Elektrische Felder

$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$

$F_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \Leftrightarrow \vec{F} = q_0 \vec{E}$

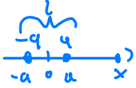
$\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r_{i0}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{i0}}{r_{i0}}$

$a = \frac{q}{m} E$

dichte $= \frac{N}{A} = \frac{N}{4\pi r^2}$

Dipol:

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{4qa}{x^3} \vec{e}_x$



$\vec{p} = q\vec{l}$

$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} = |p|\,|E| \cdot \sin\theta$

$\varphi \approx -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{x^2} \quad x \gg a$

$\rho = \frac{dq}{dV} \quad \sigma = \frac{dq}{dA} \quad \lambda = \frac{dq}{dl}$

$\vec{E} = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

Linienladung mit versch. P.

$E_r = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r} \sin\theta_0$

nahe ∞ Linienladung

$E_r = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r}$

Achse Ringladung

$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}}$

Achse Scheibenladung

$E_x = \frac{1}{2\varepsilon_0} \sigma \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$

nahe ∞ Ladungsebene

$E_n = \frac{1}{2\varepsilon_0} \sigma$

homogen gel. Zylindermantel

in: $E_r = 0$

aus: $E_r = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 R^2} \cdot r$

homogen gel. Zylinder

in: $E_r = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 R^2} r$

aus: $E_r = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}$

Kugelschale

in: $E_r = 0$,

aus: $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$

Kugel

in: $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^3} r$

aus: $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^2}$

$E_{pot} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q}{r} = q_0 \varphi$

$E_{pot} = -\int_a q_0 \vec{E}\, d\vec{l}$

$\Phi = EA = EA\cos\theta$

Gaußsches G.:

$\Phi_{ges} = \oint_S E_n\, dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a = \frac{\Delta E_{pot}}{q_0} = -\int_a^b \vec{E}\, d\vec{l}$

$\varphi = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r}$

Punktladung: $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$

Systeme mehr. Punktlad.

$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$

$\varphi = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r_{i0}}$

Potentiale

Achse Ring

$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{x^2+a^2}}$

∞ Ladungsebene

$\varphi(x) = \varphi_0 - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} x \quad x > 0$

$\varphi(x) = \varphi_0 + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} x \quad x < 0$

Achse Scheibe

$\varphi = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{((x^2+R^2)^{1/2} - x)}{R^2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}((x^2+R^2)^{1/2} - x)$

Kugelschale

in: $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R}$

aus: $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r}$

∞ Linienladung

$\varphi = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \lambda \ln(r/a)$

$\vec{E} = -\text{grad}\,\varphi = -\vec{\nabla}\varphi$

Poisson

$\vec{\nabla}\vec{E} = -\Delta\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Spitze

$\sigma = \frac{\varepsilon_0 \varphi}{r}$

Kondensator

$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 A}{s} \quad E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}$

zyl.:

$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{b}{a}}$

$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$

P: $C_{ers} = \sum C_i$ R: $\frac{1}{C_{ers}} = \sum \frac{1}{C_i}$

Wechs.

$I = I_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$I_0 = U_0 / X_C$

$X_C = 1/(\omega C)$

$I_{eff} = U_{eff}/X_C$

Dielektrika

$C = \varepsilon_r C_0$

$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$

$\chi_e = \varepsilon_r - 1$

Ladung auf Die.

$\sigma_g = \frac{\chi_e}{\chi_e + 1} \sigma_f$

Strom

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqAv \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}$

$U = IR \quad P = I \cdot U$

$R = \rho \frac{l}{A}$

$\sigma = \frac{1}{\rho}$

Widerstände

P: $\frac{1}{R_{ers}} = \sum \frac{1}{R_i}$

R: $R_{ers} = \sum R_i$

id. Batterie

$U_e = IR + IR_i$

$I = \frac{U_e}{R + R_i}$

Gleichstromkreise

1.K: $\sum I_n = 0$

2.K: $\sum U_{an} = \sum IR$

RC-Kreise

$\tau = RC$

Entl. Kondensator

$Q(t) = Q_0 e^{-t/\tau}$

$I = \frac{U_0}{R} e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/\tau}$

Aufl. Kondensator

$Q = Q_e(1 - e^{-t/RC})$

$I = I_0 e^{-t/RC}$

$W_C = \frac{1}{2} Q_e U = \frac{1}{2} U^2 C$

unb. Pot.-Schaltung

$U = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Ammeter

$I = \frac{U}{R + R_p + R_G}$

Wechselstrom:

$I = I_0 \cos\omega t$

$I_0 = \frac{U_0}{R}$

$U = U_0 \sin(\omega t - \delta)$

$P(t) = I_0^2 R \cos^2 \omega t$

$\bar{P} = \frac{1}{2} I_0^2 R$

$I_{eff} = I_0/\sqrt{2}$

$\bar{P} = I_{eff}^2 \cdot R$

$U_{eff} = U_0/\sqrt{2}$

Magnetfeld

$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\, d\vec{l} \times \vec{r}/r}{r^2}$

$\Phi_m = BA = BA\cos\theta$

Teilchen in B-Feld

$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{p}{q \cdot B}$

$f = \frac{1}{T} = \frac{q \cdot B}{2\pi m}$

v-Filter

$v = \frac{E}{B}$

Leiter

$I = nqAv$

$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$

Leiterschleife

$\vec{m}_m = NIA\vec{n}$

$M = \vec{m}_m \times \vec{B} = IAB\sin\theta$

Stabmagnet

$\vec{F} = P\vec{B}$

$\vec{m} = |P|\vec{l}$

Hall-Effekt

$n = \frac{IB}{e d U_H}$

$U_H = \frac{IB}{ned} = A_H \frac{IB}{d}$

$A_H = \frac{1}{ne}$

$\sigma = \frac{1}{A_H} \mu$

$B = \frac{U_H d}{A_H I}$

$\mu_r = 1 + \chi_m$

$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}$

$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$

bew. Punktladung

$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}/r}{r^2}$

Zentrum kr. Leit. Schl.

$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$

Leiterschleife

$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m_m}{x^3}$

Spule

$B = \mu_0 n I$

Leiter

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r}$

Kraft 2 Leiter

$\frac{F_2}{l_2} = 2 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{r}$

Induktion

$U = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

Metallstab

$U = Blv$

Generator

$\Phi_m = NBA\cos(\omega t + \delta)$

$U = U_{max} \sin(\omega t + \delta)$

$U_{max} = NBA\omega$

Spule

$\Phi_m = LI = \mu_0 n^2 A l$

$U = -L\frac{dI}{dt} = -N\dot{B}A$

$W_m = \frac{1}{2} L I^2$

$w_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$

Wechs.:

$I = I_0 \sin\omega t$

$I_0 = \frac{U_0}{\omega L} \quad I_{eff} = \frac{U_{eff}}{X_L}$

$X_L = \omega L$

$P(t) = U_0 I_0 \cos\omega t \cdot \sin\omega t$

LR-Kreise

$I_e = \frac{U_0}{R}$

$I = I_0(1 - e^{-t/\tau})$

$\tau = L/R$

LC-Kreise

$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$q = q_0 \cos\omega_0 t$

$I = -\omega_0 q_0 \sin\omega_0 t = -I_0 \sin\omega_0 t$

Kond.: $W_e = \frac{1}{2} q U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$

Spule: $W_m = \frac{1}{2} L I^2$

$W_{ges} = q_0^2 / 2C$

LCR-Kreise

$q(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + a)$

$\delta = \frac{1}{2} \frac{R}{L}$

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$

LCR-Wechselspannung

$q(t) = A\sin(\omega t + \delta)$

$X_L = \omega L, \; X_C = 1/\omega C$

$\tan\delta = \frac{X_L - X_C}{R}$

$I(t) = \frac{U_0}{Z} \cos(\omega_e t - \delta)$

$I_0 = \frac{U_0}{Z}$

$Z = \sqrt{R^2 (X_L - X_C)^2}$

Resonanz

$\omega = 1/\sqrt{LC}$

$\bar{P}(\omega) = \frac{U_{eff}^2 \omega^2 R}{L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 R^2}$

$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$

$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$

$\bar{P} = U_{eff} I_{eff}$

Hertzscher Dipol

$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

Licht

$E = h \cdot f$

$c = \lambda \cdot f$

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

Reflexion

$\theta_r = \theta_1$

$n = \frac{c}{c_m}$

$I = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 I_0$

Totalreflexion:

$\sin\theta_k = \frac{n_2}{n_1}$

Brechung

$\lambda' = \frac{c_m}{f} = \frac{c/n}{f} = \frac{\lambda}{n}$

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

Bildbrechung

$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}$

$f = \frac{1}{2} r$

$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

Abb Maß:

$V = -\frac{n_1 b}{n_2 g}$

$b = -\frac{n_2}{n_1} g$

$\frac{G}{g} = \frac{B}{b}$

sphärischer Spiegel

$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}$

$V = -\frac{b}{g}$

$b = \frac{B \cdot L}{G + B}$

Linsen

$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

Brechkraft:

$D = 1/f$

Lupe:

$V = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{s_0}{f}$

Intensität

$I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{\bar{P}}{2\pi r^2}$

Harmonische Welle

$y(x) = A\sin kx$

$v = f\lambda$

Lichtwelle

$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$

$c = \lambda f$

Einzelspalt

Min: $a\sin\theta = m\lambda$

Max: $a\sin\theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

$I = I_0 \left(\frac{\sin\frac{1}{2}\phi}{\frac{1}{2}\phi}\right)^2$

$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a\sin\theta$

Doppelspalt

Max: $d\sin\theta = m\lambda$

Min: $d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{y_m d}{L}$

$y_m = m\frac{\lambda \cdot L}{d}$

$\Delta y = \frac{\lambda \cdot L}{d}$

$I = 4I_0 \cos^2(\frac{1}{2}\delta)$

Beugung

$I = 4I_0 \left(\frac{\sin\frac{1}{2}\phi}{1/2\,\phi}\right)^2 \cos^2 \frac{1}{2}\delta$

Beugungsgitter

Max: $g\sin\theta = m\lambda$

Photon

$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

Energieniveaus H

$E_n = -\frac{13.6\,eV}{n^2}$

Transformator

$U_2 = -\frac{N_2}{N_1} \cdot U_1$

mit Last:

$N_1 I_1 = -N_2 I_2$

$P_i = U_{i\,eff} \cdot I_{i\,eff}$

$U_{1eff} I_{1eff} = U_{2eff} \cdot I_{2eff}$

Wichtige Konstanten

e	$1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C$
ε_0	$8.854 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm}$
μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}\,NA^{-2}$
c	$299\,792\,458\,ms^{-1}$

Skalarprodukt

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \sum_i a_i b_i$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cdot \cos\phi$$

Kreuzprodukt

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}| \sin(\angle(\vec{A},\vec{B}))$$

Corioliskraft

NHK:

SHK:

Newton'sche Ax.

1. Trägheitsprinzip: $F_{res} = 0$
2. Aktionsprinzip: $a \sim F$, $a \sim \frac{1}{m}$
3. Actio-Reactio Pr.: $\vec{F}_1 \rightarrow \leftarrow \vec{F}_2$

pq-Formel

$$x_{1,2} = -\left(\frac{p}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Mitternachtsformel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Erde

Radius: 6371 km

Rotation: 1670 km/h

$v_F = 40000\ km/h$

Einheiten:

Vorsatz	
Tera	10^{12}
Giga	10^{9}
Mega	10^{6}
Kilo	10^{3}
Dezi	10^{-1}
Zenti	10^{-2}
Milli	10^{-3}
Mikro	10^{-6}
Nano	10^{-9}
Piko	10^{-12}

Kraft: $1\,N = 1\,kg \cdot m\,s^{-2}$

Arbeit: $1\,J = 1\,Nm = 1\,kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$

Leistung: $1\,W = 1\,kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$

Energie: $1\,J = 1\,kg\,m^2 \cdot s^{-2}$

Impuls: $1\,Ns = kg \cdot m\,s^{-1}$

Druck: $1\,Pa = 1\,kg \cdot (m \cdot s^2)^{-1} = N/m^2$

Spannung: $1\,N\,m^{-2} = 1\,kg \cdot s^{-2} \cdot m^{-1}$

Dehnung: $1\,m\,m^{-1}$

Elasti. Modul: $1\,N/m^2 = 1\,kg \cdot s^{-2} \cdot m^{-1}$

Viskosität: $1\,Pa/s = 1\,kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

Drehmoment: $1\,Nm = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$

Trägheitsmoment: $1\,kg\,m^2$

Drehimpuls: $1\,kg\,m^2 \cdot s^{-1}$

Wärmekapazität: $1\,J \cdot K^{-1} = 1\,kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} K^{-1}$

sp. Wärmekap: $1\,J/(kg \cdot K) = 1\,m^2 \cdot s^{-3} \cdot K^{-1}$

mol Wärmekap: $1\,\frac{J}{mol \cdot K}$

Umrechnung:

$1\,km\,h^{-1} = \frac{1}{3.6}\,m\,s^{-1}$

$1\,ha = 10\,000\,m^2$

$1\,cm^3 = \frac{1}{1\,000\,000}\,m^3$

$1\,L = 1000\,cm^3 = \frac{1}{100}\,m^3$

$1\,\frac{g}{cm^3} = 1000\,\frac{kg}{m^3}$

$1\,cal = 4.184\,J$

Körper:

Kugel

$U = 2 \cdot \pi \cdot r$

$O = 4 \cdot \pi r^2$

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$

Kugelschale

$I = \frac{2}{3} m r^2$

Zylinder:

$M = 2\pi r \cdot h$

$O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Körperachse: $I = \frac{1}{2} m \cdot r^2$

$\perp$ Körperachse: $I = \frac{1}{4} m r^2 + \frac{1}{12} m \cdot h^2$

Zylindermantel:

Körperachse: $I = m \cdot r^2$

$\perp$ Körperachse: $I = \frac{1}{2} m r^2 + \frac{1}{12} m h^2$

Hohlzylinder

Körperachse: $I = \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2)$

Dünner Stab

$\perp$ Körperachse: $I = \frac{1}{12} m h^2$

Ende $\perp$ Körperachse: $I = \frac{4}{3} m \cdot h^2$

Quader:

$\perp$ Oberfläche: $I = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$

Scheibe

$I = \frac{1}{2} m r^2$

$\perp$:

$I = \frac{1}{4} m r^2$

Dichtetabelle.

	$g \cdot cm^{-3}$	$kg \cdot m^{-3}$
Eis	0.92	920
Erde	5.52	5520
Gold	19.3	19300
Wasser	1	1000
Luft	0.001293	1.293
Glas	2.4 - 2.8	2400-2800
Holz	0.6 - 0.9	600-900
Knochen	1.7 - 2.0	1700-2000

Bogenmaß / Grad

Bog.	Grad
0	$0°$
$\pi/6$	$30°$
$\pi/4$	$45°$
$\pi/3$	$60°$
$\pi/2$	$90°$
π	$180°$
$\frac{3}{2}\pi$	$270°$
2π	$360°$
$\pi/360$	$1°$

Trigonometrische Funktion:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad \cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad \tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Ableitung:

$\sin(x) \rightarrow \cos(x) \rightarrow -\sin(x) \rightarrow -\cos(x) \rightarrow \sin(x)$

	$0°$	$45°$	$90°$	$135°$	$180°$
sin	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
tan	0	1	–		

$$x\ \text{rad} = x \cdot \frac{180}{\pi}\ \text{grad}$$

Widerstände

Material	spezifischer Widerstand ρ_{20} [Ω m]	Temperatur-koeffizient α [K^{-1}]
Silber	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}8 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$
Aluminium	$2{,}8 \cdot 10^{-8}$	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$
Wolfram	$5{,}5 \cdot 10^{-8}$	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
Eisen	$10 \cdot 10^{-8}$	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$
Blei	$22 \cdot 10^{-8}$	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
Quecksilber	$96 \cdot 10^{-8}$	$0{,}9 \cdot 10^{-3}$
Chrom-Nickel-Stahl	$100 \cdot 10^{-8}$	$0{,}4 \cdot 10^{-3}$
Kohlenstoff	$3500 \cdot 10^{-8}$	$-0{,}5 \cdot 10^{-3}$
Germanium	$0{,}45$	$-4{,}8 \cdot 10^{-2}$
Silizium	640	$-7{,}5 \cdot 10^{-2}$
Holz	$10^{8} \ldots 10^{14}$	
Glas	$10^{10} \ldots 10^{14}$	
Hartgummi	$10^{13} \ldots 10^{16}$	
Bernstein	$5 \cdot 10^{14}$	
Schwefel	$1 \cdot 10^{15}$	

Brechzahl

Material	n	θ_k
Glas	1,5	42°
Wasser	1,33	49°
Diamant	2,42	24°