

波浪能最大输出功率设计

摘要

波浪能作为一种重要的海洋可再生能源，分布广泛，储量丰富，具有可观的应用前景。本文通过建立合适的数学模型分析，在浮子于波浪中做垂荡和纵摇运动的情形下，对由浮子、振子、中轴以及能量输出系统（PTO，包括弹簧和阻尼器）构成的波浪能装置进行分析，并对阻尼器的阻尼系数进行优化使得该装置达到最大输出功率。

针对问题一：分别对振子和浮子做受力分析，以 $z_1(t)$ 为惯性参考系中浮子运动时所在位置， $z_2(t)$ 为惯性参考系中振子运动时所在位置为变量，考虑浮子在波浪中只做垂荡运动的情形，建立对应的常微分方程并通 Matlab 中 ODE solver 求解，当直线阻尼器的阻尼系数为 $10000 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时，所得垂荡位移和速度图像在一定时间内呈现不规则振动，约 80s 后振子与浮子都将做类似固定周期的周期运动。

针对问题二：通过问题一中的运动方程，设平均功率为一段时间内（不妨设为经过充分长时间后的一个较长时间段内）通过浮子与振子的相对运动驱动直线阻尼器做功总量与这段时间的长度之比，且假设转化效率为 1，并结合通过 Matlab 构建的平均功率与直线阻尼器系数的函数图像与利用 fmincon 函数的极值点算法确定阻尼器达到最大功率时阻尼器对应系数，最后解得平均功率约为 229W。

针对问题三：问题三现实模型十分复杂因此需要先对模型进行一系列有依据的假设，例如：根据几何对称性假设中轴底座平面与中轴的交点为纵摇运动时浮子绕转点 O ，再根据纵摇的定义推导出在浮子垂荡纵摇耦合运动时， O 点只会在初始中轴线上进行垂荡运动而不会绕自身进行纵摇运动偏离初始中轴线。基于以上假设的简化模型可以分别对其纵摇运动采取力矩分析，垂荡运动采取受力分力来建立振子和浮子垂荡纵摇耦合运动时与 θ_1 、 θ_2 、 Z_1 、 Z_2 相关的物理量关于时间变量的方程组，并利用 Matlab 中 ODE solver 求解。

针对问题四：与问题二类似地，假设转化效率为 1，定义经过充分长时间后的一个较长时间段内，直线阻尼器和旋转阻尼器所做总功与该段时间长度比值为系统总平均输出功率。并结合通过 Matlab 构建的平均功率与直线阻尼器系数的函数图像与利用 fmincon 函数的极值点算法确定阻尼器达到最大功率时阻尼器对应系数，最后解得平均功率约为 317W。

关键词：牛顿第二定律 力矩分析 常微分方程组 带约束条件极值函数 fmincon

一、 问题重述

对波浪能装置系统在浮子于波浪中做垂荡和纵摇运动的情形下进行分析:

问题一: 考虑浮子在波浪中只做垂荡运动, 建立浮子与振子的运动模型, 根据附件三、四提供的参数值, 分别在直线阻尼器的阻尼系数的不同假设下, 计算浮子和振子在波浪激励力 $f\cos\omega t$ (f 为波浪激励力振幅, ω 为波浪频率) 作用下前 40 个波浪周期内时间间隔为 0.2 s 的垂荡位移和速度;

问题二: 考虑浮子在波浪中只做垂荡运动, 利用已经建立的运动模型根据附件三、四提供的参数值, 对两种情况建立确定直线阻尼器最优阻尼系数的数学模型, 使得 PTO 系统的平均输出功率最大;

问题三: 考虑浮子在波浪中只做垂荡和纵摇运动, 建立浮子与振子的运动模型。计算浮子与振子在波浪激励力和波浪激励力矩 $f\cos\omega t$, $L\cos\omega t$ (f 为波浪激励力振幅, L 为波浪激励力矩振幅, ω 为波浪频率) 作用下前 40 个波浪周期内时间间隔为 0.2s 的垂荡位移与速度和纵摇角位移与角速度, 浮子与振子的垂荡位移与速度和纵摇角位移与角速度;

问题四: 考虑浮子在波浪中只做垂荡运动, 利用已经建立的运动模型根据附件三、四提供的参数值, 对直线阻尼器和旋转阻尼器的阻尼系数均为常量的情况, 建立确定直线阻尼器和旋转阻尼器最优阻尼系数的数学模型, 使得 PTO 系统的平均输出功率最大。

二、 模型假设

1. 海水是无粘及无旋的, 浮子在线性周期微幅波作用下会受到波浪激励力(矩)、附加惯性力(矩)、兴波阻尼力(矩)和静水恢复力(矩);
2. 忽略中轴、底座、隔层及 PTO 的质量和各种摩擦;
3. 对第一问, 先假设在浮子运动过程中, 浮子锥体部分并不会超过海面, 并在此假设下做出的结果恰好与假设吻合, 即 Z_1 的变化幅度不太大;
4. 假设振子在运动时不会与浮子的内壁发生碰撞
5. 假设直线阻尼器的阻尼系数在问题二中的各个参数取值情况下仍满足假设 3、假设 4;
6. 问题二、四中由于需要截断部分时间区间, 考虑在对运动时间 t 进行积分运算计算阻尼器的平均输出功率时所选取的积分左端点充分大, 对满足任意的问题二、四中的直线阻尼器、旋转阻尼器的阻尼参数选取在所积分的时间段上都已达到稳定态;
7. 假设转轴架上转轴到中轴底座平面距离可以忽略, 中轴底座高度可以忽略;

8. 依据几何对称性假设中轴底座平面与中轴的交点为纵摇运动时浮子绕转点 O ，并以 O 点为圆心，转轴为 y 轴，初始中轴线为 z 轴建系，如图所示：

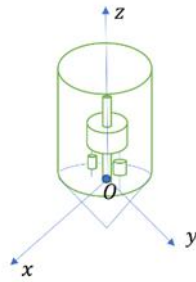


图 1 垂荡纵摇耦合运动模型

9. 由于纵摇运动，静水恢复力中的浮力将与 θ_1 有关，静水恢复力为浮子的重力与水对系统的浮力的合力，当 O 点纵向位置为 Z_1 ，浮子偏离角度为 θ_1 时，假设 Z_1 与 θ_1 在合理的范围内（此处先做出假设随后可根据试验结果进行验证是否成立）使得在整个过程中浮子横截面的左上端点和右上端点不会淹没在水中，即在整个运动过程中不会出现 $\frac{h-Z_1}{\sqrt{10}} = \cos(|\theta_1| + \theta_0)$ 的情形（ θ_0 为常数，有 $\theta_0 = \arccos(\frac{1}{\sqrt{10}})$ ）。

10、由于题目中没有提及转化效率，故假设第二问、第四问中的阻尼器能量输出无损失，即转化效率恒为 1.

三、 符号说明

关键符号	说明	关键符号	说明
M	浮子质量 (kg)	Z_1	惯性参考系中浮子运动时中轴底座平面在空间中的绝对高度 (m)
Z_2	惯性参考系中振子下底面在空间中的绝对高度(m)	M'	垂荡附加质量 (kg)
α'	垂荡兴波阻尼系数(N · s/m)	ρ	海水的密度 (kg/m ³)
g	重力加速度 (m/s ²)	l_0	弹簧原长(m)
α	直线阻尼器的阻尼系数(N · s/m)	k	弹簧刚度(N/m)
r	浮子底半径(m)	m	振子质量 (kg)
ω	入射波浪频率 (s ⁻¹)	t	运动时间(s)
θ_1	运动过程中浮子中心轴与初始中轴的夹角(rad)	θ_2	运动过程中中轴与初始中轴的夹角(rad)

四、 问题分析

4.1 问题一分析

浮子在波浪中只做垂荡运动，分别对振子和浮子进行受力分析：首先对运动中振子进行受力分析可得：运动中振子受到 PTO 系统中弹簧弹力，直线阻尼器的阻尼力以及自身重力；对运动中浮子进行受力分析可得：浮子受 PTO 系统中弹簧弹力，直线阻尼器的阻尼力，波浪激励力，垂荡附加惯性力，垂荡兴波阻尼力，海水浮力以及自身重力。建立以 t 为自变量， z_1 和 z_2 为因变量的运动方程，并运用 Matlab 中 ODE solver 进行求解；

4.2 问题二分析

在模型假设 5、6 的条件下浮子的运动条件与第一问相同，要求对直线阻尼器的系数进行修正从而使得 PTO 系统的平均输出功率最大，同时在计算 PTO 系统的平均输出功率时所选取的运动时间的积分段应避开整个系统刚开始运动时尚未稳定的一段时间。利用相应的公式以及 Matlab 辅助函数求解；

4.3 问题三分析

当浮子在波浪中进行垂荡纵摇耦合运动时，在模型假设条件下以及根据纵摇运动的定义可知， O 点只会在初始中轴线上进行垂荡运动而不会绕自身进行纵摇运动偏离初始中轴线。浮子会绕 y 轴进行纵摇转动，同时会与 O 点一起沿 z 轴进行上下的垂荡运动；振子会随着中轴一起绕 O 在 xOz 平面内进行转动以及一起随着 O 点进行垂荡运动，同时振子还会沿着中轴进行滑动。之后，根据振子和浮子所受合力矩情况可以建立两者的纵摇运动方程，再利用问题一中的受力分析方法对有纵摇运动下两者的受力情况进行分析得出振子和浮子的垂荡运动方程；

4.4 问题四分析

与问题二类似，在转化效率为 1 的假设下构建系统的总输出功率方程，利用 Matlab 中的辅助函数以及示意图像对问题进行分析从而确定使得系统总平均输出功率所能达到的最大值以及对应的直线阻尼器和旋转阻尼器的阻尼系数。

五、 模型的建立与求解

5.1 问题一：浮子在波浪中只做垂荡运动下浮子与振子的运动模型

首先考虑初态，即整个装置静止在水面中的情形，为方便起见，假设 $z_1(0) = 0(m)$ ，即以静止状态下波浪能装置的中轴底座所在高度记为 $0m$ ，此时由于静止状态下浮子与振子没有相对速度，故直线阻尼器的阻尼力为 $0N$ ，振子只受到弹簧给它向上的弹力以及自身重力，有受力图：

$$F_{\text{弹}} = k(l_0 - (Z_2(0) - Z_1(0)))$$

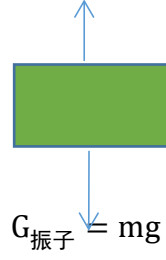


图2 ODE 初值求解图

解得 $Z_2(0) = 0.202(m)$ ，而显然有 $\dot{Z}_1(0) = \dot{Z}_2(0) = 0(m/s)$ ，此时 ODE 初值条件解毕，进一步计算初态时水平面距离中轴底座平面的高度 h ，有： $G_{\text{振子}} + G_{\text{浮子}} = (M + m)g = F_{\text{浮}} = \rho g(\frac{0.8}{3}\pi r^2 + \pi r^2 h)$ ，代入数据后解得 $h = 2(m)$ ，故由此假设在运动过程中浮子的圆锥部分不会露出水面，即 $Z_2(0) \leq 2(m)$ ，在此假设下进行受力分析与求解发现与假设相吻合。

5.1.1 运动过程中的受力分析

对 t 时刻时振子进行受力分析：

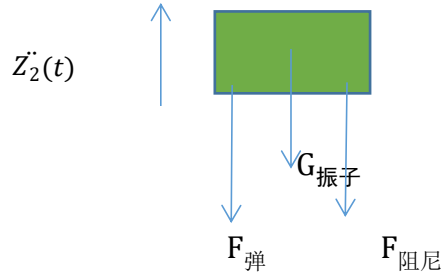


图3 振子垂荡运动受力图

其中有 $|G| = mg$ ， $|F_{\text{弹}}| = k|Z_2(t) - Z_1(t) - l_0|$ ， $|F_{\text{阻尼}}| = \alpha|\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1|$

综合上述各力，有运动方程： $m\ddot{Z}_2 = -mg - k(Z_2 - Z_1 - l_0) - \alpha(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1)$ ——①

对 t 时刻时浮子进行受力分析： F_W F_{PTO} $F_{\text{静水恢复}}$



图4 浮子垂荡运动受力图

其中有 F_W 为波浪激励力、附加惯性力以及兴波阻尼力的合力，有 $F_W = f \cos \omega t - M'\dot{Z}_1 - \alpha'\dot{Z}_1$ ；

$F_{\text{静水恢复}}$ 为静水恢复力，是浮力与重力的合力，有 $F_{\text{静水恢复}} = mg - \rho g \pi r^2 Z_1$ ；

F_{PTO} 为 PTO 系统给浮子的作用力，有 $F_{PTO} = k(Z_2 - Z_1 - l_0) + \alpha(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1)$

综合上述各力，有运动方程：

$$M\ddot{Z}_1 = f\cos\omega t - M'\dot{Z}_1 - \alpha'\dot{Z}_1 + k(Z_2 - Z_1 - l_0) + \alpha(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1) + mg - \rho g\pi r^2 Z_1 \quad \text{---} \textcircled{2}$$

综合①、②得二阶常微分方程组，有初值条件 $Z_1(0) = 0(m)$ ， $Z_2(0) = 0.202(m)$ ， $\dot{Z}_1(0) = \dot{Z}_2(0) = 0(m/s)$ ，

5.1.2 ODE 解及其表示

5.1.2.1 当 $\alpha = 10000(N\cdot s/m)$ 时

通过 Matlab ODE45 得到：

	$Z_1(t)(m)$	$\dot{Z}_1(t)(m/s)$	$Z_2(t)(m)$	$\dot{Z}_2(t)(m/s)$
10s	-0.19071	-0.64101	-0.00972	-0.69395
20s	-0.59068	-0.24095	-0.43229	-0.27278
40s	0.28537	0.31297	0.49846	0.33291
60s	-0.31451	-0.47945	-0.12948	-0.51573
100s	-0.08361	-0.60421	0.11789	-0.643

令 $t \in [0, 200](s)$, 得到 ODE 的解曲线绘制如下：

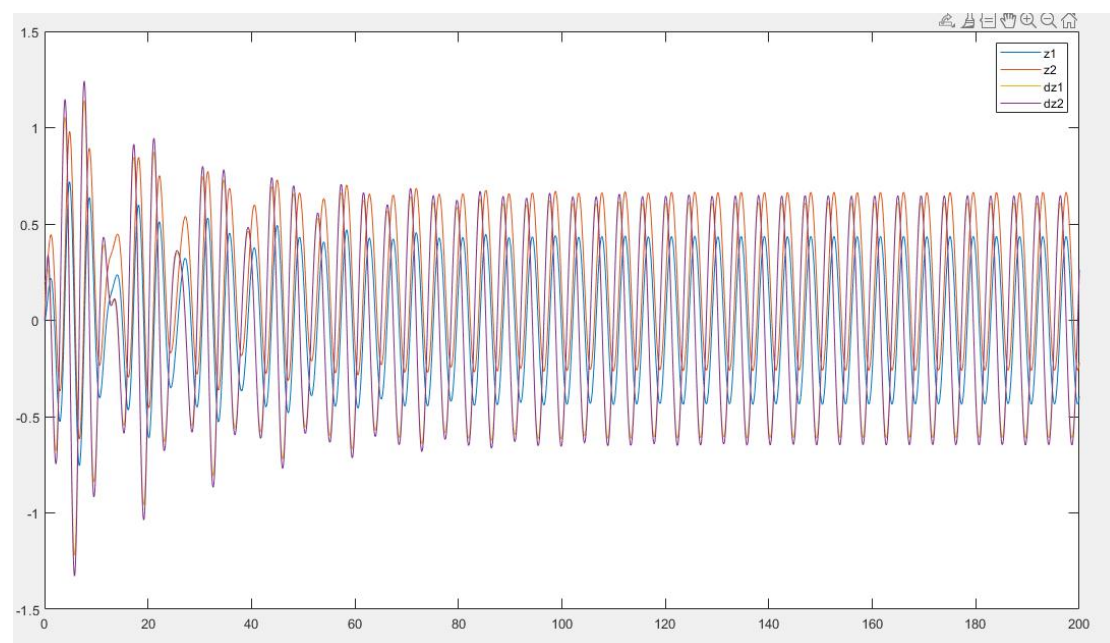


图 5 垂荡总运动图

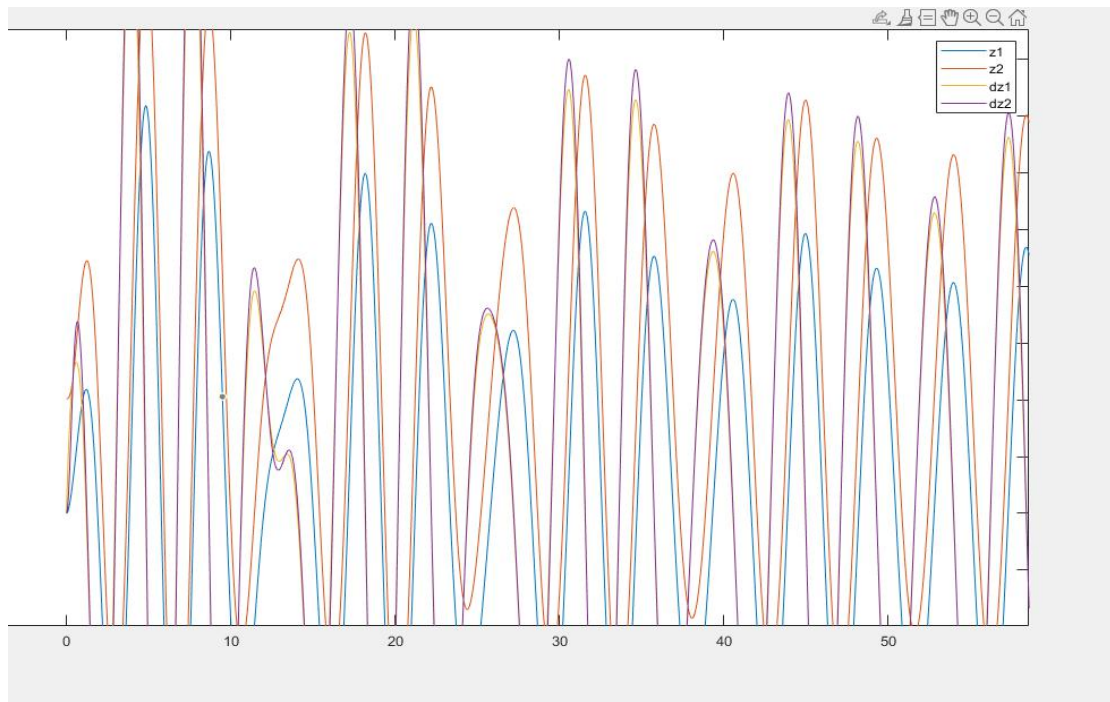


图 6 垂荡总运动图 (图 5 局部放大 $t \in [0, 60](s)$)

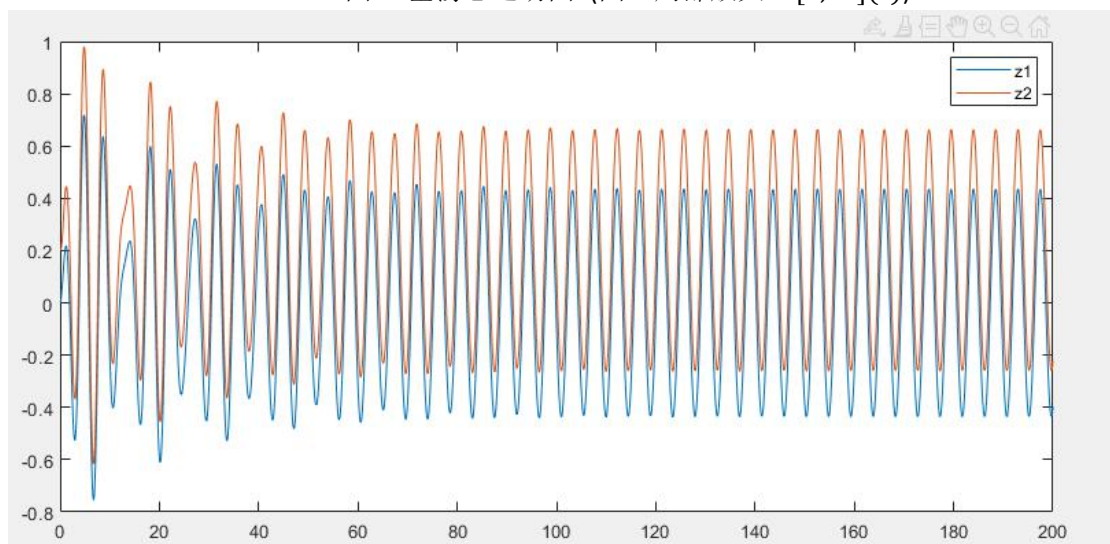


图 7 垂荡运动 $Z_1(t)$ 、 $Z_2(t)$ 图像 ($t \in [0, 200](s)$)

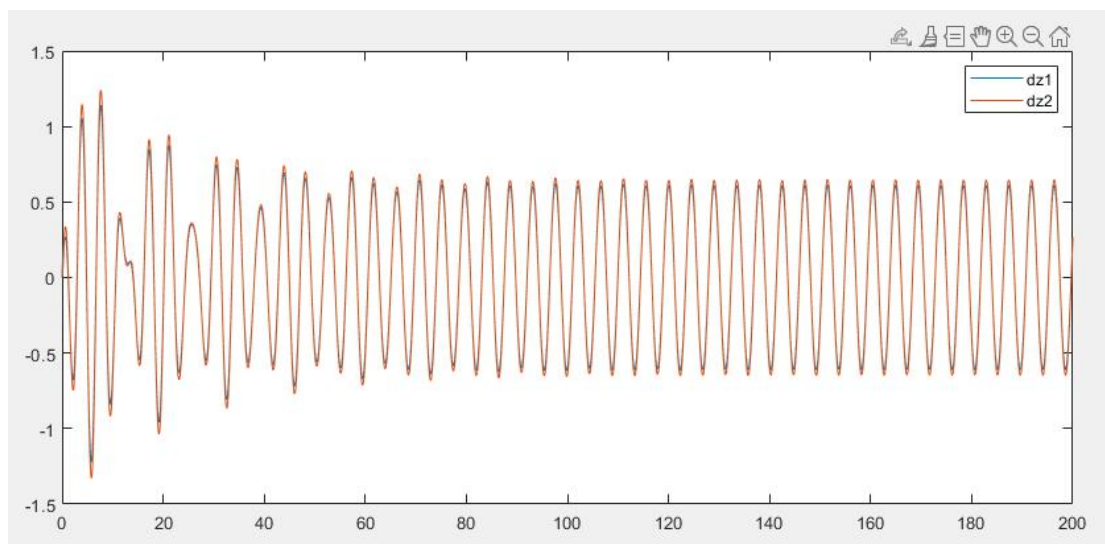


图 8 垂荡运动 $\dot{Z}_1(t)$ 、 $\dot{Z}_2(t)$ 图像($t \in [0, 200](s)$)

5.1.2.2 当 $\alpha = 10000|\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1|^{0.5}(N \cdot s/m)$ 时

通过 Matlab ODE45 得到:

	$Z_1(t)(m)$	$\dot{Z}_1(t)(m/s)$	$Z_2(t)(m)$	$\dot{Z}_2(t)(m/s)$
10s	-0.20588	-0.65282	-0.03261	-0.69994
20s	-0.61111	-0.25478	-0.4591	-0.27702
40s	0.26877	0.2953	0.48212	0.31252
60s	-0.32716	-0.49152	-0.14765	-0.52559
100s	-0.08841	-0.60983	0.10847	-0.65008

5.2 问题二：与问题一相同假设下对阻尼系数的优化

在模型假设 5 的条件下，此问的模型与问题一完全相同，而参数与问题一中的参数于附件 3 的部分不同而于附件 4 中的参数相同。由于在计算初态时只用到了附件 4 中的参数内容，故对于同一常微分方程组有相同的初态 $\dot{Z}_1(0) = \dot{Z}_2(0) = 0(m/s)$ ， $Z_1(0) = 0(m)$ ， $Z_2(0) = 0.202(m)$

在计算 PTO 系统的平均输出功率时，所选取的运动时间的积分段应避开整个系统刚开始运动时尚未稳定的一段时间。（即符合假设 6），不妨取积分初始

点为 $t_0 = 4000(s)$,积分取间为 $[4000, 4400]$,则 $E = \int_{4000}^{4400} \alpha |\dot{Z}_2(t) - \dot{Z}_1(t)|^2 dt$,

对第一小问，此时 α 为常数， $\alpha \in [0, 100000]$ ，此时根据图像和函数分析综合可得：

当 $\alpha = 3.72 * (N \cdot s/m)$ 时有 $P_{\max} = \frac{E}{400} = 229.59(w)$

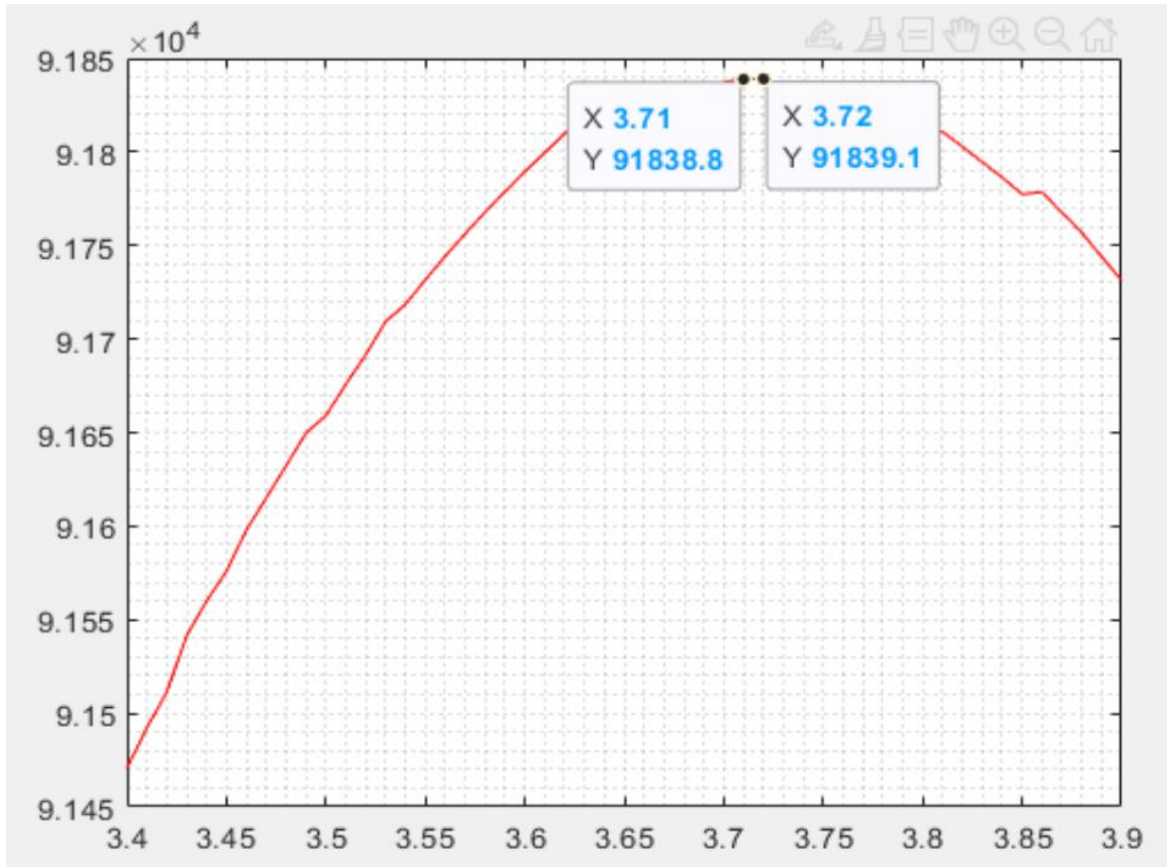


图 9 以 E 为 Y 轴， α 为 X 轴的 E 随 α 变化趋势

对第二小问，此时 $\alpha = k_1 |\dot{Z}_2(t) - \dot{Z}_1(t)|^{k_2}$ ，此时 $k_1 \in [0, 100000]$ ， $k_2 \in [0, 1]$ 。此时我们对式子 $P_{\max} = \frac{E}{400}$ 使用 Matlab 中的 `fmincon` 函数进行估计，得到极值约为 229w，此时可通过对给定的 k_1 、 k_2 求得对应的 P 从而可构建由 k_1 、 k_2 以及 P 的三维曲面如下：

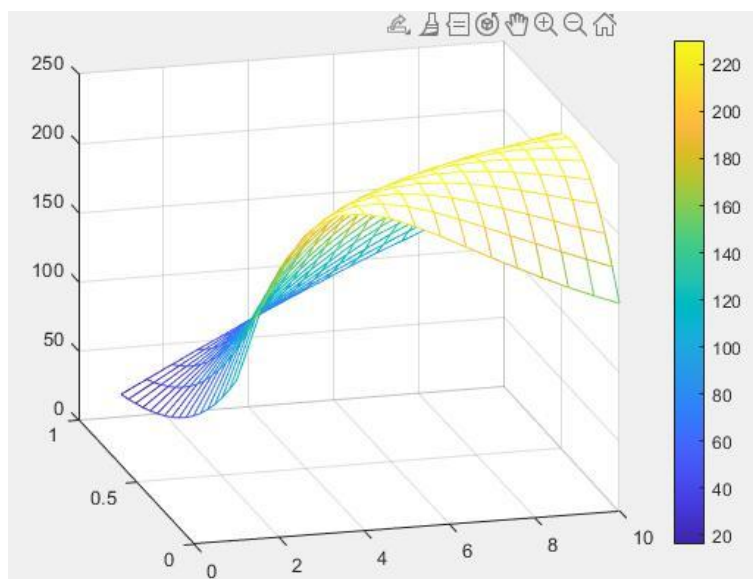


图 10: 选取均匀分布的 (k_1, k_2) 坐标所绘制的三维散点图作为曲面的示意图

5.3 问题三：浮子在波浪中垂荡纵摇耦合运动模型

5.3.1 公式提出

基于前文的假设以及问题分析，可以给出振子和浮子的垂荡运动方程和纵摇运动方程如下：

为了主方程组表达简洁易懂，引入不含对时间二阶导的过渡方程组：

$$\begin{cases} M_{PTO} = K(\theta_2 - \theta_1) + \beta(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \\ l = \frac{Z_2 - Z_1}{\cos\theta_2} \\ F'_{PTO} = k(l - l_0) + \alpha v_1 \\ v_1 = \frac{1}{\cos\theta_1}(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1 + l\dot{\theta}_2 \sin\theta_2) \\ F'_{\square} = \left(\frac{Z_1 - h}{\cos\theta_1} + h\right) \rho g \pi r^2 - mg \end{cases}$$

下面为主方程组：

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 = L \cos \omega t - c_{\square} \dot{\theta}_1 - J'_1 \ddot{\theta}_1 - \beta' \dot{\theta}_1 + M_{PTO} \\ ml^2 \ddot{\theta}_2 = -M_{PTO} + mgl \sin \theta_2 \\ M \ddot{Z}_1 = f \cos \omega t - M' \ddot{Z}_1 - \alpha' \dot{Z}_1 + (F'_{PTO} - F'_{\square}) \cos \theta_2 \\ m \ddot{Z}_2 = -mg - F'_{PTO} \cos \theta_2 \end{cases}$$

下面为方程组变量初值：

$$\begin{cases} Z_1(0) = 0 \\ Z_2(0) = 0.202 \\ \dot{Z}_1(0) = \dot{Z}_2(0) = 0 \\ \theta_1 = \theta_2 = \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0 \end{cases}$$

5.3.2 变量说明

$\dot{\theta}_1$ 为浮子运动角速度， $\dot{\theta}_2$ 为振子运动角速度， $\ddot{\theta}_1$ 为浮子运动角加速度， $\ddot{\theta}_2$ 为振子运动角加速度。

M_{PTO} 为旋转阻尼器和扭转弹簧产生的力矩； l 为振子质心（在中轴所在直线上去）到转轴的距离，根据假设也可视为振子质心到 O 的距离； F'_{PTO} 为系统做垂荡纵摇耦合力时 PTO 系统产生的力； v_1 为系统做垂荡纵摇耦合力时，振子沿中轴方向相对浮子的速度，该速度也就是使得直线阻尼器工作的等效相对速度。

5.3.3 常参数对照表

因为本题涉及参数较多，为方便查阅，下附此表：

参数

浮子质量 M (kg)
浮子底半径 r (m)
振子质量 m (kg)
海水的密度 ρ (kg/m ³)
重力加速度 g (m/s ²)
弹簧刚度 k (N/m)
弹簧原长 l_0 (m)
扭转弹簧刚度 K (N·m)
静水恢复力矩系数 $c_{\text{静}}$ (N·m)
入射波浪频率 ω (s ⁻¹)
垂荡附加质量 M (kg)
纵摇附加转动惯量 J'_1 (kg·m ²)
垂荡兴波阻尼系数 α' (N·s/m)
纵摇兴波阻尼系数 β' (N·m·s)
垂荡激励力振幅 f (N)
纵摇激励力矩振幅 L (N·m)
初始圆柱在水里高度 h (m)
直线阻尼器阻尼系数

α (N·s/m)
振子转动惯量 J_1 (kg·m ²)
旋转阻尼器 β (N·m·s)

其中 J_1 并未直接给出, 根据转动惯量公式 $\int r^2 dm$ 可以解得。由题目所给条件: 浮子由质量均匀分布的圆柱壳体和圆锥壳体组成, 则考虑将浮子外壳分成三部分: 顶端圆盖、圆柱侧面以及圆锥底面, 分别利用平行轴定理对其求解, 设 σ 为浮子单位面积的质量, S 为浮子的总表面积, 则经计算得 $\sigma = \frac{M}{S} = \frac{4866}{\pi(7+\sqrt{1.64})}$ (kg/m²),

利用平行轴定理得顶端圆盖的转动惯量 (设为 J_{11}), 有 $J_{11} = \frac{37}{4} \sigma \pi$ (kg·m²), 同理解得圆柱侧面的转动惯量 (设为 J_{12}), 有 $J_{12} = 21 \sigma \pi$ (kg·m²), 圆锥底面的转动惯量 (设为 J_{13}), 有 $J_{13} \approx 0.457 \sigma \pi$ (kg·m²), 有 $J_1 = J_{11} + J_{12} + J_{13} \approx 18044.42037$ (kg·m²)

5.3.4 纵摇运动正方向规定:

根据右手定则, 当物体逆时针转动时, 角速度垂直于纸面向外。于是, 在后续判断角速度、角加速度以及力矩时, 规定垂直于纸面向外的方向为正方向, 相关物理量记正号; 垂直于纸面向里的方向为负方向, 相关物理量记负号。

5.3.5 垂荡纵摇耦合运动分析

说明: 为了表述方便和描述清晰, 下文中将阻碍物体旋转产生的力矩称为阻力矩, 由促进物体旋转的力产生的力矩称为动力矩。

5.3.5.1 振子与浮子的纵摇运动。

对于浮子, 考虑其逆时针运动时的情况, 其相对于点 O 的力矩可以写作 $J_1 \ddot{\theta}_1$, 方向垂直于纸面向外, 记为正。

因为浮子受波浪对其作用的力矩 $M_{\text{浪}}$, 旋转阻尼器和扭转弹簧对其产生的力矩 M_{PTO} , 所以对于浮子转动时相对于 O 的力矩还可以表示为以上两个力矩之和 $M_{\text{浪}} + M_{PTO}$, 因为该和力矩与 $J_1 \ddot{\theta}_1$ 是同一力矩, 方向应当和 $J_1 \ddot{\theta}_1$ 相同, 都为垂直纸面向外, 记为正。于是有等式 $J_1 \ddot{\theta}_1 = M_{\text{浪}} + M_{PTO}$ 。

其中, 波浪对浮子的力矩 $M_{\text{浪}}$ 包含: 波浪激励力矩 $L \cos \omega t$, 该力矩会促进浮子的旋转因此方向与 $J_1 \ddot{\theta}_1$ 方向同, 记为正; 附加惯性力矩 $J_1' \ddot{\theta}_1$, 该力矩的性质和附加惯性力相同, 都是会阻碍浮子的运动, 此处该力矩阻碍浮子的旋转, 因此方

向垂直纸面向里，记为负；兴波阻尼力矩 $\beta'\dot{\theta}_1$ ，与前者相同，该力矩也阻碍浮子转动，记为负；静水恢复力矩 $c_{\text{静}}\theta_1$ ，根据定义：“浮体在海水中做纵摇运动时，会受到使浮体转正的力矩，称为静水恢复力矩。”可知该力矩也为阻力矩，记为负。因此 $M_{\text{浪}} = L\cos\omega t - J_1'\ddot{\theta}_1 - \beta'\dot{\theta}_1 - c_{\text{静}}\theta_1$ 。

其中，旋转阻尼器和扭转弹簧对其产生的力矩包含：旋转阻尼器的扭矩 $\beta(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)$ ，该力矩为动力矩，取正号；旋转弹簧的扭矩 $K(\theta_2 - \theta_1)$ ，同样为动力矩，取正号。根据前文变量说明，旋转阻尼器和扭转弹簧对其产生的力矩就为 M_{PTO} 。

综上，浮子的纵摇运动方程为 $J_1\ddot{\theta}_1 = L\cos\omega t - c_{\text{静}}\theta_1 - J_1'\ddot{\theta}_1 - \beta'\dot{\theta}_1 + M_{PTO}$ 。

对于振子，同样考虑其逆时针运动时情况，其相对于点 O 的力矩可以写作 $ml^2\ddot{\theta}_2$ ，方向垂直于纸面向外，记为正。

因为振子对于点 O 有重力矩 $mglsin\theta_2$ ，为动力矩，取正。此外，还有旋转阻尼器以及扭转弹簧对其的力矩 M_{PTO} ，为阻力矩，取负。实际上中轴弹力对振子相对点 O 的力矩大小就等于 M_{PTO} ，但为阻力矩因此取负。此时振子纵摇运动方程为 $ml^2\ddot{\theta}_2 = -M_{PTO} + mglsin\theta_2$ 。

综上，振子的纵摇运动方程为 $ml^2\ddot{\theta}_2 = -M_{PTO} + mglsin\theta_2$ 。

5.3.5.2 考虑振子与浮子的垂荡运动

当振子和 O 在 z 轴方向上相对位置为 $Z_2 - Z_1$ ，且中轴偏离竖直方向 θ_2 时，振子质心与 O 的距离 $l = \frac{Z_2 - Z_1}{\cos\theta_2}$ ，因此 PTO 系统弹簧弹力为 $k(l - l_0)$ 。

考虑振子和浮子的速度：振子有和浮子一起向上的速度 v_0 ，振子有沿中轴运动的速度 v_1 还有垂直于中轴摆动的线速度 $v_2 = \dot{\theta}_2 l sin\theta_2$ 。垂直方向上速度差为 $\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1$ ，同时也可以视为 v_1 和 v_2 在竖直方向上的分量，即 $v_1\cos\theta_1 - v_2\sin\theta_1 = \dot{Z}_2 - \dot{Z}_1$ 。解得 $v_1 = \frac{1}{\cos\theta_1}(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1 + l\dot{\theta}_2\sin\theta_2)$ ，即让直线阻尼器工作的有效速度。因此直线阻尼器的力为 αv_1 。此时 PTO 的力为

$F'_{PTO} = k(l - l_0) + \alpha v_1$ 。PTO 力的方向沿中轴方向。

对于振子受力分析，在竖直方向上所受合力为 $m\ddot{Z}_2$ ，也可以表示为重力加上 PTO 力沿竖直分量之和的相反数。即 $m\ddot{Z}_2 = -mg - F'_{PTO} \cos\theta_2$ 。

对于浮子受力分析，浮子在垂荡运动即纵向运动时所受波浪力可认为与问题 1 中所受波浪力相同为 $f \cos\omega t - M'\ddot{Z}_1 - \alpha'\dot{Z}_1$ 。但是由于纵摇运动，静水恢复力中的浮力将与 θ_1 有关，静水回复力为浮子的重力与水对系统的浮力的合力，当 O 点纵向位置为 Z_1 ，浮子偏离角度为 θ_1 时，基于假设 9，浮力相对于初始静止时刻变化量为 $-\left(\frac{Z_1-h}{\cos\theta_1} + h\right) \rho g \pi r^2$ ，初始浮力为 $(M+m)g$ ， t 时刻浮力将为 $(M+m)g - \left(\frac{Z_1-h}{\cos\theta_1} + h\right) \rho g \pi r^2$ ，浮子所受浮力与重力合力为 $mg - \left(\frac{Z_1-h}{\cos\theta_1} + h\right) \rho g \pi r^2$ 。同时 PTO 系统还会给予浮子一个与其给予振子等大反向的力 $F'_{PTO} \cos\theta_2$

综上所述，浮子所受合力的运动方程为 $M\ddot{Z}_1 = f \cos\omega t - M'\ddot{Z}_1 - \alpha'\dot{Z}_1 + (F'_{PTO} - F'_{\square}) \cos\theta_2$ 。

5.3.6 ODE 解及其表示

在论文中给出 10 s、

20 s、40 s、60 s、100 s 时，浮子与振子的垂荡位移与速度和纵摇角位移与角速度。

通过 Matlab ODE45 得到:当 $\alpha = 10000(\text{N}\cdot\text{s}/\text{m})$ 、 $\beta = 1000 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$ 时，有

	$Z_1(t)(\text{m})$	$\dot{Z}_1(t)(\text{m/s})$	$Z_2(t)(\text{m})$	$\dot{Z}_2(t)(\text{m/s})$
10s	-0.52989	0.96952	-0.3986	1.0375
20s	-0.7058	-0.26798	-0.57152	-0.31772
40s	0.36917	0.75808	0.59397	0.84485
60s	-0.32084	-0.72374	-0.13968	-0.80196
100s	-0.05028	-0.94701	0.15923	-1.0368

	$\theta_1(t)(\text{rad})$	$\dot{\theta}_1(t)(\text{m/s})$	$\theta_2(t)(\text{m})$	$\dot{\theta}_2(t)(\text{m/s})$
10s	-0.01371	-0.03603	-0.01388	-0.03659
20s	0.013494	0.003906	0.013681	0.003889
40s	-0.03689	-0.01735	-0.03773	-0.01811
60s	0.018036	0.031763	0.018369	0.032201
100s	-0.000042112	0.037302	-0.000036574	0.038112

令 $t \in [0, 150](s)$, 得到 ODE 的解曲线绘制如下:

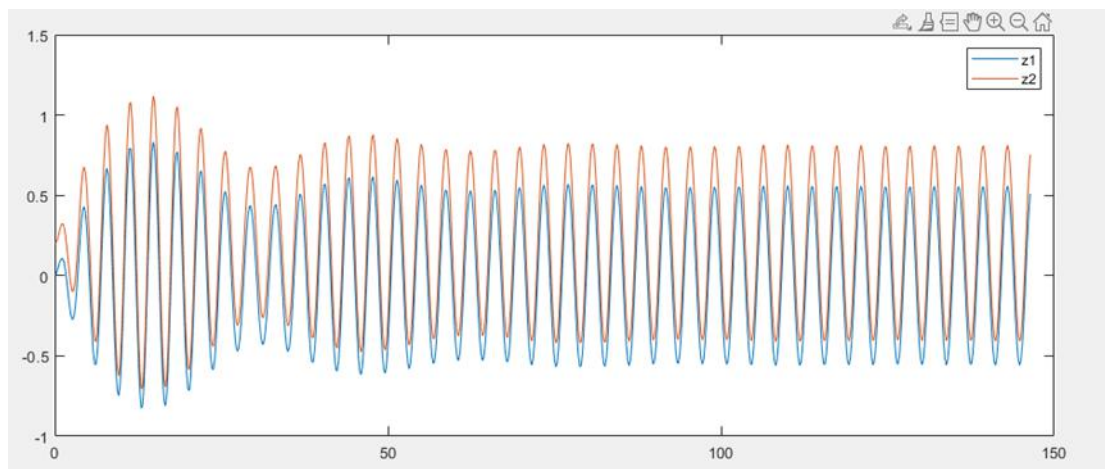


图 10 垂荡纵摇耦合运动 $Z_1(t)$ 、 $Z_2(t)$ 图像 ($t \in [0, 150](s)$)

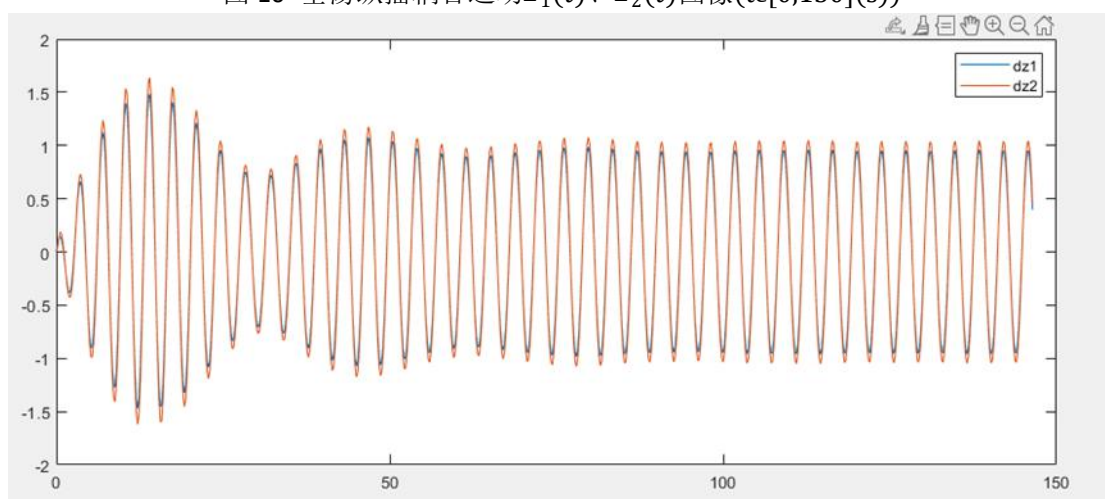


图 11 垂荡纵摇耦合运动 $\dot{Z}_1(t)$ 、 $\dot{Z}_2(t)$ 图像 ($t \in [0, 150](s)$)

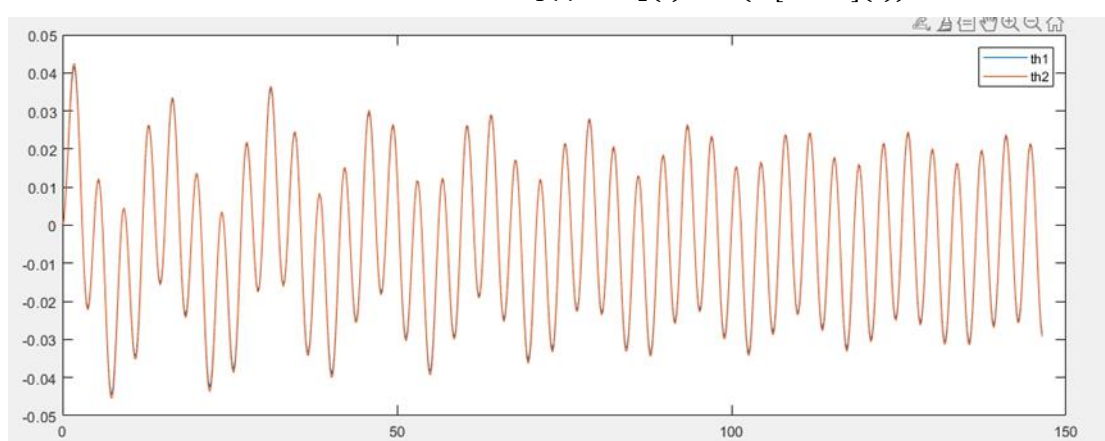


图 12 垂荡纵摇耦合运动 $\theta_1(t)$ 、 $\theta_2(t)$ 图像 ($t \in [0, 150](s)$)

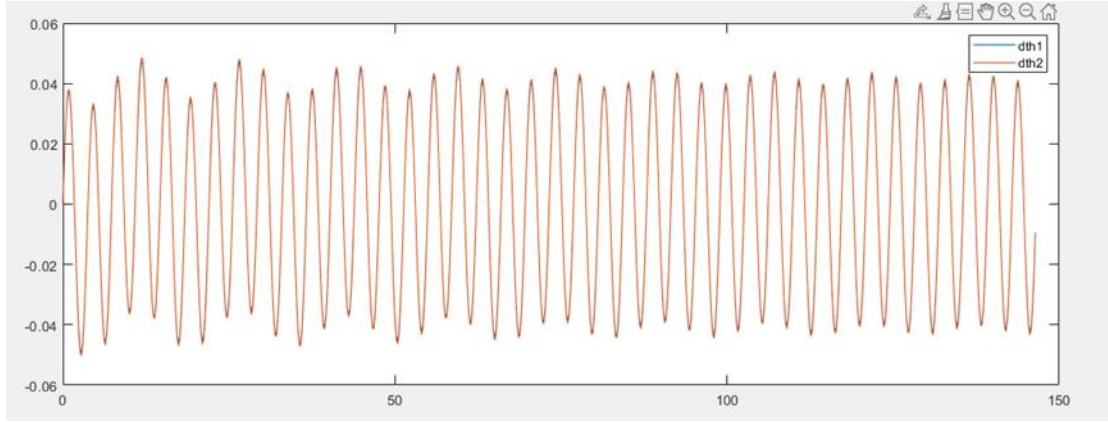


图 13 垂荡纵摇耦合运动 $\theta_1(t)$ 、 $\theta_2(t)$ 图像($t \in [0, 150](s)$)

5.4 问题四：与问题三相同的模型假设下对直线阻尼器和旋转阻尼器最优阻尼系数的优化

在模型假设的条件下，此问的模型与问题三完全相同，而参数与问题三中的参数于附件 3 的部分不同而于附件 4 中的参数相同。且对初态建立方程可得

$$\begin{cases} Z_1(0) = 0 \\ Z_2(0) = 0.202 \\ \dot{Z}_1(0) = \dot{Z}_2(0) = 0 \\ \theta_1 = \theta_2 = \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0 \end{cases}, \text{ 则系统的平均输出功率可以表示为:}$$

$$P_{\text{总输出}} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} \alpha v_1^2 dt}{T_2 - T_1} + \frac{\int_{T_1}^{T_2} \beta (\dot{\theta}_2(t) - \dot{\theta}_1(t))^2 dt}{T_2 - T_1} \quad \alpha \in [0, 100000], \beta \in [0, 100000],$$

此处的各项见问题三中分析

同第二问，我们在计算阻尼器的平均输出功率时，所选取的运动时间的积分段应避开整个系统刚开始运动时尚未稳定的一段时间。（即符合假设 6），不妨取积分初始点为 $t_0 = 5000(s)$ ，积分取间为 $[5000, 5500]$ ，则

$$P = \frac{\int_{5000}^{5500} \alpha v_1^2 + \beta (\dot{\theta}_2(t) - \dot{\theta}_1(t))^2 dt}{500},$$

在对上式的估计中，我们采用 fmincon 函数，

fmincon 是寻找约束非线性多变量函数的最小值的函数。相较于枚举法其优点是：

- 1.不用自己显式设定步长，函数会自动根据情况调整步长大小；
- 2.有多种最优化算法可供选择；（不同的算法针对不同问题性能会不一样）
- 3.整体看起来代码更加简洁，减少错误发生；
- 4.利用内点法、SQP 算法以及活动集算法等高效算法。

得到的最后结果为 $P_{\text{总输出}} \approx 317.2(W)$ ，在 $\alpha = 59258$ ， $\beta = 80504$ 处取到

存在的问题：有多组 (α, β) 的参数选取都可使得总输出功率达到约为 $317(W)$ ，求得的只是局部极值而非全局极值。

比如，若取 $\alpha = 59288$ ， $\beta = 80419$ ，则有 $P_{\text{总输出}} \approx 317.1367(W)$

若取 $\alpha = 59291$ ， $\beta = 62037$ ，则有 $P_{\text{总输出}} \approx 317.1279(W)$

若取 $\alpha = 59290$ ， $\beta = 61997$ ，则有 $P_{\text{总输出}} \approx 317.1279(W)$

六、模型评价

- 1、物理模型优点：在垂荡运动的模型中，由于题目已经给出相关简化假设而且运动形式较为简单，因此不需要另外进行假设条件，该模型的建立将与题目要求高度匹配。在垂荡纵摇耦合相对运动的模型中，采取 O 点作为运动中的特殊点可以大大简化振子和浮子在运动过程中的受力情况以及运动情况，使得运动方程表示更加容易。
- 2、物理模型缺点：在垂荡纵摇耦合相对运动中浮子绕转点有可能并不完全是严格绕 O 点转动，而且随着振子的运动在考虑纵摇转动时，浮子绕转点并不完全是固定的，这样就导致可能在纵摇等式中加入一定激励项（修正项）但是对于该项的确定缺乏相关专业知识和可能过于复杂。然而，忽略该项将导致模型与实际情况会有一定差别。
- 3、计算模型优点：在进行平均输出功率的计算过程中所选取的积分区间除去了一开始不规则振动的部分，并选取的积分区间较长从而规避了一定的误差
- 4、对多元函数进行分析时由于时间限制只采用了结合图像与 Matlab 中 fmincon 函数进行了极值分析，相当于只求了局部极值，但是是否为整体极值无法完全确定。

七、参考文献

- [1]陈志.锚泊浮台波浪能供电装置液压系统研制与功率特性研究[D].山东：山东大学机械工程学院，2020.
- [2]周丙浩.纵摇浮子式波浪能转换装置研究[D].哈尔滨：哈尔滨工程大学船舶工程学院,2018.
- [3]张健效.非对称半潜式平台完整稳性分析研究[D].哈尔滨：哈尔滨工程大学船舶工程学院,2019.

代码

1. 问题一函数文件（第一二题只需要更改 a 值得定义即可）

```
function dx=fun1(t,x)
M=4866;
M1=1335.535;
f=6250;
w=1.4005;
% a=10000;
a=10000*(abs(x(4)-x(2)))^0.5;
a1=656.3616;
k=80000;
l0=0.5;
r=1.0;
g=9.8;
m=2433;
```

```

ro=1025;
dx=[x(2);

(1/(M+M1))*(f*cos(w*t)-a1*x(2)+k*(x(3)-x(1)-10)+a*(x(4)-x(2))+m*g-ro*g*pi*r^2*x(1));
    x(4);
    (-m*g-k*(x(3)-x(1)-10)-a*(x(4)-x(2)))/m;
];

```

2. 问题一脚本文件

```

clc;clear;
k=80000;
l0=0.5;
m=2433;
g=9.8;
w=1.4005;
T=2*pi/w;
x0=[0.0;0.0;l0-m*g/k;0.0];
options=odeset;options.RelTol=1e-6;
span=0:0.2:80*T;
[t1,y1]=ode45('fun1',span,x0,options);
% plot(t1,y1(:,1));
% hold on%
% plot(t1,y1(:,3));
% hold on%
% plot(t1,y1(:,2));
% hold on%
% plot(t1,y1(:,4));
% hold on%
% legend('z1','dz1','z2','dz2') ;
% legend('z1','z2') ;
% legend('dz1','dz2') ;
%tmp=[10;20;40;60;100];
%for t=0:0.2:179.4555
%    disp(y1(tmp(t),1));
%end
%plot(t1,y1(:,3)-y1(:,1)+(m*g/k-10));
t=[10,20,40,60,100];
B=zeros(ceil(40*T/0.2),4);
for j=1:4
%    for i = 1:ceil(80*T/0.2)
%        for i = 1:5
%            disp(y1(t(i)/0.2,j));
%            B(i,j)=y1(i,j);

```

```

end
disp('another')
end
% csvwrite('p11.csv',B);
% csvwrite('p12.csv',B);
% disp(size(y1));
% disp(ceil(40*T/0.2))

```

3. 问题二第一题脚本文件

```

%% 第二题第一问
% 初始值
m1=4866;
del=1165.992;
g=9.8;
r=1;
ro=1025;
f=4890;
w=2.2143;
k=80000;
x0=0.5;
a=167.8395;
sig=10000;
m2=2433;
v=2.2143;
z2=x0-(m2*g)/k;

%% 第一次循环，a 从 0 循环到 10，因为对 a 进行了线性缩放
(0.1)
a=0;
max_a=0;max_S=0;
S=[];
while a<10
    %parfor a=0:10
        [t,y]=ode45(@ (t,y) [y(2);...

(m2*g-pi*r*r*ro*y(1)*g+f*cos(w*t)+k*(y(3)-x0-
y(1))-a*y(2)-sig*a*(y(2)-y(4)))/(m1+del);...

y(4);...

(-sig*a*(y(4)-y(2))-k*(y(3)-x0-y(1))-m2*g)/m2
;

],0:0.01:10000,[0,0,z2,0]);
s=0;
for tt=400000:440000

```

```

yy=a*sig*(y(tt,2)-y(tt,4)).^2;
s=s+0.01*yy;
end
S=[S,s];
if max_S<s
    max_S=s;
    max_a=a;
end
fprintf('面积为%f\n',s);
% hold on;
a=a+0.1;
end
fprintf('max_S=%f,max_a=%f\n',max_S,max_a);
%%
a=0:0.1:10;
plot(a,S,'r');
grid minor;
%% 看图之后发现 a 大致在 3.3 左右，再提升精度循环一次
(0.01)，得到最终结果
a=3.3;
max_a=0;max_S=0;
S=[];
while a<=3.9
    [t,y]=ode45(@ (t,y) [y(2);...

(m2*g-pi*r*r*ro*y(1)*g+f*cos(w*t)+k*(y(3)-x0-
y(1))-a*y(2)-sig*a*(y(2)-y(4)))/(m1+del);...
    y(4);...

(-sig*a*(y(4)-y(2))-k*(y(3)-x0-y(1))-m2*g)/m2
;

],0:0.01:10000,[0,0,z2,0]);
s=0;
for tt=500000:550000
yy=a*sig*(y(tt,2)-y(tt,4)).^2;
s=s+0.01*yy;
end
S=[S,s];
if max_S<s
    max_S=s;
    max_a=a;
end
fprintf('a=%f\n,面积为%f\n',a,s);
% hold on;

```



```

        a=a+0.01;
end
fprintf('max_S=%f,max_a=%f\n',max_S,max_a);

```

4. 问题二第二题函数文件

```

function s = evo22(x)
    m1=4866;
    delta=1165.992;
    g=9.8;
    R=1;
    ro=1025;
    f=4890;
    w=2.2143;
    k=80000;
    x0=0.5;
    alpha=167.8395;
    sigma=10000;
    m2=2433;
    z2=x0-(m2*g)/k;
    [t,y]=ode45(@ (t,y) [y(2);...

    (m2*g-pi*R*R*ro*y(1)*g+f*cos(w*t)+k*(y(3)-x0-
    y(1))-alpha*y(2)-x(1)*abs(y(2)-y(4)).^x(2)*si
    gma*(y(2)-y(4)))/(m1+delta);...

    y(4);...

    (-x(1)*abs(y(2)-y(4)).^x(2)*sigma*(y(4)-y(2))
    -k*(y(3)-x0-y(1))-m2*g)/m2;
    ],0:0.1:10000,[0,0,z2,0]); %总时间 选
    10000 中的 4000-4300
    s=0;
    for tt =50000:50020

    yy=x(1)*sigma*abs((y(tt,2)-y(tt,4))).^(2+x(2)
    );

        s=s+0.1*yy;
    end
    s=-s;
    s=s/500.;
    disp(s);
end

```

5. 问题二第二题脚本文件代码

```
m1=4866;
delta=1165.992;
g=9.8;
R=1;
ro=1025;
f=4890;
w=2.2143;
k=80000;
x0=0.5;
alpha=167.8395;
sigma=10000;
m2=2433;
x20=x0-(m2*g)/k;
A=[1,0 %对 a, b 进行的约束
    -1,0
    0,-1
    0,1
    ];
b=[11
    0
    0
    1
    ];
% [x,fmin]=fminsearch(@evo22,x0);
% [a,b]=meshgrid(0:0.05:10,0:0.01:1);
% tmp=[4.4016,0.0792];
[x,fmin]=fmincon(@evo22,tmp,A,b);
% disp(-fmin);
% disp(x);
```

6. 问题三函数文件代码

```
function dx=fun3(t,x)
M=4866;
r=1;
m=2433;
ro=1025;
g=9.8;
k=80000;
l0=0.5;
K=250000;
c=8890.7;
w=1.7152;
M_c=1028.876;
```

```

j1_p=7001.914;
a1=683.4558;
b1=654.3383;
f=3640;
L=1690;
h=2.0;
a=10000;
j1=18044.42037;
b=1000;
%z1,z11,z2,z22,te1,te11,te2,te22
%1 2 3 4 5 6 7 8
M_p=K*(x(7)-x(5))+b*(x(8)-x(6));
l=(x(3)-x(1))/cos(x(7));
v1=(1/cos(x(5)))*(x(4)-x(2)+l*x(8)*sin(x(7)));
;
F_p=k*(l-l0)+a*v1;
F_h=((h-x(1))/cos(x(5))-h)*ro*g*pi*(r^2)+m*g;
dx=[x(2);

(1/(M+M_c))*(f*cos(w*t)-a1*x(2)+(F_p+F_h)*cos
(x(7)));
x(4);
(1/m)*(-m*g-F_p*cos(x(7)));
x(6);

(1/(j1+j1_p))*(L*cos(w*t)-c*x(5)-b1*x(6)+M_p)
;
x(8);
(1/(m*l^2))*(-M_p+m*g*l*sin(x(7)));
];

```

7. 问题三脚本文件代码

```

M=4866;
r=1;
m=2433;
ro=1025;
g=9.8;
k=80000;
l0=0.5;
K=250000;
c=8890.7;
w=1.7152;
M_c=1028.876;
j1_p=7001.914;

```

```

a1=683.4558;
b1=654.3383;
f=3640;
L=1690;
h=2.0;
a=10000;
j1=18044.42037;
b=1000;
T=2*pi/w;
%z1,z11,z2,z22,te1,te11,te2,te22
% 1 2 3 4 5 6 7 8
x0=[0.0;0.0;10-m*g/k;0.0;0.0;0.0;0.0;0.0];
options=odeset;options.RelTol=1e-6;
tspan=0:0.2:40*T;
[t1,y1]=ode45('fun3',tspan,x0,options);
disp(size(y1));
% plot(t1,y1(:,3)-y1(:,1));
% plot(t1,y1(:,1));
% hold on%
% plot(t1,y1(:,3));
% hold on%
% legend('z1','z2');
% plot(t1,y1(:,2));
% hold on%
% plot(t1,y1(:,4));
% hold on%
% legend('dz1','dz2');
% hold on%
% plot(t1,y1(:,5));
% hold on%
% plot(t1,y1(:,7));
% hold on%
% legend('th1','th2');
% plot(t1,y1(:,6));
% hold on%
% plot(t1,y1(:,8));
% hold on%
% legend('dth1','dth2');
% t=[10,20,40,60,100];
B=zeros(ceil(40*T/0.2),8);
for j=1:8
    for i = 1:ceil(40*T/0.2)
        % for i = 1:5
        % disp(y1(t(i),j));

```

```

        B(i,j)=y1(i,j);
    end
    % disp('another\n')
end
% csvwrite('p11.csv',B);
csvwrite('p32.csv',B);
% disp(ceil(40*T/0.2))
% disp(size(y1))

```

8. 问题四函数文件代码

```

function ret = p4_fun(y)
    M=4866;
    r=1;
    m=2433;
    ro=1025;
    g=9.8;
    k=80000;
    l0=0.5;
    K=250000;
    c=8890.7;
    w=1.9806;
    M_c=1091.099;
    j1_p=7142.493;
    a1=528.5018;
    b1=1655.909;
    f=1760;
    L=2140;
    h=2.0;
    j1=18044.42037;
    T=2*pi/w;
    y=y*1000;
    % [t,y]=ode45(@ (t,y) [y(2);...
    %
    (m2*g-pi*R*R*ro*y(1)*g+f*cos(w*t)+k*(y(3)-x0-
    y(1))-alpha*y(2)-x(1)*abs(y(2)-y(4)).^x(2)*si
    gma*(y(2)-y(4)))/(m1+delta));...
    % y(4);...
    %
    (-x(1)*abs(y(2)-y(4)).^x(2)*sigma*(y(4)-y(2))
    -k*(y(3)-x0-y(1))-m2*g)/m2;
    % ],0:0.01:10000,[0,0,x20,0]); %总时间 选
    10000 中的 4000-4300

```

```

%      s=0;
%      for tt =400000:440000
%
yy=x(1)*sigma*abs((y(tt,2)-y(tt,4))).^(2+x(2)
);
%      s=s+0.01*yy;
%      end
%      s=-s;
%      M_p=K*(x(7)-x(5))+b*(x(8)-x(6));
%      l=(x(3)-x(1))/cos(x(7));
%
v1=(1/cos(x(5)))*(x(4)-x(2)+l*x(8)*sin(x(7)))
;
%      F_p=k*(l-l0)+a*v1;
%
F_h=((h-x(1))/cos(x(5))-h)*ro*g*pi*(r^2)+m*g;

x0=[0.0;0.0;l0-m*g/k;0.0;0.0;0.0;0.0;0.0];
options=odeset;options.RelTol=1e-6;
tspan=0:0.01:10000;
%%%%%%%%%%
function dx=p4_fun1(t,x,y)
M=4866;
r=1;
m=2433;
ro=1025;
g=9.8;
k=80000;
l0=0.5;
K=250000;
c=8890.7;
w=1.9806;
M_c=1091.099;
j1_p=7142.493;
a1=528.5018;
b1=1655.909;
f=1760;
L=2140;
h=2.0;
j1=18044.42037;
T=2*pi/w;
z2=l0-(m*g)/k;
%z1,z11,z2,z22,te1,te11,te2,te22
%1  2  3  4  5  6  7  8

```



```

M_p=K*(x(7)-x(5))+y(2)*(x(8)-x(6));
l=(x(3)-x(1))/cos(x(7));

v1=(1/cos(x(5)))*(x(4)-x(2)+l*x(8)*sin(x(7)));
;
F_p=k*(l-l0)+y(1)*v1;

F_h=((h-x(1))/cos(x(5))-h)*ro*g*pi*(r^2)+m*g;
dx=[x(2);

(1/(M+M_c))*(f*cos(w*t)-a1*x(2)+(F_p+F_h)*cos
(x(7)));
x(4);
(1/m)*(-m*g-F_p*cos(x(7)));
x(6);

(1/(j1+j1_p))*(L*cos(w*t)-c*x(5)-b1*x(6)+M_p)
;
x(8);
(1/(m*l^2))*(-M_p+m*g*l*sin(x(7)));
% (1/(m*l^2))*(-M_p);
];
end
%%%%%%%%%
[t,x]=ode45(@p4_fun1,tspan,x0,[],y);
%z1,z11,z2,z22,te1,te11,te2,te22
%1 2 3 4 5 6 7 8
% disp(size(x));
s=0.0;

for tt =500000:550000
l=(x(tt,3)-x(tt,1))/cos(x(tt,7));
% disp(l);

v1=(1/cos(x(tt,5)))*(x(tt,4)-x(tt,2)+l*x(tt,8)
)*sin(x(tt,7)));
fun1=y(1)*(v1^2);%v1;
fun2=y(2)*((x(tt,8)-x(tt,6)).^2);
s=s+0.01*(fun1+fun2);
end
% t1=[500000:1:550000];
% plot(t1,x(:,5));
% hold on%
% plot(t1,x(:,7));

```

```

        ret=-s/(500.);
        disp(ret);
        disp(y(1));
        disp(y(2));
end

```

9. 问题四脚本文件代码

```

M=4866;
r=1;
m=2433;
ro=1025;
g=9.8;
k=80000;
l0=0.5;
K=250000;
c=8890.7;
w=1.9806;
M_c=1091.099;
j1_p=7142.493;
a1=528.5018;
b1=1655.909;
f=1760;
L=2140;
h=2.0;
j1=18044.42037;
T=2*pi/w;
A=[1,0
    -1,0
    0,-1
    0,1
    ];
b=[101
    0
    0
    101
    ];
% [x,fmin]=fminsearch(@evo22,x0);
% [a,b]=meshgrid(0:0.05:10,0:0.01:1);
tmp=[59.290,61.997];
options =
optimoptions('fmincon','Display','iter','Algo
rithm','sqp');
[x,fmin]=fmincon(@p4_fun,tmp,A,b,[],[],[],[],
[],options);

```

```
disp(-fmin);
disp(x);
```

10. 问题四功率关于 α , β 的分布脚本代码

```
a=linspace(20000,100000,6);
b=linspace(40000,100000,7);
[x, y]=meshgrid(a, b);
t=meshgrid(a, b);
disp(size(x));
disp(size(y));
disp(size(t));
% disp(x(:,10));
% yy=(x,y);
mesh(x, y, p4_mash(t));
% h=contour(p4_mash(t),12);
% clabel(h);
colorbar;
```

11. 问题四功率关于 α , β 的分布函数文件代码

```
function s=p4_mash(y)
% disp(size(y));
disp(y(:,1));%相同的 b 值下 a 值是固定的, 所以这个需要枚举
disp(y(1,:));%相同的 a 值下不同的 b 值
% disp(size(b));

function dx=p4_fun1(t,x,y)
    M=4866;
    r=1;
    m=2433;
    ro=1025;
    g=9.8;
    k=80000;
    l0=0.5;
    K=250000;
    c=8890.7;
    w=1.9806;
    M_c=1091.099;
    j1_p=7142.493;
    a1=528.5018;
    b1=1655.909;
    f=1760;
    L=2140;
    h=2.0;
```

```

        j1=18044.42037;
        T=2*pi/w;
        z2=l0-(m*g)/k;
        %z1,z11,z2,z22,te1,te11,te2,te22
        %1  2  3  4  5  6  7  8
        M_p=K*(x(7)-x(5))+y(2)*(x(8)-x(6));
        l=(x(3)-x(1))/cos(x(7));

v1=(1/cos(x(5)))*(x(4)-x(2)+l*x(8)*sin(x(7)))
;

        F_p=k*(l-l0)+y(1)*v1;

F_h=((h-x(1))/cos(x(5))-h)*ro*g*pi*(r^2)+m*g;
        dx=[x(2);

(1/(M+M_c))*(f*cos(w*t)-a1*x(2)+(F_p+F_h)*cos
(x(7)));

        x(4);
        (1/m)*(-m*g-F_p*cos(x(7)));
        x(6);

(1/(j1+j1_p))*(L*cos(w*t)-c*x(5)-b1*x(6)+M_p)
;

        x(8);

(1/(m*l^2))*(-M_p+m*g*l*sin(x(7)));
        %
        (1/(m*l^2))*(-M_p);
        ];
end
        %%%%%%%%%%
        m=2433;
        ro=1025;
        g=9.8;
        k=80000;
        l0=0.5;

x0=[0.0;0.0;l0-m*g/k;0.0;0.0;0.0;0.0;0.0];
        options=odeset;options.RelTol=1e-6;
        tspan=0:0.1:10000;
        %
        disp(size(a));
        %
[t,x]=ode45(@p4_fun1,tspan,x0,[],y);
        %z1,z11,z2,z22,te1,te11,te2,te22
        %1  2  3  4  5  6  7  8

```

```

%         disp(size(x));
s=zeros(7,6);
siz=size(y);
for i =1:(siz(1))
    for j = 1:(size(2))
        yy=zeros(2);
        yy(1)=y(1,j);
        yy(2)=y(i,j);

[t,x]=ode45(@p4_fun1,tspan,x0,[],yy);
        tmp=0;
        for tt =50000:50200

l=(x(tt,3)-x(tt,1))/cos(x(tt,7));
            %         disp(l);

v1=(1/cos(x(tt,5)))*(x(tt,4)-x(tt,2)+l*x(tt,8)
)*sin(x(tt,7)));
                fun1=yy(1)*(v1^2);%v1;

fun2=yy(2)*((x(tt,8)-x(tt,6)).^2);
                tmp=tmp+0.1*(fun1+fun2);

            end
                s(i,j)=tmp/20;

        end
    end
end

```