes.ravel(), digits.images):
    ax.imshow(img)
```



In [17]:



```
print(digits.data.shape)    # 1797행, 64열(8*8) - 1797개 8x8 픽셀정보
print(digits.data[1:5])
print(digits.DESCR)
print(digits.images[1:5])
print(digits.images.shape)
print(digits.target[1:15])
print(digits.target.shape)
print(digits.target_names)
```

```
(1797, 64)
[[ 0.  0.  0. 12. 13.  5.  0.  0.  0.  0.  0. 11. 16.  9.  0.  0.  0.  0.
  3. 15. 16.  6.  0.  0.  0.  7. 15. 16. 16.  2.  0.  0.  0.  0.  1. 16.
 16.  3.  0.  0.  0.  0.  1. 16. 16.  6.  0.  0.  0.  0.  1. 16. 16.  6.
  0.  0.  0.  0.  0. 11. 16. 10.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  4. 15. 12.  0.  0.  0.  0.  3. 16. 15. 14.  0.  0.  0.  0.
  8. 13.  8. 16.  0.  0.  0.  0.  1.  6. 15. 11.  0.  0.  0.  1.  8. 13.
 15.  1.  0.  0.  0.  9. 16. 16.  5.  0.  0.  0.  3. 13. 16. 16. 11.
  5.  0.  0.  0.  0.  3. 11. 16.  9.  0.]
 [ 0.  0.  7. 15. 13.  1.  0.  0.  0.  8. 13.  6. 15.  4.  0.  0.  0.  2.
  1. 13. 13.  0.  0.  0.  0.  0.  2. 15. 11.  1.  0.  0.  0.  0.  0.  1.
 12. 12.  1.  0.  0.  0.  0.  0.  1. 10.  8.  0.  0.  0.  8.  4.  5. 14.
  9.  0.  0.  0.  7. 13. 13.  9.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  1. 11.  0.  0.  0.  0.  0.  0.  7.  8.  0.  0.  0.  0.  0.
  1. 13.  6.  2.  2.  0.  0.  0.  7. 15.  0.  9.  8.  0.  0.  5. 16. 10.
  0. 16.  6.  0.  0.  4. 15. 16. 13. 16.  1.  0.  0.  0.  0.  3. 15. 10.
  0.  0.  0.  0.  0.  2. 16.  4.  0.  0.]]
.. _digits_dataset:
```

Optical recognition of handwritten digits dataset

#### \*\*Data Set Characteristics:\*\*

```
:Number of Instances: 1797
:Number of Attributes: 64
:Attribute Information: 8x8 image of integer pixels in the range 0..16.
:Missing Attribute Values: None
:Creator: E. Alpaydin (alpaydin '@' boun.edu.tr)
:Date: July; 1998
```

This is a copy of the test set of the UCI ML hand-written digits datasets

<https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Optical+Recognition+of+Handwritten+Digits> (<https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Optical+Recognition+of+Handwritten+Digits>)

The data set contains images of hand-written digits: 10 classes where each class refers to a digit.

Preprocessing programs made available by NIST were used to extract normalized bitmaps of handwritten digits from a preprinted form. From a total of 43 people, 30 contributed to the training set and different 13 to the test set. 32x32 bitmaps are divided into nonoverlapping blocks of 4x4 and the number of on pixels are counted in each block. This generates an input matrix of 8x8 where each element is an integer in the range 0..16. This reduces dimensionality and gives invariance to small distortions.

For info on NIST preprocessing routines, see M. D. Garriss, J. L. Blue, G. T. Candela, D. L. Dimmick, J. Geist, P. J. Grother, S. A. Janet, and C.

L. Wilson, NIST Form-Based Handprint Recognition System, NISTIR 5469, 1994.

.. topic:: References

- C. Kaynak (1995) Methods of Combining Multiple Classifiers and Their Applications to Handwritten Digit Recognition, MSc Thesis, Institute of Graduate Studies in Science and Engineering, Bogazici University.
- E. Alpaydin, C. Kaynak (1998) Cascading Classifiers, Kybernetika.
- Ken Tang and Ponnuthurai N. Suganthan and Xi Yao and A. Kai Qin. Linear dimensionality reduction using relevance weighted LDA. School of Electrical and Electronic Engineering Nanyang Technological University. 2005.
- Claudio Gentile. A New Approximate Maximal Margin Classification Algorithm. NIPS. 2000.

```
[[ 0.  0.  0. 12. 13.  5.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0. 11. 16.  9.  0.  0.]
 [ 0.  0.  3. 15. 16.  6.  0.  0.]
 [ 0.  7. 15. 16. 16.  2.  0.  0.]
 [ 0.  0.  1. 16. 16.  3.  0.  0.]
 [ 0.  0.  1. 16. 16.  6.  0.  0.]
 [ 0.  0.  1. 16. 16.  6.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0. 11. 16. 10.  0.  0.]]
```

```
[[ 0.  0.  0.  4. 15. 12.  0.  0.]
 [ 0.  0.  3. 16. 15. 14.  0.  0.]
 [ 0.  0.  8. 13.  8. 16.  0.  0.]
 [ 0.  0.  1.  6. 15. 11.  0.  0.]
 [ 0.  1.  8. 13. 15.  1.  0.  0.]
 [ 0.  9. 16. 16.  5.  0.  0.  0.]
 [ 0.  3. 13. 16. 16. 11.  5.  0.]
 [ 0.  0.  0.  3. 11. 16.  9.  0.]]
```

```
[[ 0.  0.  7. 15. 13.  1.  0.  0.]
 [ 0.  8. 13.  6. 15.  4.  0.  0.]
 [ 0.  2.  1. 13. 13.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  2. 15. 11.  1.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  1. 12. 12.  1.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  1. 10.  8.  0.]
 [ 0.  0.  8.  4.  5. 14.  9.  0.]
 [ 0.  0.  7. 13. 13.  9.  0.  0.]]
```

```
[[ 0.  0.  0.  1. 11.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  7.  8.  0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  1. 13.  6.  2.  2.  0.]
 [ 0.  0.  7. 15.  0.  9.  8.  0.]
 [ 0.  5. 16. 10.  0. 16.  6.  0.]
 [ 0.  4. 15. 16. 13. 16.  1.  0.]
 [ 0.  0.  0.  3. 15. 10.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.  2. 16.  4.  0.  0.]]]
```

(1797, 8, 8)

[1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4]

(1797,)

[0 1 2 3 4 5 6 7 8 9]

**PCA를 이용한 2차원으로 축소**

처음 두 개의 주성분을 이용해 그래프를 그리고,  
각 샘플에 해당하는 클래스의 숫자를 표시

In [18]:



```
from sklearn.decomposition import PCA
```

```
pca = PCA(n_components=2)
```

```
pca.fit(digits.data)
```

Out[18]:

```
PCA(n_components=2)
```

In [19]:

```
# 처음 두 개의 주성분으로 숫자 데이터를 변환한다.
digits_pca = pca.transform(digits.data)
colors = ["#476A2A", "#7851B8", "#BD3430", "#4A2D4E", "#875525",
          "#A83683", "#4E655E", "#853541", "#3A3120", "#535D8E"]

plt.figure(figsize=(10, 10))

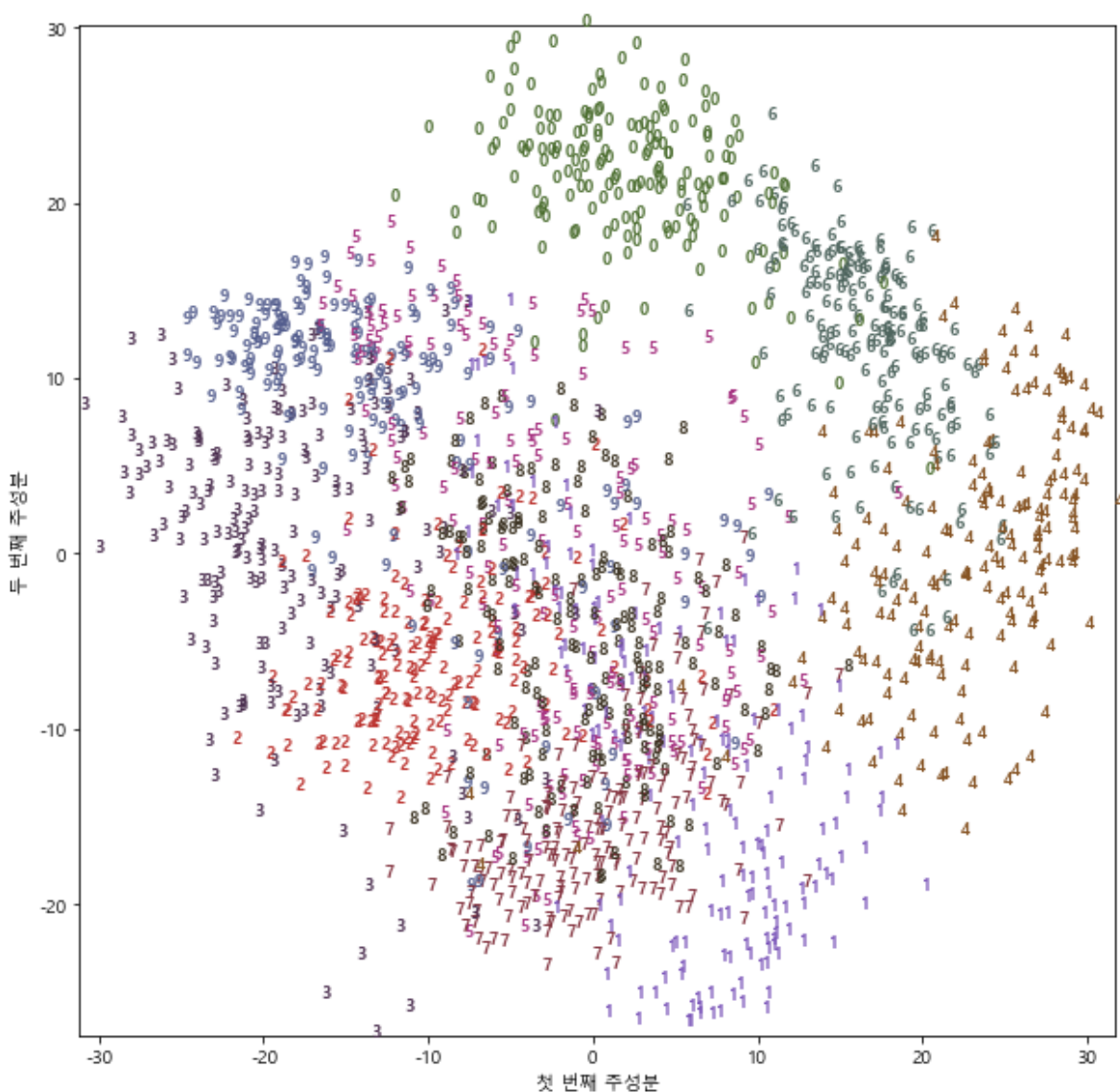
# 두개의 주성분의 값의 범위를 x축, y축 지정.
plt.xlim(digits_pca[:, 0].min(), digits_pca[:, 0].max())
plt.ylim(digits_pca[:, 1].min(), digits_pca[:, 1].max())

for i in range(len(digits.data)):
    # 숫자 텍스트를 이용해 산점도를 그립니다
    plt.text(digits_pca[i, 0], digits_pca[i, 1], str(digits.target[i]),
             color = colors[digits.target[i]],
             fontdict={'weight': 'bold', 'size': 9})

plt.xlabel("첫 번째 주성분")
plt.ylabel("두 번째 주성분")
```

Out[19]:

Text(0, 0.5, '두 번째 주성분')



숫자 0, 6, 4는 두 개의 주성분만으로 잘 분리된 것 같다.  
하지만 중첩된 것이 있고, 다른 숫자들은 대부분 많이 겹쳐 있다.

## 같은 데이터셋을 t-SNE 를 적용해 보기

In [20]:

```
digits.images[0]
```

Out[20]:

```
array([[ 0.,  0.,  5., 13.,  9.,  1.,  0.,  0.],
       [ 0.,  0., 13., 15., 10., 15.,  5.,  0.],
       [ 0.,  3., 15.,  2.,  0., 11.,  8.,  0.],
       [ 0.,  4., 12.,  0.,  0.,  8.,  8.,  0.],
       [ 0.,  5.,  8.,  0.,  0.,  9.,  8.,  0.],
       [ 0.,  4., 11.,  0.,  1., 12.,  7.,  0.],
       [ 0.,  2., 14.,  5., 10., 12.,  0.,  0.],
       [ 0.,  0.,  6., 13., 10.,  0.,  0.,  0.]])
```

In [21]:

```
digits.data[0]
```

Out[21]:

```
array([ 0.,  0.,  5., 13.,  9.,  1.,  0.,  0.,  0.,  0., 13., 15., 10.,
        15.,  5.,  0.,  0.,  3., 15.,  2.,  0., 11.,  8.,  0.,  0.,  4.,
        12.,  0.,  0.,  8.,  8.,  0.,  0.,  5.,  8.,  0.,  0.,  9.,  8.,
         0.,  0.,  4., 11.,  0.,  1., 12.,  7.,  0.,  0.,  2., 14.,  5.,
        10., 12.,  0.,  0.,  0.,  0.,  6., 13., 10.,  0.,  0.,  0.]])
```

In [22]:

```
from sklearn.manifold import TSNE
tsne = TSNE(random_state=42)
# TSNE에는 transform 메서드가 없다.
# 새 데이터변환 기능 제공안함.
# 대신 fit_transform 사용.
d_tsne = tsne.fit_transform(digits.data)
print("기존 데이터 형태 :", digits.data.shape)
print("tsne로 표현한 데이터 형태 :", d_tsne.shape)
```

기존 데이터 형태 : (1797, 64)  
tsne로 표현한 데이터 형태 : (1797, 2)

In [23]:

```
print(d_tsne[:,0].shape)
print(d_tsne[:,0].min(), d_tsne[:,0].max()) # 성분1의 최소 최대값
print(d_tsne[:,1].min(), d_tsne[:,1].max()) # 성분2의 최소 최대값
```

(1797,)  
-58.81919 74.35962  
-67.43645 64.40403



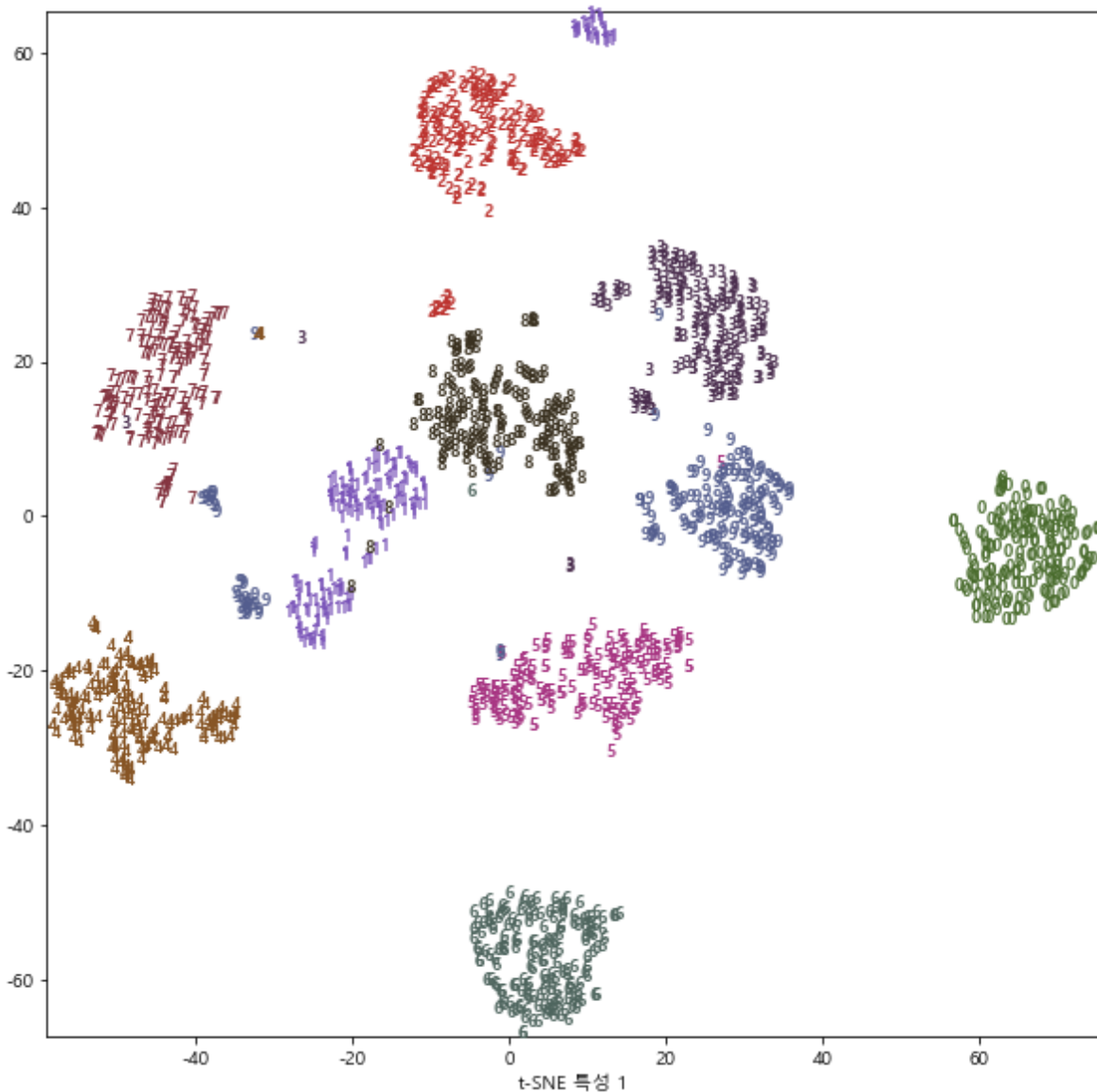
In [24]:



```
plt.figure(figsize=(10,10)) # 그래프 사이즈 지정.
plt.xlim(d_tsne[:,0].min(), d_tsne[:,0].max() + 1)
plt.ylim(d_tsne[:,1].min(), d_tsne[:,1].max() + 1)
for i in range(len(digits.data)):
    # 숫자 텍스트를 이용해 산점도를 그린다.
    plt.text(d_tsne[i,0],
             d_tsne[i,1],
             str(digits.target[i]),
             color = colors[digits.target[i]],
             fontdict={'weight': 'bold', 'size': 9})
plt.xlabel("t-SNE 특성 0")
plt.ylabel("t-SNE 특성 1")
```

Out[24]:

Text(0.5, 0, 't-SNE 특성 1')



- (가) t-SNE 모든 클래스가 확실히 잘 구분되었다.
- (나) 1과 9는 조금 나뉘었지만 대부분의 숫자는 하나의 그룹으로 모여 있다.
- (다) 이 알고리즘은 클래스 레이블 정보를 사용하지 않으므로 **완전 비지도 학습**
  - --> 원본 데이터 공간에서 포인트들이 얼마나 가까이 있는지에 대한 정보로
  - --> 잘 구분되는 2차원 표현을 찾는다.

## 추가학습 URL

<https://distill.pub/2016/misread-tsne/>

<https://www.slideshare.net/ssuser06e0c5/visualizing-data-using-tsne-73621033>

<http://kolikim.tistory.com/29>