Tecnológico de Monterrey Matemáticas Discretas

Segundo Parcial

Tarea 2: Inducción matemática Fecha de entrega: 27 de octubre de 2015

INSTRUCCIONES: Resuelva los siguientes ejercicios. Incluya en forma detallada y ordenada TODO el procedimiento y responda claramente las preguntas. Ejercicios sin desarrollo y respuesta NO serán tomados en cuenta.

Ejercicio 1

Pruebe los siguientes enunciados $\forall n \in \mathbb{N}$ aplicando el Principio de Inducción matemática:

a)
$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

b)
$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$$

c)
$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2}$$

Ejercicio 2

Utilice el Principio de Inducción matemática para verificar las siguientes desigualdades

a)
$$\forall n \ge 4, \ 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n > 2^n$$

b)
$$\forall n \in \mathbb{N}, \ \frac{1}{2n} \leq \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)}$$

Ejercicio 3

Utilice inducción para demostrar las afirmaciones:

a)
$$11^n - 6$$
 es divisible entre $5, \forall n \in \mathbb{N}$

b)
$$n^3 + 5n$$
 es divisible entre 6, $\forall n \in \mathbb{N}$

Ejercicio 4

Considere las siguientes cinco ecuaciones:

$$1) 1 = 1$$

$$1 - 4 = -(1+2)$$

$$3) 1 - 4 + 9 = 1 + 2 + 3$$

2)
$$1-4 = 1$$

3) $1-4+9 = 1+2+3$
4) $1-4+9-16 = -(1+2+3+4)$
5) $1-4+9-16+25 = 1+2+3+4+5$

Conjeture la fórmula general sugerida por las cinco ecuaciones, y pruebe su conjetura aplicando el Principio de Inducción matemática.