CSIT 5410 HW4 Written Part

LIN Jialiang 20656855

Q1:

(1) $\vec{x} = \frac{1}{3}(\vec{x}_1 + \vec{x}_2 + \vec{x}_3) = \begin{bmatrix} 2.3333 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$

$(\vec{x}_1 - \vec{x})(\vec{x}_1 - \vec{x})^T = \begin{bmatrix} 0.1111 & 0.6667 & 0.3333 \\ 0.6667 & 4 & 2 \\ 0.3333 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \overleftrightarrow{S}_1$

$(\vec{x}_2 - \vec{x})(\vec{x}_2 - \vec{x})^T = \begin{bmatrix} 0.4444 & -0.6667 & 0.6667 \\ -0.6667 & 1 & -1 \\ 0.6667 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \overleftrightarrow{S}_2$

$(\vec{x}_3 - \vec{x})(\vec{x}_3 - \vec{x})^T = \begin{bmatrix} 0.1111 & -1 & 0 \\ -1 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \overleftrightarrow{S}_3$

$\overleftrightarrow{S} = \overleftrightarrow{S}_1 + \overleftrightarrow{S}_2 + \overleftrightarrow{S}_3 = \begin{bmatrix} 0.6667 & -1 & 1 \\ -1 & 14 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Q2:

(2) $\because \lambda_1 = 0$, we only use $\vec{e_2}$ and $\vec{e_3}$.

$$g_{42} = (\vec{x_4} - \vec{x}) \cdot \vec{e_2} = 1.87$$

$$g_{43} = (\vec{x_4} - \vec{x}) \cdot \vec{e_3} = -1.12$$

$$\vec{x}_{4-t} = \vec{x} + g_{42}\vec{e_2} + g_{43}\vec{e_3} = \begin{bmatrix} 1.50 \\ 1.94 \\ 4.28 \end{bmatrix}$$

In t-dimensional space:

$$\vec{x_4} = \begin{bmatrix} g_{42} \\ g_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.87 \\ -1.12 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x_1} = \begin{bmatrix} g_{12} \\ g_{13} \end{bmatrix} \quad \vec{x_2} = \begin{bmatrix} g_{22} \\ g_{23} \end{bmatrix} \quad \vec{x_3} = \begin{bmatrix} g_{32} \\ g_{33} \end{bmatrix}$$

Similarly,

$$g_{12} = (\vec{x_1} - \vec{x}) \cdot \vec{e_2} \quad g_{13} = (\vec{x_1} - \vec{x}) \cdot \vec{e_3}$$

$$g_{22} = (\vec{x_2} - \vec{x}) \cdot \vec{e_2} \quad g_{23} = (\vec{x_2} - \vec{x}) \cdot \vec{e_3}$$

$$g_{32} = (\vec{x_3} - \vec{x}) \cdot \vec{e_2} \quad g_{33} = (\vec{x_3} - \vec{x}) \cdot \vec{e_3}$$

we can get:

$$\vec{x_1} = \begin{bmatrix} 0.97 \\ -2.04 \end{bmatrix} \quad \vec{x_2} = \begin{bmatrix} -1.23 \\ -0.96 \end{bmatrix} \quad \vec{x_3} = \begin{bmatrix} 0.26 \\ 3.01 \end{bmatrix}$$

$$\|\vec{x_4} - \vec{x_1}\|_2^2 = 1.29$$

$$\|\vec{x_4} - \vec{x_2}\|_2^2 = 3.11$$

$$\|\vec{x_4} - \vec{x_3}\|_2^2 = 4.43$$

Therefore, in t-dimensional space,

$\vec{x_4}$'s closest labeled face is $\vec{x_1}$.