

四川大学期末考试试题（闭卷）
(2017——2018 学年第 1 学期) B 卷

课程号: 201162040 课序号: 课程名称: 概率论 任课教师: 胡泽春, 彭雪 成绩:
适用专业年级: 学生人数: 276 印题份数: 300 学号: 姓名:

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科生考试违纪作弊处分规定(修订)》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

1. (10分) 随机选取50个人，试求：至少存在两人生日相同的概率。
2. (10分) 叙述贝叶斯公式并证明。
3. (10分) 设 $\{X_t, t \in [0, \infty)\}$ 与 $\{Y_t, t \in [0, \infty)\}$ 为两个随机过程，即对任意的 $t \in [0, \infty)$, X_t, Y_t 为随机变量。已知对于任意的 $t \in [0, \infty)$, 有 $P\{X_t = Y_t\} = 1$. 证明这两个随机过程具有相同的有限维分布，即对任意的正整数 n 及 $0 \leq t_1 < t_2 < \cdots < t_n < \infty$, 有

$$P\{X_{t_1} = Y_{t_1}, X_{t_2} = Y_{t_2}, \cdots, X_{t_n} = Y_{t_n}\} = 1.$$

4. (30分) 设二维随机向量 (X, Y) 服从圆盘 $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上的均匀分布。求：(1) (X, Y) 的联合密度函数 $f(x, y)$ ；(2) X 的密度函数；(3) Y 关于 X 的条件密度函数；(4) X 与 Y 的相关系数；(5) 证明 X 与 Y 不独立。
5. (10分) 假设某个鸟在某个季节下的鸟蛋数服从参数为3的Poisson分布，每个鸟蛋孵化成小鸟的概率为 $2/3$. 求孵化出的小鸟数目 X 的分布。
6. (10分) 若飞机乘客购票后按期搭机的概率为0.97，各乘客的行动假定是独立的。试用中心极限定理计算一架200座的飞机售出202 张机票发生超座的概率。(结果请用函数 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 表示，不需要数值结果)
7. (10分) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$. 令 $Y = (X, X)$. (i) 证明 Y 服从二元正态；(ii) 求 Y 的协方差矩阵。
8. (10分) 设 $\{X_n, n \geq 1\}$ 为随机变量序列，相应的特征函数为 $\{f_n(t), n \geq 1\}$. 假设对任意的 t , 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(t) = 1$. 证明：存在一子列 $\{X_{n_k}, k \geq 1\}$ 满足 $X_{n_k} \xrightarrow{a.s.} 0$.