

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG – TP.HCM
KHOA TOÁN – TIN HỌC

— o0o —



BÁO CÁO TỔNG KẾT

CHƯƠNG TRÌNH GIẢI BÀI TOÁN
QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH TỔNG QUÁT

Môn học: Quy hoạch Tuyến tính

Giảng viên hướng dẫn: Thầy Nguyễn Lê Hoàng Anh

Sinh viên thực hiện: Nhóm DUTYFREE

Lớp: 21KDL1

TP.HCM 05/2024

1. Thông tin nhóm

a. Bảng phân công

MSSV	Họ tên	Email	Số điện thoại	Nhiệm vụ thực hiện	Đánh giá
21280110	Huỳnh Lê Minh Thư	21280110@student.hcmus.edu.vn	0786777218	<ul style="list-style-type: none">- Thiết kế và xây dựng web app có giao diện tương tác với người dùng- In miền chấp nhận được (2 biến)	Đóng góp đầy đủ, tích cực, có trách nhiệm ⇒ 100%
21280119	Phạm Ngọc Phương Uyên	21280119@student.hcmus.edu.vn	0768647680	<ul style="list-style-type: none">- Đưa về hướng đối tượng và xây dựng các hàm xuất kết quả- Thực hiện phép xoay đơn hình	Đóng góp đầy đủ, tích cực, có trách nhiệm ⇒ 100%
21280123	Nguyễn Thị Lan Diệp	21280123@student.hcmus.edu.vn	0343232458	<ul style="list-style-type: none">- Tiền xử lý- Thực hiện phép xoay Bland, hai pha, đơn hình đối ngẫu, đối ngẫu	Đóng góp đầy đủ, tích cực, có trách nhiệm ⇒ 100%

b. Ký tên

Chữ ký sinh viên 1

Chữ ký sinh viên 2

Chữ ký sinh viên 3

Huỳnh Lê Minh Thư

Phạm Ngọc Phương Uyên

Nguyễn Thị Lan Diệp

2. Thông tin bài làm

a. Thành quả đạt được

- **Về đầu vào:** Chương trình nhận đầu vào ở dạng bất kỳ
 - Số biến và số ràng buộc tùy ý
 - Hàm mục tiêu tối đa (max) hoặc tối thiểu (min)
 - Ràng buộc về đẳng thức, bất đẳng thức (\geq , \leq , $=$)
 - Ràng buộc về dấu của biến ($x \geq 0$, $x \leq 0$, x tự do)
- **Về đầu ra:** Chương trình xuất kết quả đầy đủ bao gồm
 - Nghiệm tối ưu, giá trị tối ưu của bài toán (P) ban đầu
 - Các bước giải của bài toán:
 - Chuyển đổi bài toán về dạng chuẩn
 - Xác định hàm mục tiêu ban đầu
 - Thực hiện các bước lặp của thuật toán giải
 - Kiểm tra điều kiện dừng
 - Phân loại
 - Duy nhất nghiệm: Xác định nghiệm duy nhất và giá trị tối ưu.
 - Vô số nghiệm: Xác định tập nghiệm (điều kiện hệ nghiệm) và giá trị tối ưu.
 - Vô nghiệm: Thông báo kết quả vô nghiệm.
 - Không giới nội: Thông báo kết quả không giới nội
- **Về giải thuật:** Chương trình giải được bài toán với tất cả các trường hợp tương ứng với các thuật toán
 - Đơn hình Danzit: Sử dụng phương pháp chọn biến vào biến ra
 - Đơn hình Bland: Sử dụng phương pháp chọn biến vào biến ra theo quy tắc Bland
 - Đơn hình hai pha: Giải quyết bài toán bằng biến phụ
 - Đơn hình đối ngẫu: Sử dụng phương pháp chọn biến vào biến ra theo quy tắc đơn hình đối ngẫu
 - Chuyển bài toán (P) sang bài toán đối ngẫu (D), giải và kết luận nghiệm theo bài toán (P)
- **Về giao diện:**
 - Deploy lên nền tảng Streamlit Web App để người dùng có thể tương tác trực tiếp với ứng dụng.
 - Giao diện đẹp mắt, thân thiện, dễ dàng tương tác.
 - Tích hợp API Desmos để vẽ đồ thị hàm mục tiêu và các ràng buộc

- Cho phép người dùng lựa chọn trình bày chi tiết các bước giải.

- **Ngoài ra:**

Những thuật toán trong chương trình được xây dựng trong cấu trúc Class. Giúp tái sử dụng mã code, thúc đẩy việc chia sẻ và phát triển phần mềm theo mô hình hướng đối tượng.

b. Hạn chế

- Do vấn đề lưu trữ số thực dạng dấu phẩy động (floating point) trong Python có thể dẫn đến sai số so với kết quả thực tế. Lý do là vì máy tính chỉ có thể biểu diễn một tập con hữu hạn các số thực bằng cách sử dụng hệ nhị phân. Sai số này có thể ảnh hưởng đến kết quả của các phép tính, đặc biệt là khi thực hiện nhiều phép toán liên tiếp.
- Để giải quyết vấn đề này, nhóm đã sử dụng cách làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 13. Và đúng vậy, cách giải quyết này không phải là tối ưu.
- Tuy nhiên, trong các testcase (gồm tất cả các bài tập về nhà) thì chưa gặp vấn đề này

c. Lưu ý:

Người dùng cần cung cấp đầu vào chính xác và đầy đủ để chương trình có thể hoạt động hiệu quả.

3. Hướng dẫn Code

a. Phần mềm sử dụng

- Ngôn ngữ lập trình: Python
- Môi trường tích hợp phát triển (IDE): Visual Studio Code (VSCode) với Anaconda

b. Hướng dẫn cách sử dụng chương trình

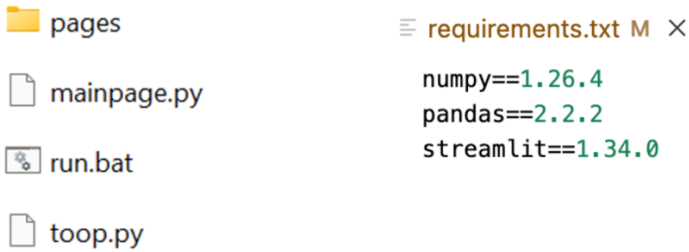
Đường link đến sản phẩm của nhóm [Linear-Programming-Project](#)

HƯỚNG DẪN CÁCH SỬ DỤNG CHƯƠNG TRÌNH

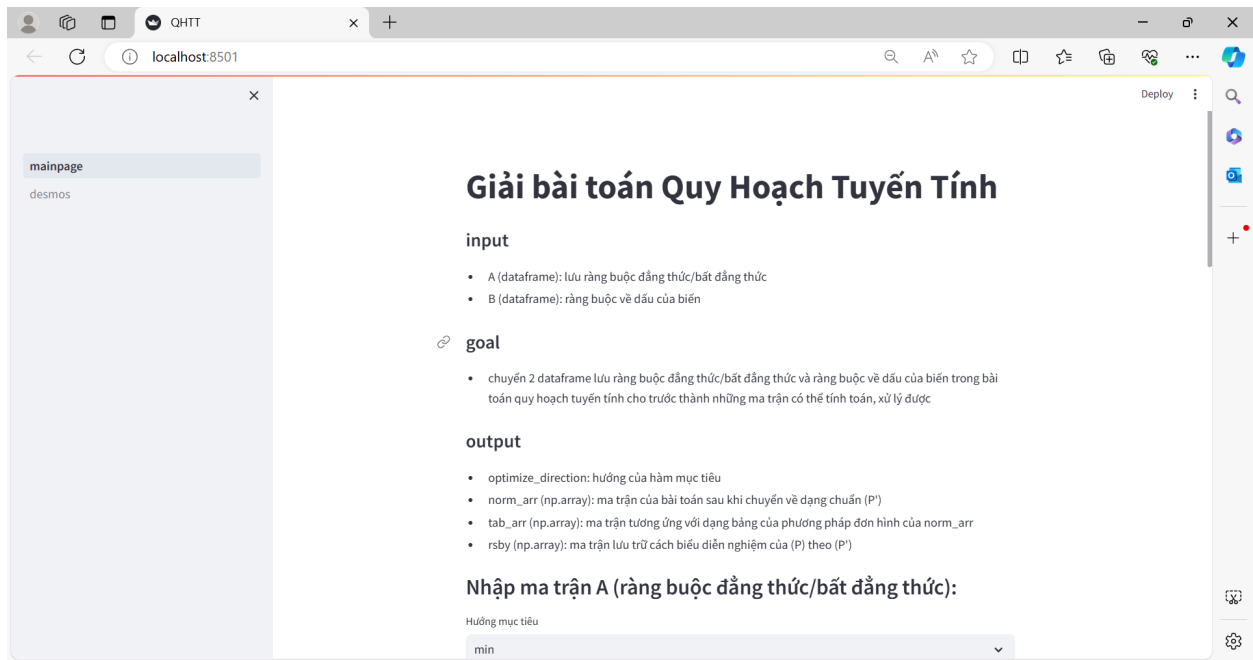
Bước 1: Chạy chương trình

- **Cách 1**

Sau khi tải thư mục code về, nếu máy tính của bạn có cấu hình đầy đủ như trong file requirements.txt yêu cầu thì chỉ cần double click vào file run.bat.



Sau đó, màn hình mới hiện lên, ta tiến hành bước 2 bên dưới.



- Cách 2: nhấn vào link và chuyển sang bước 2.
[QHTT · Streamlit \(ov9knuqrey5ylfa757syjb.streamlit.app\)](https://ov9knuqrey5ylfa757syjb.streamlit.app)

Bước 2: Nhập bài toán

Ví dụ:

Cho bài toán quy hoạch tuyến tính có dạng

$$\begin{aligned} \min & 2x_1 - 5x_2 \\ x_1 + 3x_2 & \leq 10 \\ 2x_1 - 3x_2 & \leq 0 \\ -x_1 + x_2 & \leq 3 \\ -x_1 + 2x_2 & \leq 1 \end{aligned}$$

- Đầu tiên nhập hướng tối ưu max/min của bài toán.
Ở ví dụ này, ta chọn “min”

Hướng mục tiêu

min

- Nhập số biến và số ràng buộc của bài toán.
Với số biến bằng 2, số ràng buộc bằng 4

Số lượng biến

2

Số lượng ràng buộc

4

- Nhập hàm mục tiêu.
Với hệ số của x_1 , x_2 lần lượt là 2, 5

x_1

2

Gửi

--Nhớ nhấn nút gửi--

x_2

-5

	x_1	x_2
2	2	-5

- Nhập các ràng buộc đẳng thức, bất đẳng thức của bài toán.
Tương tự với cách nhập của hàm mục tiêu, ta nhập các ràng buộc đẳng thức, bất đẳng thức cho bài toán trên. Lưu ý, chương trình yêu cầu nhập số, không nên nhập các kí tự khác, tránh trường hợp input đầu vào của chương trình không đúng.

$x_{1.1}$	$x_{2.1}$	$dấu_1$	b_1
1	3	<=	10
$x_{1.2}$	$x_{2.2}$	$dấu_2$	b_2
2	-3	<=	0
$x_{1.3}$	$x_{2.3}$	$dấu_3$	b_3
-1	-3	<=	3
$x_{1.4}$	$x_{2.4}$	$dấu_4$	b_4
-1	2	<=	1

Gửi --Nhớ nhấn nút gửi--

	x_1	x_2	dấu	b
0	1	3	<=	10
1	2	-3	<=	0
2	-1	-3	<=	3
3	-1	2	<=	1

- Nhập các ràng buộc về dấu của biến cho bài toán
 Nếu $x \geq 0$ thì nhập dấu “ \geq ”, $x \leq 0$ thì nhập dấu “ \leq ”, x tự do thì nhập “0”.
 Ở đây, x_1, x_2 là hai biến tự do, nên ta đều nhập 0 cho ràng buộc về dấu của hai biến

x_1

0

▼

x_2

0

▼

Gửi

--Nhớ nhấn nút gửi--

	x_1	x_2
2	0	0

Bước 3: Xem kết quả

Sau khi thực hiện các bước trên, bài toán quy hoạch tuyến tính được giải. Ở phần này, chương trình sẽ in ra bài toán được cho, thuật giải được dùng, nghiệm tối ưu và giá trị tối ưu

Giải:

Bài toán

	x_1	x_2	dấu	b
0	2	-5		min
1	1	3	\leq	10.0
2	2	-3	\leq	0.0
3	-1	-3	\leq	3.0
4	-1	2	\leq	1.0

Đáp án

Sử dụng phương pháp xoay Bland

Nghiệm tối ưu của bài toán: $x =$

value
3
2

Giá trị tối ưu: $\min z = -4.0$

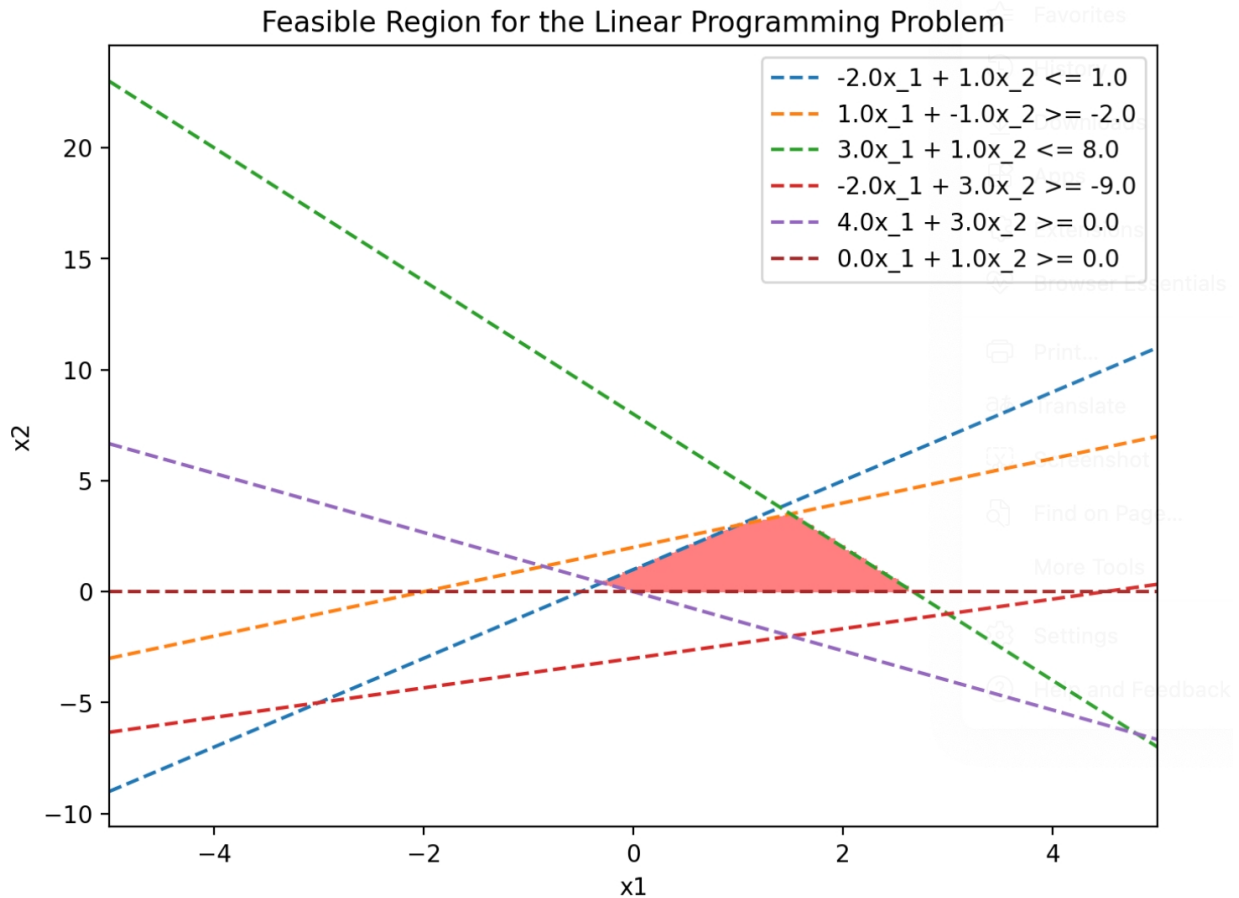
- Nghiệm tối ưu của bài toán

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$
- Giá trị tối ưu của bài toán $\min z = -4$

Để xem lời giải chi tiết, nhấn chọn nút “Lời giải chi tiết:”

Lời giải chi tiết:

Nếu bài toán chỉ có 2 biến, màn hình sẽ in ra miền chấp nhận được



Dạng chuẩn $Ax = b$:

A =

0	1	2	3
1	-1	3	-3
2	-2	-3	3
-1	1	1	-1
-1	1	2	-2

b =

value
10
0
3
1

c =

value
2
-2
-5
5

Sử dụng phương pháp xoay Bland

— Các bước thực hiện —

Từ vệtng xuất phát:

		x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	w_3	w_4	=
0	z	2	-2	-5	5	0	0	0	0	0
1		-1	1	-3	3	-1	0	0	0	10
2		-2	2	3	-3	0	-1	0	0	0
3		1	-1	-1	1	0	0	-1	0	Page 3
4		1	-1	-2	2	0	0	0	-1	1

Vị trí xoay: (4, 1)

Biến vào: x_2

Từ vệtng mới sau khi xoay:

		x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	w_3	w_4	=
0	z	0	0	-1	1	0	0	0	2	-2
1		0	0	-5	5	-1	0	0	-1	11
2		0	0	-1	1	0	-1	0	-2	2
3		0	0	1	-1	0	0	-1	1	2
4		1	-1	-2	2	0	0	0	-1	1

Vị trí xoay: (4, 2)

Biến vào: x_3

Từ vệtng mới sau khi xoay:

		x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	w_3	w_4	=
0	z	-0.5	0.5	0	0	0	0	0	2.5	-2.5
1		-2.5	2.5	0	0	-1	0	0	1.5	8.5
2		-0.5	0.5	0	0	0	-1	0	-1.5	1.5
3		0.5	-0.5	0	0	0	0	-1	0.5	2.5
4		0.5	-0.5	-1	1	0	0	0	-0.5	0.5

Vị trí xoay: (2, 0)

Biến vào: x_1

Từ vựng mới sau khi xoay:

		x_1	x_2	x_3	x_4	w_1	w_2	w_3	w_4	=
0	z	0	0	0	0	0	1	0	4	-4
1		0	0	0	0	-1	5	0	9	1
2		-1	1	0	0	0	-2	0	-3	3
3		0	0	0	0	0	-1	-1	-1	4
4		0	0	-1	1	0	-1	0	-2	2

Từ vựng tối ưu -> dừng thuật toán.

Nghiệm tối ưu của bài toán: $x =$

value
3
2

Giá trị tối ưu: $\min z = -4.0$

Tương tự, ta có các bài toán tương ứng với các trường hợp nghiệm được nêu. Phía trên vừa giải bài toán có duy nhất nghiệm. Dưới đây là các bài giải ứng với ba trường hợp nghiệm còn lại.

Trường hợp bài toán vô nghiệm

Cho bài toán quy hoạch tuyến tính có dạng

$$\begin{aligned} \max & x_1 + 3x_2 \\ -x_1 - x_2 & \leq -3 \\ -x_1 + 2x_2 & \leq -1 \\ x_1 + 2x_2 & \leq 2 \\ x_1 & \geq 0 \\ x_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

- Input

Nhập ma trận A (ràng buộc đẳng thức/bất đẳng thức):

Hướng mục tiêu

max

Số lượng biến

2

x_1

1

x_2

3

Gửi

--Nhớ nhấn nút gửi--

	x_1	x_2
2	1	3

Số lượng ràng buộc

3

$x_{1.1}$

-1

$x_{2.1}$

-1

$dấu_1$

\leq

b_1

-3

$x_{1.2}$

-1

$x_{2.2}$

2

$dấu_2$

\leq

b_2

-1

$x_{1.3}$

1

$x_{2.3}$

2

$dấu_3$

\leq

b_3

2

Gửi

--Nhớ nhấn nút gửi--

Nhập ma trận B (ràng buộc về dấu của biến):

x_1

\geq

x_2

\geq

Gửi

--Nhớ nhấn nút gửi--

	x_1	x_2
2	\geq	\geq

- Output

Giải:

Bài toán

	x_1	x_2	dấu	b
0	1	3		max
1	-1	-1	\leq	-3.0
2	-1	2	\leq	-1.0
3	1	2	\leq	2.0

Đáp án

Sử dụng thuật toán 2 pha

Bài toán vô nghiệm

Giá trị tối ưu: $\max z = -\inf$

- Bài toán vô nghiệm
- Giá trị tối ưu $\max z = -\infty$

Trường hợp bài toán không giới nội

Cho bài toán quy hoạch tuyến tính có dạng

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 - x_2 \\ -2x_1 + x_2 & \leq -1 \\ -x_1 - 2x_2 & \leq -2 \\ x_1 & \geq 0 \\ x_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

- Input

Nhập ma trận A (ràng buộc đẳng thức/bất đẳng thức):

Hướng mục tiêu
max

Số lượng biến
2

x_1
1

x_2
-1

Gửi

Số lượng ràng buộc
2

$x_{1,1}$ $x_{2,1}$ $dấu_1$ b_1
-2 1 <= -1

$x_{1,2}$ $x_{2,2}$ $dấu_2$ b_2
-1 -2 <= -2

Gửi

Nhập ma trận B (ràng buộc về dấu của biến):

x_1 x_2
>= >=

Gửi

	x_1	x_2
2	>=	>=

- Output

Giải:

Bài toán

	x_1	x_2	đấu	b
0	1	-1		max
1	-2	1	\leq	-1.0
2	-1	-2	\leq	-2.0

Đáp án

Sử dụng thuật toán 2 pha

Bài toán không giới nội

Giá trị tối ưu: $\max z = \infty$

- Bài toán không giới nội
- Giá trị tối ưu $\max z = \infty$

Trường hợp bài toán có vô số nghiệm

Cho bài toán quy hoạch tuyến tính có dạng

$$\begin{aligned} \max & x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 & \leq 7 \\ x_1 - x_2 & \geq 4 \\ x_1 & \geq 0 \\ x_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

- Input

Nhập ma trận A (ràng buộc đẳng thức/bất đẳng thức):

Hướng mục tiêu

max

Số lượng biến

2

x_1

1

x_2

1

Gửi

Số lượng ràng buộc

2

x_{1-1}

1

x_{2-1}

1

$dấu_1$

\leq

b_1

7

x_{1-2}

1

x_{2-2}

-1

$dấu_2$

\geq

b_2

4

Gửi

Nhập ma trận B (ràng buộc về dấu của biến):

x_1

\geq

x_2

\geq

Gửi

	x_1	x_2
2	\geq	\geq

Output

Sử dụng thuật toán 2 pha

Bài toán có vô số nghiệm

Với bộ nghiệm là:

	x_1	x_2	w_1	w_2
0	\geq	\geq	$=$	\geq

	x_2	b_i
x_1	-1	7
w_2	-2	3

Giá trị tối ưu: $\min z = 7.0$

Lời giải chi tiết:

Bài toán có vô số nghiệm

- Với bộ nghiệm là
 $Cho w_1 = 0$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ w_2 \geq 0 \end{cases} \quad \text{Và} \quad \begin{cases} x_1 = -x_2 + 7 \\ w_2 = -2x_2 + 3 \end{cases}$$

- Giá trị tối ưu min $z = 7$

4. Tài liệu tham khảo

- Giáo trình môn Quy hoạch tuyến tính (GS.TSKH. Phan Quốc Khánh & TS. Trần Huệ Nương)