1.

(30 Puntos) Considere el siguiente sistema en espacio de estados:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t)$$
$$Y(t) = CX(t)$$

Diseñe un controlador que logre que las salidas del sistema sigan las referencias Y_{ref} y que cumpla los requerimientos especificados. Defina N como su número de lista (la puedes encontrar al final de este documento) y resuelva la fila que le corresponda.

A	B	C	Y_{ref}	Requerimientos
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	$10 - 2\cos t$	$\lvert U(t)\rvert < 10$

1. Controlador → Retro Error

ranK(M_c) ✓
det (C·B) = 0

$\dot{x}_1 = x_2 + 2u$
$\dot{x}_2 = x_3$
$\dot{x}_3 = -2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 4u$

$y = 2x_1 - x_2$

$y_{ref} = 10 - 2\cos t$
$\dot{y}_{ref} = 2\sin t$
$\ddot{y}_{ref} = 2\cos t$

$e_1 = y_{ref} - y = y_{ref} - Cx$
$\dot{e}_1 = \dot{y}_{ref} - C\dot{x}$
$= \dot{y}_{ref} - C[Ax + Bu]$
$\dot{y}_{ref} - CAx = K_1 e_1$
$\dot{y}_{ref} - 2x_1 - 5x_2 - 4x_3 = K_1 e_1$

$x_{1ref} = (K_1 e_1 + 5x_2 + 4x_3 - \dot{y}_{ref})(-\frac{1}{2})$

$e_2 = x_{1ref} - x_1$
$\dot{e}_2 = \dot{x}_{1ref} - \dot{x}_1$
$= \dot{x}_{1ref} - x_2 + 2u$
$= -\frac{1}{2}(K_1\dot{e}_1 + 5\dot{x}_2 + 4\dot{x}_3 - \ddot{y}_{ref}) - x_2 + 2u$
$= -\frac{1}{2}(K_1(2\cos t - 2x_1 - 5x_2 - 4x_3) + 5x_3 + 4(-2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 4u) - 2\cos t)$
$- x_2 + 2u$
$= -K_1\cos t + K_1x_1 + \frac{5}{2}K_1x_2 + 2K_1x_3 - \frac{5}{2}x_3 + 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 - 8u + \cos t$
$- x_2 + 2u$

$K_2e_2 = -6u + \underbrace{(K_1 + 4)x_1 + (\frac{5}{2}K_1 + 6 - 1)x_2 + (2K_1 - \frac{5}{2} + 8)x_3 + (1 - K_1)\cos t}_{d}$

$u = (K_2e_2 - d)(-\frac{1}{6})$

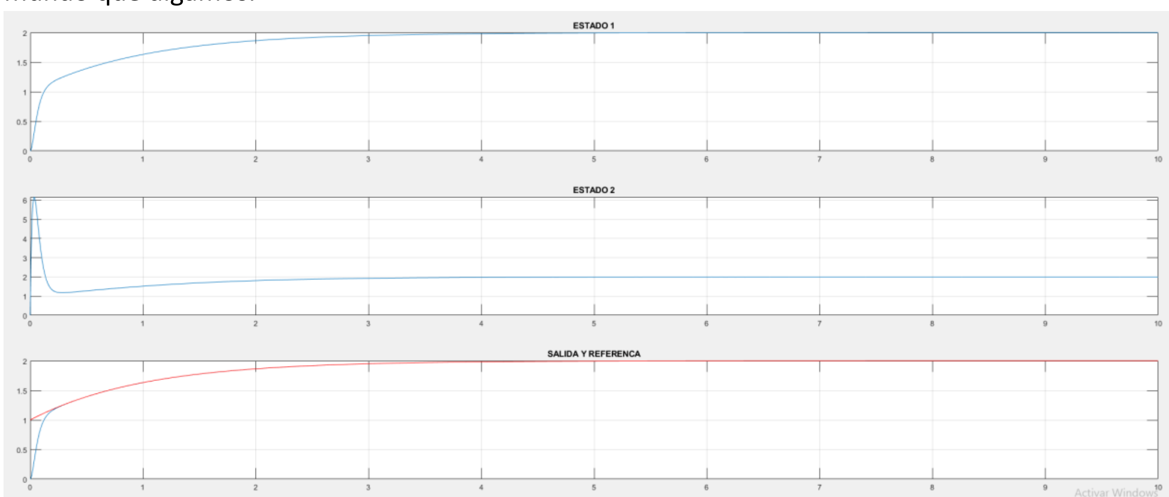
2.

(35 Puntos) Las ecuaciones diferenciales de un peculiar motor de CD (considerando $\tau_L(t) = 0$) son

$$\dot{\omega}(t) = -c_1\omega(t)^2 + c_2 I(t)$$
$$\dot{I}(t) = -c_3 \sin\omega(t) - c_4\omega(t)I(t) + c_5 V(t)$$

donde $\omega(t)$ es la velocidad angular del eje del motor, $I(t)$ es la corriente del motor y $V(t)$ el voltaje de entrada. Además, los parámetros del sistema son: $c_1 = 1, c_2 = 2, c_3 = 3, c_4 = 4$ y $c_5 = 1$. Diseñe un controlador para que la velocidad angular $\omega(t)$ del eje del motor siga la referencia $\omega_{ref} = 2 - e^{-t}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ con $t_s < 0.5$ s y $e_{ss} = 0$.

Le dejo dos distintas capturas profe por que la cámara de mi celular no es la mejor del mundo que digamos.



$\dot{\omega}(t) = -C_1 \omega^2 + C_2 I$

$\dot{I} = -C_3 \sin\omega - C_4 \omega I + C_5 V$

$K_2 = \frac{-4}{0.25}$
$= -16$

$y_{ref} = 2 - e^{-t}$
$\dot{y}_{ref} = e^{-t}$
$\ddot{y}_{ref} = -e^{-t}$

$\dot{x}_1 = -C_1 x^2 + C_2 x_2$

$\dot{x}_2 = -C_3 \sin x_1 - C_4 x_1 x_2 + C_5 u$

$x_1 = \omega$
$\dot{x}_1 = \dot{\omega}$
$x_2 = I$
$\dot{x}_2 = \dot{I}$

$u = V$
$y = x_1$

$e_1 = y_{ref} - x_1$
$\dot{e}_1 = \dot{y}_{ref} - \dot{x}_1$
$= \dot{y}_{ref} + C_1 x_1^2 - C_2 x_2$

$x_2 ref = \frac{1}{C_2}(\dot{y}_{ref} + C_1 x_1^2 - e_1 K_1)$

$\dot{x}_2 ref = \frac{1}{C_2}(\ddot{y}_{ref} + 2C_1 x_1 - \dot{e}_1 K_1)$
$= \frac{1}{C_2}(\ddot{y}_{ref} + 2C_1 x_1 - K_1(\dot{y}_{ref} - \dot{x}_1))$
$= \frac{1}{2}(-e^{-t} + 2x_1 - K_1(e^{-t} + x_1^2 - 2x_2))$

$e_2 = x_{2ref} - x_2$
$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 ref - \dot{x}_2$
$= \dot{x}_{2ref} + C_3 \sin x + C_4 x_1 x_2 - C_5 u = -K_2 e_2$
$u = \frac{1}{C_5}(\dot{x}_2 ref + C_3 \sin x + C_4 x_1 x_2 - K_2 e_2)$

$u = (\frac{1}{2}(-e^{-t} + 2x_1 - K_1(e^{-t} + x_1^2 - 2x_2)) + 3\sin x_1 + 4 x_1 x_2 + K_2 e_2$

$\dot{\omega}(t) = -c_1 \omega^2 + c_2 I$

$\dot{I} = -c_3 \sin \omega - c_4 \omega I + c_5 V$

$K_0 = -\frac{4}{0.25}$
$= -16$

$y_{ref} = 2 - e^{-t}$
$\dot{y}_{ref} = e^{-t}$
$\ddot{y}_{ref} = -e^{-t}$

$\dot{x}_1 = -c_1 x_1^2 + c_2 x_2$

$\dot{x}_2 = -c_3 \sin x_1 - c_4 x_1 x_2 + c_5 u$

$x_1 = \omega$
$\dot{x}_1 = \dot{\omega}$
$x_2 = I$
$\dot{x}_2 = \dot{I}$

$u = V$
$y = x_1$

$e = y_{ref} - x_1$
$\dot{e} = \dot{y}_{ref} - \dot{x}_1$
$= \dot{y}_{ref} + c_1 x_1^2 + c_2 x_2$

$e_2 = x_{2ref} - x_2$
$\dot{e}_2 = \dot{x}_{2ref} - \dot{x}_2$
$= \dot{x}_{2ref} + c_3 \sin x + c_4 x_1 x_2 - c_5 u$
$u = \frac{1}{c_5}(\dot{x}_{2ref} + c_3 \sin x + c_4 x_1 x_2 - k_2 e_2$

$x_{2ref} = \frac{1}{c_2}(\dot{y}_{ref} + c_1 x_1^2 - c_1 k_1)$

$\dot{x}_{2ref} = \frac{1}{c_2}(\ddot{y}_{ref} + 2c_1 x_1 - c_1 k_1)$
$= \frac{1}{c_2}(\ddot{y}_{ref} + 2c_1 x_1 - k_1(\dot{y}_{ref} - \dot{x}_1)$
$= \frac{1}{2}(-e^{-t} + 2x_1 - k_1(e^{-t} + x_1^2 - 2x_2)$

$u = (\frac{1}{2}(-e^{-t} + 2x_1 - k_1(e^{-t} + x_1^2 - 2x_2)) + 3\sin x_1 + 4x_1 x_2 - k_2 e_2$

3.

(35 Puntos) Ahora asuma que a versión linealizada del motor del problema anterior está dada por las ecuaciones

$$\dot{\omega}(t) = -c_1\omega(t) - c_2 I(t)$$
$$\dot{I}(t) = -c_3\omega(t) - c_4 I(t) - c_5 V(t)$$

y que no conoce los parámetros del motor c_1, c_2, c_3, c_4 y c_5. Diseñe un controlador para que la posición angular del motor $\theta(t)$ siga la referencia $\theta_{ref} = \pi$ rad con con $e_{ss} = 0$ y $M_p <$ 30 %.

NOTA: Todos los controladores diseñados deben ser descritos claramente por su ecuación y el procedimiento utilizado para obtenerlo. Todos los términos diseñados (matrices, referencias, ganancias, etc.) deben ser definidos de forma clara. Incluir en el archivo de solución los códigos de Matlab/Simulink que demuestren el desempeño solicitado en los problemas.

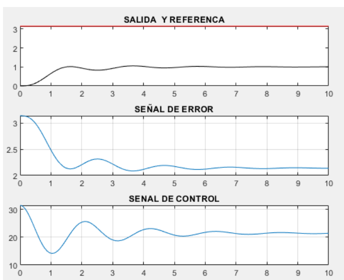
C1 = 1

C2 = 1

C3 = 1

C4 = 1

C5 = 1



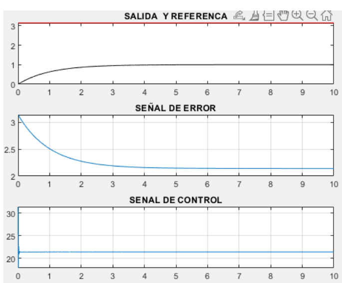
C1 = 100

C2 = 100

C3 = 100

C4 = 100

C5 = 100



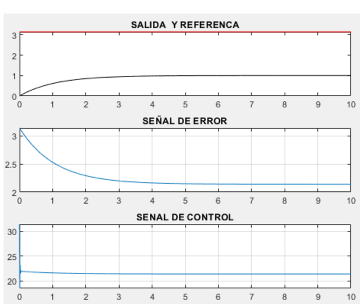
C1 = 100

C2 = 200

C3 = 20

C4 = 100

C5 = 50



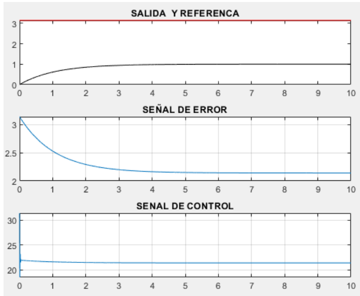
C1 = 100

C2 = 500

C3 = 20

C4 = 100

C5 = 50



Arreglando código, que me percate que había unos errores.

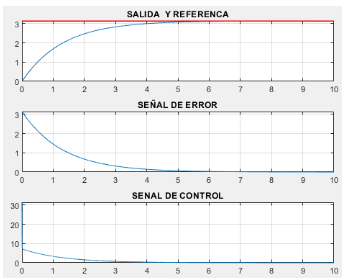
C1 = 100

C2 = 500

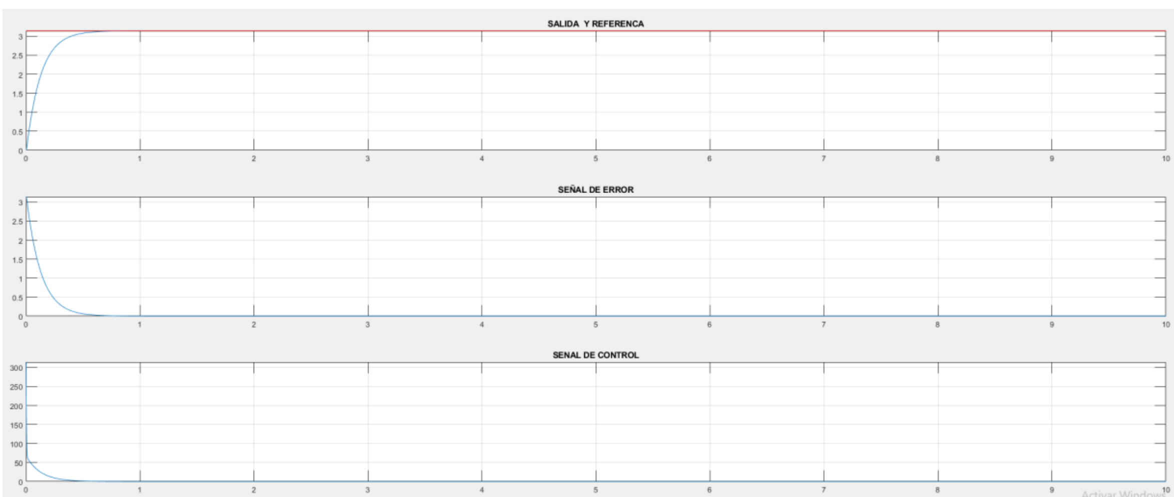
C3 = 20

C4 = 100

C5 = 50



RESULTADO FINAL



Codigo Ej1

```
%Examen_2 705694
tspan = [0,50];
x0 = [0;0;0];
Pd = [-2.3,-2,-2];

ej1_plot(tspan, x0, Pd);
%% Functions
function ej1_plot(tspan, x0, Pd)

global A B C K F

A = [0, 1, 0;
     0, 0, 1;
     -2, -3, -4];
B = [2;
     0;
     4];
C = [2, 0, -1];

Mc = [B A*B A^2*B]; %Matriz de controlabilidad
rank(Mc);

H = ( A - Pd(1)*eye(3) )*( A - Pd(2)*eye(3) )*( A - Pd(2)*eye(3) );
K = -[0 0 1]*inv(Mc)*H;
F = 1/(C*inv(-A-B*K)*B);

%RESUELVE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS (ODES)
[t, X] = ode45(@ej1_sys,tspan,x0);

figure;
subplot(3,1,1); plot(t, X(:,1)); title('ESTADO 1'); grid;
subplot(3,1,2); plot(t, X(:,2)); title('ESTADO 2'); grid;
subplot(3,1,3); plot(t, X(:,3)); title('ESTADO 3'); grid;

ref = 10 - 2*cos(t);
U = X*K' + F*ref; maxU = max(abs(U))

figure; plot(t, C*X', 'r', t, ref); title('SALIDA'); grid;
figure; plot(t,U); title('SENAL DE CONTROL'); grid;
end

function dX = ej1_sys(t,X)

global A B C K F

ref = 10 - 2*cos(t);

U=K*X + F*ref; %Ley de control para seguimiento
%U=10;          %Escalon
%ODEs
dX = A*X + B*U;
end
```

Codigo Ej2

```
%Examen_2 705694
tspan = [0,10];
x0 = [0;0];
Pd = [-30,-30];

ej2_plot(tspan, x0, Pd);
%% Functions
function ej2_plot(tspan, x0, Pd)

global A B C k1 k2

k1 = Pd(1);
k2 = Pd(2);

%RESUELVE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS (ODES)
[t, X] = ode45(@ej2_sys,tspan,x0);

y_ref = 2-exp(-t);
dy_ref = exp(-t);
ddy_ref = -exp(-t);

figure;
subplot(3,1,1); plot(t, X(:,1)); title('ESTADO 1'); grid;
subplot(3,1,2); plot(t, X(:,2)); title('ESTADO 2'); grid;
subplot(3,1,3); plot(t, X(:,1),t, y_ref, 'red'); title('SALIDA Y
REFERENCA');grid;
end

function dX = ej2_sys(t,X)

global A B C k1 k2

B = [0;1];

dx1 = -(X(1)^2) + 2*X(2);
dx2 = -3*sin(X(1))-4*X(1)*X(2);

y_ref = 2-exp(-t);
dy_ref = exp(-t);
ddy_ref = -exp(-t);

e1 = y_ref - X(1);
d_e1 = dy_ref - dx1;

x2_ref = (1/2)*(dy_ref + X(1)^2 - e1*k1);
dx2_ref = (1/2)*(ddy_ref + 2*dx1 - d_e1*k1);

e2 = x2_ref - X(2);

U = dx2_ref + 3*sin(X(1)) + 4*X(1)*X(2) - e2*k2;

%ODEs
dX = [dx1;
      dx2] + B*U;
end
```

Codigo Ej1

```
%% Tarea_24
clc; clear; close all;

tspan = [0,10];
x0 = [0,0,0];
kp = 10;
ki = 0;
kd = 10;
k = [kp, ki, kd];

controlador_PID_plot(tspan, x0, k)

%% Functions

function controlador_PID_plot(tspan, x0, k)

global A B C Kp Ki Kd

Kp = k(1);
Ki = k(2);
Kd= k(3);

A = [0, 1, 0;
     0, -10, -10;
     0, -10, -10];
B = [0;
     0;
     -10];
C = [1, 0, 0];

[t,X] = ode45(@controlador_PID_sys, tspan, [0, x0]);

ref = pi;
dref = 0;

figure;


subplot(3,1,1); plot( t, X(:,2:4)*C', t, ref*ones(size(t)), 'red');
title('SALIDA  Y REFERENCA'); grid;

e = ref - X(:,2:4)*C';
subplot(3,1,2); plot(t,e); title('SEÑAL DE ERROR'); grid;

de = dref - X(:,2:4)*A'*C';

ie = X(:,1);

U = Kp*e + Ki*ie + Kd*de;
subplot(3,1,3); plot(t,U); title('SENAL DE CONTROL'); grid;
end

function dX = controlador_PID_sys(t,X)

global A B C Kp Ki Kd
```

```
ref = 1;
dref = 0;

e = ref - C*X(2:4);
de = dref - C*A*X(2:4);
ie = X(1);

U = Kp*e + Ki*ie + Kd*de;

dX = [e;
      A*X(2:4) + B*U];

end
```