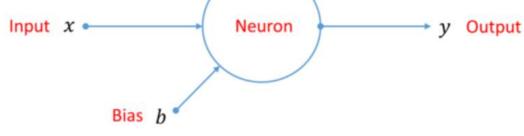
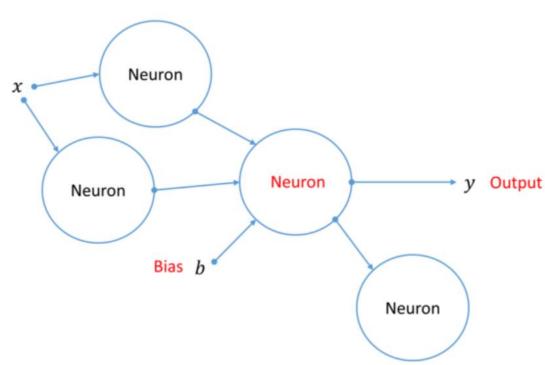
# 인공신경망 퍼셉트론의 이해

## 인공 신경 세포(Artificial Neuron)

- 뉴런
  - \_ 입력
  - 편향(bias)

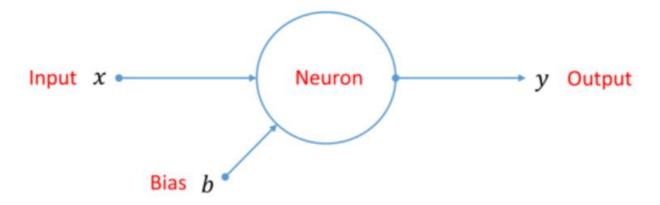


- 신경망(network)
  - 뉴런의 연결



## 입력과 출력

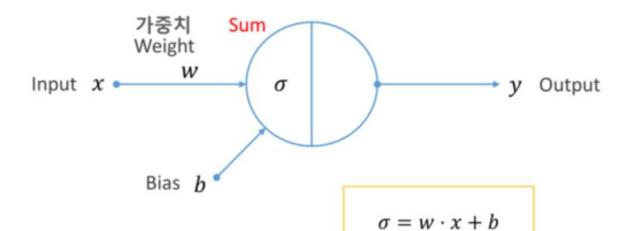
- 편향(bias)
  - 편향을 조정해 출력을 맞춤



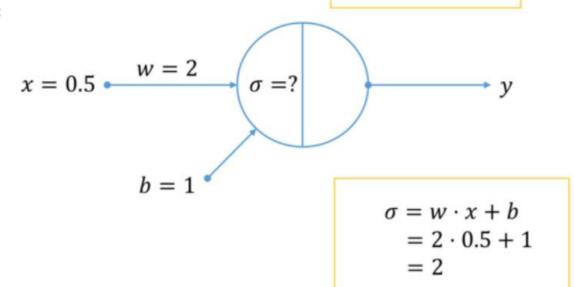
Input x	Output y
Size of house	Price
Time spent for studying	Score in exam

### 뉴런 연산

• 뉴런 식

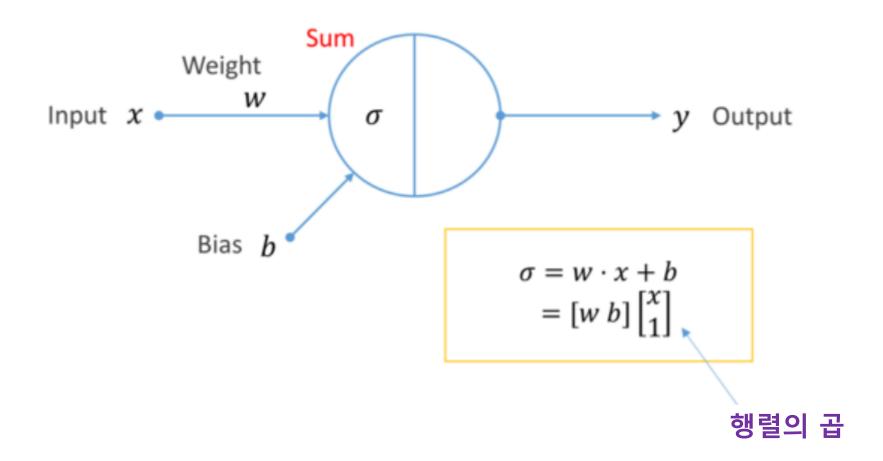


• 가중치와 편향



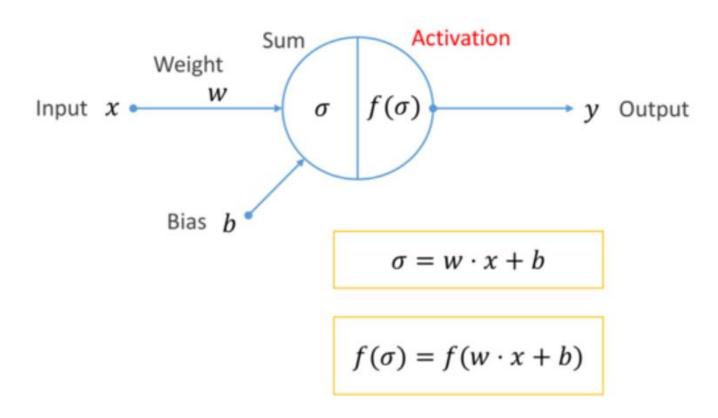
Python

## 행렬 곱 연산



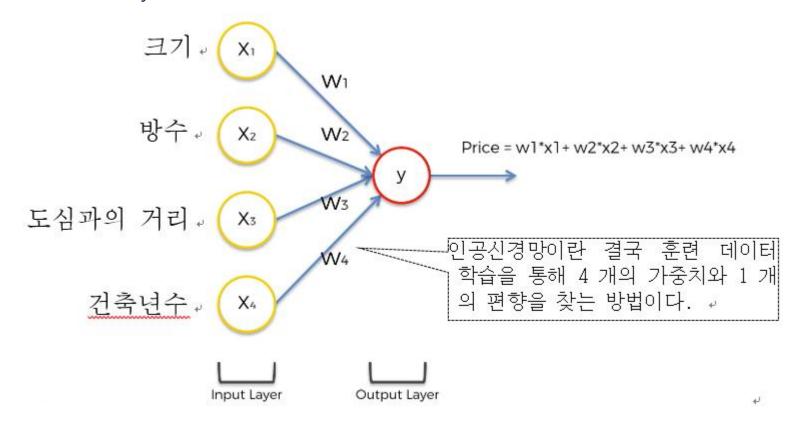
## 활성화

- 활성화 함수
  - 뉴런의 출력 값을 정하는 함수



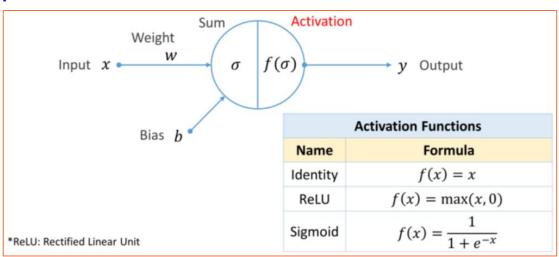
#### 간단한 예

- 편향 b = 0
- 활성화 함수
  - 항등 함수 y = x

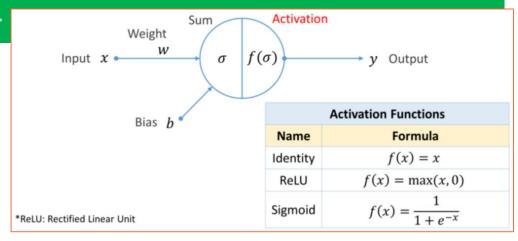


## 활성화 함수 ReLU, sigmoid

- ReLU(교재 p43)
  - Rectified(정류된) Linear Unit(선형 함수, y=x를 의미)
    - 선형 함수를 정류하여 0 이하는 모두 0으로 한 함수
    - max(x, 0)
      - 양수만 사용
  - 2010년 이후
    - 층이 깊어질수록(deep) 많이 활용
      - 양수를 그대로 반환하므로 값의 왜곡이 적어지는 효과
    - 토론토 대학 힌트 교수
- Sigmoid
  - s자 형태의곡선이라는 의미
    - 예전에 많이 사용



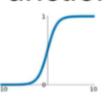
#### 다양한 활성화 함수 종류



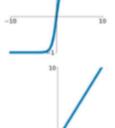
#### **Activation Functions**

#### Sigmoid

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

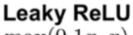


#### tanh



#### ReLU

 $\max(0, x)$ 



$$\max(0.1x, x)$$



#### Maxout

$$\max(w_1^T x + b_1, w_2^T x + b_2)$$

#### **ELU**

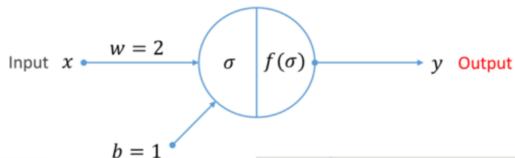


Different Activation Functions and their Graphs

### 입출력의 예

- 출력 함수로
  - 동일(identity) 함수(또는 리니어 함수)를 적용

$$y = f(\sigma) = f(w \cdot x + b) = w \cdot x + b$$
  
with **identity** (or **linear**) activation functions

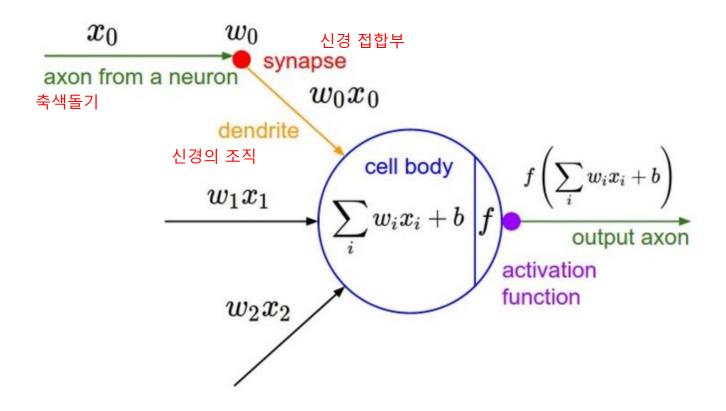


	1	$\overline{}$
-1	$\times$	1
$\angle$	-1	
£(.		

f(x)	_	20
f(x)	=	$\boldsymbol{x}$

Input x	Output y
0	$y = f(2 \cdot 0 + 1) = 1$
1	$y = f(2 \cdot 1 + 1) = 3$
2	$y = f(2 \cdot 2 + 1) = 5$

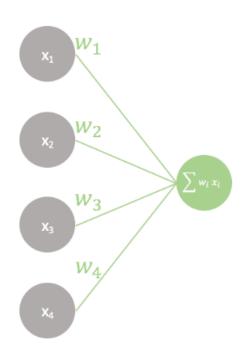
### 일반화된 인공신경망



#### 활성화 함수와 편향

- 결과 값이 임계 값 역할
  - 결과가 임계 값 이상이면 활성화
  - 결과가 임계 값 미만이면 비활성화

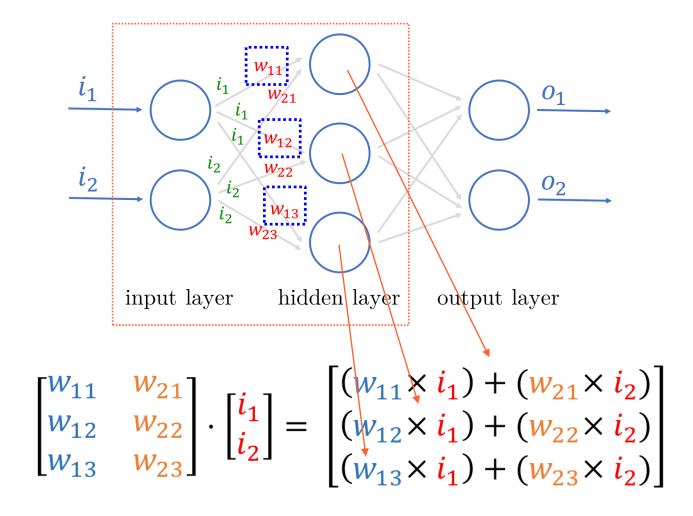
Input layer Output layer



#### Perceptron Unit

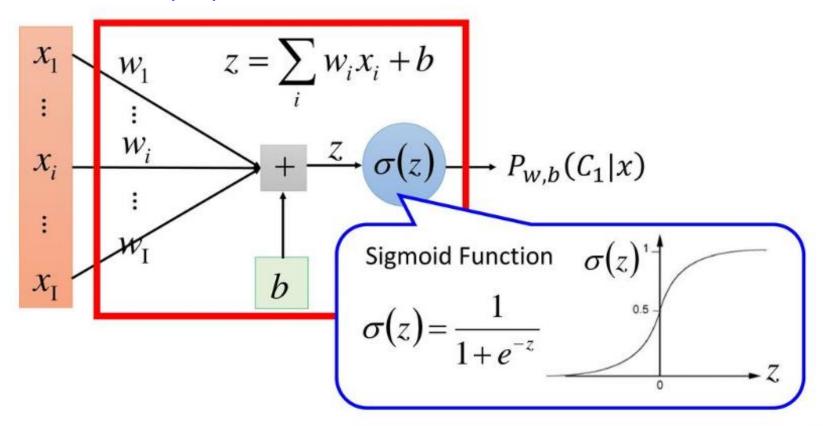
$$f_{w}(x) = \begin{cases} \sum w_{i}x_{i} \ge \theta \to \text{neuron fires} \\ \sum w_{i}x_{i} < \theta \to \text{neuron doesn't fire} \end{cases}$$

#### 입력 2개, 출력 3개인 신경망 연산



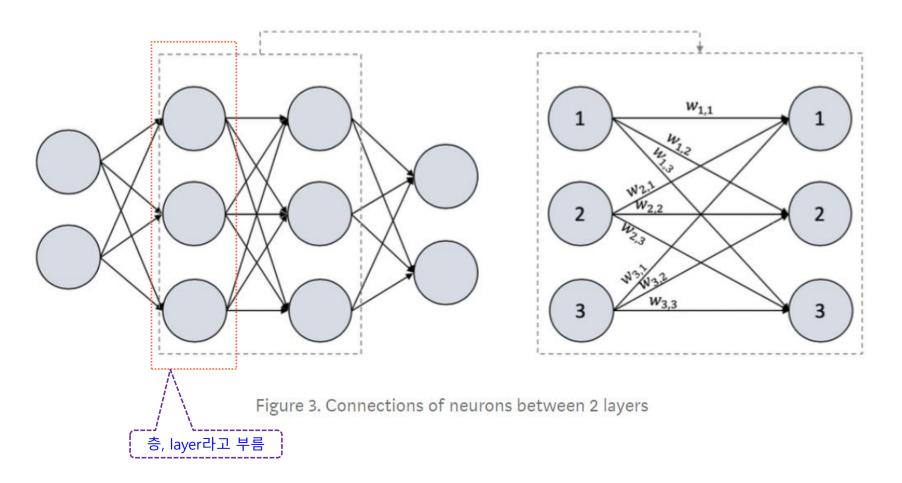
### 인공신경망의 시그모이드 함수

- 활성화 함수의 예
  - 시그모이드 함수
    - 출력 값이 (0~1)



## 가중치

• 3 × 3의 가중치 실수

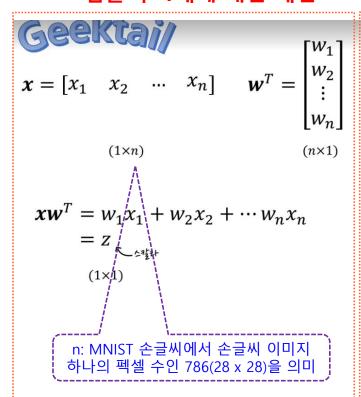


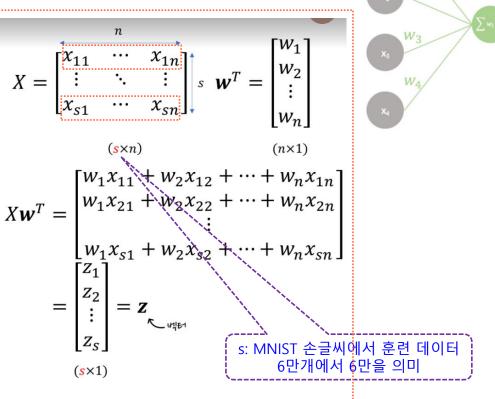
# 인공 신경망 행렬 연산

## 입력의 특징(x<sub>1</sub> x<sub>2</sub> x<sub>3</sub> ... x<sub>i</sub>)과 입력의 자료 수

- 특징 n개가 있는 뉴런 신경망에서 하나의 출력 계산
  - ✓ 샘플 수 1개에 대한 계산

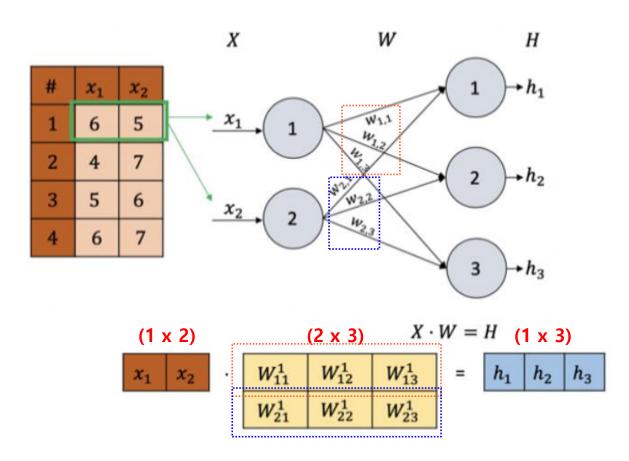
✓ 샘플 수 s개에 대한 계산



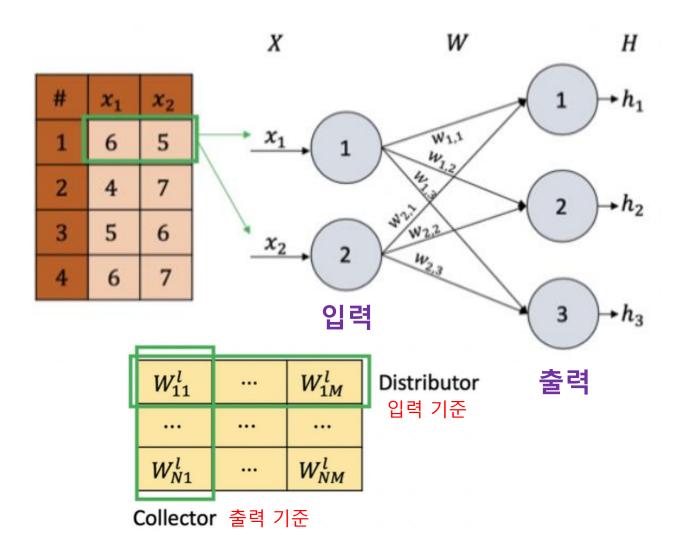


### 신경망 행렬 계산

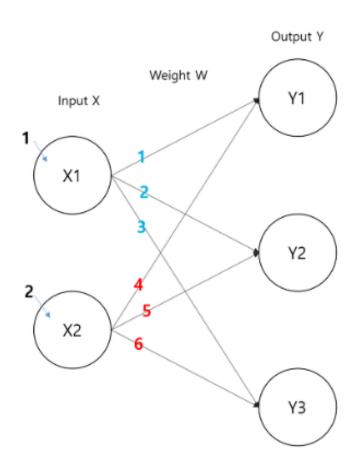
- 특징 2개
  - 샘플 수 4
- 중간층 뉴런
  - 수3



## 뉴런 계산



## 계산 사례





$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$
 (9 12 15)

© sacko

#### 하나의 출력 뉴런 연산

Input layer

• 활성화 함수로 시그모이드 함수 적용

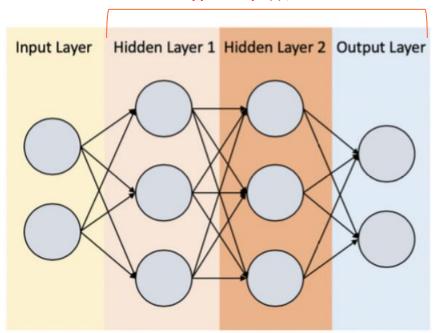
Output layer

 $z(x) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + w_4 x_4 + b$   $g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$ 

## 층과 가중치

#### • 뉴런 층과 가중치 층

#### 뉴런이 있는 층



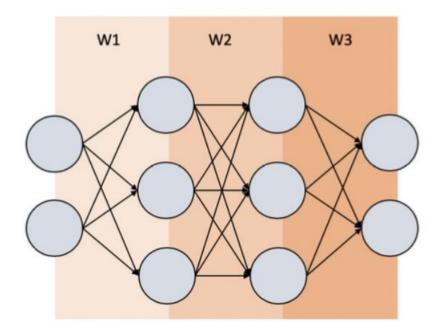
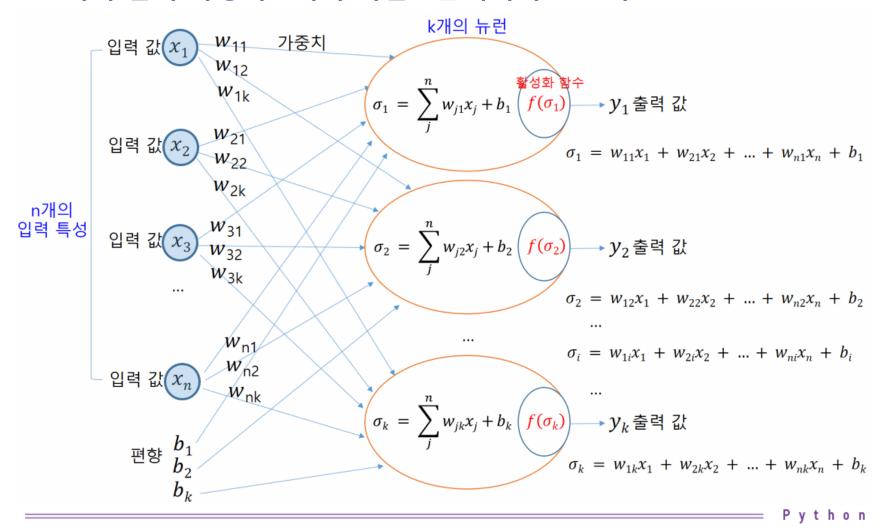


Figure 7. Layers of neuron vs Layers of weights

#### 간단한 MLP 페셉트론 연산식

n 개의 입력 특성과 k개의 퍼셉트론에서의 연산식



# 다음부터 강의시작

# 활성화 함수 그리기

## 실습 파일

- 파일 생성
  - 21-7-neuron-activation-dense.ipynb

#### 자연수와 자연수의 지수 승

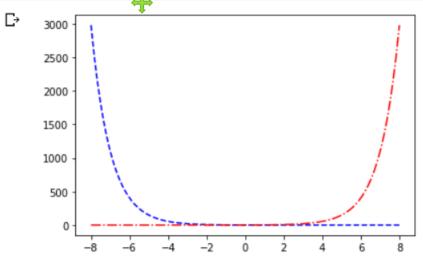
- e
  - 자연수, 오일러 수
  - 2.71828
- $y = e^{-x}$
- $y = e^x$

```
[76] import numpy as np
np.e
```

2.718281828459045

```
[77] import numpy as np
  import matplotlib.pylab as plt

plt.figure(figsize=(6, 4))
  x = np.linspace(-8, 8, 100)
  plt.plot(x, np.exp(-x), 'b--')
  _ = plt.plot(x, np.exp(x), 'r-.')
```



#### 시그모이드 함수

- S자 곡선
  - (0, 1) 사이의 값

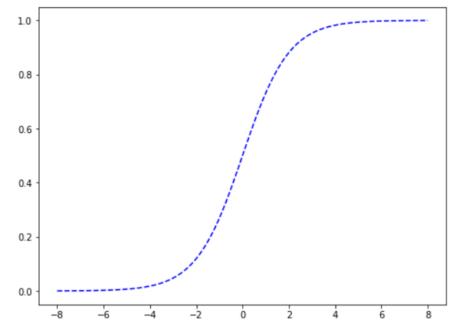
$$h(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

[5] np.e

**□** 2.718281828459045

```
[44] 1 import numpy as np
2 import matplotlib.pylab as plt
3
4 def sigm_func(x): # sigmoid 함수
5 return 1 / (1 + np.exp(-x))
6
7 # 시그모이드 함수 그리기
8 plt.figure(figsize=(8, 6))
9 x = np.linspace(-8, 8, 100)
10 plt.plot(x, sigm_func(x), 'b--')
```

[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f93b4130cc0>]



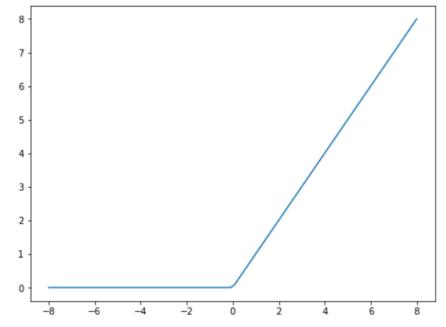
#### ReLU 함수

- X
  - 0, 음수면 0
  - 양수면 x

$$h(x) = \begin{cases} 0 & (x \le 0) \\ x(x > 0) \end{cases}$$

```
[45] 1 import numpy as np
2 import matplotlib.pylab as plt
3
4 def relu_func(x): # ReLU(Rectified Linear Unit, 정류된 선형 유닛) 함수
5 return np.maximum(0, x)
6 #return (x>0)*x # same
7
8 # ReLU 함수 그리기
9 plt.figure(figsize=(8, 6))
10 x = np.linspace(-8, 8, 100)
11 plt.plot(x, relu_func(x))
```

#### [<matplotlib.lines.Line2D at 0x7f93b409b748>]



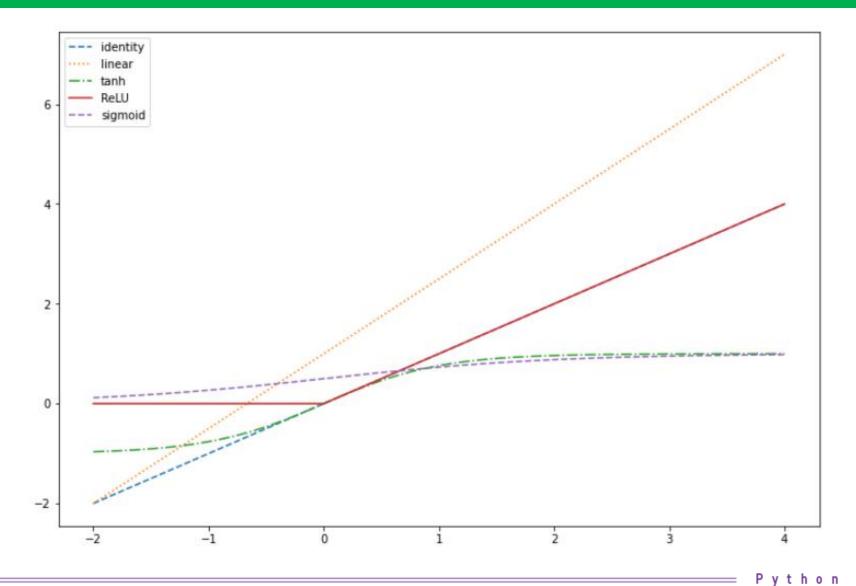
#### 시그모이드 ReLU 함께 그리기

```
ReLU
                                            sigmoid
                                    3.5
                                    3.0
                                    2.5
import numpy as np
import matplotlib.pylab as plt
                                    2.0
# ReLU(Rectified Linear Unit
# (정류된 선형 유닛) 함수
                                   1.5
def relu func(x):
    return np.maximum(0, x)
                                    1.0
    \#return (x>0)*x \# same
def sigm func(x): # sigmoid 함수
                                    0.5
    return 1 / (1 + np.exp(-x))
                                    0.0
# 그래프 그리기
plt.figure(figsize=(8, 6))
x = np.linspace(-4, 4, 100)
y = np.linspace(-0.2, 2, 100)
plt.plot(x, relu func(x), linestyle=':', label="ReLU")
plt.plot(x, sigm func(x), linestyle='--', label="sigmoid")
plt.legend(loc='upper left')
```

#### 다양한 활성화 함수

```
import numpy as np
import matplotlib.pylab as plt
def identity func(x): # 항등함수
    return x
def linear func(x): # 1차함수
    return 1.5 * x + 1 # a기울기(1.5), Y절편b(1) 조정가능
def tanh func(x): # TanH 함수
    return np.tanh(x)
def relu func(x): # ReLU(Rectified Linear Unit, 정류된 선형 유닛) 함수
    return np.maximum(0, x)
    \#return (x>0)*x \# same
def sigm func(x): # sigmoid 함수
    return 1 / (1 + np.exp(-x))
# 그래프 그리기
plt.figure(figsize=(12, 8))
x = np.linspace(-2, 4, 100)
plt.plot(x, identity func(x), linestyle='--', label="identity")
plt.plot(x, linear func(x), linestyle=':', label="linear")
plt.plot(x, tanh func(x), linestyle='-.', label="tanh")
plt.plot(x, relu func(x), linestyle='-', label="ReLU")
plt.plot(x, sigm func(x), linestyle='--', label="sigmoid")
plt.legend(loc='upper left')
```

## 활성화 함수 결과



# 인공 신경망 행렬 연산 코드

#### 선형 대수

#### 행렬 연산

- 행렬 곱(내적)
  - np.dot(a, b)
  - a.dot(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1*6+2*5+3*4 & 1*3+2*2+3*1 \\ 4*6+5*5+6*4 & 4*3+5*2+6*1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_4 & c_5 & c_6 \\ c_7 & c_8 & c_9 \end{bmatrix}$$

$$a_4 a_5 a_6$$

$$a_7 a_8 a_9$$

$$b_1 b_2 b_1$$

$$b_4$$
  $b_5$   $b_5$ 

$$b_7$$
  $b_8$   $b_9$ 

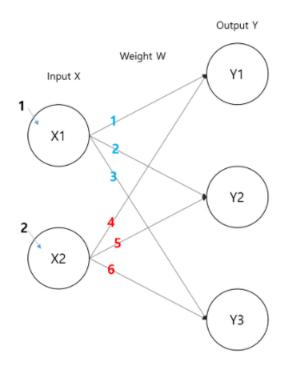
$$C_1$$
  $C_2$   $C_3$ 

$$C_4$$
  $C_5$   $C_6$ 

$$\mathsf{c_7} \quad \mathsf{c_8} \quad \mathsf{c_9}$$

$$C_{ij} = \sum_{k} A_{ik} B_{kj} = A_{ik} B_{kj}$$

### 계산 사례



$$X * W = Y$$
  
1 x 2 \* 2 x 3 = 1 x 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$
 (9 12 15)

#### ▼ 뉴런의 행렬 연산

```
[14] x = [[1, 2]]

w = [[1, 2, 3], [4, 5, 6]]

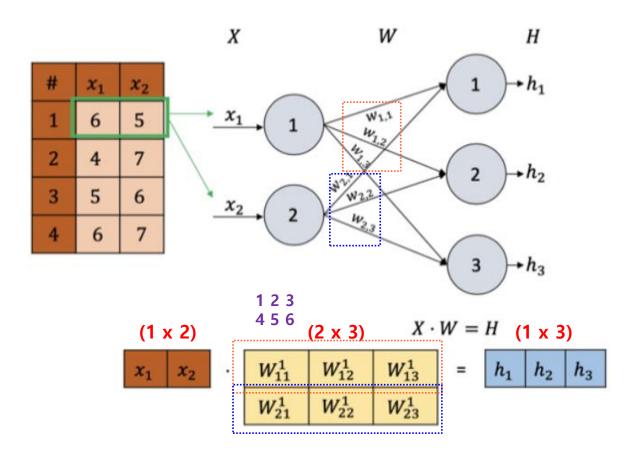
y = tf.matmul(x, w)

y.numpy()
```

□ array([[ 9, 12, 15]], dtype=int32)

### 신경망 행렬 계산

- 특징 2개
  - 샘플 수 4



#### 특징 2, 샘플 수 4개의 행렬 연산

```
[15] \times = [[6, 5]]
     w = [[1, 2, 3], [4, 5, 6]]
     y = tf.matmul(x, w)
     y.numpy()
r→ array([[26, 37, 48]], dtype=int32)
[16] \times = [[6, 5], [4, 7], [5, 6], [6, 7]]
     w = [[1, 2, 3], [4, 5, 6]]
     y = tf.matmul(x, w)
     y.numpy()
□ array([[26, 37, 48],
            [32, 43, 54],
            [29, 40, 51],
             [34, 47, 60]], dtype=int32)
```

## 행렬의 순서를 바꾼 계산(1)

• 가중치와 입력 값의 순서도 수정

```
[78] #x = [[6, 5], [4, 7], [5, 6], [6, 7]]

#w = [[1, 2, 3], [4, 5, 6]]

w = [[1, 4], [2, 5], [3, 6]]

x = [[6, 4, 5, 6], [5, 7, 6, 7]]

y = tf.matmul(w, x)

y.numpy()
```

```
array([[26, 32, 29, 34],

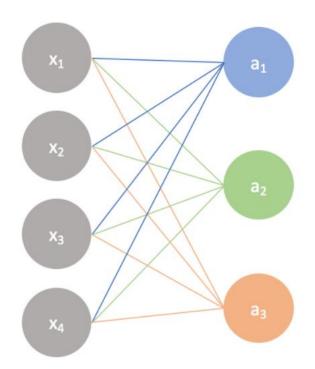
[37, 43, 40, 47],

[48, 54, 51, 60]], dtype=int32)
```

# 행렬의 순서를 바꾼 계산(2)

Input layer

**Output layer** 



#### Using multiple observations

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 & w_4 \\ w_1 & w_2 & w_3 & w_4 \\ w_1 & w_2 & w_3 & w_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_1 & x_1 & x_1 \\ x_2 & x_2 & x_2 & x_2 \\ x_3 & x_3 & x_3 & x_3 \\ x_4 & x_4 & x_4 & x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ b \\ b \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{activation}} \begin{bmatrix} a_1 & a_1 & a_1 & a_1 \\ a_2 & a_2 & a_2 & a_2 \\ a_3 & a_3 & a_3 & a_3 \end{bmatrix}$$

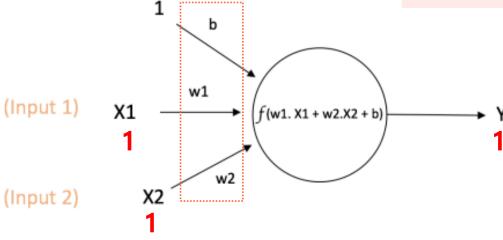
# 논리 게이트 AND OB XOB 신경망 구현

#### AND 게이트 구현

- 뉴런 구조
  - 입력 2개, 편향, 출력 1
  - 구할 값
    - 가중치 2개와 편향 1개

x1	x2	у
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(Output)



Output of neuron = Y = f(w1. X1 + w2. X2 + b)

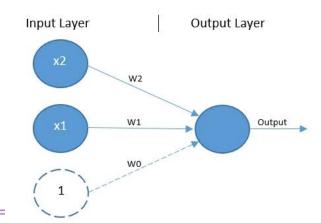


Figure 2: Single Layer Perceptron Network

```
# tf.keras 를 이용한 AND 네트워크 계산 import numpy as np x = np.array([[1,1], [1,0], [0,1], [0,0]]) y = np.array([[1], [0], [0], [0]]) model = tf.keras.Sequential([ tf.keras.layers.Dense(units=1, activation='sigmoid', input_shape=(2,)), ]) model.compile(optimizer=tf.keras.optimizers.SGD(Ir=0.3), loss='mse') model.summary()
```

r→ Model: "sequential\_4"

Layer (type) 💠	Output Shape	Param #
dense_6 (Dense)	(None, 1)	3
		=======================================

Total params: 3 Trainable params: 3 Non-trainable params: 0





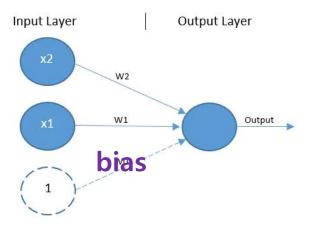
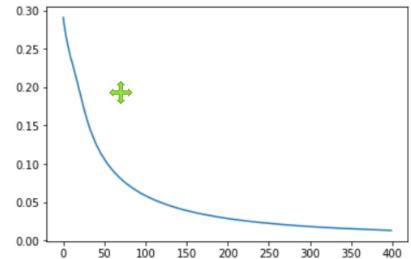


Figure 2: Single Layer Perceptron Network

#### 손실 값 그래프와 결과 예측

```
[54] # 3.34 2-레이어 XOR 네트워크의 loss 변화를 선 그래프로 표시 import matplotlib.pyplot as plt plt.plot(history.history['loss'])
```

[<matplotlib.lines.Line2D at 0x7efe712955f8>]



[59] model.predict(x)

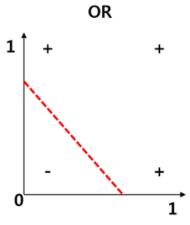
#### 가중치와 편향 값 알아 보기 Input Layer **Output Layer** W1 Output bias [60] for weight in model.weights: Figure 2: Single Layer Perceptron Network print(weight) <tf. Variable 'dense\_6/kernel:0' shape=(2, 1) dtype=float32, numpy=</p> array([[3.7209592], [3.723007]], dtype=float32)> <tf. Variable 'dense\_6/bias:0' shape=(1,) dtype=float32, numpy=array([-5.6813374], dtype=float32)> [61] model.weights[0] <tf. Variable 'dense\_6/Kernel:0' shape=(2, 1) dtype=float32, numpy=</p> array([[3.7209592], [3.723007]], dtype=float32)> [62] model.weights[1] <tf. Variable 'dense\_6/bias:0' shape=(1,) dtype=float32, numpy=array([-5.6813374], dtype=float32)>

# OR 게이트 구현

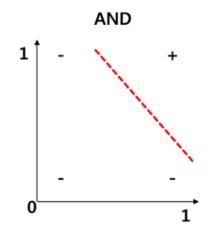
• 여러분이 직접 해 보세요.

## XOR 문제

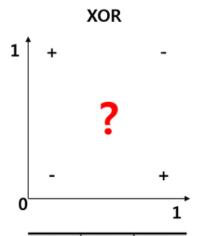
- 하나의 퍼셉트론으로는 XOR 게이트는 불가능
  - 마빈 민스키와 시모어 페퍼트가 증명
  - 첫 AI 겨울의 계기



<i>x</i> <sub>1</sub>	$x_2$	у
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



$x_1$	$x_2$	у
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



$x_1$	$x_2$	у
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

#### XOR 해결

- 뉴런 3 개의 2층으로 가능
  - 모델이 구해야 할 총 매개변수(가중치와 편향)
    - · 3 \* 2 + 3 \* 1 = 9개

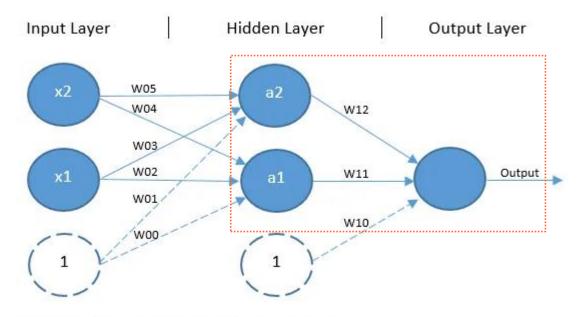


Figure 4: Multilayer Pereceptron Architecture for XOr

#### Sequential 모델

#### • Dense 층

- 가장 기본적인 층
- 인자 units, activation
  - 뉴런 수와 활성화 함수
- 인자 input\_shape
  - 첫 번째 층에서만 정의
  - 입력의 차원을 명시
    - (2, )
    - \_ 2개의 입력을 받는 1차원

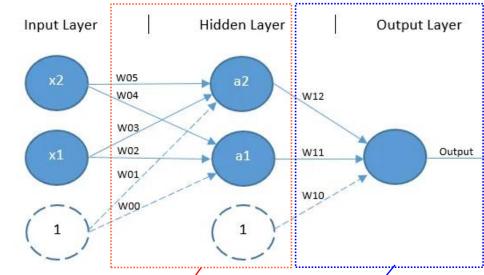


Figure 4: Multilayer Pereceptron Architecture for XOr

Output Shape

(None, 2)

(None, 1)

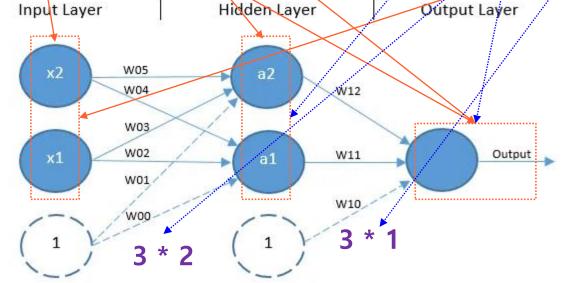
## Sequential 모델과 딥러닝 구조

- 입력, 은닉, 출력 층
  - 패러미터 수
  - (입력측 뉴런 수 + 1) \* (출력측 뉴런 수) x = np.array([[1,1], [1,0], [0,1], [0,0]]) y = np.array([[0], [1], [1], [0]])

model = tf.keras.Sequential([
 tf.keras.layers.Dense(units=2) activation='sigmoid', input\_shape=(2,))
 tf.keras.layers.Dense(units=1, activation='sigmoid')

line(tlayers)

Hidden layers



Model: "sequential 1"

dense\_2 (Dense)

dense\_3 (Dense)

Total params: 9

Trainable params: 9

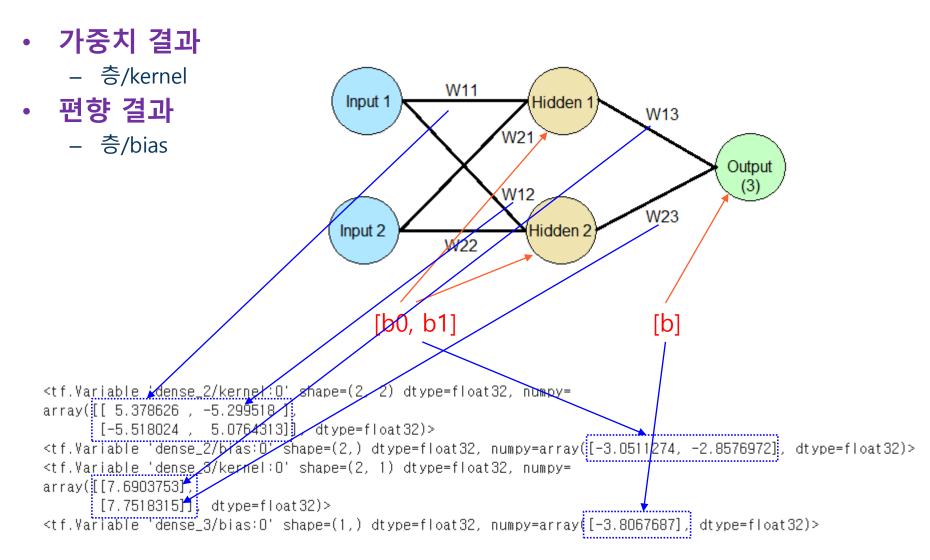
Non-trainable params: 0

Figure 4: Multilayer Pereceptron Architecture for XOr

#### XOR 게이트 구현 소스

```
# 3.27 tf.keras 를 이용한 XOR 네트워크 계산
import tensorflow as tf
import numpy as np
x = np.array([[1,1], [1,0], [0,1], [0,0]])
y = np.array([[0], [1], [1], [0]])
model = tf.keras.Sequential([
    tf.keras.layers.Dense(units=2, activation='sigmoid', input shape=(2,)),
    tf.keras.layers.Dense(units=1, activation='sigmoid')
1)
model.compile(optimizer=tf.keras.optimizers.SGD(lr=0.3), loss='mse')
model.summary()
# 3.28 tf.keras 를 이용한 XOR 네트워크 학습
history = model.fit(x, y, epochs=2000, batch size=1)
# 3.29 tf.keras 를 이용한 XOR 네트워크 평가
print(model.predict(x))
# 3.30 XOR 네트워크의 가중치와 편향 확인
for weight in model.weights: Epoch 1999/2000
    print(weight)
                                Epoch 2000/2000
                                4/4 [================== ] - Os 1ms/step - loss: 0.0017
                               [[0.04060324]
                               [0.9609237]
                                [0.96031225]
                                [0.04571233]]
                                <tf.Variable 'dense_2/kernel:0' shape=(2, 2) dtype=float32, numpy=
                                array([[ 5.378626 , -5.299518 ],
                                     [-5.518024 , 5.0764313]], dtype=float32)>
                                <tf.Variable 'dense_2/blas:0' shape=(2,) dtype=float32, numpy=array([-3.0511274, -2.8576972], dtype=float32)>
                                <tf. Variable 'dense_3/kernel:0' shape=(2, 1) dtype=float32, numpy=
                                array([[7.6903753],
                                     [7.7518315]], dtype=float32)>
                                <tf.Variable 'dense_3/bias:0' shape=(1,) dtype=float32, numpy=array([-3.8067687], dtype=float32)>
```

## 가중치와 model.weights



#### XOR 모델의 학습 과정 시각화

- 손실(loss) 또는 오류 값의 변화
  - 가로는 에폭의 수
    - 학습 횟수가 증가하면서 계속 손실은 작아짐

```
# 3.34 2-레이어 XOR 네트워크의 loss 변화를 선 그래프로 표시 import matplotlib.pyplot as plt
```

plt.plot(history.history['loss'])

