UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Tarea 1:
Ejercicios

Luis Erick Montes Garcia - 419004547
Hele Michelle Salazar Zaragoza - 316068895

Trabajo presentado como parte del curso de **Matematicas Aplicadas para las Ciencias II** impartido por el profesor **Juan Carlos Balleza**.

Entrega 1 de Marzo 2019

Link al código fuente: git@github.com:lemg98/Matematicas-Aplicadas-II.git

1. Sea la función vectorial $r(\overrightarrow{t}) = \left(\frac{t}{t+1}, \frac{1}{t}\right)$. A continuación responda lo siguiente:

   - Calcule el siguiente límite:
$$lim_{t\to -1} r(\overrightarrow{t})$$
Solución: Observamos que al acercarnos a -1 por la izquierda $t+1$ se hace pequeño negativamente, por tanto $\frac{t}{t+1}$ tiende a infinito de manera negativa, análogamente sucede cuando nos acercamos a -1 por la derecha, este tiende a infinito positivamente. Por tanto no existe el límite en ese punto

   - Calcule el siguiente límite:
$$lim_{t\to 0} r(\overrightarrow{t})$$
Solución: Sucede de la misma manera con este límite. Si tiende a 0 por la izquierda $\frac{1}{t}$ tiende a infinito negativamente. Análogamente cuando tiende por la derecha esto tiende a infinito.

   - ¿Para qué valores de t es discontinua la función $r(\overrightarrow{t})$? Explique su resultado.
Solución: Como ya mencionamos en los dos puntos anteriores no existe el límite, en los demás la función es continua. Por tanto en los puntos 0 y -1 la función es discontinua.

   - Obtenga y dibuje los vectores velocidad y aceleración, en el punto donde $t = -\frac{1}{2}$.
Solución: Encontramos la primera derivada y valuamos

$$\begin{aligned}
r'(\overrightarrow{t}) &= \left(\left(\frac{t}{t+1}\right)', (\frac{1}{t})'\right) \\
&= \left(\frac{1(t+1) - 1(t)}{(t+1)^2}, -\frac{1}{t^2}\right) \\
&= \left(\frac{1}{(t+1)^2}, -\frac{1}{t^2}\right) \\
r'(\overrightarrow{-\frac{1}{2}}) &= \left(\frac{1}{(-\frac{1}{2}+1)^2}, -\frac{1}{(\frac{1}{2})^2}\right) \\
&= (4, -4)
\end{aligned}$$

Encontramos ahora la segunda derivada y valuamos

$$\begin{aligned}
r''(\overrightarrow{t}) &= \left(\left(\frac{1}{(t+1)^2}\right)', -\left(\frac{1}{t^2}\right)'\right) \\
&= \left(-\frac{2(t+1)}{(t+1)^4}, -\left(\frac{1}{t^2}\right)'\right) \\
&= \left(-\frac{2}{(t+1)^3}, \frac{1}{t^4}\right) \\
r''(\overrightarrow{-\frac{1}{2}}) &= \left(-\frac{2}{(-\frac{1}{2}+1)^3}, \frac{1}{(-\frac{1}{2})^4}\right) \\
&= \left(-\frac{2}{(-\frac{1}{2}+1)^3}, \frac{1}{(-\frac{1}{2})^4}\right) \\
&= (-16, 16)
\end{aligned}$$

2. Sea la función vectorial $r(\overrightarrow{t}) = (4cos(\frac{t}{2}), 4sin(\frac{t}{2}))$, donde $t \in [0, 2\pi]$. A continuación responda lo siguiente:

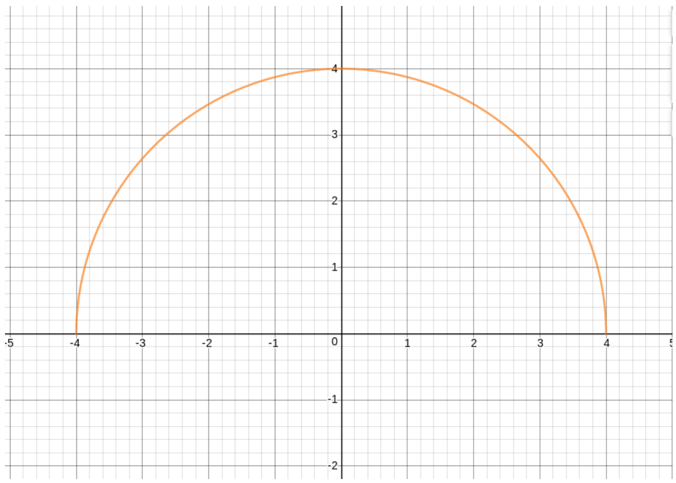
   a) Calcule los vectores de velocidad y aceleración.
Obtenemos la derivada de la función $r(\overrightarrow{t})$ para obtener la **velocidad**:
$$r'(\overrightarrow{t}) = (-2sin(\tfrac{t}{2}), 2cos(\tfrac{t}{2}))$$

Obtenemos la derivada de la función $r'(\overrightarrow{t})$ para obtener la **aceleración**:

$$r''(\overrightarrow{t}) = (-cos(\tfrac{t}{2}), -sin(\tfrac{t}{2}))$$

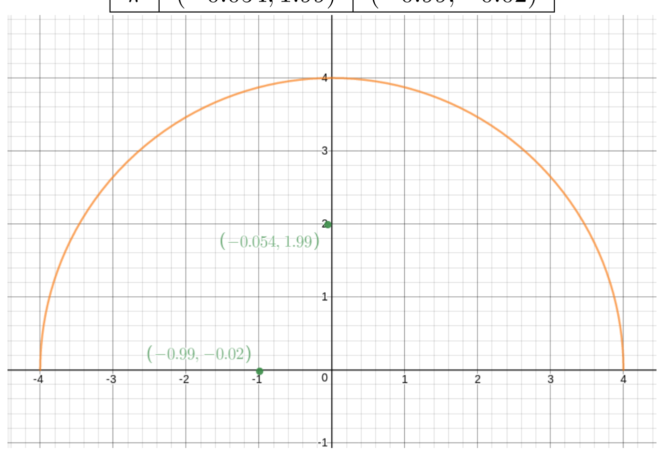
t	velocidad	aceleración
0	$(0, 2)$	$(-1, 0)$
2π	$(-0.109, 1.99)$	$(-0.99, -0.054)$

b) Grafique la función vectorial, en el intervalo de t indicado.



c) En la gráfica de la función vectorial (inciso anterior), agregue los vectores de velocidad y aceleración en el instante $t = \pi$

t	velocidad	aceleración
π	$(-0.054, 1.99)$	$(-0.99, -0.02)$



d) Obtenga el ángulo entre los vectores velocidad y aceleración.
Decimos que el vector de velocidad es el vector $\overrightarrow{a}$ y que el vector de aceleración es $\overrightarrow{b}$. Para obtener el ángulo θ formamos un triángulo, siendo $\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$ el lado opuesto al ángulo.
Aplicando ley de cosenos, tenemos que:
$||\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}||^2 = ||\overrightarrow{a}||^2 + ||\overrightarrow{b}||^2 - 2||\overrightarrow{a}||||\overrightarrow{b}||cos\theta$
Sustituímos:

3. Sea la función vectorial $r(\overrightarrow{t}) = (t^2, 2t - 1, t^3)$. Proporcione las ecuaciones paramétricas de la recta que es tangente a la curva, en el punto $t_0 = 2$.
Solución: Obtenemos $r(2) = (2^2, 2(2) - 1, 2^3) = (4, 3, 8)$. Observamos

$$r' = (2t, 2, 3t^2)$$

, obtenemos $r'(2) = (2(2), 2, 3(2)^2) = (4, 2, 12)$, este es el vector de dirección. Por tanto las ecuaciones paramétricas son

$$x = 4t + 4$$
$$y = 2t + 3$$
$$z = 12t + 8$$

4. Proporcione la función vectorial $r(\overrightarrow{t})$, tal que cumpla las siguientes condiciones:

   a) $a(t) = (-1, -1, -1)$
   b) $v(0) = (0, 0, 0)$
   c) $r(0) = (10, 10, 10)$

   (

5. En el instante $t = 0$, una partícula se encuentra en el punto $A(1, 2, 3)$. Viaja siguiendo una línea recta hasta el punto (4,1,4) y tiene una rapidez de 2(en el punto A) y aceleración constante $a(t) = 3i - j + k$. Proporcione la ecuación del vector de posición $r(t)$ en el instante t.

6. Considere la función vectorial $r(\overrightarrow{t}) = ([cost]^3, [sint]^3)$. Responda lo siguiente:

   a) Obtenga el vector tangente unitario a la curva.
   b) Calcule la longitud de la curva para $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

7.

8. Obtenga la ecuación del círculo osculador para la función $y = sinx$ en el punto de coordenadas $(\frac{\pi}{2}, 1)$. Proponga $r(\overrightarrow{t})$ a partir de la "parametrización trivial"de la función. Calcule lo siguiente:

   a) $(\overrightarrow{T})$, $(\overrightarrow{N})$ y k.

   Haga una gráfica con la siguiente información:

   a) La función $y = sinx$
   b) El círculo osculador y además localizar el punto de coordenadas $(\frac{\pi}{2}, 1)$
   c) Los vectores $(\overrightarrow{T})$, $(\overrightarrow{N})$.

9.