

电商用户商品价值评估及基于图神经网络的个性化推荐系统

徐璨 章寅 钱少璐

浙江工商大学

日期：2022 年 3 月 6 日

摘 要

对商品价值和用户价值的分析在如今大数据时代能够帮助电商平台和商家指定有效的营销手段以提升其商业表现，且随着有关推荐系统研究的发展，平台能够根据历史交易数据对用户进行个性化推荐以提升用户的转化率，进而提升企业营业水平。本文为了商品和用户的价值评估，分别提取了基于商品和基于用户的一系列特征。对于商品的价值评估，本文对获得的特征进行主成分分析降维，并运用 K-Means++ 和 DBSCAN 聚类算法探索对商品进行有效分类。最终运用 5 分类的 K-Means++ 聚类算法得到了有效反映畅销程度，盈利水平，退货率高低等维度上的商品分分类。对于用户价值评估，本文采用改进 RFM 模型，

关键词：1, 2, 3

1 引言

如今高度成熟的互联网经济不仅显著改变了人们的生活方式，也促进了相关行业的发展。通过有效运用互联网中的人和物生成海量数据，企业能够显著提升其营业水平。从商家角度而言，对于商品数据的有效分析能够帮助商家优化库存，提升营销效果，对于用户数据的有效分析则能为商家针对性采取措施提供依据，帮助提升用户的转化率，复购率等从而帮助商家提升经营水平。除了针对商品和用户数据进行数据挖掘外，利用其进行推荐系统模型构建也是企业提升营业水平和用户使用体验一个研究方向。从本世纪初至今，诸多经营电商，文娱业务互联网公司通过推荐系统模型针对不同用户进行个性化推荐，极大的提升了其企业商业表现的同时，也提升了用户在购物，娱乐等方面的体验。

在电商场景中，随着商品数量的爆炸性增长，用户在选购商品时面对成千上万的搜索结果可能难以做出决定，因此，个性化的推荐能够生成满足用户需求和喜爱的商品列表，从而提升用户选购体验的同时帮助商家提升营业水平。

2 数据预处理

本文训练集源于某礼品批发平台于 2010 年 12 月 1 日至 2011 年 11 月 30 日内的订单信息，共有 389169 条商品交易信息。主要信息包括发票号码，产品代码，产品描述，单笔产品交易数量，订单日期，商品单价，顾客代码及所在国家。总计 389169 条信息中，有 1848 条为非产品信息，例如邮费，手工退货，银行收费等。所有信息中，订单数共计 21269 个，产品共计 3676 种，其中 8 种非产品，顾客人数共计 4331 人，一年内平台实际成交额为 7957559.434 英镑。

2.1 基于商品的特征工程

训练集中的产品-用户交互信息无法直接用于判别产品的价值，故特征提取是分析商品价值的一个重要部分。故要分析商品的畅销程度，盈利能力和退货率等需要构建基于商品的一系列特征。为了分析商品的商业价值，本文从商品订单单数，销量，销售额，购买者数量，复购次数，下单间隔，退货率等角度提取了相关特征。具体提取的特征如表 1 所示：

表 1: 基于商品的特征

特征名称	备注
total orders	总下单量
total sales	总销售量
maximum/minimum/mean/median sales	每单最大/最小/平均/中位销量
sales figure	总销售额
maximum/minimum/mean/median figure	每单最大/最小/平均/中位销售额
customer count	下单客户人数
maxinmum/mean order per customer	最大/平均复购次数
return ratio	退货率
maximum order gap	最长下单间隔

针对商品价值评估，本文认为订单数，销量，购买者人数，复购次数和下单间隔能够很好的反应商品的畅销程度。越畅销的商品，其订单数，销量，购买人数，复购次数越大，下单间隔越短。至于商品的盈利能力，本文在缺少商品成本信息的情况下，选取销售额，购买者次数，复购次数等作为评价指标。而商品情况可以直接通过退货率来表现。

初步分析提取出的商品信息，订单数超过 1000 的有 14 款商品，销量超过 20000 的有 13 款商品，有 38 件商品在超过 30 天内未被下单，另外也有部分商品存在 100% 或者超高退回率的情况。

图 1 为本文提取的基于商品的特征相关性矩阵，可以见得本文提取的特征之间相关系数适中，较好的避免了特征的强相关性，故特征不存在冗余，同时一定程度相关的特征也为后续的主成分分析提供了先决条件。

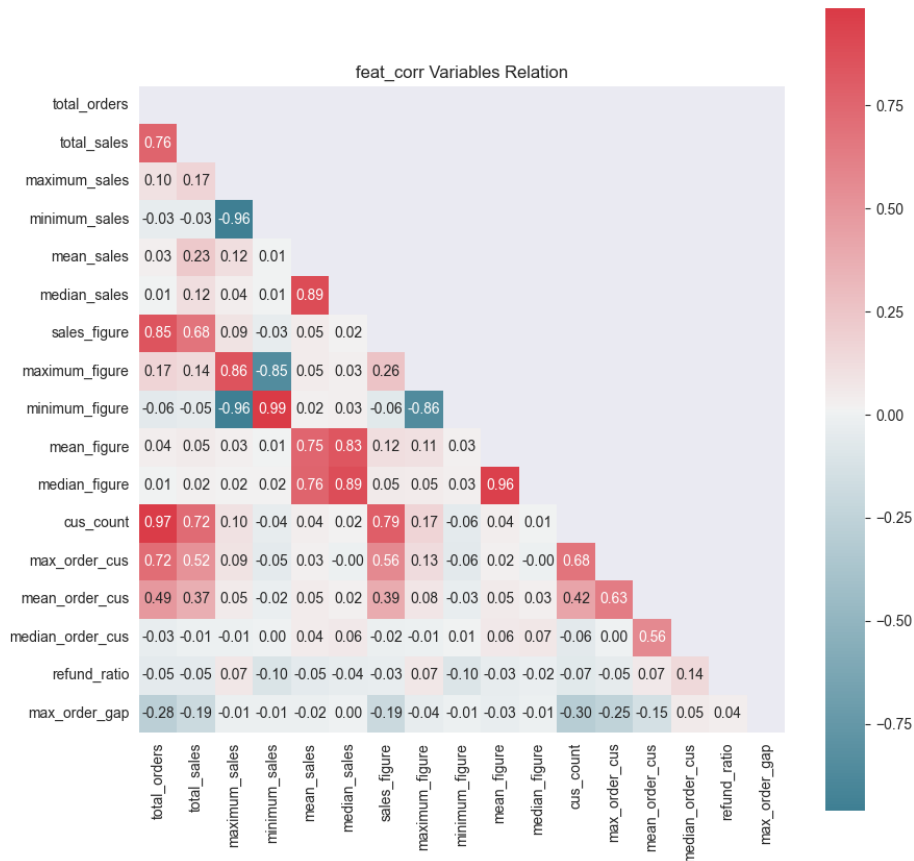


图 1: 商品特征相关性矩阵

2.2 基于用户的特征工程

与基于商品的特征工程类似，本文为了分析用户对平台的价值，根据 RFM 模型相关理论提取了一系列基于用户的特征。包括一年内用户下单次数，购买商品数量，购买金额，退货率及有效订单的平均金额等指标。具体提取的特征如2所示：

表 2: 基于用户的特征

特征名称	备注
user total orders	下单量
user total purchase	总购买商品量
maximum/minimum/mean/median purchase figure	每单最大/最小/平均/中位购买金额
total purchase figure	总购买金额
maximum/minimum/mean/median figure	每单最大/最小/平均/中位购买
return ratio	退货率
mean valid purchase figure	平均有效订单金额

本文在提取出的以上信息包括了 4000 余名用户，图 2 中做出了用户下单次数和下单金额在各区间内的人数分布情况。可见该电商平台的用户粘性还是较大，大部分客户在一年间下单次

数集中在 10 至 300 次区间。相应的，众多客户下金额集中在 10 至 2000 英镑区间内。

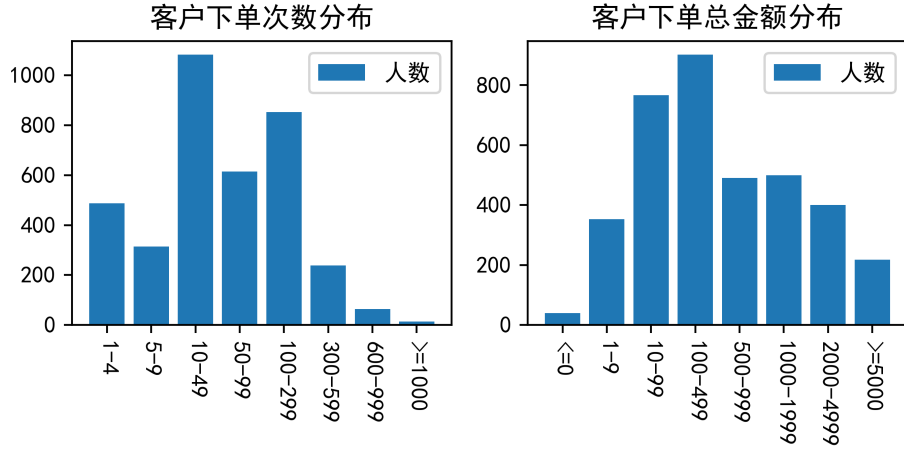


图 2: 客户下单情况分布

3 平台商品价值分析

3.1 特征降维

在基于商品的特征工程中，本文提取了 16 个特征，涵盖商品的销量，覆盖人群，购买频率，退货率等多个方面。为简化变量结构，本文将首先对变量进行主成分分析（PCA），在此之前，本文先对模型进行了标准化。

主成分分析的目标就是将高维随机变量映射至低维随机变量空间内，并希望保留尽可能多的信息。 $X_{m \times n}$ 表示经过标准化后的 m 个 n 维数据的矩阵，其协方差矩阵为 Σ ，对其做特征值分解。考虑将 m 维随机变量 $X_{m \times n}$ 映射到随机变量 Y 的线性变换：

$$y_i = \alpha_i^T X = \alpha_{1i}x_1 + \alpha_{2i}x_2 + \cdots + \alpha_{mi}x_m \quad (1)$$

其中 $\alpha_i^T = (\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \cdots, \alpha_{mi})$ 为协方差矩阵的特征向量矩阵。要运用主成分分析，首先需要对上文提取的基于商品的特征进行标准化，以去除不同特征间量纲的差异。其次需要对数据进行适用性检验，即要分析变量之间的像关系。根据图 X 可见，大多数简单相关系数大小适中，同时采取了 KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) 检验用于比较特征间的简单相关系数和偏自相关系数的相对大小。根据检验结果，本文选取的特征的 KMO 检验统计量为 0.7，认为原始数据中存在公共因子。

为了在较少的信息损失的前提下，将高维数据转换为低维数据，本文运用主成分分析的方法。图 3 中的左子图表示各主成解释方差的占比和累计方差占比，其中前三个主成分的解释方差累计占比达 87%，故本文选取 3 个主成分用于后续建模。

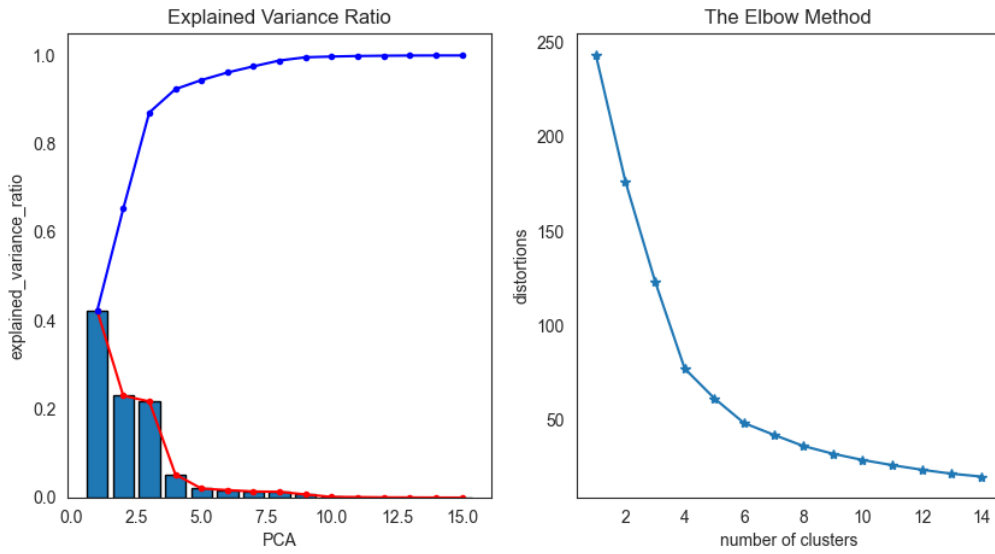


图 3: PCA 解释方差占比图及 Kmeans 聚类 $k - SSE$ 关系图

随后图 4 给出三个主成分的因子载荷矩阵。

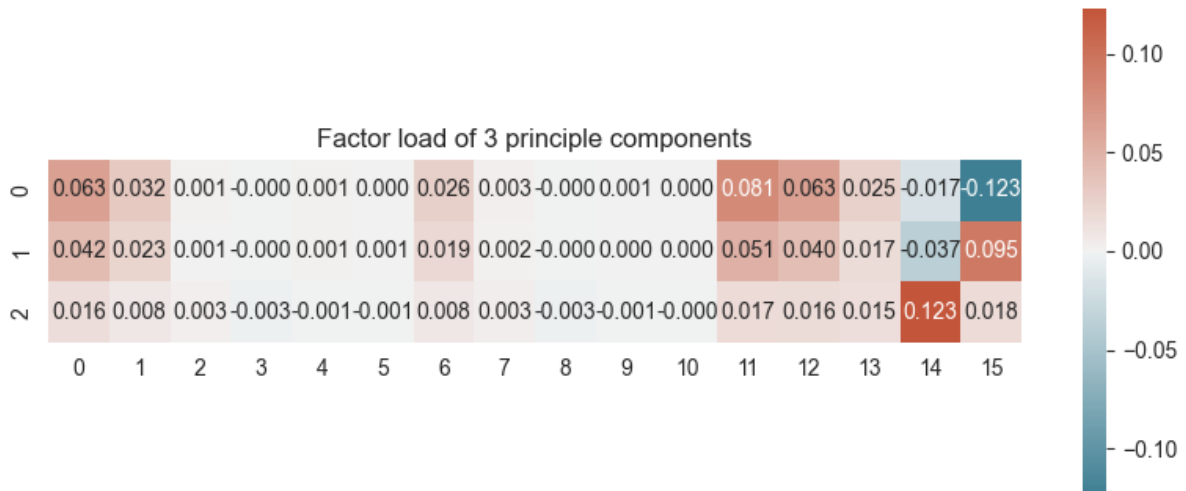


图 4: 解释方差占比前三主成分的因子载荷矩阵

从图 4 中可以见得，解释方差占比最大的主成分受订单数，销量和覆盖客户率的影响相对更大，解释方差占比第三的主成分受退货率影响相对更大。经过上述操作，本文成功的将 16 维特征数据降到 3 维，在保证信息损失较小的情况下，为下述聚类分析奠定基础。

3.2 聚类分析

聚类分析是一种根据样本的观测特征，通过特定方法，将样本实施分类的方法。通过此法，能通过研究分类的特征代替研究具体样本的特征，减少研究对象的数目。在有效的聚类分析下，一个分类中的研究对象的特征在某些方面具备较大相似性，不同分类的研究对象彼此间具有明显的差异性。从机器学习的角度来讲，不同于分类问题，聚类分析是一种无监督学习，因为预先无法获悉观测样本的分类。为了分析商品在畅销性、盈利能力和退货率等维度下的分类，本

文选取了两种能够处理连续性样本特征的聚类分析方法：K-Means++ 和 DBSCAN。

K-Means 算法是一种常见的聚类算法，其会将研究对象划分为 k 个簇。其首先会选取 k 个点作为初始质心，通过计算每个样本到各质心的欧氏距离，将样本分入距离最近的质心所在簇，通过计算簇内样本特征的均值，并使用均值作为该簇新的质心，随后重复计算每个样本到质心的欧氏距离，直至模型收敛或达到最大迭代次数。但此法在实际应用中存在受初始质心影响较大，容易产生空簇和局部收敛的劣势，故本文选取基于 K-Means 的改进 K-Means++ 算法进行聚类分析。两者差异在于 K-Means++ 初始只选择一个点作为质心，通过计算每个样本到该质心的欧氏距离，选择距离当前质心最远的点作为下一个质心，重复知道选择出 k 质心。此方法能够很好降低算法受初始质心选择的影响。

上述聚类算法是基于欧氏距离的，而有时候数据是非球状时，基于距离的聚类算法效果可能不佳。DBSCAN 算法是基于密度对样本实施聚类的算法，通过寻找被低密度区域分隔开的高密度区域，能够将任意形状的高密度区域划分为独立类别。DBSCAN (Density-Based Spatial Clustering of Application with Noise，具有噪声的基于密度的聚类方法) 中的簇不再是距离相近的点的集合，而是密度相连的点的最大集合。在 DBSCAN 算法中，数据被分为了三类：核心点，边界点和噪音点。核心点指以 eps 为半径的邻域至少包含了 $MinPts$ 个样本的样本，边界点指在其他核心点邻域内但自身邻域样本数目小于 $MinPts$ 的样本，此外既非核心点又非边界点的则是噪音点。

在聚类过程中，首先任选一样本点，找到与这个样本点距离小于等于 eps 的所有点，如果起始点 eps 半径内的数据点小于 $MinPts$ 则被标记为噪音点，若大于 $MinPts$ 则被标记为核心点，分为一个簇。随后访问该点以 eps 为半径的邻域内的点，并分配到该簇内，若邻域内的点也是核心点，就重复该步骤，知道该簇不再有新的核心点加入。随后访问尚未被访问的点，重复上述步骤即可。

3.3 模型构建

在此部分，本文将对经过主成分分析降维后的商品特征数据进行聚类，用以分析该电商平台商品在畅销程度、盈利能力和退货率等层面的表现。

本文首先基于 K-Means++ 算法构建聚类模型。在 K-Means++ 算法中， k 值的选择是至关重要的，本文将基于手肘法和轮廓系数评估合适的 k 值取值。手肘法即计算不同 k 值取值时模型的误差平方和 (SSE)，随着 k 值增大，SSE 也会随之下降，在 k 值较小时，SSE 的下降幅度较大，而 k 值变大时，聚合程度提高在 SSE 层面带来的回报会骤减。因此一般认为 SSE 随 k 值增大而下降趋势变缓的临界点取值为合适的 k 的取值，图 3 的右子图为本文输出的 k -SSE 关系图。

依据上述理论， k 的理想取值应当为 4。在 $k \geq 5$ 的情况下，SSE 的下降率有所减缓。通过手肘法选取 k 值比较直观，但比较粗糙，使用平均轮廓系数 (Average Silhouette Coefficient) 能够帮助更加精确选择 k 值。

$$S(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max\{a(i), b(i)\}} \quad (2)$$

对于一个样本点 i ，其中 $a(i)$ 表示簇中所有点到其距离均值， $b(i)$ 表示 i 到其他簇内点距离

均值的最小值。其取值介于 $[-1, 1]$ 。簇内样本点距离越小，簇间样本点距离越大，则平均轮廓系数越大 $S(i)$ ，即代表聚类效果越好。表 3 表示了在 k 取 2 到 8 时平均轮廓系数的大小。

表 3: 样本平均轮廓系数表

k	平均轮廓系数
2	0.42510056068707935
3	0.46681957837945537
4	0.49967257239768886
5	0.43386757407468374
6	0.42604697736033786
7	0.3897748768407509
8	0.39884295665316416

表 3 中显示出当 k 取 3, 4, 5 时平均轮廓系数较大，其中 k 取 4 时聚类效果最优。图 5 为 k 取 4 和 5 时轮廓系数图。

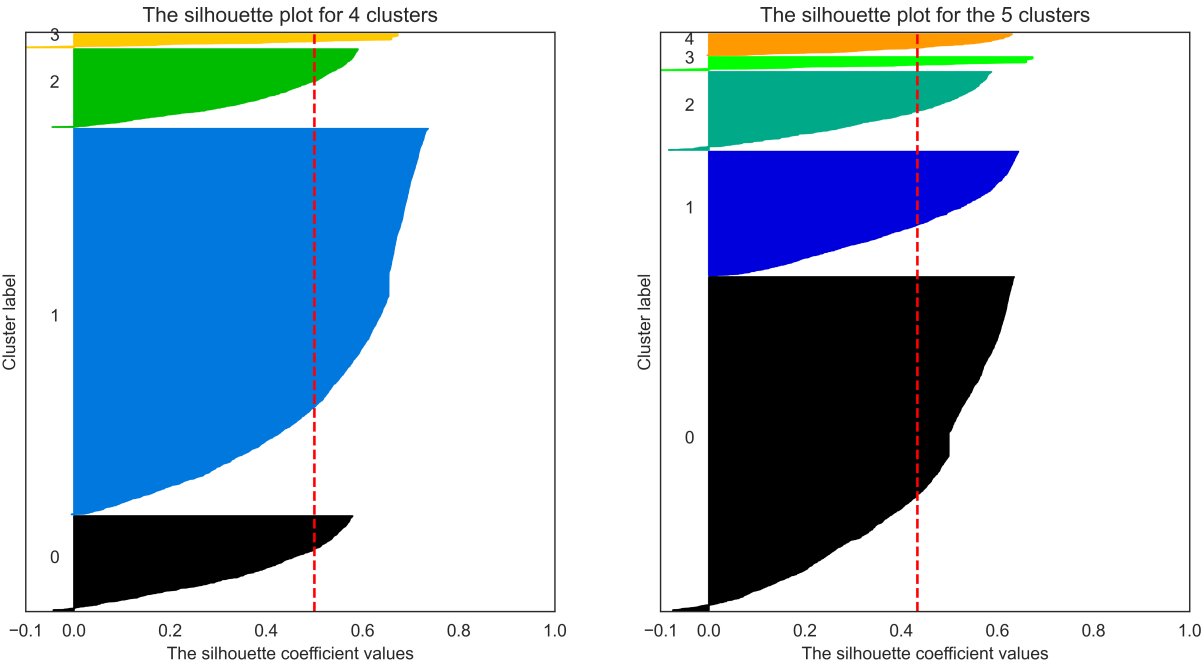


图 5: 解释方差占比前三主成分的因子载荷矩阵

根据上述分析，本文选择 k 取值为 4 的 K-Means++ 算法对所有三千余件商品进行聚类操作。图 6 表示了 $k = 4$ 时样本点于前两个主成分构成二维空间的投影图和于三个主成分构成的三维空间的投影图。

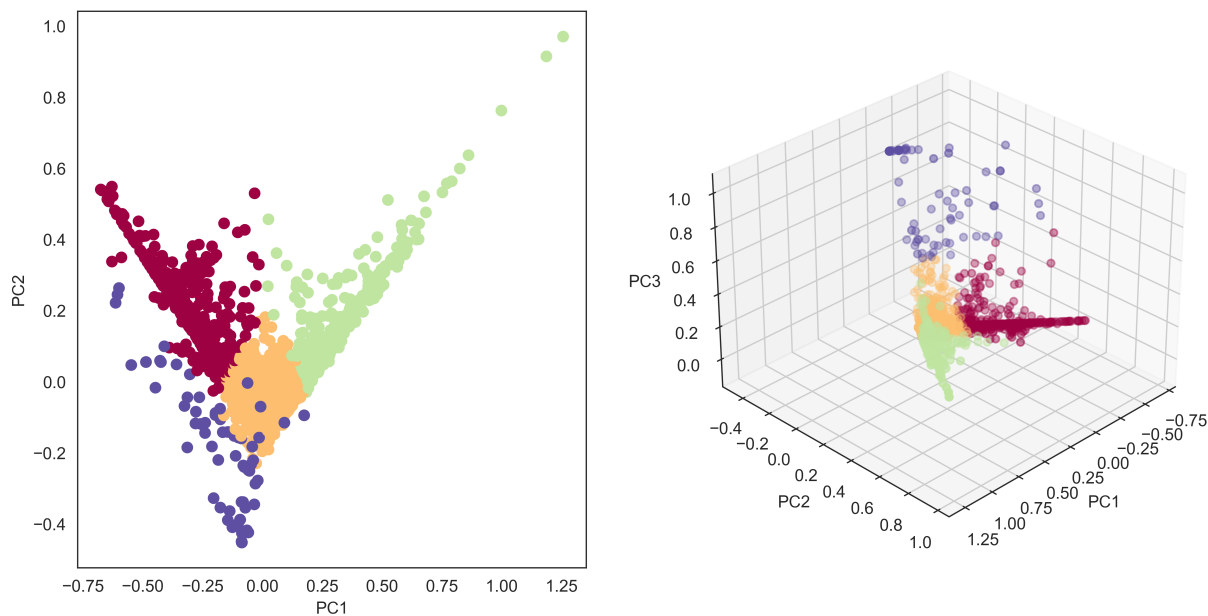


图 6: $k = 4$ 时样本点于主成分空间内投影图

通过图 6 能够看到三千余件商品在此算法下被分为了边界轮廓清晰的 4 簇，分得的 4 簇中商品数量分别为 2472, 605, 505, 86。为更好的解释每簇代表的商品特性，表 4 给出了每簇样本特征均值，平均单价和实际成交单价。

表 4: 基于 4 分类的商品特征表

特征名称	分类 0	分类 1	分类 2	分类 3
总订单量	65.405	27.709	410.250	19.767
总商品购买量	713.772	329.623	5400.194	91.453
每单最大购买量	108.169	51.127	352.818	934.779
每单最大退货量	-8.298	-2.450	-63.760	-1052.453
每单平均购买量	10.648	10.376	13.045	1.602
每单中位购买量	6.822	8.314	7.650	0.372
总销售额	1048.650	411.496	10040.729	415.791
每单最大销售额	150.436	70.703	745.860	1037.868
每单最大退款额	-14.374	-1.463	-132.547	-1070.587
每单平均销售额	16.223	17.971	22.872	3.023
每单中位销售额	11.098	14.718	13.672	2.316
消费者购买人数	49.227	22.524	241.479	13.279
最大复购次数	4.251	2.664	15.267	2.651
平均复购次数	1.265	1.214	1.689	1.453
退货率	1.697%	2.265%	2.128%	78.334%
最大下单间隔	33.078	151.762	18.115	67.093
平均订单金额	16.033	14.851	24.475	21.034
平均单价	1.469	1.248	1.859	4.546

通过表 4 能够解读出以下几点：

- (1) 分类 2 中的 505 件商品的订单量，销售量，销售额，客户受众和平均单价相对其他 3 类都更优，故认为此类的商品最畅销，盈利能力最强。
- (2) 分类 3 中的 86 件商品订单量，销量不佳，且退货率极高，平均单价较高，故认为此类商品的定价上可能过高，或是其他因素，导致其退货率极高。
- (3) 分类 1 中的 605 件商品的订单量，销量，销售额不佳，但其退货率较为正常，且平均单价较低，认为此类商品属于不畅销商品。
- (4) 分类 0 中商品数量是所有 4 个分类中最多的，退货率最低，且从各项指标而言都处于平均水平，认为此类商品属于一般畅销，一般盈利水平的商品。

考虑到最畅销的商品订单量有 505 件，数量相较于总量三千余件仍然比较多，本文想从其中进一步提取畅销、高盈利水平商品。对然 $k = 5$ 时平均轮廓系数不是最优，但本文考虑到对商品的针对性分析，故构建了 $k = 5$ 的 K-Means++ 分类模型，图 7 为样本点此时在二维和三维空间内的分布情况。

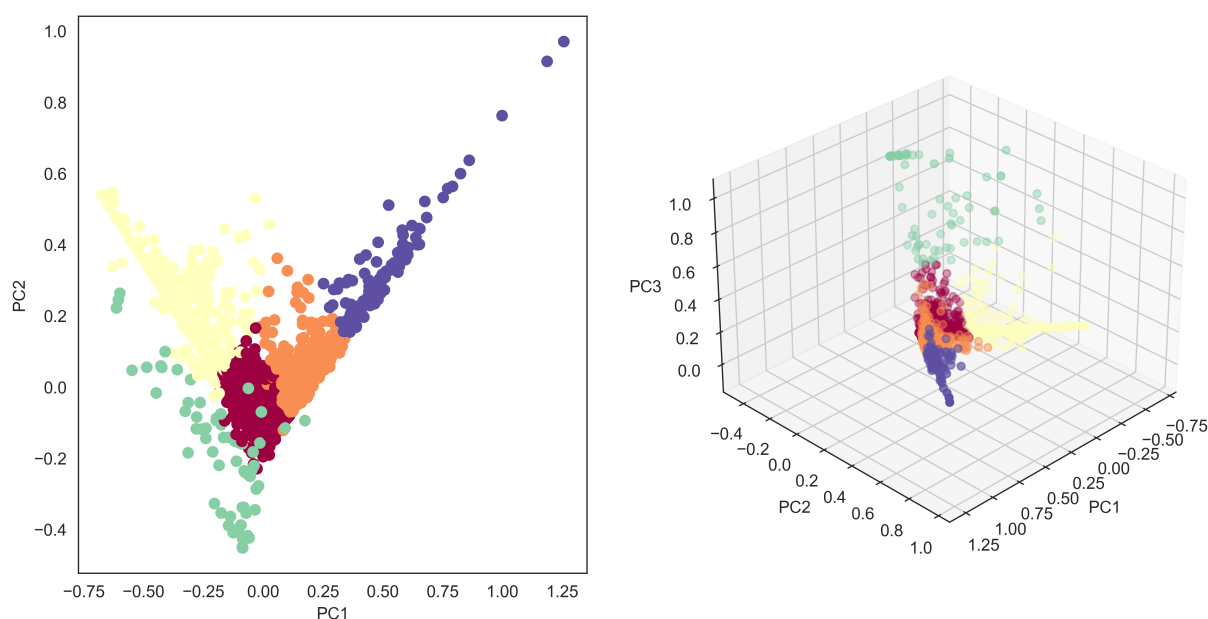


图 7: $k = 5$ 时样本点于主成分空间内投影图

根据对比图 6 和图 7， $k = 5$ 时分类的改变主要体现在原先最畅销的和一般水平的大部分商品之间又被细分。表 5 给出了 $k = 5$ 时每簇样本的特征均值，平均单价和实际成交单价等特征的平均值。

表 5: 基于 5 分类的商品特征表

特征名称	分类 0	分类 1	分类 2	分类 3	分类 4
总订单量	229.459	29.925	699.963	42.703	20.414
总商品购买量	2682.162	351.483	9990.036	468.962	95.195
每单最大购买量	234.788	49.350	562.438	87.304	926.839

每单最大退货量	-36.327	-5.455	-107.204	-3.512	-1043.161
每单平均购买量	11.743	8.290	14.405	11.047	1.647
每单中位购买量	7.114	6.253	8.777	7.342	0.391
总销售额	4590.536	443.695	19060.822	659.529	423.521
每单最大销售额	458.017	66.520	1006.544	118.731	1027.341
每单最大退款额	-74.622	-7.166	-210.038	-5.273	-1059.683
每单平均销售额	19.190	12.981	25.799	17.333	3.153
每单中位销售额	11.944	9.964	15.668	12.446	2.376
消费者购买人数	153.272	24.073	366.854	33.851	13.826
最大复购次数	10.499	2.723	21.124	3.353	2.678
平均复购次数	1.520	1.214	1.623	1.226	1.451
退货率	2.059%	2.253%	2.067%	1.587%	77.901%
最大下单间隔	18.781	162.960	17.088	38.801	66.736
平均订单金额	20.006	14.827	27.231	15.444	20.747
平均单价	1.712	1.262	1.908	1.406	4.449

通过表 5 能够解读出几点：

- (1) 分类 2 中的 137 件商品相较于 $k = 4$ 时分类 2 中的商品数量有所下降，订单量，销售量，销售额，客户受众和平均单价不仅优于其他 4 类，且也优于 $k=4$ 时分类 2 的相关指标，故认为此类的商品是对之前分类的畅销，高盈利商品的进一步提炼，属于销量，盈利能力都极好的产品。
- (2) 分类 4 中的 87 件商品订单量，特点与 $k = 4$ 时的分类 3 中商品特征一致，属于单价超高，退货率极高的商品。
- (3) 分类 1 中的 505 件商品的订单量，销量，销售额不佳，但其退货率较为正常，且平均单价较低，认为此类商品属于不畅销商品。
- (4) 分类 3 中商品数量是所有 5 个分类中最多的，退货率最低，且从各项指标而言都处于平均水平，认为此类商品属于一般畅销，一般盈利水平的商品。
- (5) 分类 0 中的 798 件商品主要来自 $k = 4$ 时的畅销和普通商品，此类商品各项水平较为均衡，销量，但销量和销售额也超普通商品一个数量级，认为此类商品为略逊于分类 2 中的商品但销量，盈利水平都相当不错的产品。

此外，本文还尝试了采用 DBSCAN 的方法尝试分类上述模型。经过对 eps 和 $MinPts$ 的多轮实验，得到最优结果为 $eps = 0.1$ ， $MinPts = 10$ 。此时模型分类结果如图 8 所示：

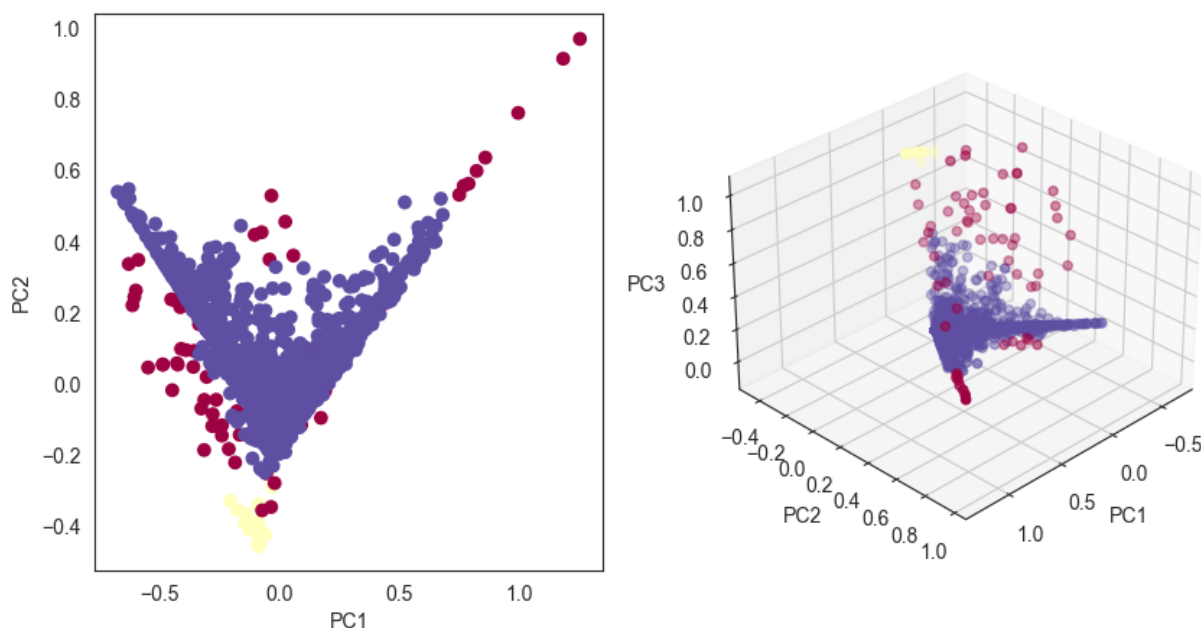


图 8: DBSCAN 聚类样本点于主成分空间内投影图

通过 DBSCAN 的方法很难像 K-Means++ 一样对商品在主成分构成的三维空间内实施有效划分, 故本人认为 k 取值为 5 的 K-Means++ 算法能够在保证算法的有效性前提下提供最好的可解释性。

根据上述分析, 表 6 为本文根据聚类给出的部分商品 ID 信息 (以 StockCode 排序)

表 6: 商品聚类信息表

分类名	分类数量	商品特征	StockCode (从小到大排序, 取前 10 个)
0	798	较畅销, 盈利水平中上	10135, 15036, 16237, 17003, 20668, 20674, 20675, 20676, 20677, 20679
1	505	不畅销, 低盈利水平	10080, 16048, 16052, 16054, 17174, 20653, 20661, 20662, 20663, 20670
2	137	最畅销, 高盈利水平	20685, 20712, 20719, 20723, 20724, 20725, 20726, 20727, 20728, 20914
3	2141	普通商品	10002, 10120, 10125, 10133, 11001, 15030, 15034, 15039, 16008, 16010
4	87	退货率极高, 单价超高	20703, 20793, 20821, 20857, 20901, 20957, 21144, 21275, 21412, 21645

4 平台用户价值分析

4.1 RFM 模型介绍及改进

RFM 模型是用来描述客户价值的客户群体的分类模型。R, F, M 分别为 3 个英文单词的缩写。R(Rency) 指的是客户最近一次消费距离现在的时间, F(Frequency) 指的是某一段时间内客户消费的频率, M(Monetary) 指的是某一段时间内客户消费的金额。其中, 客户最近一次消费的时间离现在越短, 则 R 越小, 客户的价值就越高; 客户购买的频率越高, 则 F 越大, 客户的价值就越高; 客户消费的金额越大, 则 M 越大, 客户的价值也会越高。通过这 3 个不同的维度来综合评价一个客户的价值状况, 根据实际不同的业务背景下, 可稍加修改。由于对每个维度都设定一个阈值, 可以是中位数, 平均数, 又或者是根据具体的业务场景来设定符合各自本身的阈值。大于该阈值的用户则将其对应维度的值记为 1, 否则记为 0。每个阈值可把客户这个样本分为两类, 那么在 3 个维度下, 客户就可以分为 8 个分类, 即 2 的 3 次方幂。如表 7 所示:

表 7: 用户类别划分表

用户价值分类	R 值	F 值	M 值
重要价值客户	1	1	1
重要保持客户	0	1	1
重要发展客户	1	0	1
重要挽留客户	0	0	1
一般价值客户	1	1	0
一般保持客户	0	1	0
一般发展客户	1	0	0
潜在客户	0	0	0

由于本文提取的有关用户的特征较多, 不便于直接构建解释性较强的 R 值, F 值和 M 值。故本文将根据已提取的基于用户的特征, 综合从用户的消费量, 退单率和消费间隔等角度出发, 针对 RFM 模型中三个指标的含义, 重新构建新的指标。本文首先将针对即将用到的指标进行标准化以避免不同量纲对指标构建的影响。具体指标如表 8 所示:

表 8: 改进 RFM 指标

改进指标	计算方式
R	最近购买间隔-最初最终购买间隔
F	下单率-退货率
M	消费总金额 + 有效消费金额

4.2 基于 RFM 的用户价值分类模型构建

首先对所有的用户数据进行处理。

5 基于图神经网络的推荐系统

5.1 推荐系统简介

推荐系统如今对业界是一个十分重要的研究领域，包括电商销售，文娱网站等都十分依赖推荐系统以提升其营业水平。早在 21 世纪初，雅虎，谷歌，脸书等国外互联网企业就开始通过推荐系统为用户精准推送内容或商品，近年来，阿里巴巴，字节跳动等互联网公司也通过为用户提供个性化的推荐而在商业上获得了较大成功。

推荐系统的一个重要研究方向即是本文所关注的基于历史信息的商品个性化排序推荐。其任务就是要根据用户历史数据等信息，为平台每个用户生成一系列物品排序。在前深度学习时代，传统推荐模型主要由协同过滤（CF）模型族，Logistic 回归模型族，因子分解机（FM）模型族和各类组合模型构成。其中的不少模型尤其是协同过滤（CF）至今仍是研究推荐系统的重要基础。随着近年来深度学习的出现，其在推荐系统中也扮演了十分重要的作用。从简单的单层神经网络 AutoRec 的运用到深度神经网络 Deep Crossing，再到各类特征向量交叉，各种模型组合等，以及近来图神经网络（GNN）的应用，为推荐系统的发展提供了诸多可行方向。

最早的推荐系统算法一般只考虑用户和物品的交互信息，随着该领域研究的推进，越来越多的用户历史数据，标签数据等得以得到运用，这也帮助提升了推荐系统算法的推荐效果。本文将充分运用已有的交互信息和用户，商品特征以获得更好的推荐结果。

5.2 BPR 个性化排序推荐模型

在早年间，由于推荐系统往往被用于预测用户是否会浏览某个内容或是购买某种物品，算法并没有针对排序问题单独优化。由于推荐系统中用户、物品交互数据往往十分稀疏，导致原有的算法在排序问题中，无法有效的区分处理负反馈样本和缺失值，导致排序效果不佳。贝叶斯个性化推荐排序模型的构建就是针对排序这一问题的。

令 U 为全体用户的集合， I 为全体物品的集合，所有的隐式反馈记为 $S \subseteq U \times I$ ，记为正反馈 x_{uij} ，即用户与该产品产生了交互。所有的 $(U \times I) \setminus S$ 统一视为负反馈。记 $\succ_u \subset I^2$ 为用户 u 所有物品的排序，则 $i \succ_u j$ 代表用户 u 相较于物品 j 更倾向于物品 i 。在贝叶斯个性化排序模型中，训练集记为 $D_S : U \times I \times I$ ：

$$D_S = \{(u, i, j) | i \in I_u^+ \wedge j \in I \setminus I_u^+\} \quad (3)$$

其中 $I_u^+ = \{i \in I : (u, i) \in S\}$ ， D_S 中的样本表示用户相较于物品 j 更倾向于物品 i 。基于上述的训练集，构建的 BPR 优化标准是要根据上述的训练集优化模型参数 Θ ，根据贝叶斯思想，有参数条件概率 $p(\Theta | \succ_u) \propto p(\succ_u | \Theta)p(\Theta)$ 。要求上述条件概率分布，首先要对所有用户求 $p(\succ_u | \Theta)$ 。

$$\prod_{u \in U} p(\succ_u | \Theta) = \prod_{(u, i, j) \in U \times I \times I} p(i \succ_u j | \Theta)^{\delta((u, i, j) \in D_S)} \cdot (1 - p(i \succ_u j | \Theta))^{\delta((u, i, j) \notin D_S)} \quad (4)$$

其中 δ 为示性函数。由于观测中，用户的偏好概率函数难以观测，故使用激活函数激活观测的正反馈观测值近似：

$$p(i \succ_u j | \Theta) \approx \sigma(x_{uij}(\Theta)) \quad (5)$$

上式中的 σ 为 *sigmoid* 激活函数。由于 Θ 的先验概率为 $N(0, \Sigma_\Theta)$ ，则可以得到贝叶斯优化标准 $BPR - OPT$ ：

$$\begin{aligned} \max BPR - OPT &= \ln p(\Theta | \succ_u) = \ln p(\succ_u | \Theta) p(\Theta) \\ &= \sum_{(u,i,j) \in D_S} \ln \sigma(x_{uij}) - \lambda_\Theta \| \Theta \|^2 \end{aligned} \quad (6)$$

上述贝叶斯优化标准就是最大化模型参数的似然函数。由于在深度学习中最小化模型损失函数采用的是梯度下降法，故为了方便，上述优化标准也等价于：

$$\min L = - \sum_{(u,i,j) \in D_S} \ln \sigma(x_{uij}) + \frac{\lambda}{2} \left(\sum_{u \in U} \| U_u \|^2 + \sum_{i \in I} \| I_i \|^2 \right) \quad (7)$$

其中 λ 为参数的正则化参数。另外在实际运算中， x_{uij} 很多时候无法之间观测，考虑到其表示用户选择偏好的内在含义，故其可以通过 $x_{uij} = x_{ui} - x_{uj}$ 计算得到，其中 x_{ui} 在传统协同过滤模型中是通过矩阵分解得到的，即 $x_{uij} = U_u V_i^T$ 。

为了进一步缓解过拟合问题，提升推荐销量，本文采取基于用户图的正则化项：

$$\begin{aligned} \min L &= - \sum_{(u,i,j) \in D_S} \ln \sigma(U_u V_i^T - U_u V_j^T) + \frac{\lambda}{2} \left(\sum_{u \in U} \| U_u \|^2 + \sum_{i \in I} \| I_i \|^2 \right) \\ &+ \frac{\gamma}{2} \left(\sum_{u \in U} \| U_u - \sum_{v \in N(u)} \text{sim}(u, v) U_v / \sum_{v \in N(u)} \text{sim}(u, v) \|^2 \right) \end{aligned} \quad (8)$$

根据上述获得的目标损失函数，模型的优化就是对其采用随机梯度下降法。

$$\delta = - \frac{\partial \ln \sigma(x_{uij})}{\partial (x_{uij})} = -(1 - \sigma(x_{uij})) \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial U_u} = \delta(V_i - V_j) + \lambda U_u + \gamma \left(U_u - \sum_{v \in N(u)} \text{sim}(u, v) U_v / \sum_{v \in N(u)} \text{sim}(u, v) \right) \quad (10)$$

$$U_u \leftarrow U_u - \eta \frac{\partial L}{\partial U_u} \quad (11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial V_i} = \delta U_u + \lambda V_i \quad (12)$$

$$V_i \leftarrow V_i - \eta \frac{\partial L}{\partial V_i} \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial V_j} = \delta(-U_u) + \lambda V_j \quad (14)$$

$$V_j \leftarrow V_j - \eta \frac{\partial L}{\partial V_j} \quad (15)$$

通过随机梯度下降法，即可得到参数 Θ 的估计。通过此估计即可分别计算用户 u 对商品 i 的偏好程度并最终生成用户个性排序推荐。

5.3 NGCF 及 LGCN 推荐系统算法

随着 GNN 在节点分类，连接预测等领域应用的展开，基于图神经网络的推荐系统算法也随之产生。在基于图的推荐系统中，以电商平台为例，所有的用户和商品都被视作为图神经网络中

的节点，节点的分类可以是多种多样的。用户对商品的查看，收藏和购买的行为都可被视作链接节点的边，具体根据任务目标决定。图神经网络能够高效的将相似节点进行分类，从而实现未知节点，或者边的预测，而这就与推荐系统中相似用户选择相似商品的假设不谋而合。

图卷积神经网络（GCN）的得名来源于卷积神经网络（CNN）的思想。卷积神经网络是在二维平面对节点做卷积运算，而图神经网络将这一运算拓展至三维空间。NGCF（Neural Graph Collaborative Filtering）是一个将 GCN 与 CF 结合模型。GNN 中计算最终输出过程中起主要作用的是特征信息聚合与传递。NGCF 模型中，商品 i 向用户 u 传递的信息为：

$$m_{u \leftarrow i} = \frac{1}{\sqrt{|N_u||N_i|}}(W_1 e_i + W_2(e_i \odot e_u)) \quad (16)$$

其中 W_1 和 W_2 为可训练权重参数， \odot 表示元素积， N_u 和 N_i 表示用户 u 和商品 i 邻域的节点个数。即在消息传递的过程中用户接受来自于近邻商品的信息。用户 u 在下一层的特征向量可以通过带激活函数的特征传递函数计算得到：

$$e_u^{(k+1)} = \sigma(W_1 e_u^{(k)} + \sum_{i \in N_u} \frac{1}{\sqrt{|N_u||N_i|}}(W_1 e_i^{(k)} + W_2(e_i^{(k)} \odot e_u^{(k)}))) \quad (17)$$

$$e_i^{(k+1)} = \sigma(W_1 e_i^{(k)} + \sum_{u \in N_i} \frac{1}{\sqrt{|N_u||N_i|}}(W_1 e_u^{(k)} + W_2(e_u^{(k)} \odot e_i^{(k)}))) \quad (18)$$

式中 $e_u^{(k)}$ 的上标代表神经网络的层数，在经过所有的 L 层的信息传递与表征聚合后，模型通过连接函数将前面的所有层表征结合即可得到最终的用户或商品表征输出。目标用户与商品的输出表征内积即可得到该用户对特定商品的偏好得分。此种方法的使用有效提升了协同过滤系列算法的表现能力。但 GCN 其最初的应用领域为基于图的节点分类任务，节点通常拥有充分的输入特征信息，但在一般推荐系统算法的数据集中，用户商品的交互常采用独热编码，数据稀疏性大，故复杂的信息传递和特征聚合函数在 NGCF 的实际应用中反而为训练速度和精度带来的负面影响。故在此基础上，LGCN 简化了相关函数的形式。其中信息聚合和特征传递过程中的可训练参数 W 和内积操作被舍弃，变为直接相加：

$$e_u^{(k+1)} = \sum_{i \in N_u} \frac{1}{\sqrt{|N_u||N_i|}} e_i^{(k)} \quad (19)$$

$$e_i^{(k+1)} = \sum_{u \in N_i} \frac{1}{\sqrt{|N_u||N_i|}} e_u^{(k)} \quad (20)$$

为了避免表征在卷积计算的过程中发生量纲上的变化，式中 $\frac{1}{\sqrt{|N_u||N_i|}}$ 的部分沿用了 NGCF 的形式。由此 LGCN 模型中仅剩的可训练参数则是用户和商品节点的初始表征。在经过 k 层神经网络后，用户和商品表征最终的输出为：

$$e_u = \sum_{k=0}^K \alpha_k e_u^{(k)} ; e_i = \sum_{k=0}^K \alpha_k e_i^{(k)} \quad (21)$$

式中 α_k 代表每层表征在最终输出中的权重系数，其可以是一个可训练的参数，但在推荐系统中，其统一被设定为 $\frac{1}{K+1}$ 。最终目标用户对特定商品的偏好为：

$$\hat{x}_{ui} = e_u^T e_i \quad (22)$$

根据用户对商品偏好的评分和 BPR 个性化排序推荐模型的思想，即可得到用户的排序推荐列表。