RAPPORT STRUCTURE DE DONNEES AVANCEE

TP2 TABLE DYNAMIQUE : EXTENSION ET CONTRACTION DE LA TABLE

Réalisé par :

LE Minh Hao

KEITA Aïssata

Table des matières

1. Nouvelle fonction potentiel

À l'aide de la nouvelle fonction potentiel, on montre que le cout amorti d'une opération Supprimer(T, x) qui fait appel à cette stratégie est majoré par une constante.

$$\alpha_i = \frac{n_i}{t_i} = \frac{1}{3}$$

Et la nouvelle fonction potentiele $|2 * nom_i - taille_i|$.

Cas 1 : Pas de contraction

$$\textbf{Le cout amorti} = 1 + |2n_i - t_i| - |2n_{i-1} - t_{i-1}|$$

On sait que $n_{i-1} = n_i + 1$

$$t_{i-1} = t_i$$

$$\alpha_{i-1} = \frac{n_{i-1}}{t_{i-1}} > \frac{1}{3} \leftrightarrow \frac{n_i + 1}{t_i} > \frac{1}{3}$$

$$\leftrightarrow t_i > 3(n_i + 1) \leftrightarrow t_i > 3n_i + 3$$

$$\leftrightarrow 3n_i + 3 - t_i < 0$$

$$alors\ 2n_i - t_i < 0$$

$$\textbf{Le cout amorti} = 1 + (t_i - 2n_i) - |2(n_i + 1) - t_i$$

$$= 1 + t_i - 2n_i - (t_i - 2(n_i + 1))$$

$$= 1 + t_i - 2n_i - t_i + 2n_i + 2 = 3$$

Cas 2 : Contraction

$$\textbf{Le cout amorti} = n_{i-1} - 1 + |2n_i - t_i| - |2n_{i-1} - t_{i-1}|$$

On sait que $n_{i-1} = n_i + 1$

$$t_{i-1} = \frac{3}{2} t_i$$

$$\alpha_{i-1} = \frac{n_{i-1}}{t_{i-1}} = \frac{1}{3} \leftrightarrow t_{i-1} = 3n_{i-1}$$

$$\leftrightarrow \frac{3}{2} t_i = 3(n_i + 1) \leftrightarrow t_i = 2(n_i + 1)$$

$$\textbf{Le cout amorti} = n_i + |t_i - 2n_i| - |2n_i + 1 - \frac{3}{2} t_i|$$

$$= n_i + t_i - 2n_i - \left(\frac{3}{2}t_i - 2n_i - 1\right)$$

$$= n_i + t_i - \frac{3}{2}t_i + 1$$

$$= n_i + 2(n_i + 1) - \frac{3}{2}\left(2(n_i + 1)\right) + 1$$

$$= n_i + 2n_i + 2 - 3n_i - 1$$

$$= 1$$

2. Insertion et suppression

Au lieu de n'effectuer que des insertions dans la table, modifier le code pour effectuer un mélange de n opérations d'insertions et de suppressions. Pour chacune des n itérations, choisir une insertion avec une probabilité p et une suppression avec une probabilité $1 - p$. Si l'opération choisie est suppression alors que la table est vide on ne fait rien.

Dans TP2, on utilise la classe simple **ArrayList** et d'abord, on choisit la probabilité **p = 0.7** et modifie le code comme ci-dessous :

```
19          // Booléen permettant de savoir si une allocation a été effectuée.
20          boolean memory_allocation;
21          Random random_generator = new Random();
22          float prob = 0.7f;
23          for (i = 0; i < 1000000; i++) {
24              if (random_generator.nextFloat() < prob) {
25                  // Ajout d'un élément et mesure du temps pris par l'opération.
26                  before = System.nanoTime();
27                  memory_allocation = a.append(i);
28                  after = System.nanoTime();
29
30                  // Enregistrement du temps pris par l'opération
31                  time_analysis.append(after - before);
32                  // Enregistrement du nombre de copies effectuées par l'opération.
33                  // S'il y a eu réallocation de mémoire, il a fallu recopier tout le tableau.
34                  copy_analysis.append((memory_allocation == true) ? a.size() : 1);
35                  // Enregistrement de l'espace mémoire non-utilisé.
36                  memory_analysis.append(a.capacity() - a.size());
37
38              } else {
39                  if (a.size() > 0) {
40                      before = System.nanoTime();
41                      memory_allocation = a.pop_back();
42                      after = System.nanoTime();
43
44                      // Enregistrement du temps pris par l'opération
45                      time_analysis.append(after - before);
46                      // Enregistrement du nombre de copies effectuées par l'opération.
47                      // S'il y a eu réallocation de mémoire, il a fallu recopier tout le tabl
48                      copy_analysis.append((memory_allocation == true) ? a.size() : 1);
```

Line: 30

Figure 1. Le code avec p = 0.7 (70% insertions)

On va doubler la taille du tableau quand le tableau est plein et on va contracter le tableau en multipliant sa taille par 2/3 quand son facteur de remplissage tombe en dessous de 1/3 :

```
87      /**
88       * Cette fonction détermine la règle selon laquelle un espace mémoire plus grand
89       * sera alloué ou non.
90       *
91       * @returns true si le tableau doit être agrandi, false sinon.
92       */
93      private boolean do_we_need_to_enlarge_capacity() {
94          return size == capacity;
95          // return size >= (capacity * 3) / 4;
96      }
97
98      /**
99       * Cette fonction augmente la capacité du tableau.
100      */
101     private void enlarge_capacity() {
102         capacity *= 2;
103         data = java.util.Arrays.copyOf(data, capacity);
104 //      capacity = (int) (capacity + Math.sqrt(capacity));
105 //      data = java.util.Arrays.copyOf(data, capacity);
106     }
107
```

Figure 2. Doubler la taille du tableau quand le tableau est plein

```
108     /**
109      * Cette fonction détermine la règle selon laquelle un espace mémoire plus petit
110      * sera alloué ou non.
111      *
112      * @returns true si le tableau doit être réduit, false sinon.
113      */
114     private boolean do_we_need_to_reduce_capacity() {
115         // return size <= capacity / 4 && size > 4;
116         return size <= capacity / 3 && size > 4;
117     }
118
119     /**
120      * Cette fonction reduit la capacité du tableau.
121      */
122     void reduce_capacity() {
123         capacity = capacity * 2 / 3;
124         data = java.util.Arrays.copyOf(data, capacity);
125 //      capacity = (int) (capacity - Math.sqrt(capacity));
126 //      data = java.util.Arrays.copyOf(data, capacity);
127
128     }
```

Figure 3. Contracter le tableau en multipliant sa taille par 2/3 quand son facteur de remplissage tombe en dessous de 1/3

Total cost : 8.7804487E7
Average cost : 87.804487

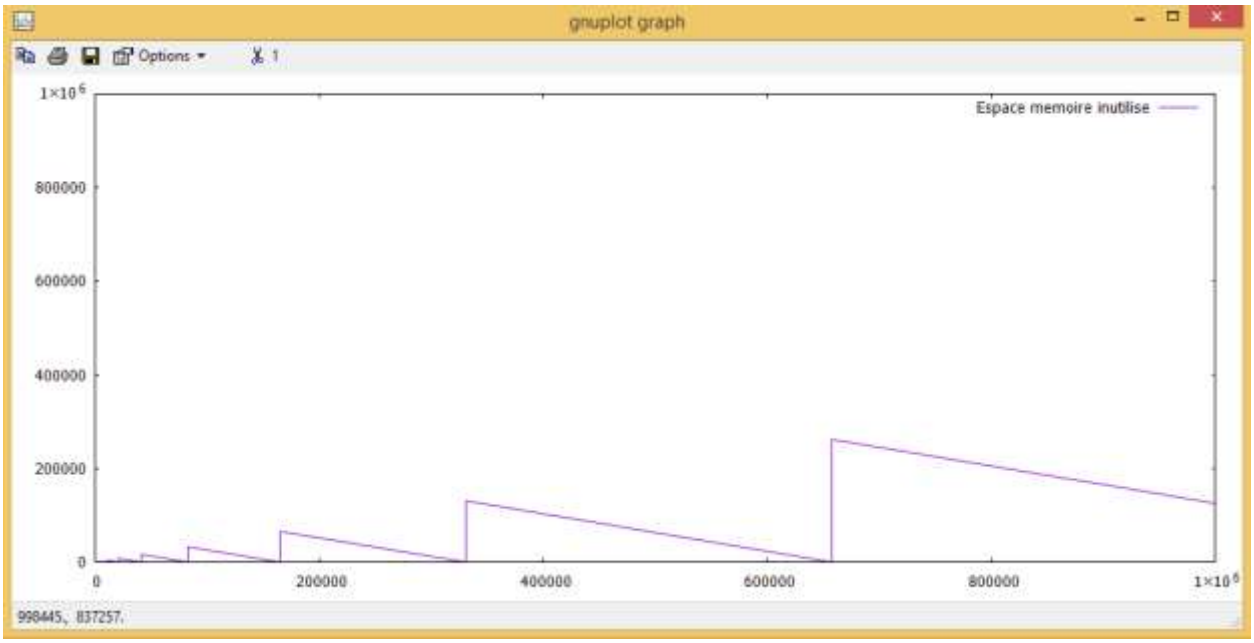


Figure 4. Espace mémoire inutilisé avec p = 0.7

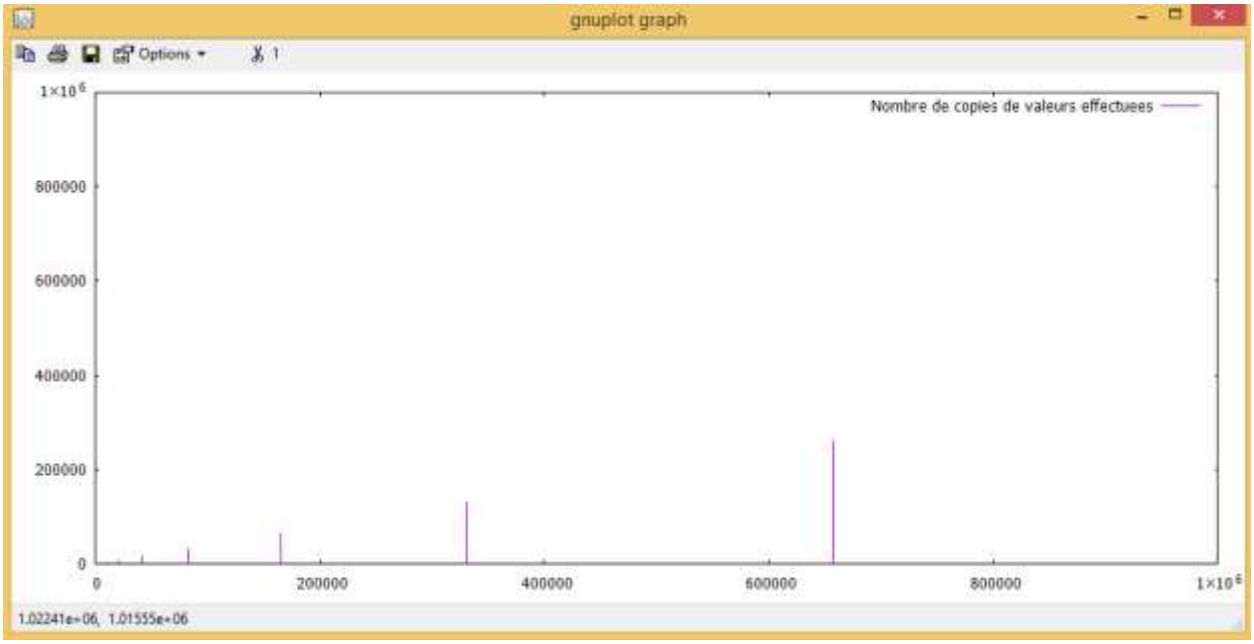


Figure 5. Nombre de copies avec p = 0.7

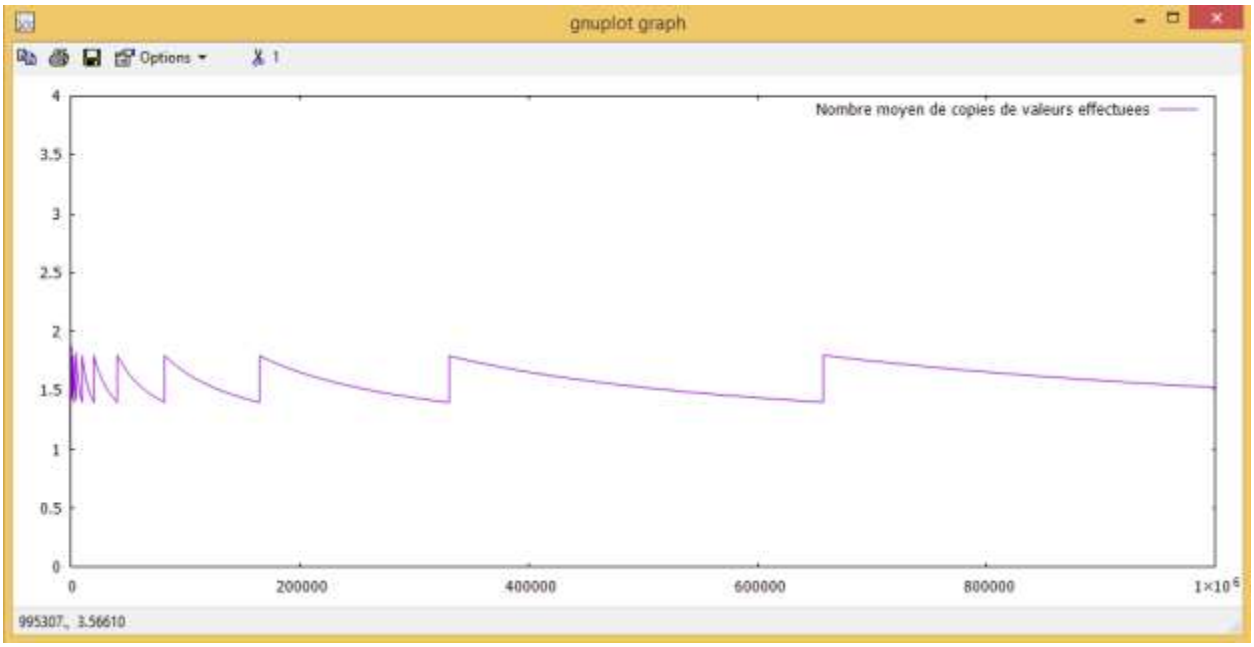


*Figure 6. Nombre **moyen** de copies avec p = 0.7*

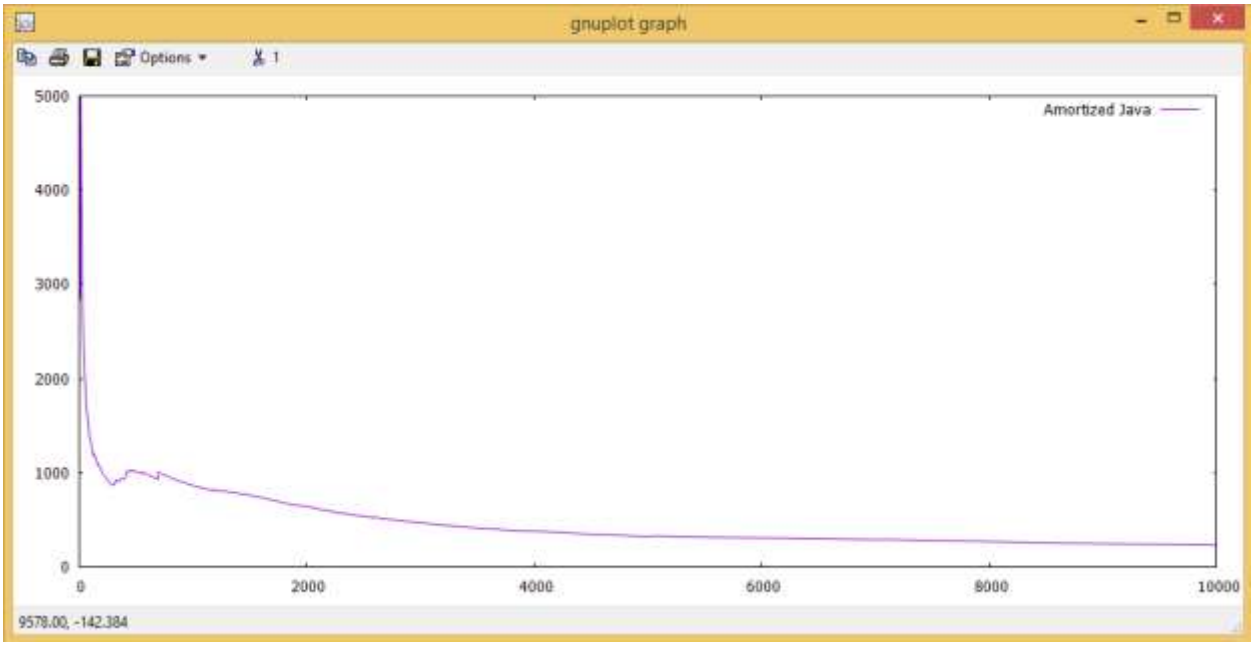


Figure 7. Le cout amorti avec p = 0.7

3. Enregistrer les couts réels et amortis des opérations

Utiliser les outils développés pour le TP1 afin d'enregistrer les coûts réels et amortis des opérations, ainsi que l'espace mémoire non-utilisé.

On utilise la classe ArrayList et la classe Analyzer de TP1 pour d'enregistrer les chiffres.

```
23      for (i = 0; i < 1000000; i++) {
24          if (random_generator.nextFloat() < prob) {
25              // Ajout d'un élément et mesure du temps pris par l'opération.
26              before = System.nanoTime();
27              memory_allocation = a.append(i);
28              after = System.nanoTime();
29
30              // Enregistrement du temps pris par l'opération
31              time_analysis.append(after - before);
32              // Enregistrement du nombre de copies effectuées par l'opération.
33              // S'il y a eu réallocation de mémoire, il a fallu recopier tout le tableau.
34              copy_analysis.append((memory_allocation == true) ? a.size() : 1);
35              // Enregistrement de l'espace mémoire non-utilisé.
36              memory_analysis.append(a.capacity() - a.size());
37
38          } else {
39              if (a.size() > 0) {
40                  before = System.nanoTime();
41                  memory_allocation = a.pop_back();
42                  after = System.nanoTime();
43
44                  // Enregistrement du temps pris par l'opération
45                  time_analysis.append(after - before);
46                  // Enregistrement du nombre de copies effectuées par l'opération.
47                  // S'il y a eu réallocation de mémoire, il a fallu recopier tout le tableau.
48                  copy_analysis.append((memory_allocation == true) ? a.size() : 1);
49                  // Enregistrement de l'espace mémoire non-utilisé.
50                  memory_analysis.append(a.capacity() - a.size());
51
52              }
```

4. Tester des valeurs différentes de p {0.1, 0.2, 0.3, . . .}

Utiliser gnuplot pour afficher les coûts amortis et l'espace mémoire non-utilisé pour chacune de ces expériences. Que pensez-vous de la relation entre p, le coût en temps et le gaspillage de mémoire ?

Avec p = {0.1, 0.2, 0.3, 0.4}, le nombre moyen de copies est approximativement égale à 1. Parce que le nombre des suppressions est égale au le nombre d'insertion.
Par exemple : Avec p = 0.1, on a 10% opérations d'insertion (100 mille opérations d'insertion et 100 mille opérations effectuée de suppression dans 1 million opérations).
Avec p = 0.2, on a 20% opérations d'insertion (environs 200 mille opérations d'insertion et 200 mille opérations effectuée de suppression dans 1 million opérations).
Alors, la taille du tableau est plus petite comme 8, 16, 32.

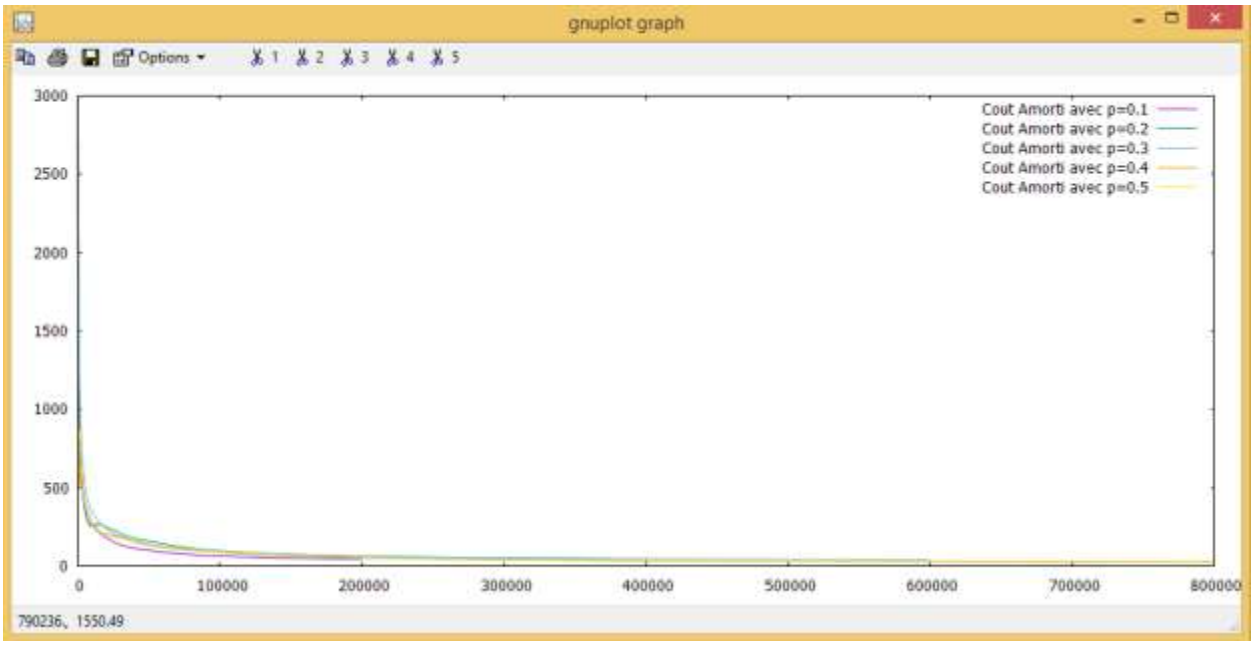


Figure 8. Cout Amorti avec p <= 0.5

Figure 9. Nombre moyen de copies avec p <= 0.5

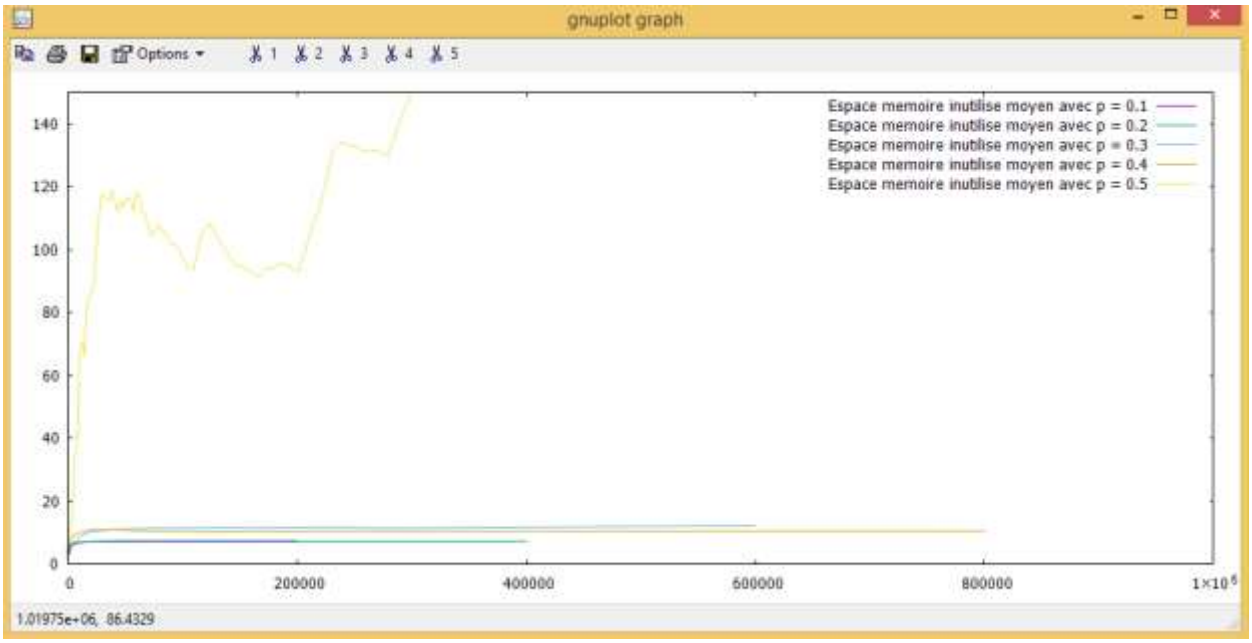


Figure 10. Espace memoire inutilise moyen avec p <= 0.5

Avec p = 0.5, l'espace mémoire inutilisé est également plus petit que le nombre d'opération (environs 400 dans 1 million d'opération).
De plus, le facteur multiplicatif est 2 et le facteur de contracter est 2/3. Alors il y a normalement des mémoires inutilisés après une contraction. Donc, la taille du tableau est augmentée au fur et à mesure avec p = 0.5

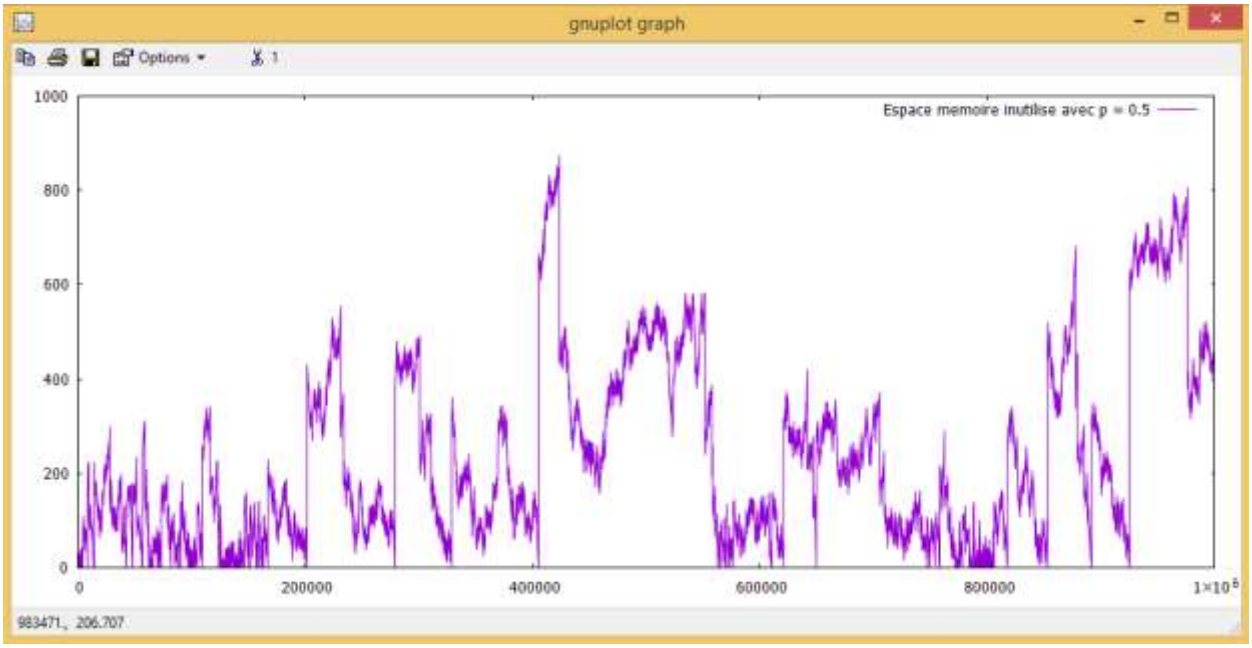


Figure 11. Espace mémoire inutilisé avec p = 0.5

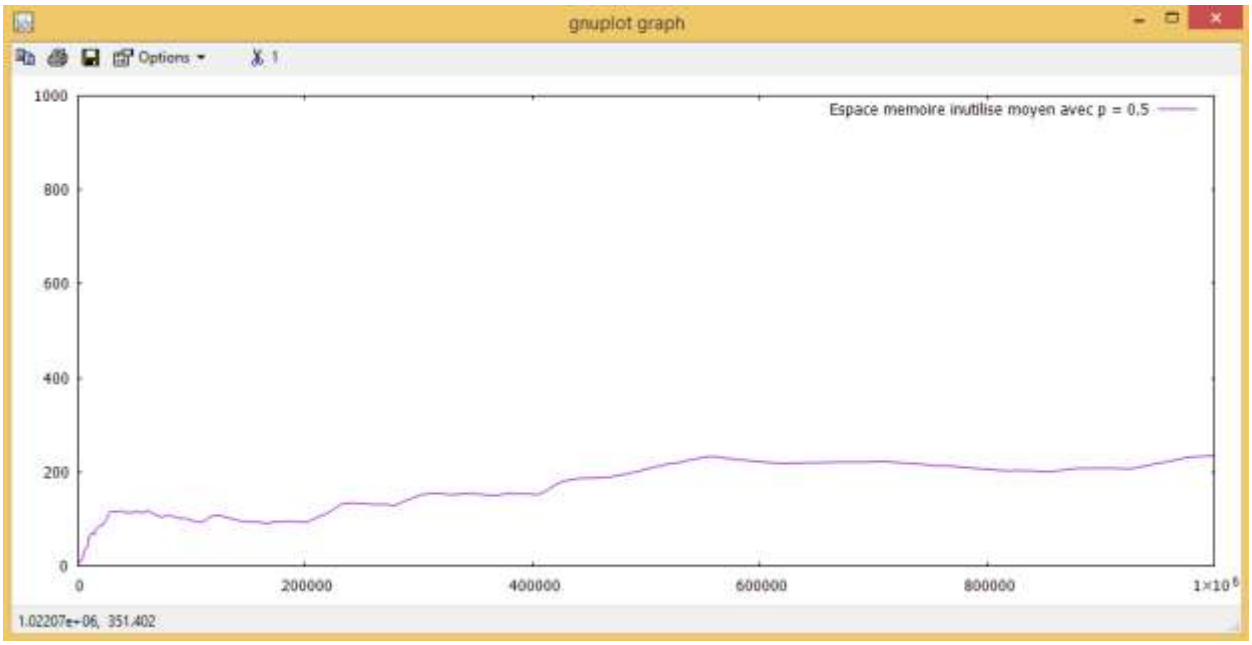
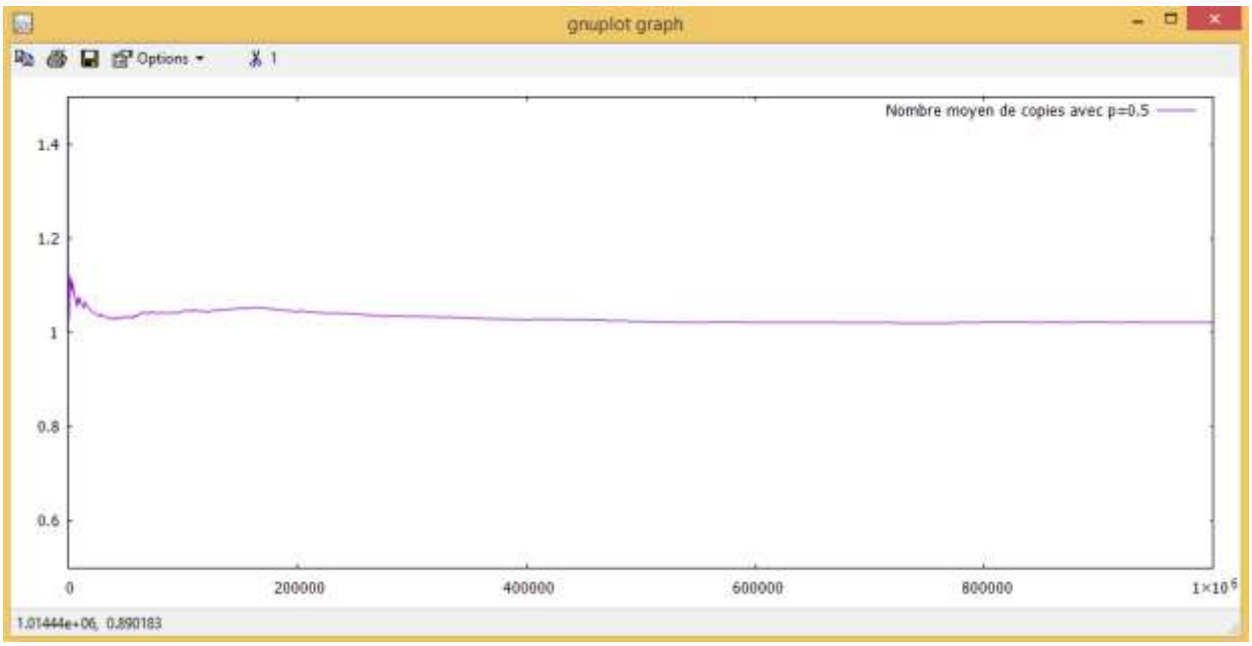
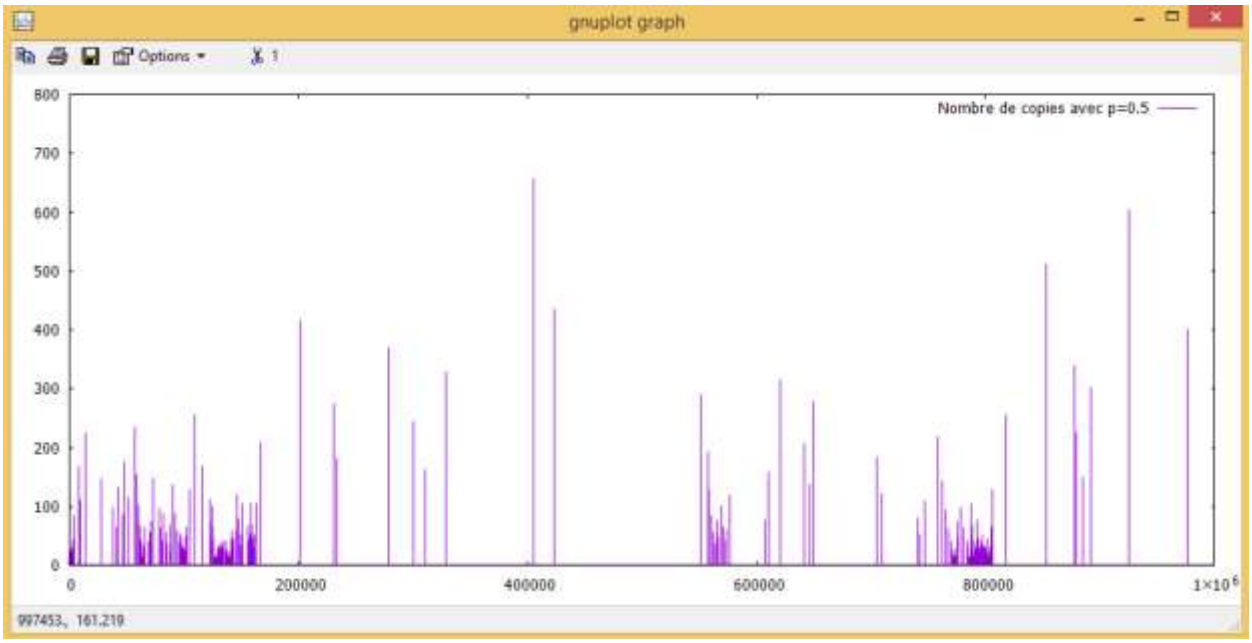


*Figure 12. Espace mémoire inutilisé **moyen** avec p = 0.5*

Avec p = 0.5, le nombre moyen de copies est supérieur à 1 et le plus grand nombre de copies égale à 700 (dans la taille 1400)





Avec p >= 0.6, le nombre d'insertion est plus grand que le nombre de suppression. Donc, le cout amorti ou le nombre de copies sont augmentés avec la probabilité. On peut clairement le voir dans la graphie Nombre moyen de copies.

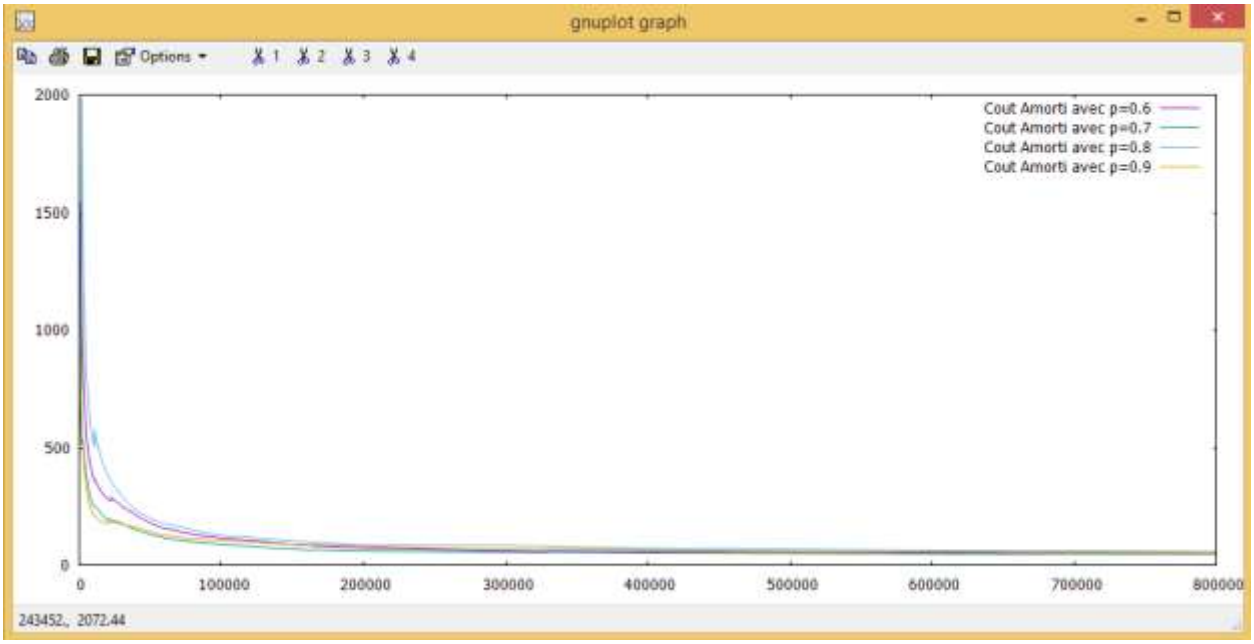


Figure 13. Cout amorti avec p >= 0.6

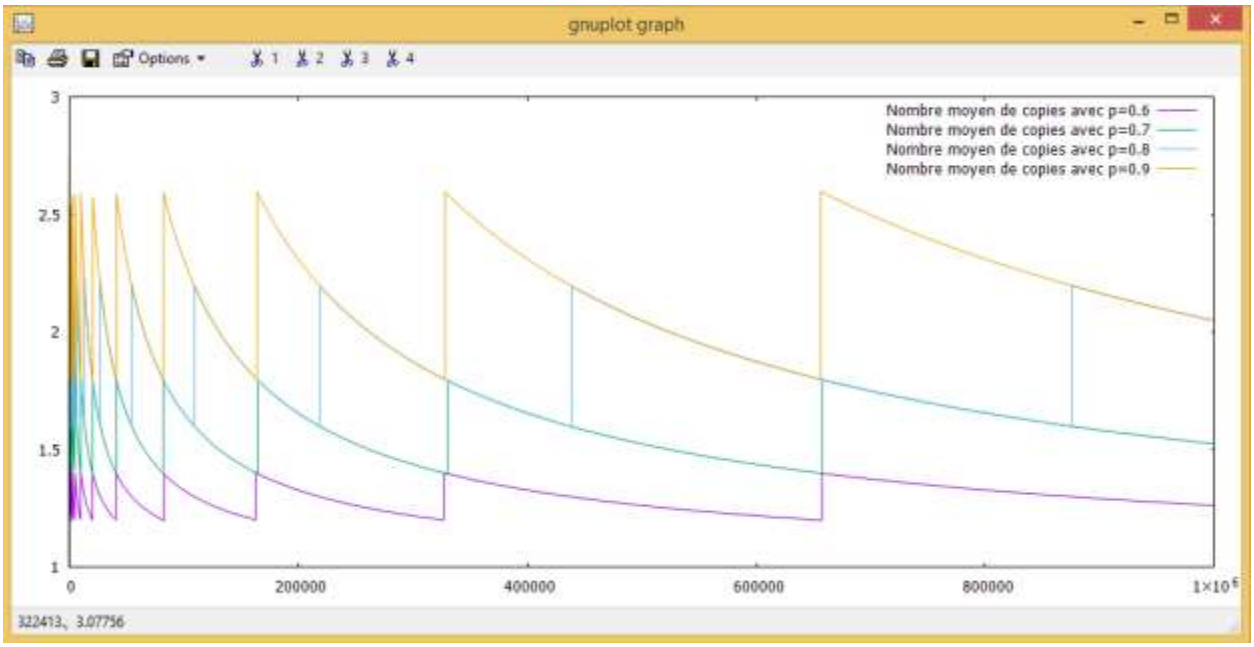


Figure 14. Nombre moyen de copies avec p >= 0.6

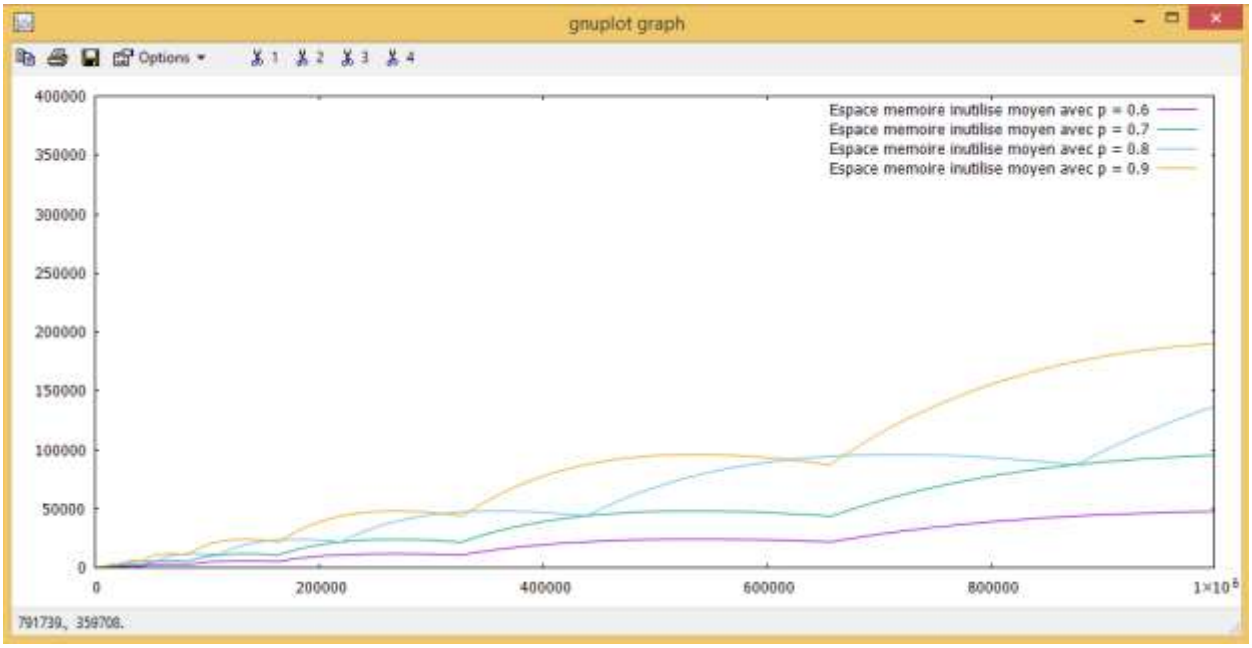


*Figure 15. Espace mémoire inutilisé **moyen** avec p >= 0.6*

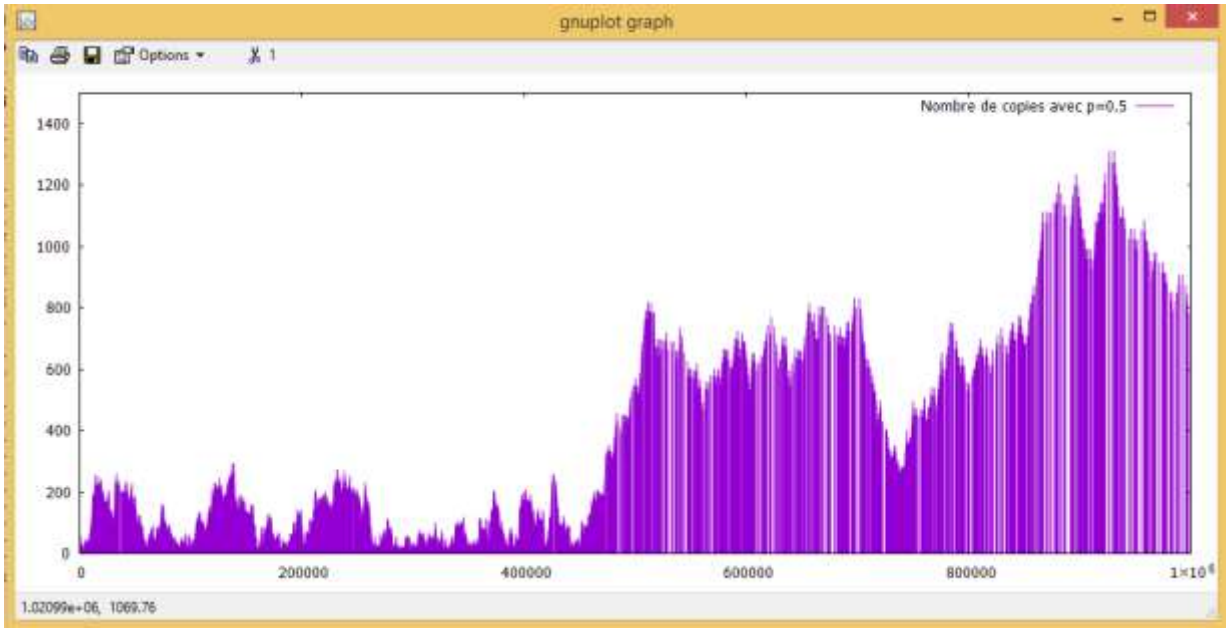
Dans cette stratégie, plus la probabilité p est élevée, plus le cout amorti est élevé et plus l'espace mémoire inutilisé est élevé.
Si on peut prédire la probabilité p (ou le nombre de suppression inefficace si le tableau est vide) dans le futur, on peut choisir la stratégie suffisante pour tenir la meilleure performance et éviter le gaspillage de mémoire.

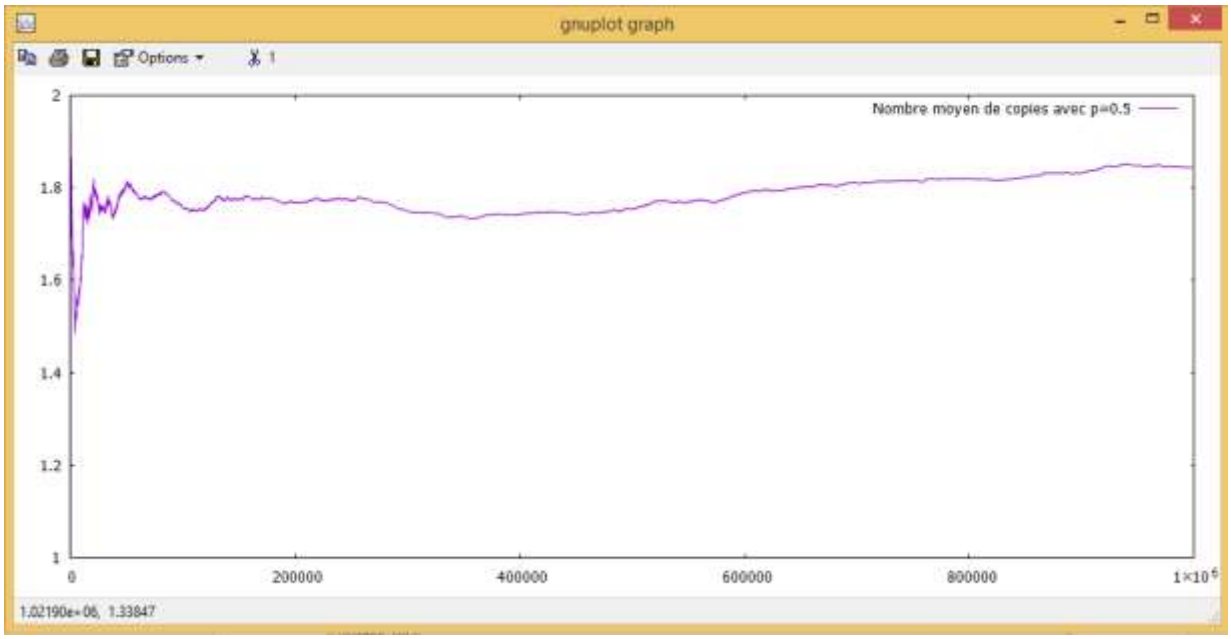
5. Choisir p = 0.5. Modifier la stratégie de redimensionnement de la table pour utiliser $taille_{i+1} = taille_i + \sqrt{taille_i}$ lors d'une extension, comme dans la dernière question du TP1 ; et $taille_{i+1} = taille_i - \sqrt{taille_i}$ lors d'une contraction. On déclenche une extension au moment de l'insertion quand le facteur de remplissage de la table $\alpha_i = nom_i/taille_i = 1$, càd quand la table est pleine. Quand est-ce qu'il faut contracter la table ? Que pensez-vous de l'efficacité de cette stratégie ?

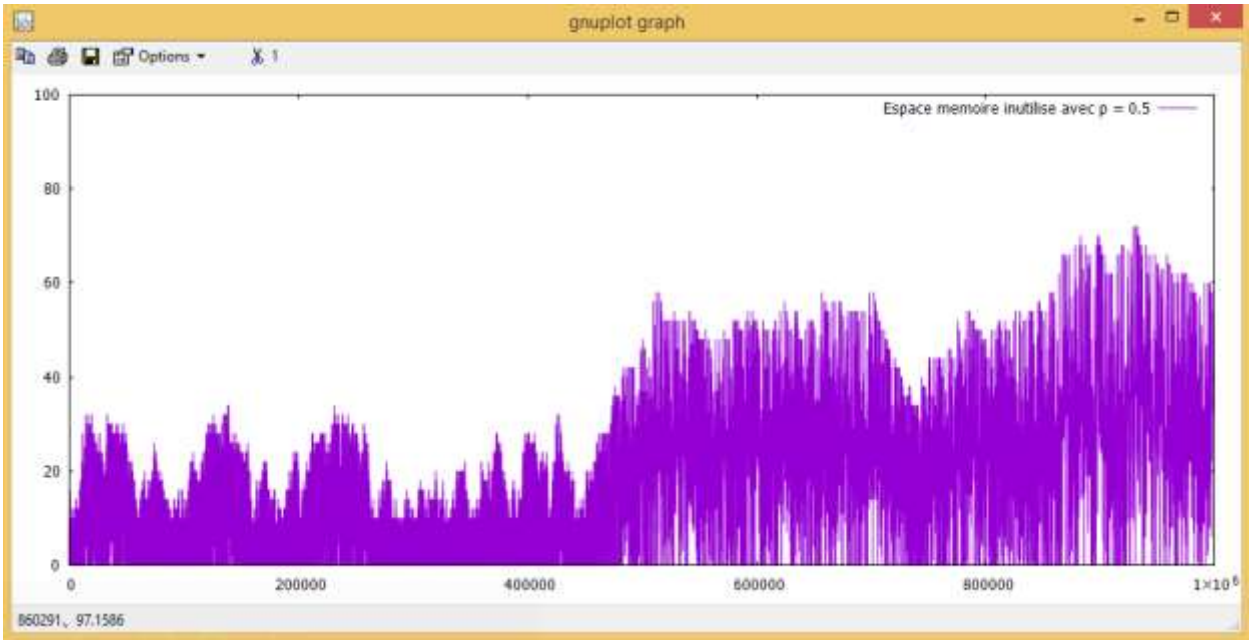
Avec ces deux facteurs de redimensionner, on peut contracter le tableau si $nom_i = taille_i - 2\sqrt{taille_i}$. L'idée ici est la suivante : après une extension, le facteur de remplissage vaut $taille_i/(taille_i + \sqrt{taille_i})$. Donc, $\sqrt{taille_{i+1}}$ des éléments de la table devront être supprimés avant qu'une contraction n'ait lieu, puisque cette contraction ne se produit que si le facteur de remplissage descend en-dessous de $taille_{i+1} = taille_i - 2\sqrt{taille_i}$. De même, après une contraction, la mémoire vide égale à $\sqrt{taille_i}$ (Note*). Donc les insertions éventuelles doivent insérer $\sqrt{taille_i}$ d'éléments dans la table avant qu'une extension ait lieu, puisqu'elle ne se produit que lorsque le facteur de remplissage dépasse la valeur 1.

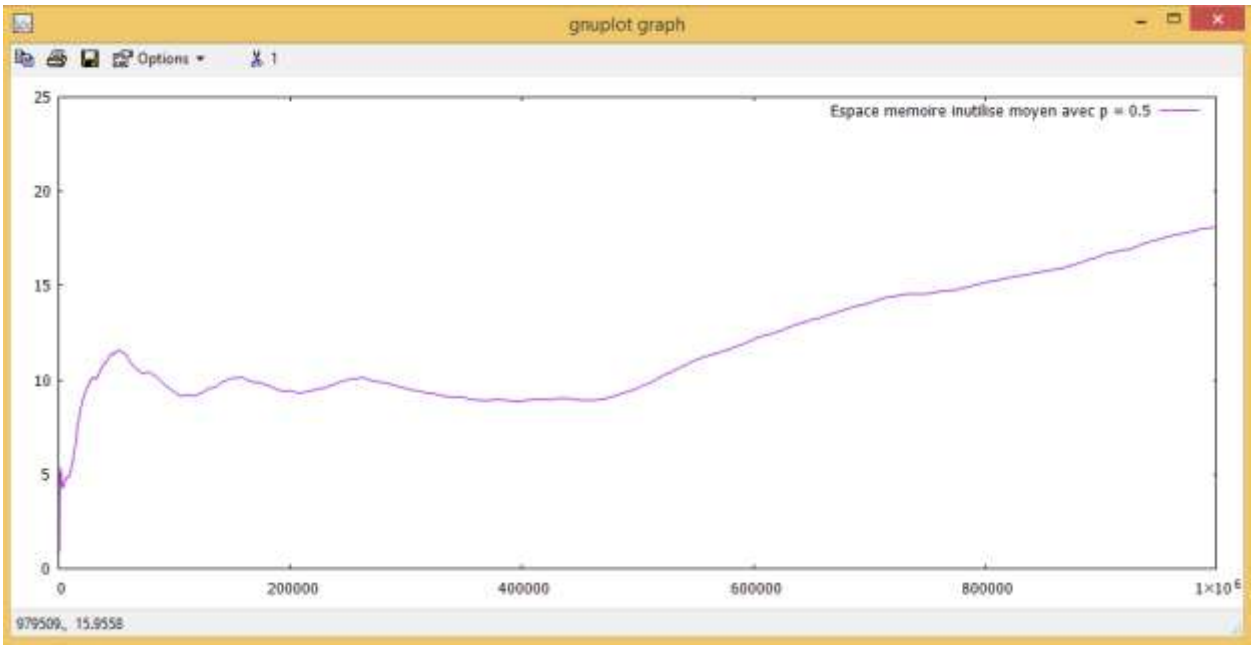
(Note*) : $\sqrt{taille_i}$ n'est pas trop différent de $\sqrt{taille_{i+1}}$

On peut comparer les résultats de cette stratégie à la stratégie précédente (même p = 0.5).
L'espace mémoire inutilisé **moyen** de cette stratégie est plus petit que la stratégie précédente (18 et 225 dans Figure 12)
Mais le nombre moyen de copies de cette stratégie est plus grand que la stratégie précédente (1.8 et 1.02 avec 1 million d'opérations). De plus, le nombre moyen de copies de cette stratégie a la tendance d'augmenter avec le temps. Donc, si la taille du tableau est trop grand, le cout de copier est trop cher.



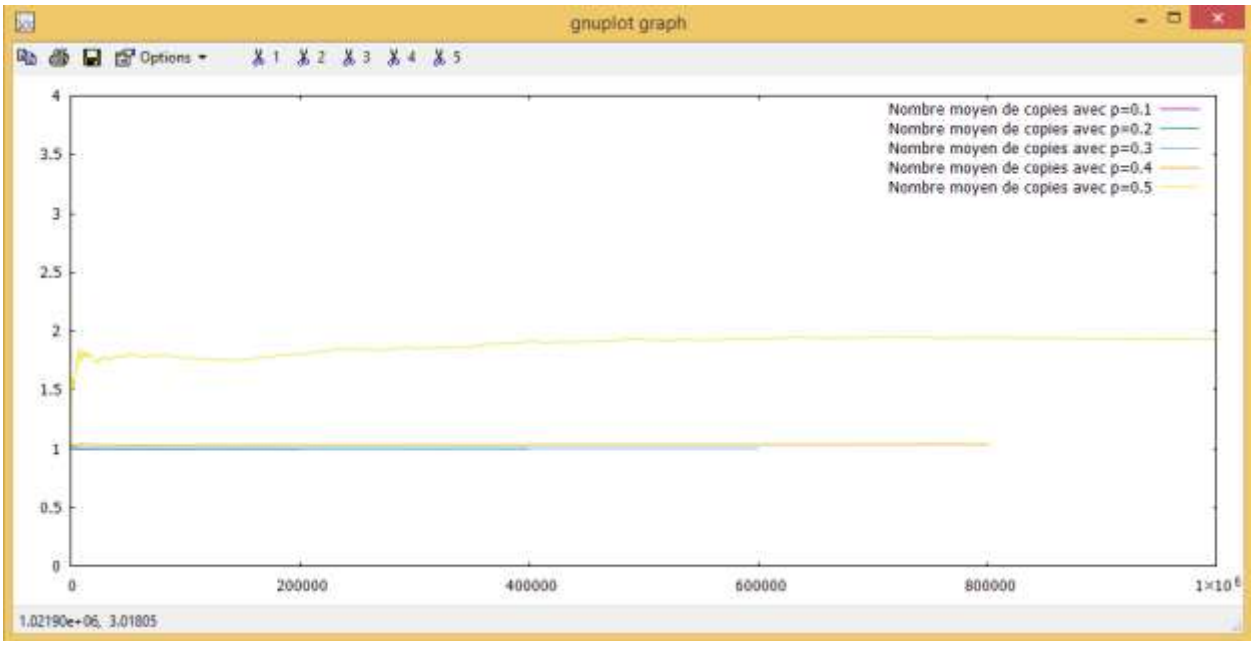

gnuplot graph
Options
1
Nombre moyen de copies avec p=0.5
2
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0
200000
400000
600000
800000
1×10^6
1.02190e+06, 1.33847


gnuplot graph
Options
1
Espace memoire inutilise avec p = 0.5
100
80
60
40
20
0
0
200000
400000
600000
800000
1×10^6
860291, 97.1586

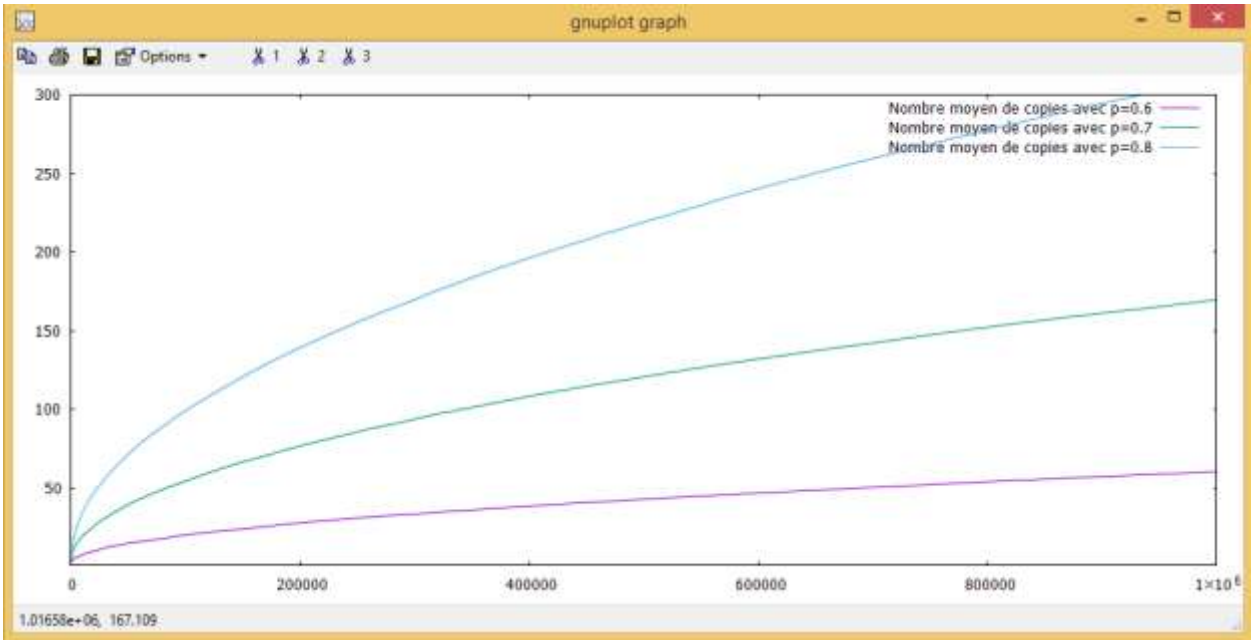


6. Tester à nouveau les différentes valeurs de p. Qu'en pensez-vous ? Quelle est la valeur de p pour laquelle cette stratégie semble mieux fonctionner ? Pourquoi ?

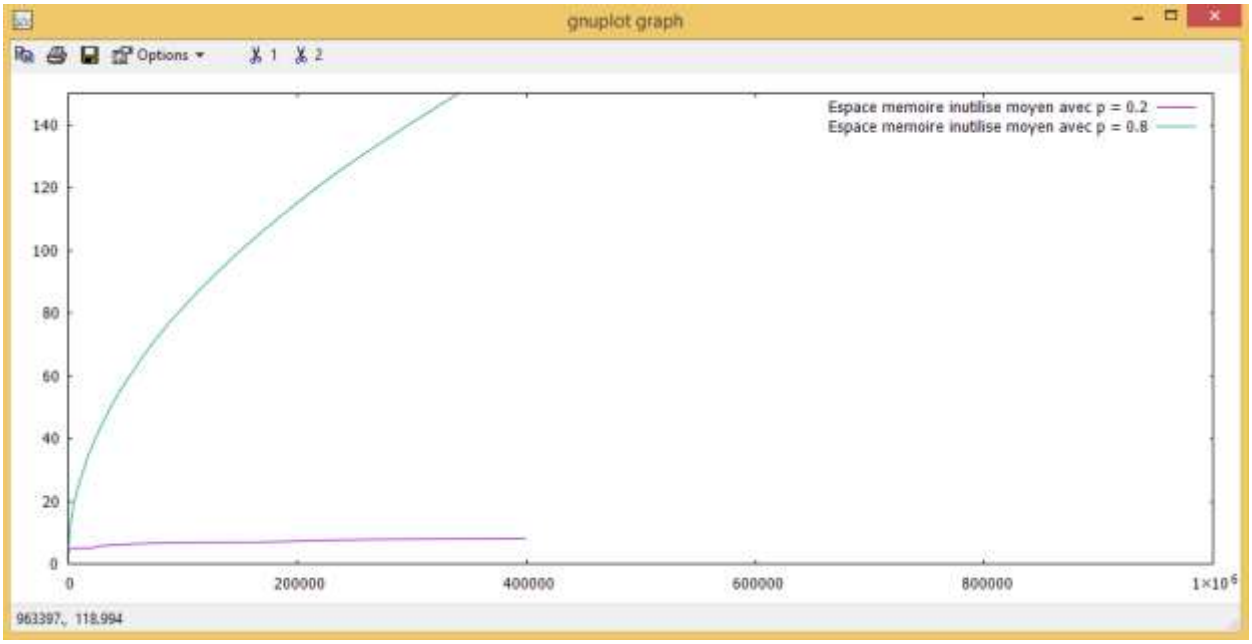
D'abord, on teste cette stratégie à nouveau les différentes valeurs de p. On pense que cette strategie est appropriée avec $p < 0.5$. C'est-à-dire, le nombre de suppression est plus que le nombre d'insertion. Ça rend la taille du tableau petite



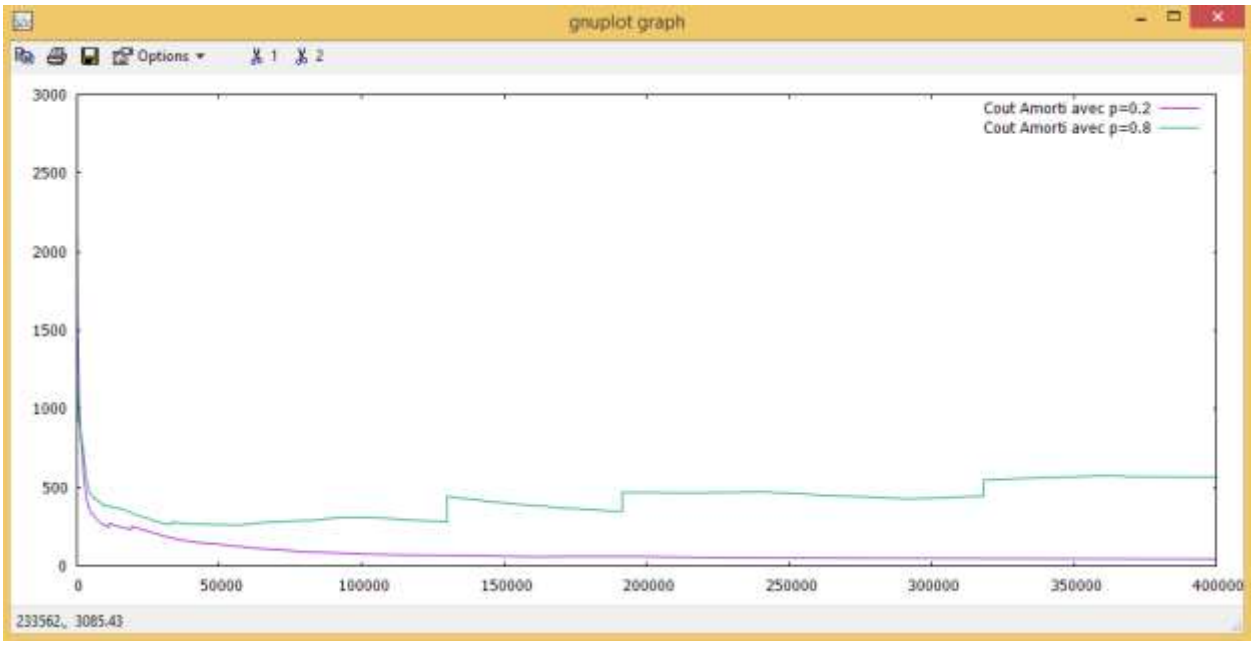
Cette stratégie n'est pas appropriée avec la probabilité $p > 0.5$. Puisque, la grande taille rend le cout de copier trop cher avec le temps.



En plus, le facteur de multiplicatif n'est pas grand et le facteur de remplissage égal à 1, l'espace mémoire inutilisé est très grand pour éviter le gaspillage de mémoire.



Enfin, on peut clairement voir dans la graphie des couts amortis entre $p = 0.2$ et $p = 0.8$. Le cout en temps de $p = 0.2$ est stable avec le temps mais le cout en temps de $p = 0.8$ est grandi avec le temps.


gnuplot graph
Options
1
2
Cout Amorti avec p=0.2
Cout Amorti avec p=0.8
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
50000
100000
150000
200000
250000
300000
350000
400000
233562, 3085.43