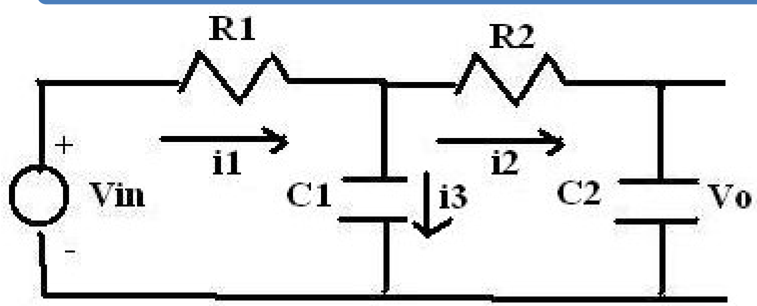


Obtener una Representación en Espacio de Estados con la salida $v_o(t)$ y la entrada $v_{in}(t)$.

Solución: Las ecuaciones del circuito son

$$v_{in}(t) = R_1 i_1(t) + \frac{1}{C_1}\int i_3(t)\,dt$$

Ec1 (Malla 1)

$$\frac{1}{C_1}\int i_3(t)\,dt = R_2 i_2(t) + v_0(t)$$

Ec2 (Malla 2)

$$v_0(t) = \frac{1}{C_2}\int i_2(t)\,dt$$

Ec3 (Voltaje en C2)

$$i_3(t) = i_1(t) - i_2(t)$$

Ec4 (Corriente en C1)

Derivando la Ec2 y Ec3 y obtenemos:

$$i_3(t) = C_1 R_2 \tfrac{d}{dt} i_2(t) + C_1 \tfrac{d}{dt} v_0(t) \quad \textbf{Ec5}$$

$$C_2 \tfrac{d}{dt} v_0(t) = i_2(t) \quad \textbf{Ec6}$$

Para eliminar $i_3(t)$, sustituimos Ec4 en Ec5:

$$i_1(t) - i_2(t) = C_1 R_2 \tfrac{d}{dt} i_2(t) + C_1 \tfrac{d}{dt} v_0(t) \quad \textbf{Ec7}$$

Y de la Ec1 y Ec2 tenemos: $v_{in}(t) = R_1 i_1(t) + R_2 i_2(t) + v_0(t)$ **Ec8**

En este punto sabemos que $v_0(t), i_2(t)$ son estados, ya que tenemos ecuaciones diferenciales para esas variables:

Entonces, para eliminar $i_1(t)$, lo despejamos de la Ec7

$$i_1(t) = C_1 R_2 \tfrac{d}{dt} i_2(t) + C_1 \tfrac{d}{dt} v_0(t) + i_2(t)$$

Y sustituimos en la Ec8 para obtener:

$$v_{in}(t) = R_1 C_1 R_2 \tfrac{d}{dt} i_2(t) + R_1 C_1 \tfrac{d}{dt} v_0(t) + (R_1 + R_2) i_2(t) + v_0(t) \quad \underline{\textbf{Ec9}}$$

De la Ec6 despejamos $\frac{d}{dt} v_0(t)$ y lo sustituimos en la Ec9 para obtener las dos ecuaciones diferenciales finales:

$$v_{in}(t) = R_1 C_1 R_2 \tfrac{d}{dt} i_2(t) + \left(R_1 + R_2 + R_1 \frac{C_1}{C_2} \right) i_2(t) + v_0(t)$$

$$\tfrac{d}{dt} v_0(t) = \frac{1}{C_2} i_2(t)$$

Ahora sí…
¿Estados?

$\boxed{x_1(t) = v_o(t)}$ $\boxed{x_2(t) = i_2(t)}$ $\boxed{y(t) = x_1(t)}$ $\boxed{u(t) = v_{in}(t)}$

Representación en espacio de estados

$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{C_2} x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{C_2R_1 + C_2R_2 + R_1C_1}{C_1C_2R_1R_2} x_2(t) - \frac{1}{R_1C_1R_2} x_1(t) + \frac{1}{C_1R_1R_2} u(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$

Forma Matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{C_2} \\ -\dfrac{1}{R_1C_1R_2} & -\dfrac{C_2R_1 + C_2R_2 + R_1C_1}{C_1C_2R_1R_2} \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{C_1R_1R_2} \end{bmatrix}}_{B} u(t)$$

$$y(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

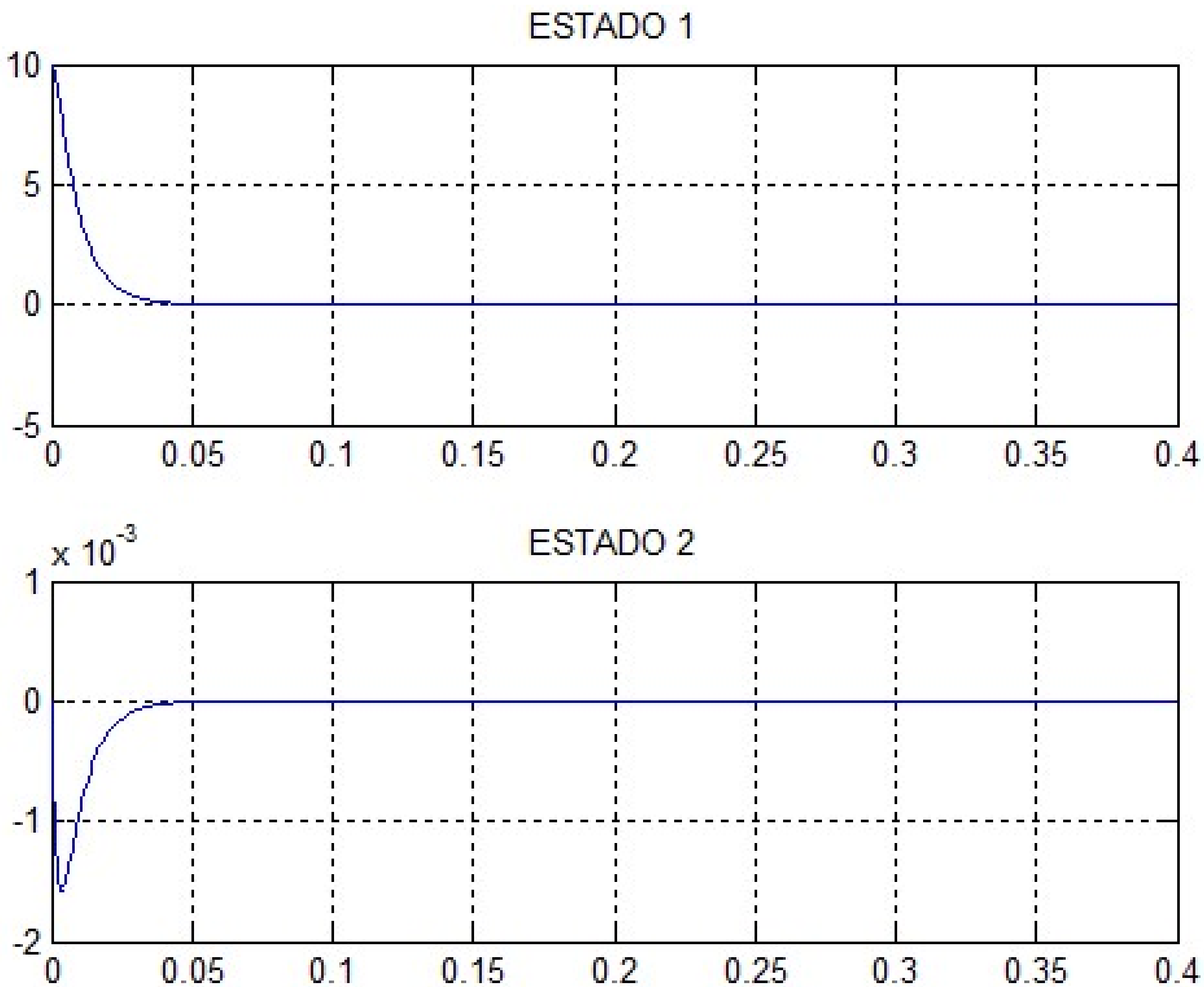
$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}}$$

Código .m (Circuito Doble Malla)

```
function Circ_Doble_Malla_ODE_plot( tspan, x0 )

%Evaluando las ODE's definidas en el _sys
[t, X] = ode45(@Circ_Doble_Malla_ODE_sys, tspan, x0);

%Graficando evolución de los estados
subplot(2,1,1); plot(t, X(:,1));  title('ESTADO 1');  grid;
subplot(2,1,2); plot(t, X(:,2));  title('ESTADO 2');  grid;

end

function dX = Circ_Doble_Malla_ODE_sys( t, X)

%Parámetros del sistema
C1 = 4e-6;   C2 = 2e-6;   R1 = 1e3;    R2 = 2e3;

%Matrices del sistema
A = [0, 1/C2; -1/(R1*C1*R2), -(C2*R1+C2*R2+R1*C1)/(C1*C2*R1*R2)];
B = [0;1/(C1*R1*R2)];
C = [1 0];
D = 0;

%Entrada del sistema
U = 0; %Para condiciónes iniciales solamente
%U = 2; %Escalón de 2V
%U = 2*sin(t); %Senoidal

%ODE's
dX = A*X + B*U;
```

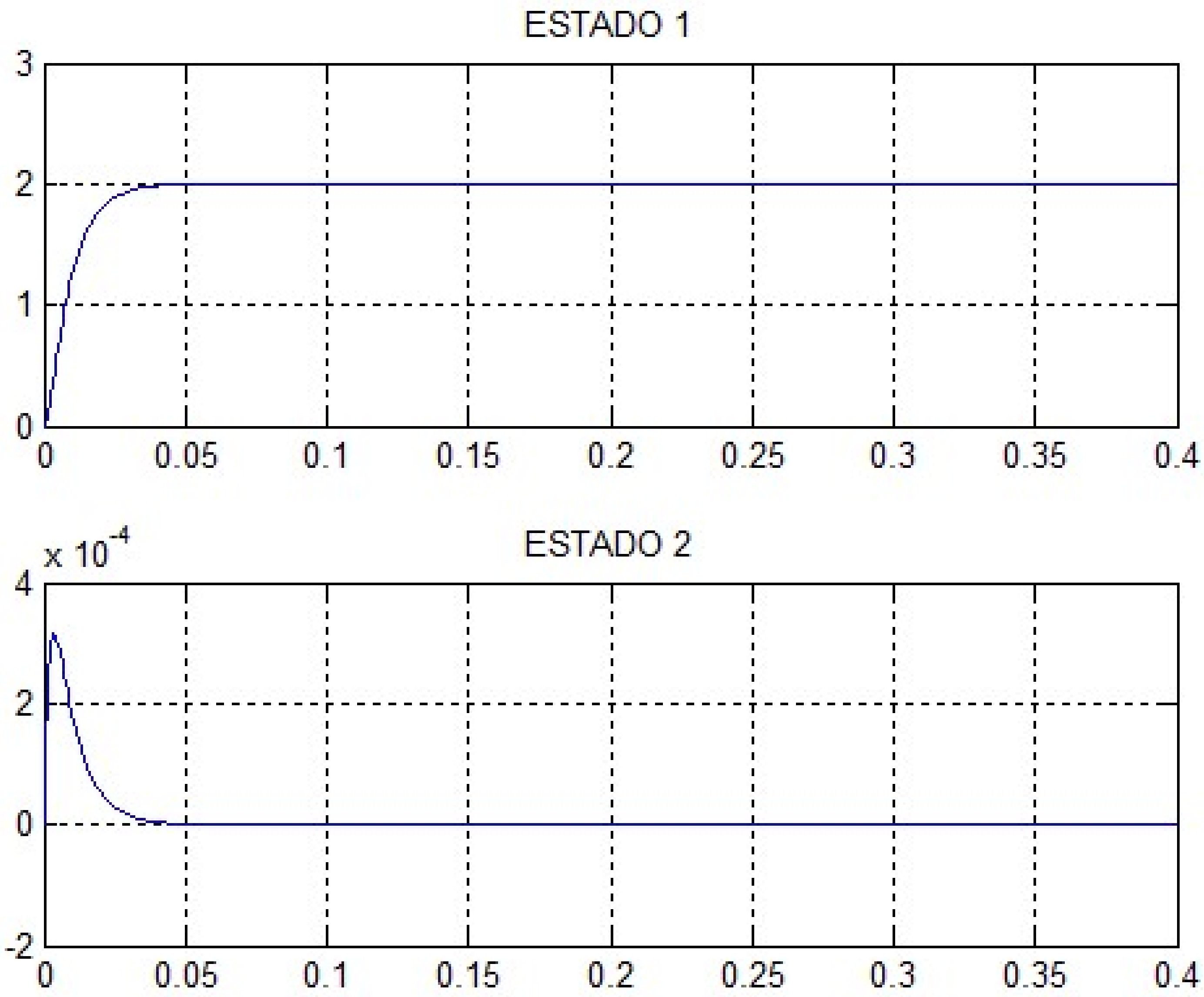
$$C_1 = 4\mu\text{F}$$
$$C_2 = 2\mu\text{F}$$
$$R_1 = 1\ \text{k}\Omega$$
$$R_2 = 2\ \text{k}\Omega$$

Resultados de simulación para $x(0)=\begin{bmatrix}10 & 0\end{bmatrix}^T, \quad u(t)=0\,\mathrm{V}$



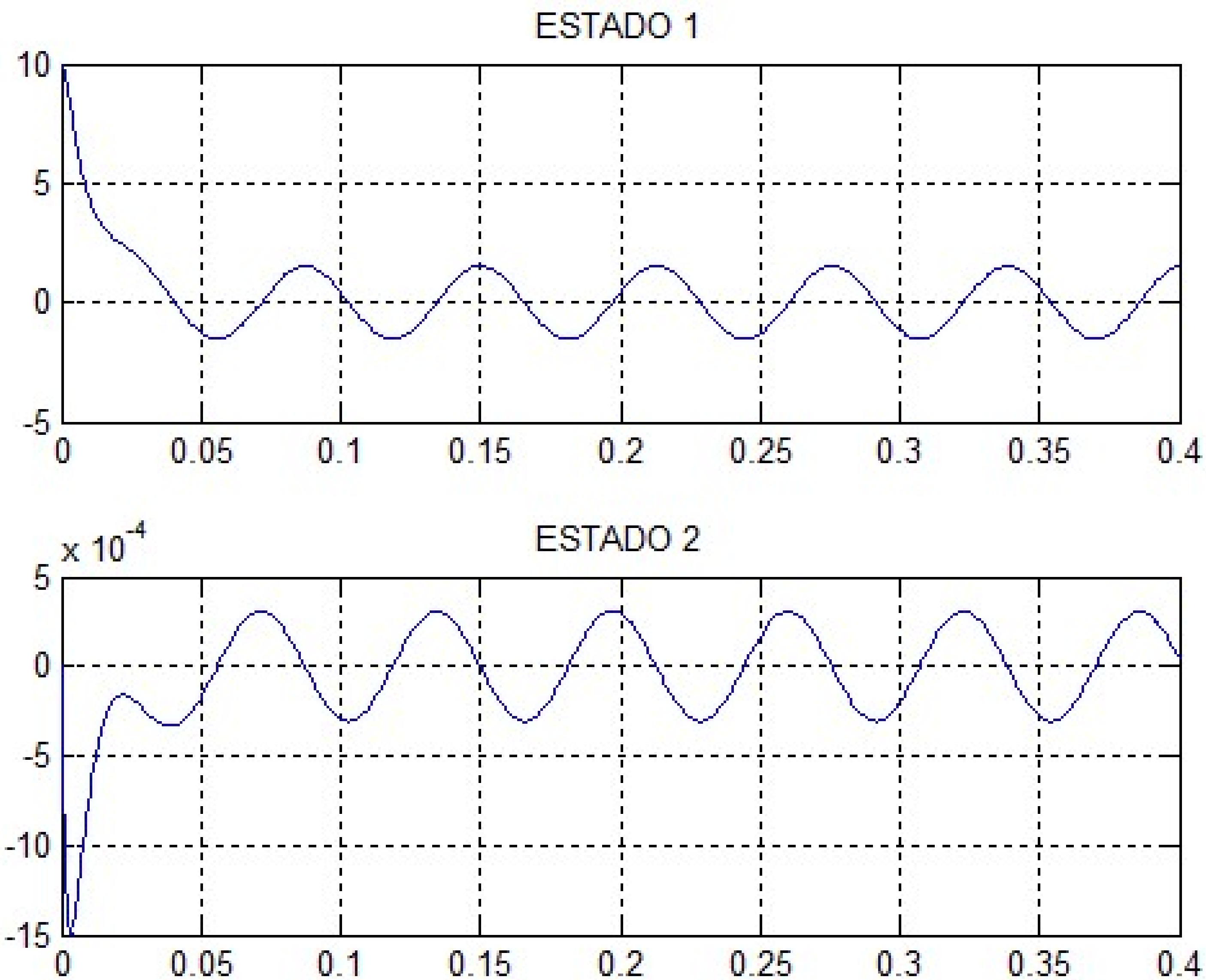
¿Tienen sentido estos resultados?

Resultados de simulación para $x(0)=[0 \quad 0]^T, \quad u(t)=2\mu(t)\mathrm{V}$



¿Tienen sentido estos resultados?

Resultados de simulación para $x(0)=[10 \quad 0]^T, \quad u(t)=2\sin(100t)\,\mathrm{V}$



¿Tienen sentido estos resultados?

¿Qué tal este conjunto de variables, pueden ser estados del sistema?

$$\boxed{x_1(t) = v_o(t)}, \quad \boxed{x_2(t) = \int i_3(t)\,dt}$$

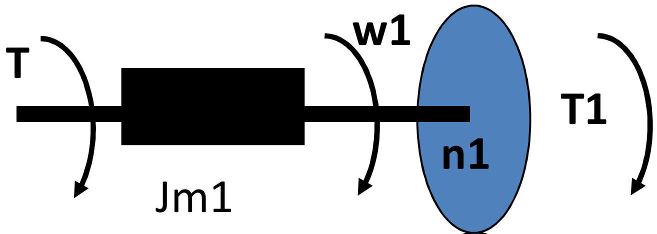
¿Y qué tal este otro?

$$\boxed{x_1(t) = \int i_2(t)\,dt}, \quad \boxed{x_2(t) = i_2(t)}$$

<u>TAREA 1.3:</u> De ser posible, obtener una representación de estados con estos dos conjuntos de estados para el sistema del ejemplo anterior. De no ser posible, especificar la razón.

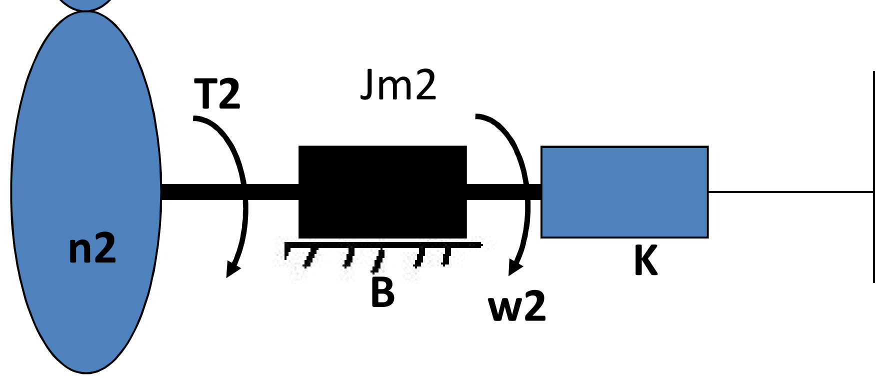
Ejemplo: Identificando Variables de Estado… Los engranes …

Consideremos el siguiente sistema de engranes:



Sistema de referencia: Definimos como positivo el sentido de giro horario para todas las variables del sistema.

Para el resorte, definimos el cero cuando este no ejerce ninguna fuerza sobre la masa 2.



De las leyes físicas obtenemos las ecuaciones:

Ec1 $$\boxed{T(t) = J_{m1}\dot{w}_1(t) + T_1(t)}$$

Ec2 $$\boxed{T_2(t) = -\frac{n_2}{n_1}T_1(t)}$$

Ec3 $$\boxed{w_2(t) = -\frac{n_1}{n_2}w_1(t)}$$

Ec4 $$\boxed{T_2(t) - K\int w_2(t)dt - Bw_2(t) = J_{m2}\dot{w}_2(t)}$$