

### Chương 3

## XÂY DỰNG CÁC HÀM WAVELET VÀ TÍNH CHỈ SỐ CẤU TRÚC

### 3.1- MỞ ĐẦU

Trong chương hai, chúng tôi đã trình bày cơ sở của phương pháp xác định biên đa tỉ lệ sử dụng phép biến đổi wavelet liên tục. Để áp dụng phương pháp này vào việc phân tích định lượng tài liệu từ, phải xây dựng các hàm wavelet thích hợp cho bài toán. Một số nghiên cứu trước đây đã sử dụng hàm Gauss làm hàm làm trơn để xây dựng các hàm wavelet ứng dụng cho việc xác định biên (Hornby, P., Boschetti, F., Horowitz, F.G., (1999) [40]; tuy nhiên, các kết quả phân tích có hạn chế nên hướng nghiên cứu này không tiếp tục phát triển. Theo các nghiên cứu gần đây (Moreau, F., Gibert, D., Holschneider, M., Saracco, G., (1997) [53]) sử dụng hàm làm trơn là nhân của phép chuyển trường lên trong bài toán trường thế để xây dựng hàm wavelet từ đạo hàm bậc nhất theo phương ngang của hàm làm trơn (phương pháp gradien) mà Moreau đặt tên là wavelet Poisson và việc phân tích cho kết quả tốt.

Trong chương này chúng tôi cũng sử dụng hàm làm trơn là nhân của phép chuyển trường lên để xây dựng một hàm wavelet từ đạo hàm bậc hai theo phương ngang của hàm làm trơn (phương pháp Laplaxien) mà chúng tôi đặt tên là wavelet Poisson – Hardy [44] để xác định vị trí và độ sâu của nguồn dị thường từ theo phương pháp xác định biên đa tỉ lệ. Ngoài ra, để việc phân tích định lượng được mở rộng thêm, chúng tôi sử dụng hàm wavelet là phần thực của wavelet Poisson – Hardy để xây dựng một qui trình tính chỉ số cấu trúc của nguồn dị thường theo lý thuyết của Moreau, F., Gibert, D., Holschneider, M., Saracco, G., (1997) [53] và Sailhac, P., Galdeano, A., Gibert, D., Moreau, F., Delor C., (2000) [66]; chỉ số cấu trúc cho phép tiên đoán được hình dạng của nguồn dị thường.

## 3.2- XÂY DỰNG CÁC HÀM WAVELET TRONG PHÂN TÍCH TÀI LIỆU TỪ

### 3.2.1- Xác định hàm làm trơn

Như đã trình bày trong chương hai, phương pháp chuyển trường lên nhằm đưa trường đo được ở mặt chuẩn (mặt đất, mặt datum) lên một mức cao hơn cách xa nguồn trường hơn; Với trường hợp một biến, phép chuyển trường lên được viết (Dean, (1958) [27]):

$$U(x, z = -h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} \frac{h}{h^2 + \alpha^2} U(x - \alpha, z = 0) \cdot d\alpha = \theta_{up}(x, h) * F(x, z = 0) \quad (3.1)$$

trong đó,  $U(x, z = 0)$  là trường đo được trên mặt đất,  $U(x, z = -h)$  là trường được xác định trên một mặt phẳng ở trên mặt đất một khoảng  $h$  ( $z = -h$  khi chọn chiều dương  $z$  hướng xuống). Biểu thức (3.1) được gọi là công thức chuyển trường lên và hàm sau đây:

$$\theta_{up}(x, z) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{z}{z^2 + x^2} \right) \quad (3.2)$$

là nhân (hạch - kernel) của phép chuyển trường lên. Trong xử lý tín hiệu, tích phân (3.1) là một tích chập biểu diễn cho một phép lọc thông thấp nhằm loại bỏ ảnh hưởng của các dị thường địa phương gần mặt đất có tần số cao. Về mặt toán học, phép lọc thông thấp là một phép làm trơn và  $\theta_{up}(x, z)$  là hàm làm trơn. Ở đây chúng tôi sử dụng hàm làm trơn  $\theta_{up}(x)$  cho bởi (3.2) và dựa vào lý thuyết biên đa tỉ lệ để xây dựng các hàm wavelet trong việc giải bài toán ngược từ và trọng lực bằng phương pháp MED.

### 3.2.2- Wavelet Poisson của Moreau – Phương pháp Gradien

Như đã trình bày trong biểu thức (2.9) mục 2.2.2, trong phương pháp xác định biên đa tỉ lệ, để có thể tính biến đổi wavelet của tín hiệu  $f(x)$ , cần xây dựng một hàm wavelet là đạo hàm bậc nhất theo phương ngang của một hàm làm trơn thích hợp. Công thức tổng quát để xây dựng hàm wavelet là:

$$\psi^\gamma(x) = \left. \frac{\partial^\gamma \theta_{up}(x, z)}{\partial x^\gamma} \right|_{z=1} \quad (3.3)$$

Như vừa trình bày trong đoạn trên (mục 3.2.1), để áp dụng cho việc phân tích tài liệu từ cho các tuyến đo (1-D), ***hàm làm trơn  $\theta_{up}(x, z)$  được chọn cho bởi biểu thức (3.2).***

Moreau, F., (1995) [82] sử dụng phương pháp gradient để xác định các cực trị địa phương của biến đổi wavelet sử dụng hàm wavelet  $\psi^1(x)$  là hàm thực được xây dựng từ đạo hàm bậc nhất theo phương ngang của hàm làm trơn  $\theta_{up}(x, z)$ .

Để tính  $\psi^1(x)$ , thay biểu thức (3.2) vào biểu thức (3.3) và đặt  $\gamma = 1$  để tính đạo hàm bậc nhất theo phương ngang,  $\psi^1(x)$  có dạng như sau:

$$\psi^1(x) = \left. \frac{\partial \theta_{up}(x, z)}{\partial x} \right|_{z=1} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{z}{(z^2 + x^2)} \right]_{z=1} = -\frac{2}{\pi} \times \frac{x}{(1 + x^2)^2} \quad (3.4)$$

Đường nối các cực trị địa phương của biến đổi wavelet của dữ liệu từ (1-D) sử dụng hàm  $\psi^1(x)$  sẽ hội tụ về các nguồn dị thường. Tuy nhiên, việc nối các cực đại địa phương từ các đường đẳng trị của modul  $|W^1 f(x, s)|$  có khó khăn; do đó, Moreau đã đề nghị sử dụng một wavelet phức gọi tên là wavelet Poisson:

$$\psi^p(x) = \psi^1(x) + i\psi^z(x) \quad (3.5)$$

với,  $\psi^1(x)$  cho bởi (3.4) và  $\psi^z(x)$  được cho bởi:

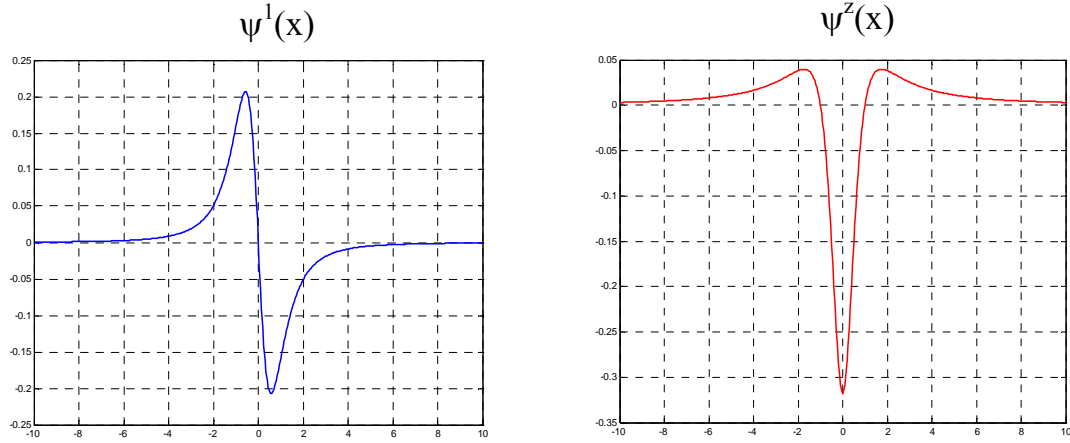
$$\psi^z(x) = \left. \frac{\partial \theta_{up}(x, z)}{\partial z} \right|_{z=1} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{z}{(z^2 + x^2)} \right]_{z=1} = -\frac{1}{\pi} \cdot \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2} \quad (3.6)$$

Như vậy, dạng tường minh của hàm wavelet Poisson của Moreau có dạng:

$$\psi^p(x) = \psi^1(x) + i\psi^z(x) = -\frac{2}{\pi} \times \frac{x}{(1 + x^2)^2} - i \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2} \quad (3.7)$$

Khi vẽ modul và pha của biến đổi wavelet của tín hiệu  $f(x)$  sử dụng hàm  $\psi^p(x)$ , các đường đẳng pha sẽ là đường nối các cực trị địa phương và hội tụ về nguồn. Hình 3.1 mô tả các hàm wavelet  $\psi^1(x)$  và  $\psi^z(x)$  lần lượt là phần thực và phần ảo của wavelet phức Poisson.

Trong luận án này chúng tôi có sử dụng các kết quả phân tích của wavelet Poisson của Moreau để so sánh với kết quả tính được từ hàm wavelet do chúng tôi xây dựng.



**Hình 3.1:** Wavelet  $\psi^1(x)$  và  $\psi^2(x)$

Như đã trình bày trong chương hai (mục 2.2), trong phương pháp xác định biên đa tỉ lệ, ngoài phương pháp gradien còn có phương pháp Laplaxien sẽ được trình bày sau đây.

### 3.2.3- Wavelet Poisson-Hardy – Phương pháp Laplaxien

Trong luận án này, chúng tôi sử dụng phương pháp Laplaxien để xác định các điểm không của biến đổi wavelet sử dụng hàm wavelet  $\psi^2(x)$  là một hàm thực được xây dựng từ đạo hàm bậc hai theo phương ngang của hàm làm trơn  $\theta_{up}(x, z)$  (biểu thức (3.2)).

Để tính  $\psi^2(x)$ , thay biểu thức (3.2) vào biểu thức (3.3) và đặt  $\gamma = 2$  rồi tính đạo hàm bậc hai theo phương ngang,  $\psi^2(x)$  có dạng như sau:

$$\psi^2(x) = \frac{\partial^2 \theta_{up}(x, z)}{\partial x^2} \Big|_{z=1} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{z}{(z^2 + x^2)} \right]_{z=1} = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1 - 3x^2}{(1 + x^2)^2} \quad (3.8)$$

Như trình bày trong chương hai (mục 2.2.2), để xác định các điểm không của biến đổi wavelet sử dụng hàm wavelet  $\psi^2(x)$  phải sử dụng các đường đẳng pha của biến đổi wavelet với hàm wavelet phức Hardy (biểu thức (2.10)). Trong luận án hàm wavelet  $\psi^2(x)$  được xây dựng từ hàm làm trơn cho bởi biểu thức (3.2); hàm

làm tron này còn gọi là hàm Poisson, nên chúng tôi đặt tên hàm wavelet phức để xác định các điểm không là wavelet phức Poisson – Hardy.

Từ (2.10), hàm wavelet phức Poisson – Hardy được xác định bởi:

$$\psi^{\text{PH}}(x) = \psi^2(x) + i\psi^{(3)}(x) \quad (3.9)$$

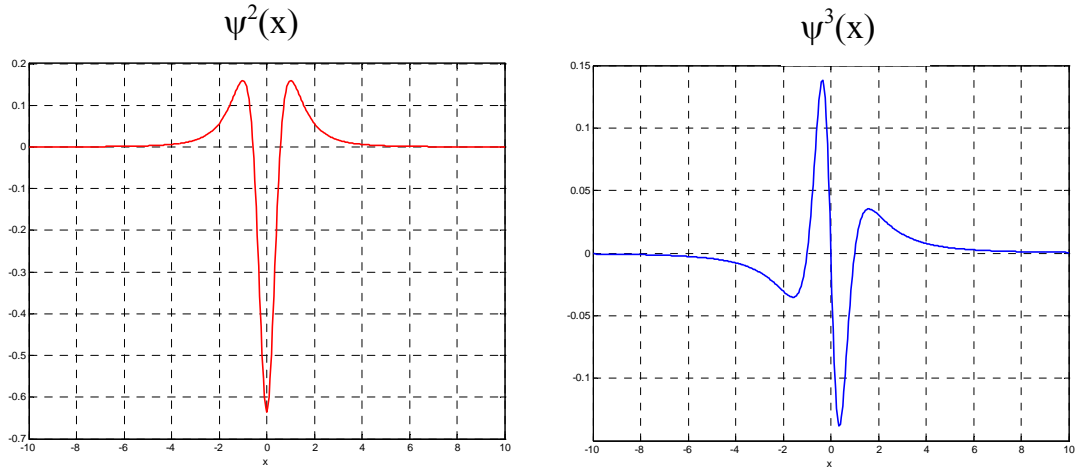
trong đó,  $\psi^2(x)$  cho bởi (3.8) và  $\psi^{(3)}(x)$  là biến đổi Hilbert của  $\psi^2(x)$ .

Hàm  $\psi^{(3)}(x)$  tính được có dạng như sau:

$$\psi^{(3)}(x) = \text{Hilbert}\{\psi^2(x)\} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{-3x + x^3}{(1 + x^2)^3} \quad (3.10)$$

Vậy, dạng tường minh của hàm wavelet phức Poisson – Hardy cho bởi:

$$\psi^{\text{PH}}(x) = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1 - 3x^2}{(1 + x^2)^2} + i \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(-3x + x^3)}{(1 + x^2)^3} \quad (3.11)$$



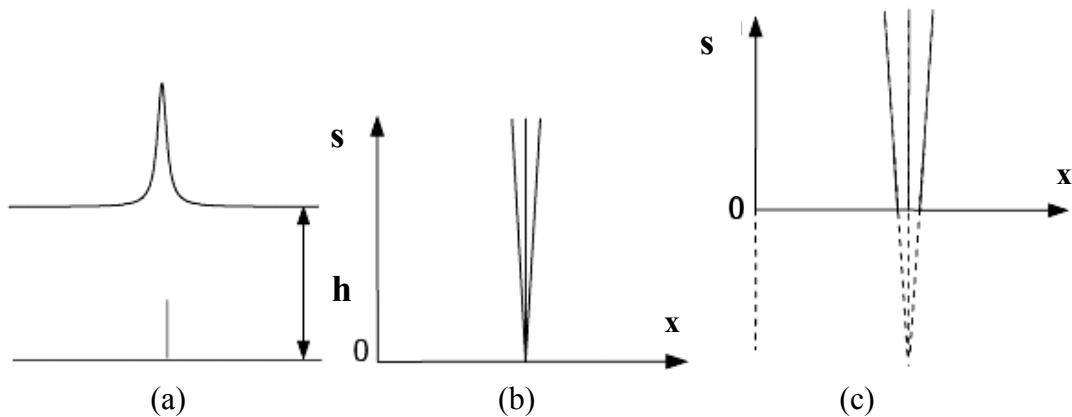
**Hình 3.2:** Wavelet  $\psi^2(x)$  và  $\psi^3(x)$

Để xác định các điểm không của biến đổi wavelet  $W^2f(x, s)$ , cần vẽ các đường đẳng pha của biến đổi wavelet của tín hiệu  $f(x)$  sử dụng hàm wavelet Poisson – Hardy  $\psi^{\text{PH}}(x)$ , các đường đẳng pha là các đường nối các điểm không và sẽ trùng với các đường nối các cực trị địa phương, chúng hội tụ về nguồn. Hình 3.2 mô tả các hàm wavelet  $\psi^2(x)$  và  $\psi^{(3)}(x)$  lần lượt là phần thực và phần ảo của wavelet phức Poisson – Hardy.

Hàm wavelet Poisson – Hardy vừa xây dựng bên trên được sử dụng để xác định vị trí và độ sâu của nguồn dị thường trong phân tích tài liệu từ. Việc kiểm chứng độ tin cậy và áp dụng thực tiễn sẽ được trình bày trong các chương kế tiếp.

### 3.2.4- Xác định vị trí và độ sâu của nguồn trường

Như đã trình bày trong chương hai (mục 2.2.1); trong phương pháp xác định biên đa tỉ lệ áp dụng vào việc phân tích tài liệu từ, thì việc xác định các nguồn trường tương ứng với việc xác định biên. Tuy nhiên, khi áp dụng phương pháp xác định biên đa tỉ lệ để phân tích tài liệu từ phải lưu ý tới các vị trí của nguồn, nó khác với trường hợp xử lý ảnh (hình 3.3).



**Hình 3.3:** Xác định vị trí và độ sâu của nguồn dị thường bằng phép biến đổi wavelet

Hình 3.3a mô tả nguồn trường và trường quan sát ở bên trên nguồn trường một khoảng  $h$ .

Theo lý thuyết xử lý ảnh, nếu *biến đổi wavelet được lấy ở nguồn trường thì* trong mặt phẳng tỉ lệ đồ  $(x, s)$ , đường nối cực đại của  $|W^1 f(x, s)|$  và đường nối các điểm không của  $W^2 f(x, s)$  (được xác định bằng các đường đẳng pha của biến đổi wavelet phức  $\psi^{PH}(x)$ ) trùng nhau, chúng có dạng hình nón ngược và hội tụ về *nguồn trường nằm trên biên ngang* của tỉ lệ đồ (hình 3.3b). Đây là trường hợp thường gặp khi áp dụng phương pháp xác định biên đa tỉ lệ trong xử lý ảnh.

Nhưng trong thăm dò từ, trường quan sát nằm bên trên nguồn trường một khoảng  $h$ , nên khi lấy ***biến đổi wavelet của trường quan sát*** và biểu diễn trong mặt phẳng tỉ lệ đồ  $(x, s)$ , các đường nối các cực đại và đường nối các điểm không sẽ hội tụ về ***nguồn trường nằm bên dưới biên ngang*** của tỉ lệ đồ một đoạn là  $h$  (hình 3.3c). Đây là trường hợp áp dụng phương pháp xác định biên đa tỉ lệ trong phân tích tài liệu từ (Moreau, F. và nnk., (1999) [54]).

Việc xác định vị trí và độ sâu của nguồn trường có thể thực hiện theo sơ đồ khối sau đây:

- 1- Lấy gradien ngang của dị thường từ thành phần  $\Delta Z$  hay  $\Delta T$  dọc theo tuyến đo.
- 2- Thực hiện biến đổi wavelet của gradien ngang của dị thường từ với hàm wavelet phức Poisson – Hardy (với biên tỉ lệ thay đổi từ 1 đến 20).
- 3- Vẽ các đường đẳng pha của biến đổi wavelet Poisson – Hardy của gradien ngang của dị thường từ trong tỉ lệ đồ  $(s, x)$ .
- 4- Tìm các điểm không bằng cách kéo dài các đường đẳng pha và xác định giao điểm của chúng, vị trí các điểm không trên tỉ lệ đồ cho phép xác định vị trí và độ sâu của các nguồn dị thường trên tuyến.

### 3.3- TẠO HÀM WAVELET POISSON – HARDY TRONG MATLAB

Phần mềm Matlab, phiên bản 6.5 có hộp công cụ wavelet, đó là một bộ sưu tập các hàm wavelet được xây dựng cho phần mềm tính toán để phân tích và tổng hợp tín hiệu, nó cũng là công cụ hữu hiệu cho các tính toán thống kê khi sử dụng wavelet gói. Bảng 3.1 liệt kê một số họ wavelet tiêu biểu có sẵn trong hộp công cụ Matlab.

**Bảng 3.1:** Một số họ hàm wavelet tiêu biểu trong hộp công cụ wavelet.

Phân loại	Tên đầy đủ của họ wavelet	Tên viết tắt
Wavelet thực	Wavelet Haar	'haar'
	Wavelet Daubechies	'db'
	Wavelet Symlets	'syml'
	Wavelet Coiflets	'coif'
	Wavelet BiorSplines	'bior'
	Wavelet ReverseBior	'rbio'
	Wavelet Meyer	'meyr'
	Wavelet DMeyer	'dmey'
	Wavelet Mexico_hat	'mexh'
	Wavelet Morlet	'morl'
	Wavelet Gauss	'gaus'
	Wavelet Shannon	'shan'
	Wavelet frequency spline	'fbsp'
Wavelet phức	Các wavelet Morlet phức	'cmor'
	Các wavelet Gauss phức	'cgau'

Dù rằng hộp công cụ wavelet trong Matlab đã xây dựng rất nhiều chương trình con thực hiện biến đổi wavelet liên tục CWT với các hàm wavelet thực và phức thông dụng. Tuy nhiên, phần mềm Matlab cũng cho phép người sử dụng xây dựng các hàm wavelet mới để giải những bài toán cụ thể theo các yêu cầu riêng. Trong phần này chúng tôi trình bày các bước xây dựng một hàm wavelet mới trong phần mềm Matlab [84].

Để phân tích tài liệu từ bằng wavelet phức Poisson – Hardy do chúng tôi xây dựng; và để kiểm tra việc tính toán bằng wavelet Poisson của Moreau, chúng tôi xây dựng thêm trong hộp công cụ wavelet của Matlab bốn hàm wavelet sau đây:

$$\psi^1(x) = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{x}{(1+x^2)^2} \quad (\text{tên: Poisson\_psi1})$$

$$\psi^z(x) = -\frac{1}{\pi} \cdot \frac{1^2 - x^2}{(1^2 + x^2)^2} \quad (\text{tên: Poisson\_psiz})$$



$$\psi^2(x) = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1-3x^2}{(1+x^2)^2} \quad (\text{tên: Poisson\_psi2})$$

$$\psi^{(3)}(x) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{-3x+x^3}{(1+x^2)^3} \quad (\text{tên: Poisson\_psi3})$$

Để minh họa việc xây dựng hàm wavelet, chúng tôi nêu lên đoạn chương trình để tạo hàm wavelet  $\psi^2(x)$ ; các hàm còn lại được thực hiện tương tự.

**- Viết hàm**

```
function[psi, t] = <tenham>(lb, ub, n, wname)
t = linspace(lb,ub,n);
psi = -(2.*(1-3*t.^2))./(pi.*(1+t.^2).^2); %Tinh biểu thức 3.7
```

**- Chạy đoạn chương trình sau để thêm hàm vừa tạo vào tập hàm wavelet có sẵn trong Matlab**

```
fn = '<poisson_psi2>';
fsn = '<psi2>';
wt = 5;
nums = '';
tenfile = '<tenham>';
khoangketqua = [-5 5];
wavemngr('add',fn,fsn,wt,nums,tenham,khoangketqua);
```

Ý nghĩa các tham số trong đoạn chương trình trên được giải thích như sau:

- $fn = 'poisson\_psi2'$ : Khai báo tên đầy đủ
- $fsn = 'psi2'$ : Khai báo tên rút gọn, tên này được dùng trong các lệnh.
- $wt$ : định nghĩa kiểu wavelet
- $num$ : num chứa chuỗi ký tự số tương ứng với họ wavelet.

(trường hợp này num = '')

- $tenham$ : là tên function chứa biểu thức giải tích

```
function[psi, t] = tenham(lb, ub, n, wname)
```

- *khoangketqua*: cho khoảng lưới kết quả là mảng chứa biên dưới (lb) và biên trên (ub), một số họ wavelet có các giá trị này được định sẵn.

**Bảng 3.2:** Các hàm wavelet có sẵn và hàm tạo thêm trong hộp công cụ của Matlab

Haar	haar	
Daubechies	db	
Symlets	sym	
Coiflets	coif	
BiorSplines	bior	
ReverseBior	rbio	
Meyer	meyr	
DMeyer	dmey	
Gaussian	gaus	
Mexican_hat	mexh	
Morlet	morl	
Complex Gaussian	cgau	
Shannon	shan	
Frequency B-Spline	fbsp	
Complex Morlet	cmor	
Poisson_psi1	psi1	
Poisson_psi2	psi2	
Poisson_psi3	psi3	

Hàm sẵn có

Hàm vừa tạo

Kết quả của việc tạo hàm wavelet mới, có thể dùng lệnh *wavemngr('read')* để xem danh sách các hàm wavelet mới trong hộp công cụ. Bảng 3.2 cho thấy các hàm wavelet vừa tạo đã được đưa vào hộp công cụ của phần mềm Matlab.

Sau khi tạo hàm, hộp công cụ tạo ra ba file mở rộng: hai file ASCII *wavelets.asc* và *wavelets.inf*, file còn lại ở dạng MAT-file có tên là *wavelets.inf*.

Muốn sử dụng hàm wavelet tự tạo khi xử lý dữ liệu hay chạy một chương trình có dùng biến đổi wavelet với hàm tự tạo ở một thư mục khác hoặc máy khác, phải chép đầy đủ các file tạo chương trình, file chứa hàm và đặc biệt là ba file *wavelet.\** nêu trên vào thư mục mới.

### 3.4- XÁC ĐỊNH CHỈ SỐ CẤU TRÚC CỦA NGUỒN

#### 3.4.1- Khái niệm

Khái niệm chỉ số cấu trúc xuất hiện lần đầu trong phương trình thuần nhất trong phương pháp giải chấp Euler và sau đó được nhiều tác giả sử dụng để phân

tích dị thường từ (Thompson, D.T., 1982 [72], Barongo, J.O., 1985 [12], Reid, A.B., 1990 [63]). Phương trình thuần nhất có dạng như sau:

$$(x - x_0) \frac{\partial T}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial T}{\partial y} + (z - z_0) \frac{\partial T}{\partial z} = N(T_0 - T) \quad (3.12)$$

trong đó,  $(x_0, y_0, z_0)$  là vị trí của nguồn dị thường,  $T$  là cường độ từ toàn phần đo tại tọa độ  $(x, y, z)$ ,  $T_0$  là trường từ toàn phần khu vực,  $N$  là chỉ số cấu trúc của nguồn dị thường.

**Bảng 3.3:** Giá trị các chỉ số cấu trúc của một số nguồn

Thứ tự	Loại nguồn	Chỉ số cấu trúc
1	Hình cầu	3
2	Trụ đứng hay trụ ngang	2
3	Via	1
4	Đứt gãy hay tiếp xúc	0

Theo Thompson, D.T., (1982) [72], chỉ số cấu trúc là tỉ số giữa độ biến thiên trường với khoảng cách của trường. Vậy, với hình cầu thì trường giảm theo nghịch đảo của tam thừa khoảng cách, nên  $N = 3$ ; hình trụ thẳng đứng hay nằm ngang có trường giảm theo nghịch đảo của bình phương khoảng cách, nên  $N = 2$ ... Tóm lại, chỉ số cấu trúc phụ thuộc vào đặc tính hình học của nguồn. Bảng 3.3 nêu các giá trị chỉ số cấu trúc của một số nguồn trường (Reid, A.B., (1990), [63]).

Tuy đã được Thomson đưa ra từ năm 1982, nhưng không có nhiều công trình tính chỉ số cấu trúc. Việc tính chỉ số cấu trúc sử dụng các đạo hàm theo phương ngang và phương thẳng đứng của trường được đưa ra bởi Smith, R.A. và nnk., (1998) [68]; ngoài ra, Moreau, F., (1997) [53], Sailhac. P. và nnk., (2000) [66] đã sử dụng phép biến đổi wavelet với hàm wavelet là phần thực của wavelet phức Poisson (wavelet  $\psi^1(x)$  cho bởi biểu thức (3.4)) để tính chỉ số cấu trúc. Trong luận án này chúng tôi sử dụng lý thuyết của Moreau, F. và nnk., (1997), [54], Sailhac, P. và nnk., (2000) [66] nhưng lấy biến đổi wavelet với hàm wavelet là phần thực của

wavelet phức Poisson – Hardy (wavelet  $\psi^2(x)$  cho bởi biểu thức (3.8)) để tính chỉ số cấu trúc của nguồn.

### 3.4.2- Xác định chỉ số cấu trúc

Giả sử  $f(x, z = 0)$  là trường từ đo trên mặt đất ( $z = 0$ ) tạo bởi một nguồn trường đồng nhất nằm ở vị trí  $x = 0$  và độ sâu  $z = z_0$  dưới mặt đất. Khi thực hiện biến đổi wavelet của  $f(x, z = 0)$  với các hàm wavelet được xây dựng từ đạo hàm bậc  $\gamma$  theo phương ngang của nhân trong công thức chuyển trường lên (công thức (3.3)); các hệ số của biến đổi wavelet nằm ở nửa mặt trên của tỉ lệ đồ ( $x, s$ ) sẽ tuân theo định luật tỉ lệ kép liên quan đến hai tham số mũ  $\gamma$  và  $\beta$  cho bởi:

$$W_{f(x,z=0)}^\gamma(x,s) = \left(\frac{s}{s'}\right)^\gamma \left(\frac{s'+z_0}{s+z_0}\right)^{-\beta} W_{f(x,z=0)}^\gamma(x',s') \quad (3.13)$$

trong đó:

- $x$  và  $s$  lần lượt là các tham số vị trí và tỉ lệ.
- $\gamma$  là bậc của phép lấy đạo hàm của hàm làm tron để xây dựng hàm wavelet (công thức (3.3)).
- $\beta$  liên quan đến bậc đồng nhất của nguồn trường.

Theo Sailhac, P. và nnk., (2000) [66], với các vật thể có từ tính thì mối quan hệ giữa bậc đồng nhất  $\beta$ , bậc  $\gamma$  của đạo hàm và chỉ số cấu trúc  $N$  cho bởi:

$$\beta = -N - \gamma - 1 \quad (3.14)$$

$$\text{hay } N = -\beta - \gamma - 1 \quad (3.15)$$

Ở vế trái của biểu thức (3.13),  $W_{f(x,z)}^\gamma(x, z)$  là hệ số biến đổi wavelet của dữ liệu sử dụng hàm  $\psi^\gamma$  với ở vị trí  $x$  và tỉ lệ  $s$ .

Mối quan hệ giữa tọa độ  $x'$ , tỉ lệ  $s'$  với tọa độ  $x$  và tỉ lệ  $s$  cho bởi công thức:

$$x' = x \frac{s'+z_0}{s+z_0} \quad (3.16)$$

Nếu xem  $x, s$  và  $z_0$  là cố định và  $x'$  và  $s'$  là thay đổi, (3.16) có thể viết lại là:

$$x_i = x \frac{s_i + z_0}{s + z_0} \quad (3.17)$$

Biểu thức (3.17) cho thấy để tính chỉ số cấu trúc của nguồn, phải xác định hệ số  $\beta$  của phương trình (3.13). Muốn vậy, các hệ số của phương trình (3.13) được sắp xếp lại như sau:

$$\left(\frac{1}{s^\gamma}\right) W_{f(x,z=0)}^\gamma(x,s)(s+z_0)^{-\beta} = \left(\frac{1}{s_i^\gamma}\right) W_{f(x,z=0)}^\gamma(x_i,s_i)(s_i+z_0)^{-\beta} = \text{const} \quad (3.18)$$

Phương trình (3.18) được Moreau, F. và nnk., (1997) [53], Sailhac, P. và nnk., (2000) [66] sử dụng để tính cấu trúc của nguồn; trong đó, Moreau sử dụng hàm wavelet  $\psi^1(x)$  là phần thực của hàm wavelet phức Poisson (chọn  $\gamma = 1$ ).

Trong luận án, chúng tôi sử dụng phương trình (3.18) nhưng tính toán với hàm wavelet  $\psi^2$  là phần thực của wavelet phức Poisson – Hardy (chọn  $\gamma = 2$ ) để tính chỉ số cấu trúc của nguồn. Khi đó, biểu thức (3.18) được viết lại là:

$$\left(\frac{1}{s^2}\right) W_{f(x,z=0)}^2(x,s)(s+z_0)^{-\beta} = \left(\frac{1}{s_i^2}\right) W_{f(x,z=0)}^2(x_i,s_i)(s_i+z_0)^{-\beta} \dots = \text{const} \quad (3.19)$$

Ký hiệu:  $W_{f(x,z=0)}^2(x,s) = W^2(x_i,s_i)$ , lấy logarit số hạng đầu và cuối của (3.19):

$$\log\left(\frac{W^2(x_i,s_i)}{s_i^2}(s_i+z_0)^{-\beta}\right) = \log(\text{const}) \quad (3.20)$$

Đặt  $c = \log(\text{const})$  là một hằng số.

Biểu thức (3.20) có thể viết lại dưới dạng:

$$\log\left(\frac{W^2(x_i,s_i)}{s_i^2}\right) - \beta \log(s_i+z_0) = c \quad (3.21)$$

nếu đặt:  $Y = \log\left(\frac{W^2(x_i,s_i)}{s_i^2}\right)$ ,  $X = \log(s_i+z_0)$ , phương trình (3.21) được chuyển về dạng phương trình đường thẳng có dạng:

$$Y = \beta X + c \quad (3.22)$$

Phương trình (3.22) cho thấy đồ thị  $Y$  theo  $X$  là một đường thẳng không qua gốc tọa độ mà cắt trục  $Y$  tại vị trí  $c$  và đường thẳng này có hệ số góc là  $\beta$ . Hệ số góc  $\beta$  được xác định bằng phương pháp bình phương tối thiểu; từ đó tính được chỉ số cấu trúc  $N$  của nguồn dị thường bằng công thức (3.15); trong đó,  $\gamma = 2$ .

Để minh họa qui trình tính toán, chúng tôi chọn dữ liệu  $f(x)$  là gradient của thành phần thẳng đứng của trường từ tạo ra bởi mô hình là một hình cầu, bán kính  $R = 100\text{m}$ , mặt trên quả cầu ở độ sâu là  $h = 3\text{km}$ . Tuyến đo ở mặt đất có chiều dài là  $30\text{km}$  đi qua quả cầu, khoảng cách các điểm đo là  $0,5\text{km}$ ; như vậy, tọa độ các điểm đo lần lượt là  $(0; 0,5; 1,0; \dots 29,0\text{km})$ . Quả cầu nằm ở trung điểm của tuyến đo nên có tọa độ là  $(x = 15\text{km}, h = 3\text{km})$ . Nguồn bị từ hóa theo phương thẳng đứng với cường độ từ hóa  $M = 3,0 \cdot 10^{-4} (\text{cgs})$ .

Tính biến đổi wavelet của  $f(x)$  với hàm wavelet  $\psi^2(x)$  ( $\gamma = 2$ ), hệ số wavelet là  $W^2(x_i, s_i)$ . Theo công thức (3.22), tính  $\log(W^2(x_i, s_i)/s_i^2)$  và  $\log(s_i + z_0)$ ; kết quả tính toán được nêu trong bảng 3.4

**Bảng 3.4:** Kết quả tính toán để vẽ đồ thị  $\log(W^2(x_i, s_i)/s_i^2)$  theo  $\log(s_i + z_0)$

$s_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$s_i + z_0 (\text{km})$	6	7	8	9	10	11	12	13
$\log(s_i + z_0)$	1.7918	1.9459	2.0794	2.1972	2.3026	2.3979	2.4849	2.5649
$x_i (\text{km})$	1.0000	1.1667	1.333	1.500	1.666	1.833	2.000	2.166
$W^2 f(x_i, s_i) \cdot 10^{-6}$	0.5135	0.8926	0.8807	0.8027	0.6838	0.6085	0.5464	0.4742
$W^2 f/s_i^2 \cdot 10^{-6}$	0.5135	0.2232	0.0979	0.0502	0.0274	0.0169	0.0112	0.0074
$\log(W^2 f/s_i^2)$	14.480	15.315	16.139	16.807	17.414	17.895	18.311	18.720

Đồ thị  $\log(W^2(x_i, s_i)/s_i^2)$  theo  $\log(s_i + z_0)$  được biểu diễn trên hình 3.4; đó là một đường thẳng có phương trình được tính bằng phương pháp bình phương tối thiểu có dạng  $Y = -6,3X + 14$ .

Vậy, hệ số góc của đường thẳng là  $\beta = -6,3 \cong -6$ ; thay vào công thức (3.15) để tính chỉ số cấu trúc của nguồn trường:

$$N = -(-6) - 2 - 1 \cong 3$$