

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS



Tarea 2:
Ejercicios

Luis Erick Montes Garcia - 419004547
Hele Michelle Salazar Zaragoza - 316068895

Trabajo presentado como parte del curso de **Matemáticas Aplicadas para las Ciencias II** impartido por el profesor **Juan Carlos Balleza**.

Entrega 3 de Abril 2019

Link al código fuente: [git@github.com:lemg98/Matematicas-Aplicadas-II.git](https://github.com:lemg98/Matematicas-Aplicadas-II.git)

1.

2. Sea la función vectorial $r(\vec{t}) = (4\cos(\frac{t}{2}), 4\sin(\frac{t}{2}))$, donde $t \in [0, 2\pi]$. A continuación responda lo siguiente:

(a) Calcule los vectores de velocidad y aceleración.

Obtenemos la derivada de la función $r(\vec{t})$ para obtener la **velocidad**:

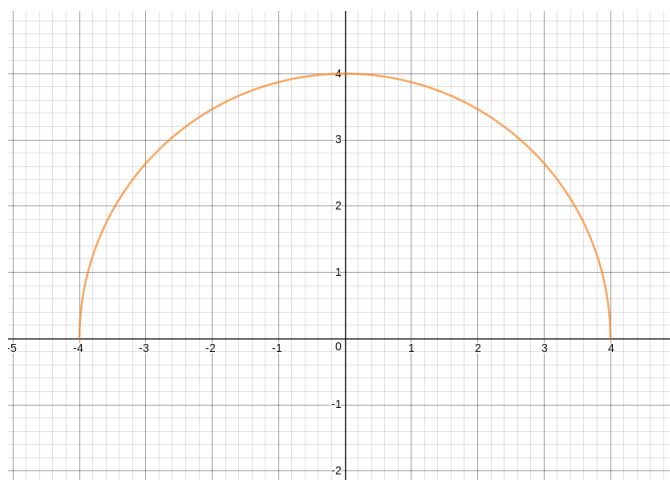
$$r'(\vec{t}) = (-2\sin(\frac{t}{2}), 2\cos(\frac{t}{2}))$$

Obtenemos la derivada de la función $r'(\vec{t})$ para obtener la **aceleración**:

$$r''(\vec{t}) = (-\cos(\frac{t}{2}), -\sin(\frac{t}{2}))$$

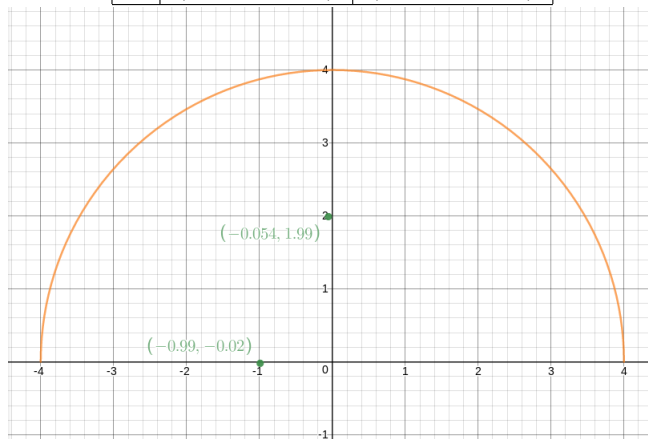
t	velocidad	aceleración
0	(0, 2)	(-1, 0)
2π	(-0.109, 1.99)	(-0.99, -0.054)

(b) Grafique la función vectorial, en el intervalo de t indicado.



(c) En la gráfica de la función vectorial (inciso anterior), agregue los vectores de velocidad y aceleración en el instante $t = \pi$

t	velocidad	aceleración
π	(-0.054, 1.99)	(-0.99, -0.02)



(d) Obtenga el ángulo entre los vectores velocidad y aceleración.

Decimos que el vector de velocidad es el vector \vec{a} y que el vector de aceleración es \vec{b} . Para obtener el ángulo θ formamos un triángulo, siendo $\vec{a} - \vec{b}$ el lado opuesto al ángulo.

Aplicando ley de cosenos, tenemos que:

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = ||\vec{a}|| ||\vec{b}|| \cos \theta$$

Despejamos θ :

$$\cos \theta = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{||\vec{a}|| ||\vec{b}||}$$

Sustituimos:

$$\cos \theta = \frac{((-0.054, 1.99) \cdot (-0.99, -0.02))}{||(-0.054, 1.99)|| ||(-0.99, -0.02)||}$$

$$\cos \theta = \frac{((-0.054 \cdot -0.99) + (1.99 \cdot -0.02))}{\sqrt{(-0.054)^2 + (1.99)^2} \cdot \sqrt{(-0.99)^2 + (-0.02)^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{0.09326}{(1.99)(0.99)}$$

$$\cos \theta = \frac{0.09326}{1.9701}$$

$$\cos \theta = 0.04733$$

Sacamos coseno inverso:

$$\theta = \cos^{-1}(0.04733) = 87.29^\circ$$

3.

4. Proporcione la función vectorial $r(\vec{t})$, tal que cumpla las siguientes condiciones:

(a) $a(t) = (-1, -1, -1)$
 $x = y = z = -1 + 0t$
 $(x, y, z) = (-1 + 0t, -1 + 0t, -1 + 0t)$
 $(x, y, z) = (-1, -1, -1) + (0t, 0t, 0t)$
 $(x, y, z) = (-1, -1, -1) + t(0, 0, 0)$
 $a = (-1, -1, -1) + t(0, 0, 0)$

(b) $v(0) = (0, 0, 0)$
 $x = y = z = 0$
 $(x, y, z) = (0 + 0t, 0 + 0t, 0 + 0t)$
 $(x, y, z) = (0, 0, 0) + (0t, 0t, 0t)$
 $(x, y, z) = (0, 0, 0) + t(0, 0, 0)$
 $v = (0, 0, 0) + t(0, 0, 0)$

(c) $r(0) = (10, 10, 10)$
 $x = 10 ; y = 10 ; z = 10$
 $(x, y, z) = (10 + 0t, 10 + 0t, 10 + 0t)$
 $(x, y, z) = (10, 10, 10) + (0t, 0t, 0t)$
 $(x, y, z) = (10, 10, 10) + t(0, 0, 0)$
 $v = (10, 10, 10) + t(0, 0, 0)$

5.

6. Considere la función vectorial $r(\vec{t}) = ([\cos t]^3, [\sin t]^3)$. Responda lo siguiente:

(a) Obtenga el vector tangente unitario a la curva.

Parametrizamos la función: $r(\vec{t}) = ([\cos t]^3, [\sin t]^3)$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \cos^3 t \\ \frac{d}{dt} \sin^3 t \end{bmatrix}$$

Encontramos un vector tangente:

$$\begin{bmatrix} -3\sin(t) \cos^2(t) \\ 3\sin^2(t) \cos(t) \end{bmatrix}$$

Hacemos negativa la segunda componente para girar 90 grados en sentido de las manecillas del reloj.

$$\begin{bmatrix} 3\sin^2(t) \cos(t) \\ -(-3\sin(t) \cos^2(t)) \end{bmatrix}$$

Tenemos un vector normal, para hacerlo unitario, debemos dividir entre su magnitud, es decir,

$$\sqrt{9\sin^2(t) \cos^4(t) + 9\sin^4(t) \cos^2(t)}$$

Por lo tanto, la función para el vector unitario es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} 3\sin^2(t) \cos(t) / \sqrt{9\sin^2(t) \cos^4(t) + 9\sin^4(t) \cos^2(t)} \\ 3\sin(t) \cos^2(t) / \sqrt{9\sin^2(t) \cos^4(t) + 9\sin^4(t) \cos^2(t)} \end{bmatrix}$$

(b) Calcule la longitud de la curva para $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$$\sqrt{9\sin^2(t) \cos^4(t) + 9\sin^4(t) \cos^2(t)}$$

Sustituimos:

$$\sqrt{9\sin^2(\frac{\pi}{2}) \cos^4(\frac{\pi}{2}) + 9\sin^4(\frac{\pi}{2}) \cos^2(\frac{\pi}{2})} - \sqrt{9\sin^2(0) \cos^4(0) + 9\sin^4(0) \cos^2(0)} = 0 - 0 = 0$$

7.

8. Obtenga la ecuación del círculo osculador para la función $y = \sin x$ en el punto de coordenadas $(\frac{\pi}{2}, 1)$.

Proponga $r(\vec{t})$ a partir de la "parametrización trivial" de la función. Calcule lo siguiente:

(a) (\vec{T}) , (\vec{N}) y k .

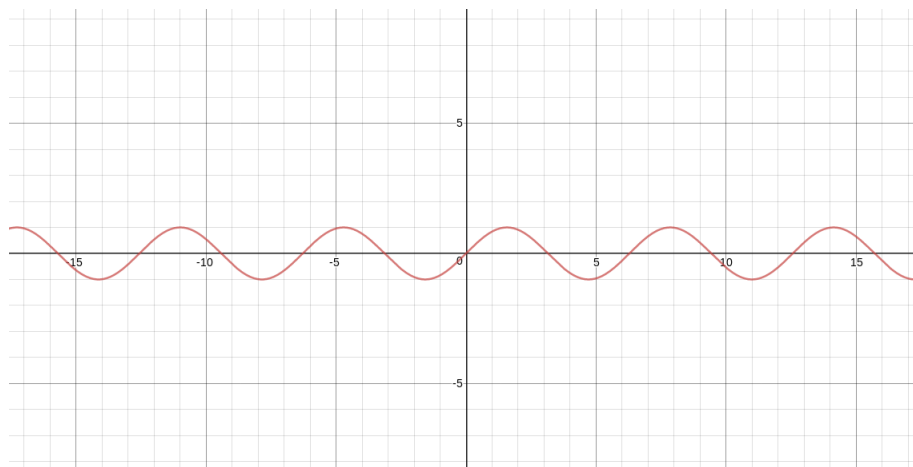
Parametrización de la función:

$$x(t) = t$$

$$y(t) = \sin t$$

Haga una gráfica con la siguiente información:

(a) La función $y = \sin x$



(b) El círculo osculador y además localizar el punto de coordenadas $(\frac{\pi}{2}, 1)$

(c) Los vectores (\vec{T}) , (\vec{N}) .

9.