**初等数论期末考试答案**

（2016——2017学年第二学期）

1.解答：若今天是星期日，那么在天后是星期一。

证明：因为，从而，即天中除去整数周外还余下一天，所以天后为星期一。

1. 解：在同余式中，因为,则该同余式关于模2019仅一组同余的解。同余式等价于，

即，从而方程的解为。

1. 解：因为37为素数，则它有个原根，即个；

其次，找出37的一个原根，便可利用找出的这个原根的方幂表示37的所以原根。

因为，，所以37关于模37的阶为36，即是，

则2是37的一个原根，从而37的所有原根为：，

即：。

1. 解答：该二次同于方程无解。

证明：等价于，

其符号为，又且符号为乘性函数，

则；其中因为，

又根据二次互反率，，

，

综上，所以该方程无解。

1. 证明：当时，，，均收敛，（定理6.6）

则，

而，，，

于是。

6.证明：➀当为中的一个时，不妨设，

则我们有即方程有解；

➁当时，

若，此时全为奇素数，所有的奇数均为方程的解；

若，则，

五项乘积为1，则不可能全为-1，从而至少有一项为1，因此，方程有解；

终上所述，该十次同余方程总是有解。

1. 证明：因为是模的原根，则关于模的阶为，

（定理5.2.2）若是满足的最大整数，

则关于模的阶为，从而，

因此，是模的原根等价于，，

即，结论得证。

1. 证明：当时，即证，

右边==左边，得证；

当时，因为则设，则右边=，

另一方面，因为，则，

左边==右边，得证。

1. 解答：当时，要使得为因子封闭集合，应该满足：中不存在的倍数，即对，都不是的倍数。

证明：首先，为因子封闭集，当时，都有，

从而的因子在中的因子封闭性不变；其次，对，若

由因子封闭性，再根据假设的条件，对，都不是的倍数，

且我们有，即；得证。

1. 证明：首先，设；

再从的不同取值情况，来分类求证的非整性。

1. **当时，分两种情况：**

**（1.1）**时，，当时，

，而，，非整数；

当时，，，非整数。

**（1.2）**时，，

，

此时，从而，非整数。

1. **时也有两种情况：**

**（2.1）**时，，

而，从而，因此非整数。

（**2.2**）时，又可分三种情况：

**（2.2.1）**，，

当时，，

另一方面，，从而，非整数。

**（2.2.2**），

当时，，

当时，，因此非整数，

当时，易证，非整数。

**（2.2.3）**，，当时，

，非整数，

当时，易证，非整数。

综上，结论得证不可能为整数。