Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Tarea 2:
Ejercicios

Luis Erick Montes Garcia - 419004547
Hele Michelle Salazar Zaragoza - 316068895

Trabajo presentado como parte del curso de **Matematicas Aplicadas para las Ciencias II** impartido por el profesor **Juan Carlos Balleza**.

Entrega 3 de Abril 2019

Link al código fuente: git@github.com:lemg98/Matematicas-Aplicadas-II.git

1.

2. Sea la función vectorial $r(\overrightarrow{t}) = (4cos(\frac{t}{2}), 4sin(\frac{t}{2}))$, donde $t \in [0, 2\pi]$. A continuación responda lo siguiente:

   (a) Calcule los vectores de velocidad y aceleración.
   Obtenemos la derivada de la función $r(\overrightarrow{t})$ para obtener la **velocidad**:

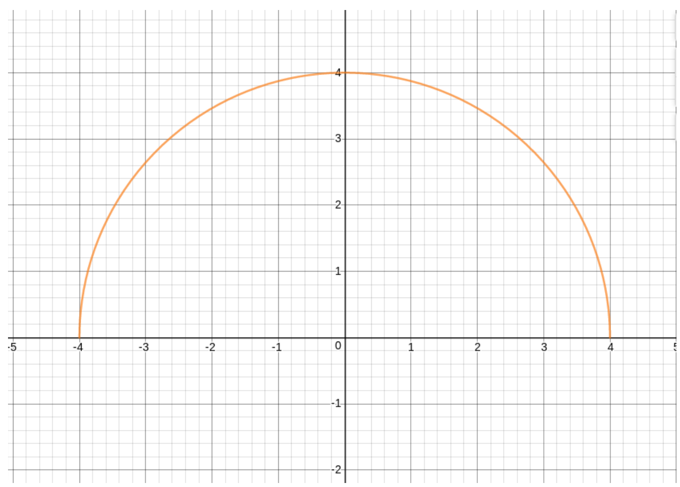
$$r'(\overrightarrow{t}) = (-2sin(\tfrac{t}{2}), 2cos(\tfrac{t}{2}))$$

   Obtenemos la derivada de la función $r'(\overrightarrow{t})$ para obtener la **aceleración**:

$$r''(\overrightarrow{t}) = (-cos(\tfrac{t}{2}), -\sin(\tfrac{t}{2}))$$

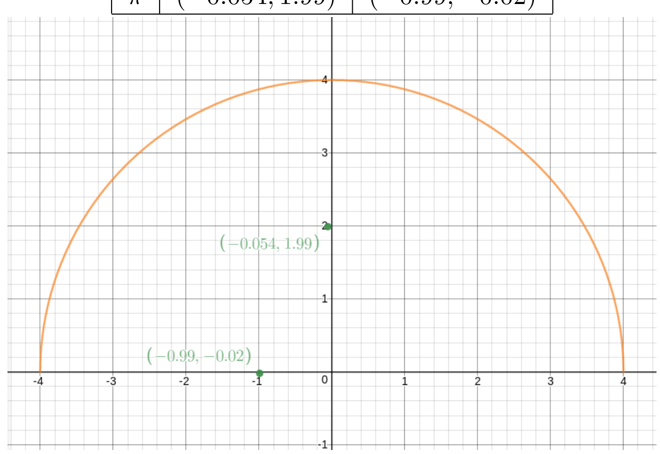
t	velocidad	aceleración
0	$(0, 2)$	$(-1, 0)$
2π	$(-0.109, 1.99)$	$(-0.99, -0.054)$

   (b) Grafique la función vectorial, en el intervalo de t indicado.



   (c) En la gráfica de la función vectorial (inciso anterior), agregue los vectores de velocidad y aceleración en el instante $t = \pi$

t	velocidad	aceleración
π	$(-0.054, 1.99)$	$(-0.99, -0.02)$



   (d) Obtenga el ángulo entre los vectores velocidad y aceleración.
   Decimos que el vector de velocidad es el vector $\overrightarrow{a}$ y que el vector de aceleración es $\overrightarrow{b}$. Para obtener el ángulo θ formamos un triángulo, siendo $\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$ el lado opuesto al ángulo.

Aplicando ley de cosenos, tenemos que:

$$(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}) = ||\overrightarrow{a}||||\overrightarrow{b}|| \cos\theta$$

Despejamos θ:

$$\cos\theta = \frac{(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b})}{||\overrightarrow{a}||||\overrightarrow{b}||}$$

Sustituímos:

$$\cos\theta = \frac{((-0.054, 1.99) \cdot (-0.99, -0.02))}{||(-0.054, 1.99)||||(-0.99, -0.02)||}$$

$$\cos\theta = \frac{((-0.054 \cdot -0.99) + (1.99 \cdot -0.02))}{\sqrt{(-0.054)^2 + (1.99)^2} \cdot \sqrt{(-0.99)^2 + (-0.02)^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{0.09326}{(1.99)(0.99)}$$

$$\cos\theta = \frac{0.09326}{1.9701}$$

$$\cos\theta = 0.04733$$

Sacamos coseno inverso:

$$\theta = \cos^- 1(0.04733) = 87.29\delta$$

3.

4. Proporcione la función vectorial $r(\overrightarrow{t})$, tal que cumpla las siguientes condiciones:

   (a) $a(t) = (-1, -1, -1)$
   $x = 0 - t$; $y = 0 - t$; $z = 0 - t$ y $0 \leqslant t \leqslant 1$
   $(x, y, z) = (0 - t, 0 - t, 0 - t)$
   $(x, y, z) = (0, 0, 0) + (-t, -t, -t)$
   $(x, y, z) = (0, 0, 0) + t(-1, -1, -1)$
   $a = (0, 0, 0) + t(-1, -1, -1)$

   (b) $v(0) = (0, 0, 0)$

   (c) $r(0) = (10, 10, 10)$
   $x = 10$; $y = 10$; $z = 10$
   $(x, y, z) = (10 + 0t, 10 + 0t, 10 + 0t)$
   $(x, y, z) = (10, 10, 10) + (0t, 0t, 0t)$
   $(x, y, z) = (10, 10, 10) + t(0, 0, 0)$
   $v = (10, 10, 10) + t(0, 0, 0)$

5.

6. Considere la función vectorial $r(\overrightarrow{t}) = ([\cos t]^3, [\sin t]^3)$. Responda lo siguiente:

(a) Obtenga el vector tangente unitario a la curva.
Parametrizamos la función: $r(\overrightarrow{t}) = ([\cos t]^3, [\sin t]^3)$
$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt}\cos^3 t \\ \frac{d}{dt}\sin^3 t \end{bmatrix}$
Encontramos un vector tangente:
$\begin{bmatrix} -3sin(t)\cos^2(t) \\ 3sin^2(t)\cos(t) \end{bmatrix}$
Hacemos negativa la segunda componente para girar 90 grados en sentido de las manecillas del reloj.
$\begin{bmatrix} 3sin^2(t)\cos(t) \\ -(-3sin(t)\cos^2(t)) \end{bmatrix}$
Tenemos un vector normal, para hacerlo unitario, debemos dividir entre su magnitud, es decir,

$$\sqrt{9sin^2(t)\cos^4(t) + 9sin^4(t)\cos^2(t)}$$

Por lo tanto, la función para el vector unitario es el siguiente:
$\begin{bmatrix} 3sin^2(t)\cos(t)/\sqrt{9sin^2(t)\cos^4(t) + 9sin^4(t)\cos^2(t)} \\ 3sin(t)\cos^2(t)/\sqrt{9sin^2(t)\cos^4(t) + 9sin^4(t)\cos^2(t)} \end{bmatrix}$

(b) Calcule la longitud de la curva para $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$$\sqrt{9sin^2(t)\cos^4(t) + 9sin^4(t)\cos^2(t)}$$

Sustituímos:

$$\sqrt{9sin^2(0)\cos^4(0) + 9sin^4(0)\cos^2(0)} = 0$$

$$\sqrt{9sin^2(\frac{\pi}{2})\cos^4(\frac{\pi}{2}) + 9sin^4(\frac{\pi}{2})\cos^2(\frac{\pi}{2})} = 0$$

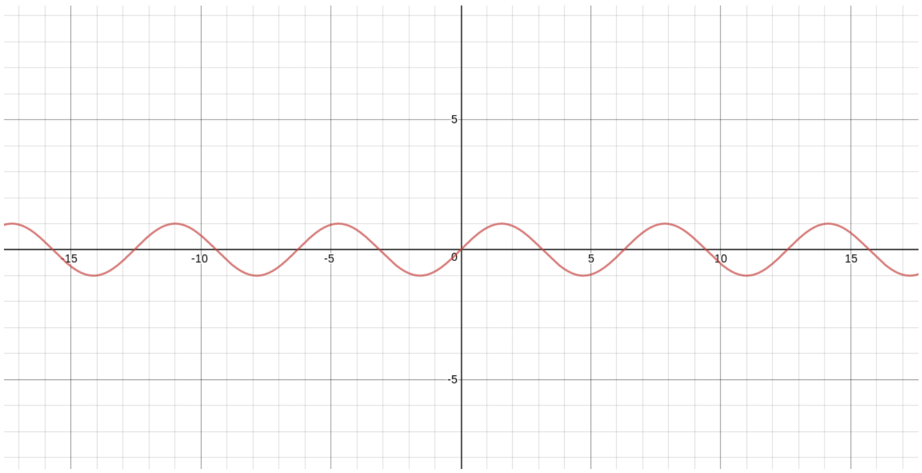
7.

8. Obtenga la ecuación del círculo osculador para la función $y = \sin x$ en el punto de coordenadas $(\frac{\pi}{2}, 1)$. Proponga $r(\overrightarrow{t})$ a partir de la "parametrización trivial" de la función. Calcule lo siguiente:

(a) $(\overrightarrow{T})$, $(\overrightarrow{N})$ y k.
Parametrización de la función:
$x(t) = t$
$y(t) = \sin t$

Haga una gráfica con la siguiente información:

(a) La función $y = \sin x$



(b) El círculo osculador y además localizar el punto de coordenadas $(\frac{\pi}{2}, 1)$

(c) Los vectores $(\overrightarrow{T})$, $(\overrightarrow{N})$.

9.