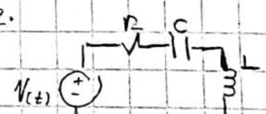
Examen 1

1.

- Motocicleta; Lo ideal es un espacio de estados por el simple hecho que que los estados a considerar son el angulo y la velocidad.
- Silla mecedora (salida: posición); Sistema estable con polos reales negativos, ya que si a esta se le aplica suficiente fuerza, esta se moverá. En caso contrario solamente no cambiara de posición.
- Silla mecedora (salida: angulo); Sistema marginalmente estable, es decir tiene polos conjugados con parte imaginaria y parte real negativa.

2.



$$V(t) = V_R(t) + V_L(t) + V_C(t) \qquad V_L(t) = V_R(t) + V_C(t) - V(t)$$

$$= i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\, dt$$

$$V(s) = I(s) R + s I(s) L + \frac{1}{sC} \cdot I(s) \;/\; I(s) = V(s)\,(R + sL + \tfrac{1}{sC})$$

$$V(s) = I(s)\left(R + sL + \frac{1}{sC}\right)$$

$$\frac{V(s)}{I(s)} = R + sL + \frac{1}{sC}$$

$$\left(\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{R + sL + \frac{1}{sC}}\right) sL$$

$$\frac{V_L(s)}{V(s)} = \frac{sL}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

$$V_L(s) = \frac{V(s) \cdot sL}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

$$V(s) \longrightarrow \boxed{\frac{sL}{R + sL + \frac{1}{sC}}} \longrightarrow V_L(s)$$

$V_L(s)$

$$V(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{R + sL + \frac{1}{sC}}} \xrightarrow{I(s)} \boxed{sL} \longrightarrow V_L(s)$$

$$V(s) \longrightarrow \boxed{\frac{sL}{R + sL + \frac{1}{sC}}} \longrightarrow V_L(s)$$

b) $$\frac{V_L(s)}{V(s)} = \frac{s^2 LC}{s^2 LC + sRC + 1}\Bigg) \frac{1}{LC} = \frac{s^2}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} = 1 + \frac{-\left(s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}\right)}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

$$a_0 = \frac{1}{LC} \qquad a_1 = \frac{R}{L}$$

$$b_0 = -\frac{1}{LC} \qquad b_1 = -\frac{R}{L}$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \left[-\frac{1}{LC} \;\; -\frac{R}{L}\right] \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} + [1]u(t) \qquad y(t) = -\frac{1}{LC}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + u(t)$$

c) $1 + \dfrac{-(s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC})}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$ segundo orden

polos $\rightarrow$ $s = \dfrac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{(\frac{R}{L})^2 + 4\frac{1}{LC}}}{2}$

ceros $\rightarrow$ $s = \varnothing \cup$ 1de eq. original.

Dado que los polos son reales y negativos podemos decir que el sistema es estable. Mientras $\sqrt{(\frac{R}{L})^2 - 4\frac{1}{LC}}$ no sea menor a cero.

d) Al tener una entrada escalón de 5, la salida del sistema se estabiliza en 5 V.

$$\lim_{s \to 0} \frac{5\cancel{s}}{\cancel{s}}\left[1 - \frac{\cancel{s}\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}{\cancel{s^2} + \cancel{s}\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}\right] = 5[1-1] = 0$$

3.

Sistema Gral.

Sistema Iman

$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1$
$y_1 = C_1 x_1 + D_1 u_1$

Sistema Carros Acoplados

$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2(C_1 x_1 + D_1 u_1)$
$y_2 = C_2 x_2$

$u_2 = y_1$

$x_1 = p \quad x_3 = \dot{x}_1 = \dot{p} \quad u(t) = V(t)$
$x_2 = q \quad x_4 = \dot{x}_2 = \dot{q}$
$x_5 = I(t) \quad x_6 = \int I(t) \quad y(t) = x_2$

Si hacemos que alguno de los componentes que gastan energía la generen, el sistema se vuelve inestable.

$\dot{x}_3 = \ddot{p} = -\frac{b_1}{M_1}x_3 - \frac{K_1}{M_1}x_1 + \frac{b_1}{M_1}x_4 - \frac{K_1}{M_1}x_2 + \frac{K_1}{M_1}x_5$

$\dot{x}_4 = \ddot{q} = \frac{b_1}{M_2}x_3 + \frac{K_1}{M_2}x_1 - \frac{b_1+b_2}{M_2}x_4 - \frac{K_1+K_2}{M_2}x_2$

$\dot{x}_5 = \frac{1}{R}u(t) - \frac{1}{CR}x_6 - \frac{L}{R}\dot{x}_5$

$= (\frac{1}{R}u(t) - \frac{1}{CR}x_6)(1 + \frac{L}{R}) = \frac{1}{R}u(t) - \frac{1}{CR}x_6 + \frac{L}{R^2}u(t) - \frac{L}{CR^2}x_6 = x_6(-\frac{1}{CR} - \frac{L}{CR^2}) + u(t)(\frac{1}{R} + \frac{L}{R^2})$

$\dot{x}_6 = Cu(t) - CRx_5 - CL\dot{x}_5$

$\dot{x}_1 = x_3$
$\dot{x}_2 = x_4$
$\dot{x}_3 = -\frac{b_1}{M_1}x_3 - \frac{K_1}{M_1}x_1 + \frac{b_1}{M_1}x_4 + \frac{K_1}{M_1}x_2 + \frac{K_1}{M_1}x_5$
$\dot{x}_4 = \frac{b_1}{M_2}x_3 + \frac{K_1}{M_2}x_1 - \frac{b_1+b_2}{M_2}x_4 - \frac{K_1+K_2}{M_2}x_2$
$\dot{x}_5 = (-\frac{1}{CR} - \frac{L}{CR^2})x_6 + (\frac{1}{R} + \frac{L}{R^2})u(t)$ $\quad -(\frac{1}{CR} + \frac{L}{CR^2}) = \alpha$
$\dot{x}_6 = Cu(t) - CRx_5 - CL\dot{x}_5 = Cu(t) - CRx_5 - CL[\alpha x_6 + \underbrace{(\frac{1}{R} + \frac{L}{R^2})}_{\beta}u(t)]$
$= u(t)(C - CL\beta) - CRx_5 - CL\alpha x_6$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & \emptyset \\ B_2C_1 & A_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ \emptyset \end{bmatrix} u_1$$

Electroiman

$$x_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1$$
$$y_1 = C_1 x_1$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -R/L \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/L \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & K_1 \end{bmatrix}$$

Carritos

$$x_2 = A_2 x_2 + B_2 \cdot C_1 x_1$$
$$y_2 = C_2 x_2$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma & \Delta \\ \varphi & \sigma & \rho & \tau \end{bmatrix}$$

$$\alpha = -K_1/M_1$$
$$\beta = K_1/M_1$$
$$\gamma = -b_1/M_1$$
$$\Delta = b_1/M_1$$
$$\varphi = K_1/M_2$$
$$\sigma = -(K_1+K_2)/M_2$$
$$\rho = b_1/M_2$$
$$\tau = -(b_1+b_2)/M_2$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/M_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

polos	Ceros
$-4.99e5$	0
$-1.002e3$	3
$-0.0228 \pm 0.3692i$	[redacted]
$-0.022 \pm 0.1147i$	

- Sistema estable
- Al sistema lo podemos volver inestable si hacemos que uno de los componentes que gastan energía la genere como la variable del resorte cambiarle el signo

En la estimacion, se hizo el analisis del sistema varias veces. Y en estas en solo una occasion salio el tercer valor del que hace cero al sistema. Por lo que yo lo descartaria por ser un conjudado, ya que no es seguro que se cumpla en todos los casos.