

# Mécanique l'épreuve

## Mécanique I

Décembre 25, 2024

The purpose of this test is to assess the understanding of the courses that everyone has learned since the first year, ensuring that everyone has a strong proficiency in them.

Person in Charge : **M. LEANG Tharith**

### Exercise 1.

Un ballon sonde a une vitesse d'ascension verticale  $v_0$  indépendante de son altitude. Le vent lui communique une vitesse horizontale  $v_x = \frac{z}{t_c}$  proportionnelle à l'altitude  $z$  atteinte.

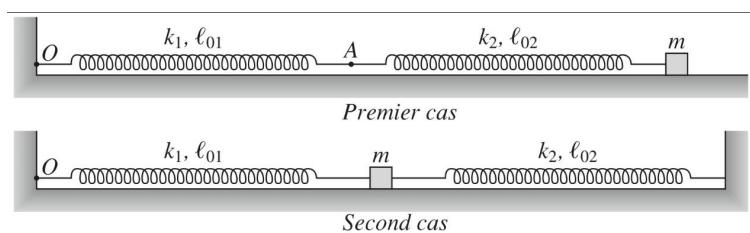
1. Déterminer les lois du mouvement  $x(t)$  et  $z(t)$  ainsi que l'équation de la trajectoire  $x(z)$ .
2. Calculer le vecteur accélération du ballon.

### Exercise 2.

Une rameuse veut traverser une rivière pour atteindre un point situé directement en face sur la rive opposée. La distance à parcourir est de 100 m, et elle souhaite effectuer la traversée en 10 secondes. La rivière s'écoule uniformément à 7,5 m/s. Quelle vitesse doit-elle atteindre avec son bateau, et à quel angle, par rapport au courant de la rivière ? Donnez vos réponses sous forme d'expressions exactes et simplifiées.

### Exercise 3.

Une masse  $m$  est reliée de deux façons différentes à deux ressorts de raideur  $k_1$  et  $k_2$ , de longueur à vide  $\ell_{01}$  et  $\ell_{02}$  :



Montrer que la masse décrit un mouvement harmonique de période :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}} \quad \text{dans le premier cas,}$$

et

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \quad \text{dans le second cas.}$$

En déduire la raideur du ressort équivalent à l'ensemble dans chacun des deux cas. Commenter.

### Conseil

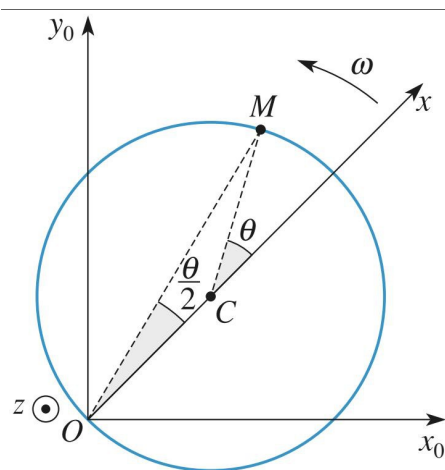
Dans les deux cas, appliquer la relation fondamentale de la dynamique, projetée sur l'axe  $(Ox)$ , à la masse  $m$ , et la mettre sous la forme

$$m\ddot{x} = -K(x - \ell_0).$$

Faire attention au signe dans l'expression des forces de rappel des ressorts. Dans le premier cas, pour exprimer la longueur du deuxième ressort en fonction de  $x$ , appliquer la relation fondamentale de la dynamique au point sans masse  $A$  (point d'attache des ressorts).

### Exercice 4.

Un cerceau horizontal, de centre  $C$  et de rayon  $a$ , est en rotation uniforme  $\omega$  autour de l'axe vertical ascendant  $(Oz)$ ,  $O$  étant un point fixe du cerceau. Une petite perle  $M$ , assimilable à un point matériel, de masse  $m$ , se déplace sans frottements sur le cerceau. On repère sa position par l'angle  $\theta$  entre les vecteurs  $\overrightarrow{OC}$  et  $\overrightarrow{CM}$ , comme le décrit le schéma ci-dessous.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$ .
2. Déterminer la réaction du cerceau sur la perle.

**Joyeux Noël !**