四川大学期末考试试题（闭卷）

（2017——2018 学年第 1 学期） A 卷

课程号：201162040 课序号：01, 02 课程名称：概率论 任课教师：胡泽春，彭雪 成绩：

适用专业年级： 学生人数：276 印题份数：300 学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 表示标准正态分布的分布函数:

$\Phi(0.04) = 0.5160$; $\Phi(0.20) = 0.5793$; $\Phi(1) = 0.8413$; $\Phi(2) = 0.9772$; $\Phi(2.24) = 0.9874$.

1. **(10分)** 设$P(B) > 0$, $P(A|B) = 1$, 求证：$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1$.

2. **(10分)** 考察由5个元素构成的集合，随机取出它的一个子集。试求：该子集合含有奇数个元素的概率。

3. **(10分)** 盒子中装有2个黑球，1个红球和1个白球．从中任取2个球，用X与Y分别表示取到的黑球和红球数目，求X与Y的协方差.

4. **(25分)** 设二维随机向量(ξ, η)在区域$G = \{(x, y)|0 < y < 2x + 2, -1 < x < 0\}$上服从均匀分布.

(1) 求边缘密度$p_\xi(x)$和$p_\eta(y)$.

(2) 求条件概率$P\left(-2 \le \xi \le -\frac{1}{4}\middle| \eta = 1\right)$和$P\left(-2 \le \xi \le -\frac{1}{4}\middle| \eta \le 1\right)$.

(3) 求$E(\xi\eta)$.

试卷编号：

5. (15分) 一批电子元件寿命(单位: 万小时)服从参数为$\lambda = 0.2$的指数分布. 从中任取100个这样的元件, 请用中心极限定理计算:

(1) 这100个元件寿命之和在400-600万小时之间的概率(结果请保留4位小数).

(2) 这100个元件平均寿命在4.5-5.5万小时之间的概率(结果请保留4位小数).

6. (15分) 设二维随机向量$(\xi, \eta) \sim N(0, 0; 1, 1; r)$.

(1) 求期望$E\min\{\xi, \eta\}$.

(2) 判断$\xi - \eta$与$\xi\eta$的相关性.

7. (8分) 设一维随机变量列$\{\xi_n\}_{n\geq 1}$满足$\xi_n \sim N(\mu_n, \sigma_n^2)$, 且$\xi_n \xrightarrow{d} \xi, n \to \infty$ (依分布收敛). 求证: ξ 也服从一维正态分布.

8. (7分) 设一维随机变量列$\{\xi_n\}_{n\geq 1}$独立同分布于标准正态分布.

(1) 求证: 当$x > 0$时, $\int_x^\infty y^{-2} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \geq \frac{x}{x^2+1} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

(2) 求证: 对任意$\varepsilon > 0, n > 10$, 有

$$P\left(\xi_n \geq (1-\varepsilon)\sqrt{2\ln n}\right) \geq \frac{c_0}{n^{(1-\varepsilon)^2}\sqrt{\ln n}},$$

其中, c_0是一个与n 无关的常数.

(3) 求证: $P\left(\limsup\limits_{n\to\infty} \frac{\xi_n}{\sqrt{2\ln n}} \geq 1\right) = 1$, 其中, $\ln n$表示以e为底的对数.