



# ITESO

Universidad Jesuita  
de Guadalajara

## Sistemas de Control Automático

### 5. Modelado Matemático: Identificación de FDTs

**Profesor:** Luis Enrique González Jiménez

*Departamento de Electrónica, Sistemas e Informática (DESI)*

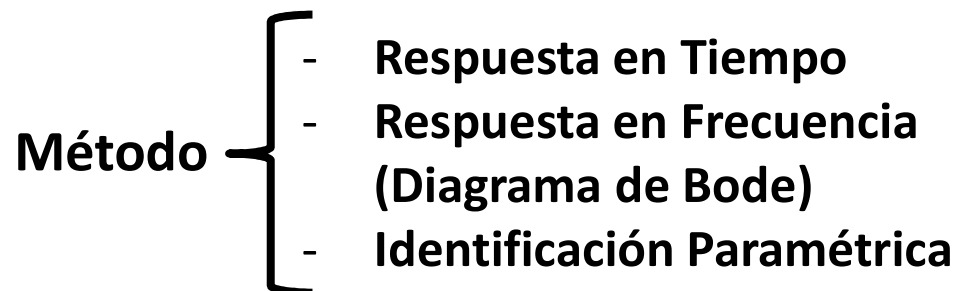
***Hora:*** Ma-Vi 16:00 - 18:00

***Aula:*** T-201

## IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS... enfoque “caja negra”

Si solo se tiene la información de la respuesta a ciertas entradas (impulso unitario, escalón unitario y rampa) de un sistema SISO (single input-single output) desconocido, se puede usar un método gráfico para calcular un modelo del sistema (FDT). La entrada más utilizada es la de **escalón unitario** o **señales periódicas**.

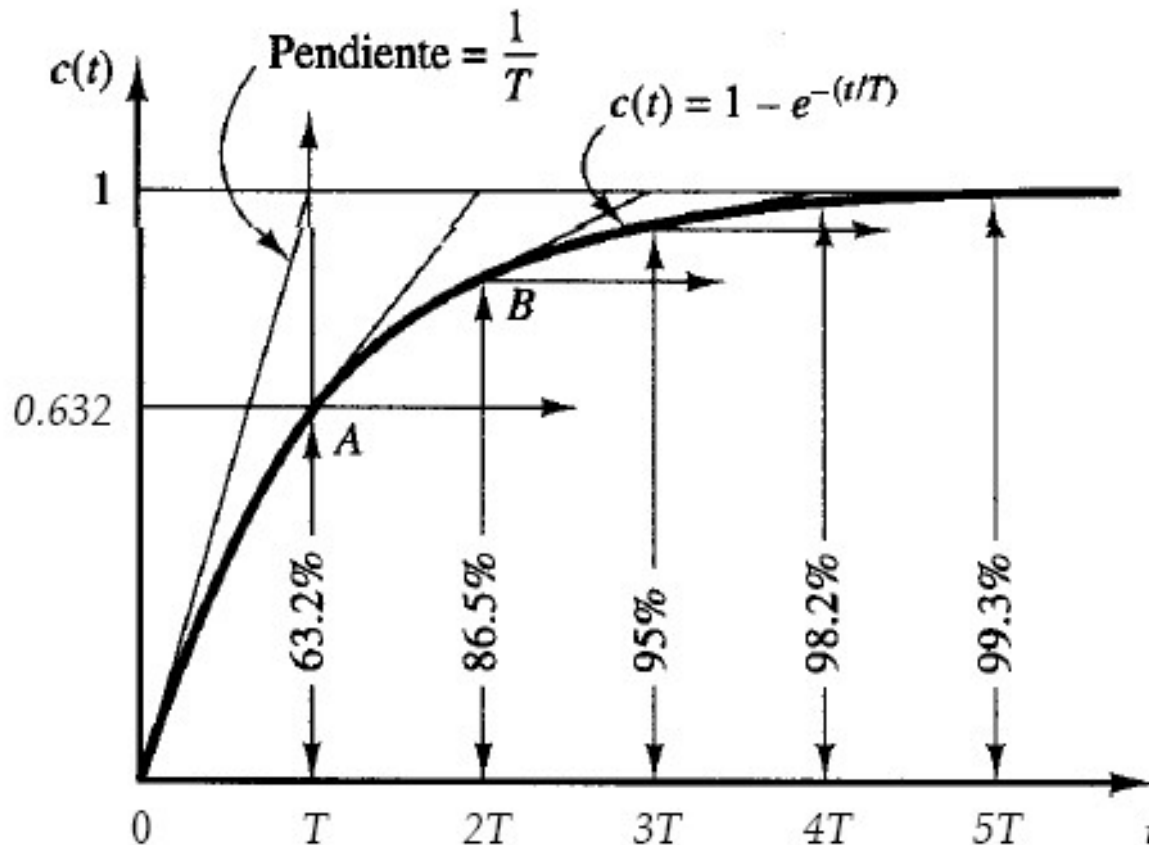
El enfoque de **Caja Negra** define al sistema como un solo bloque y obtiene una FDT del mismo utilizando los datos de entrada y salida del sistema real.



## IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS: Respuesta en tiempo

Si solo se tiene la información de la respuesta a ciertas entradas (impulso unitario, escalón unitario y rampa) de un sistema SISO (single input-single output) desconocido, se puede usar un método gráfico para calcular un modelo del sistema

Si tenemos una respuesta como la que sigue:



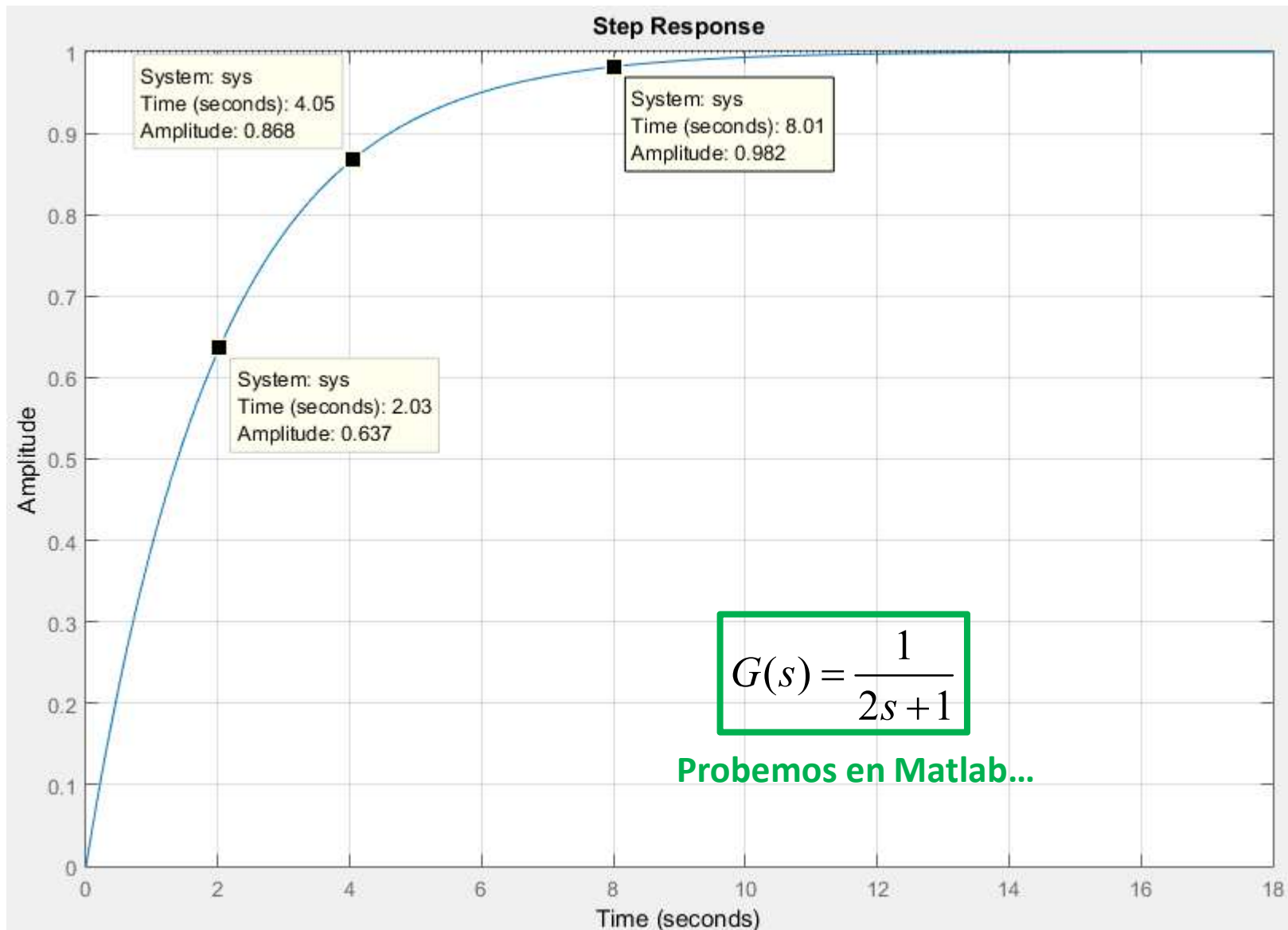
**¿Qué orden imaginan que tiene este sistema?**

### SISTEMA DE 1ER ORDEN

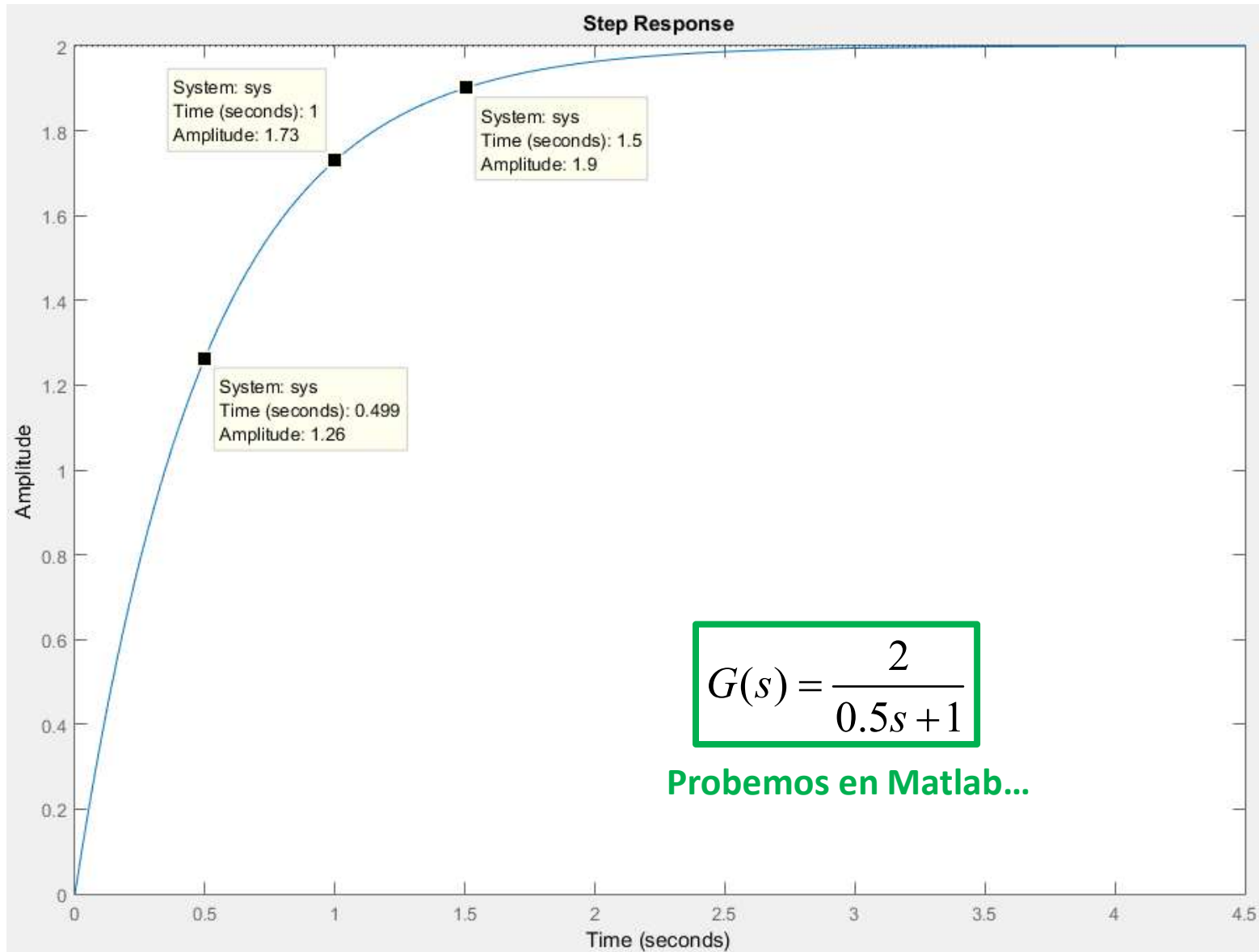
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ts + 1}$$

Podemos usar la relación entre la respuesta y la constante de tiempo del sistema ( $T$ ).

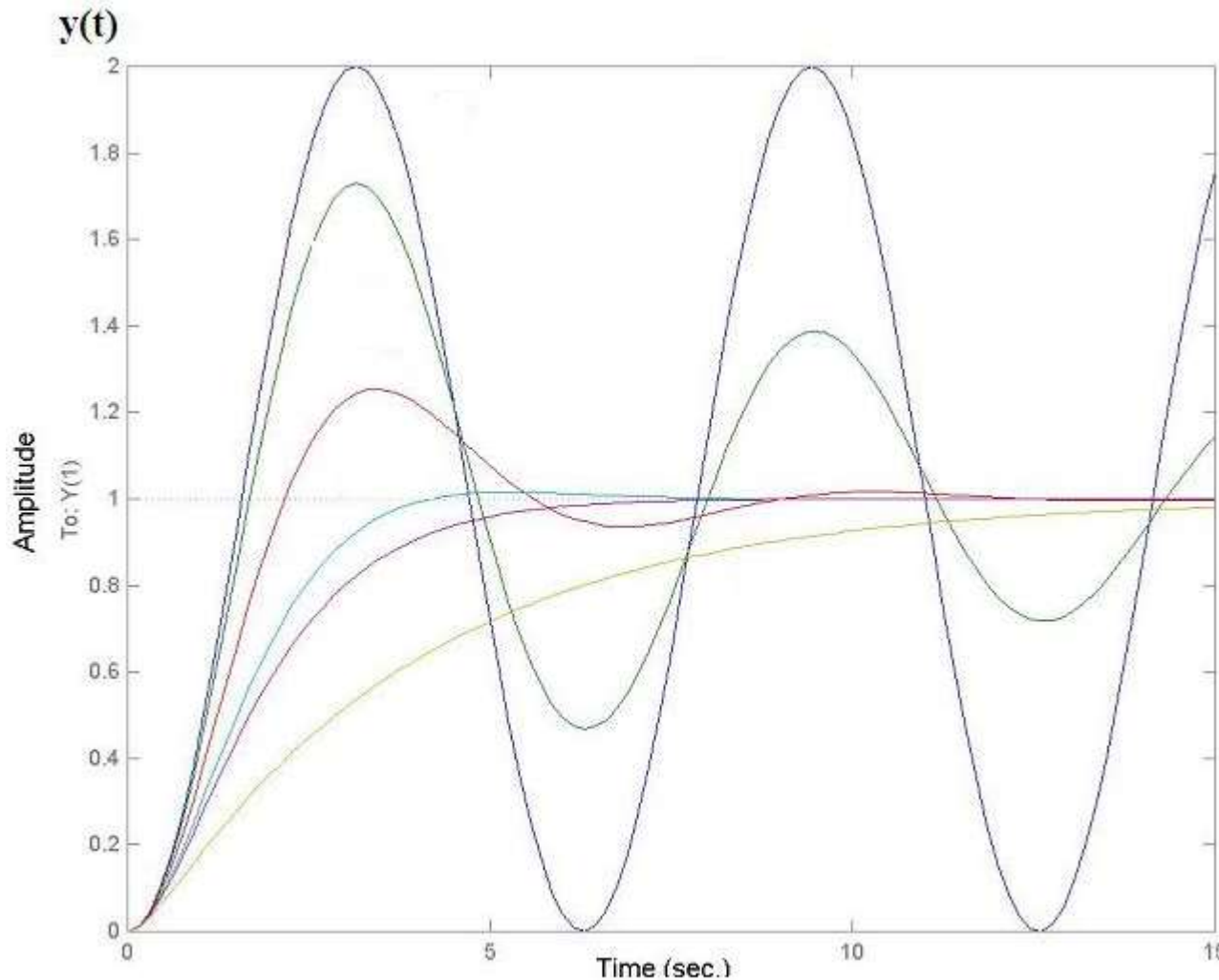
## EJEMPLO 1: Obtenga la FDT de un sistema con la siguiente respuesta al escalón unitario



## EJEMPLO 2: ¿Qué tal este otro?



Ahora, que tal si tenemos alguna de las siguientes respuestas del sistema.



¿Qué orden imaginan que tiene este sistema?

**SISTEMA DE 2do ORDEN**

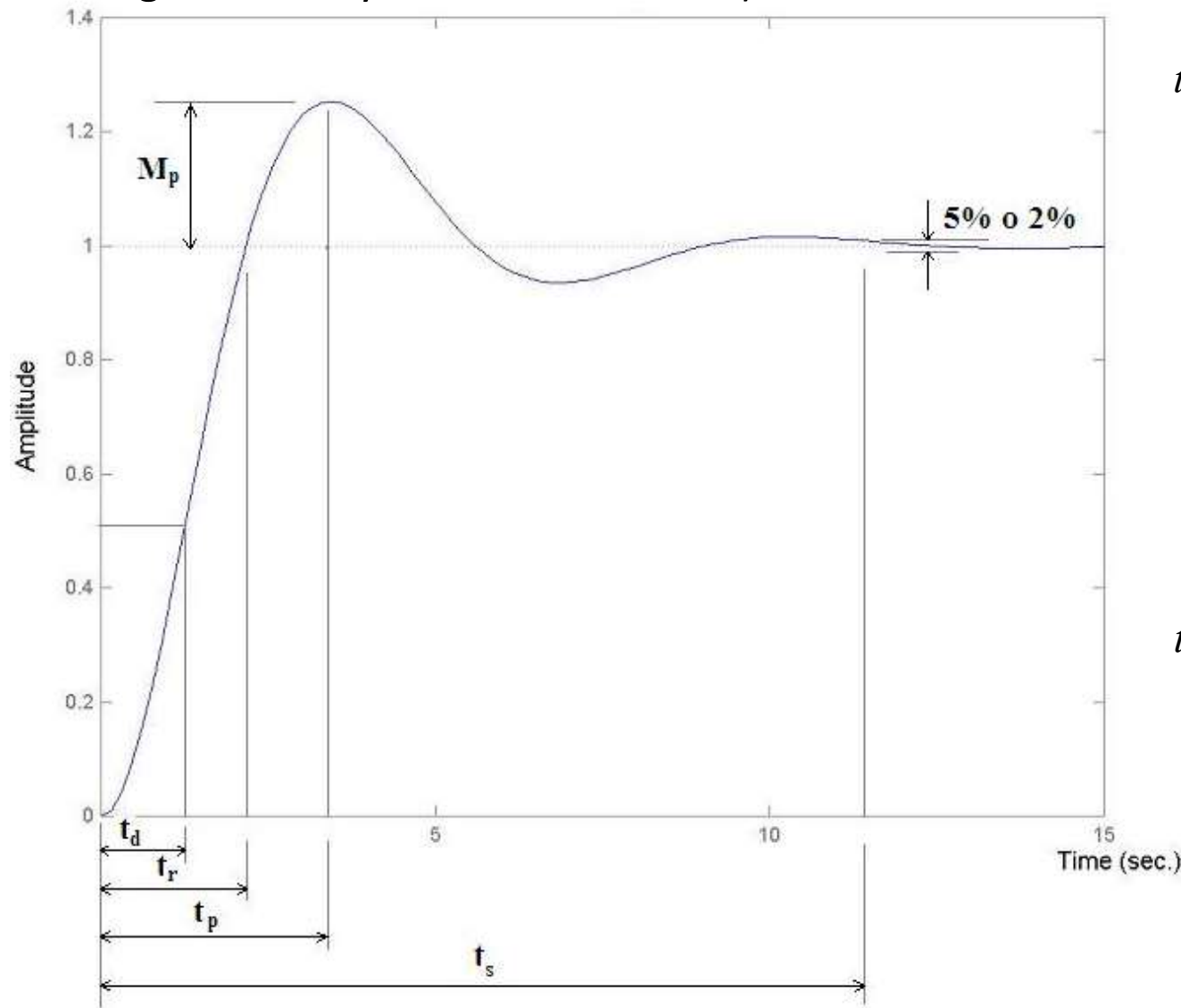
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_s \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

POLOS DEL SISTEMA:

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

¿Qué proponen? Alguna idea...

Podemos usar la relación entre la respuesta y los parámetros de la FDT (factor de amortiguamiento y frecuencia natural).



$$t_r = \frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \left[ -\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right]$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi}$$

### Criteria

**2%**

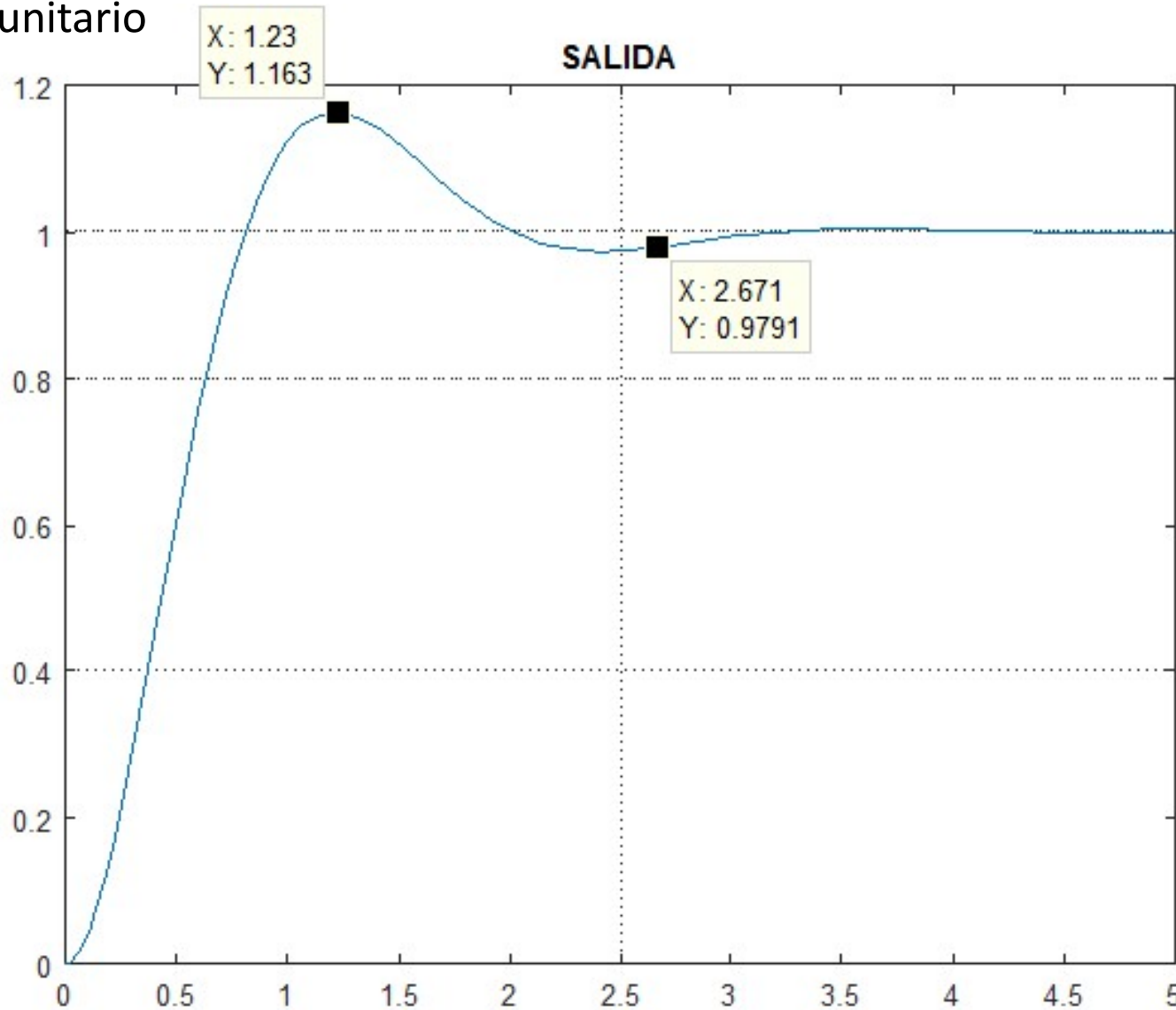
$$t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n}$$

**5%**

$$t_s = \frac{3}{\zeta \omega_n}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

**EJEMPLO 3:** Obtenga la FDT de un sistema con la siguiente respuesta al escalón unitario



$$M_p = .163$$

$$t_p = 1.23$$

$$t_s = 2.671$$

(criterio 2%)



Del máximo sobreimpulso se puede obtener el factor de amortiguamiento de la siguiente manera:

$$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} \Rightarrow \zeta = \sqrt{\frac{\Psi^2}{1+\Psi^2}} \text{ donde } \Psi = \frac{-\ln(M_p)}{\pi}$$

$$\zeta = 0.5$$

Del tiempo de estabilización se puede obtener la frecuencia natural:

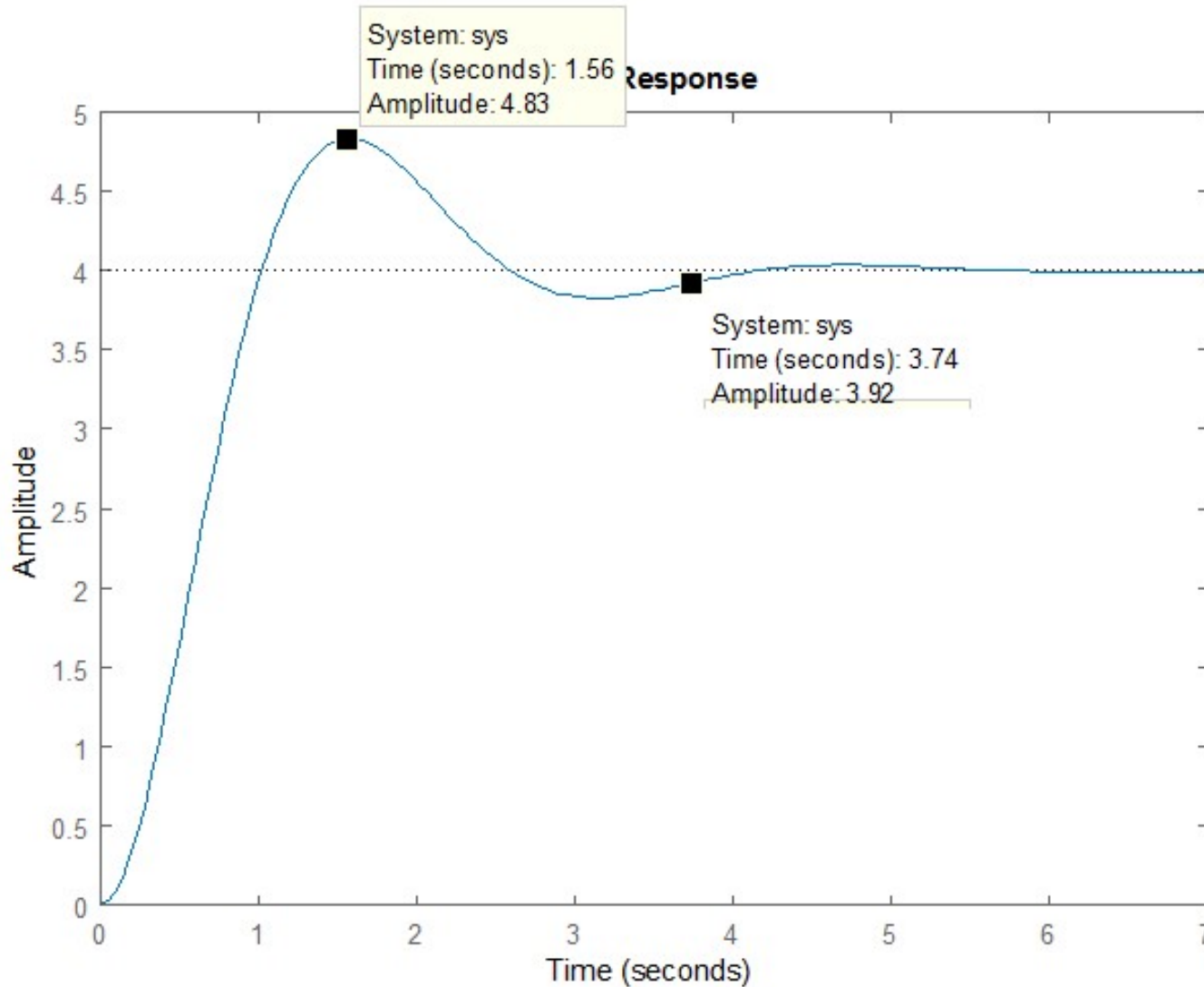
$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{\zeta t_s} = \frac{4}{(0.5)(2.671)} = 2.995$$

Entonces ya podemos plantear la FDT del sistema.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_s \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{8.97}{s^2 + 2.995s + 8.97}$$

**PROBAR EN MATLAB...**

**EJEMPLO 4:** Obtenga la FDT de un sistema con la siguiente respuesta al escalón unitario



$$M_p = 0.83 / 4$$

$$= 0.2075$$

$$t_p = 1.56$$

$$t_s = 3.76$$

(criterio 2%)

Del máximo sobreimpulso se puede obtener el factor de amortiguamiento de la siguiente manera:

$$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} \Rightarrow \zeta = \sqrt{\frac{\Psi^2}{1+\Psi^2}} \text{ donde } \Psi = \frac{-\ln(M_p)}{\pi}$$

$$\zeta = 0.4476$$

Del tiempo de estabilización se puede obtener la frecuencia natural:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{\zeta t_s} = \frac{4}{(0.0592)(3.72)} = 2.3766$$

Entonces ya podemos plantear la FDT del sistema.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_s \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{22.59}{s^2 + 2.128s + 5.648}$$

**PROBAR EN MATLAB...**



## PRÁCTICA 1: Obtención de la Función de Transferencia de un Motor de CD.

---

- Habilitemos el archivo en Canvas.
- Revisemos el encabezado de la práctica 😊
- Tendrán 1 semana para entregar el reporte.

**Este cuento se ha acabado.**