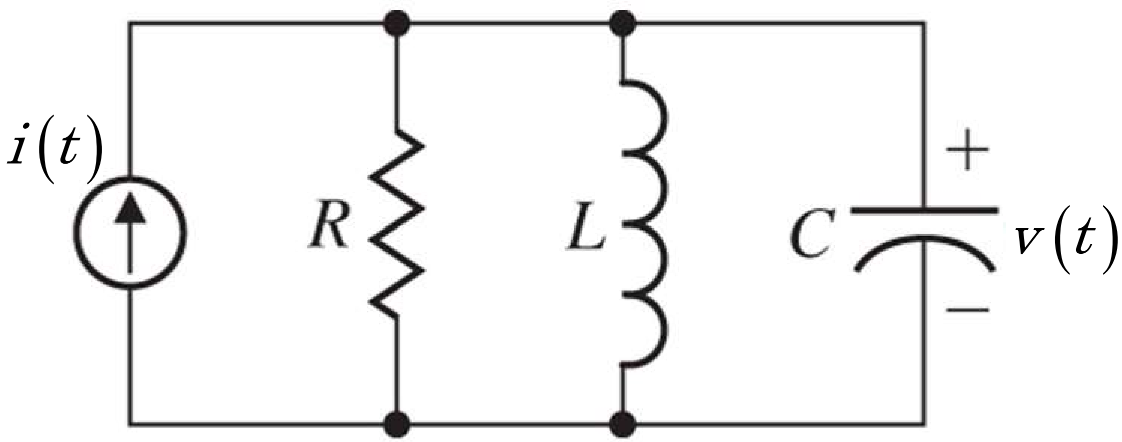
Modelo de un Circuito RLC

PLANTA



Variable Controlada: $v(t)$

Variable Manipulada: $i(t)$

Referencia: $v_{ref}(t)$

Perturbación:

Electromagnetismo

LEYES FÍSICAS
(Ley de Nodos de Kirchhoff)

$$i(t) = i_R(t) + i_L(t) + i_C(t)$$
$$= \frac{v(t)}{R} + C\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L}\int v(t)\,dt$$

Derivando ambos lados de la ecuación obtenemos:

$$\frac{di(t)}{dt} = C\frac{d^2v(t)}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L}v(t)$$

Ahora sí, transformando al plano complejo…

$$\frac{di(t)}{dt} = C\frac{d^2v(t)}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L}v(t)$$

De la transformada de Laplace:

$$\mathcal{L}\{f_1{}'(t)\} = sF_1(s) - f(0)$$
$$\mathcal{L}\{f_1{}''(t)\} = s^2F_1(s) - sf(0) - f'(0)$$
$$\mathcal{L}\{f_1^n(t)\} = s^nF_1(s) - s^{n-1}f(0) - \cdots - f_1^{n-1}(0)$$

Obtenemos:

$$sI(s) - i(0) = C\left[s^2V(s) - sv(0) - v'(0)\right] + \frac{1}{R}\left[sV(s) - v(0)\right] + \frac{1}{L}V(s)$$

Definiendo $v'(0) = 0,\ i(t) = 0 \Rightarrow I(s) = i(0) = 0$ y reagrupando resulta en:

$$V(s) = v(0)\frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}} \xrightarrow[\boxed{\frac{1}{LC} = 2, \frac{1}{RC} = 3}]{\text{Definiendo}} V(s) = \frac{(s+3)v(0)}{s^2 + 3s + 2}$$

FRACCIONES PARCIALES… igual que en el otro ejemplo

Resolviendo:

$$V(s) = \frac{(s+3)v(0)}{(s+1)(s+2)} = \frac{2v(0)}{s+1} - \frac{v(0)}{s+2}$$

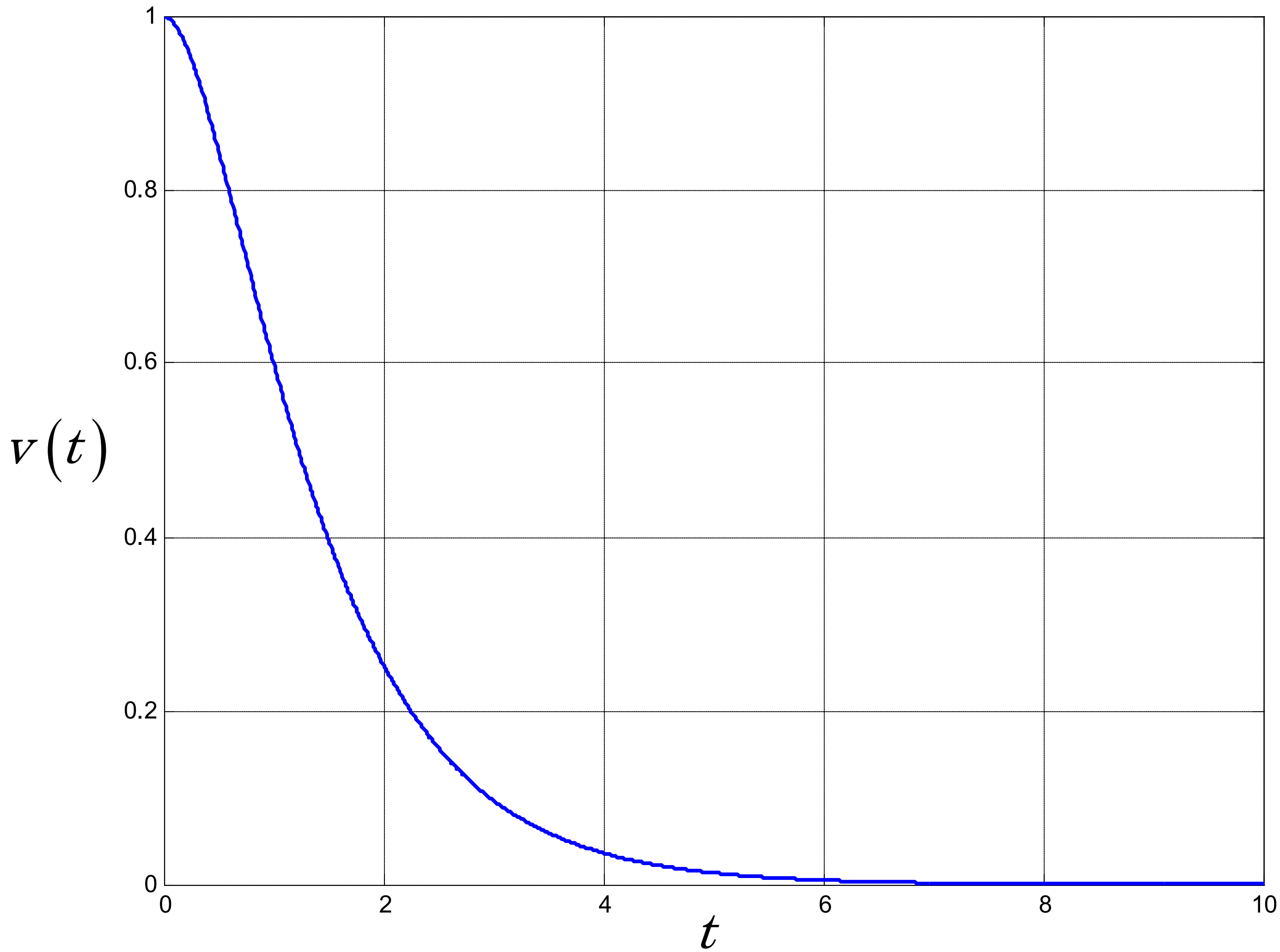
Antitransformando:

$$\mathcal{L}^{-1}\{V(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2v(0)}{s+1} - \frac{v(0)}{s+2}\right\} = v(t)$$

Resulta en:

$$v(t) = 2v(0)e^{-t} - v(0)e^{-2t}$$

Gráfica Usando MatLab



Teorema del Valor Final

En muchas ocasiones es deseable determinar el estado estacionario o valor final de la respuesta de $y(t)$ para lo cual aplicamos el **teorema del valor final** que expresa

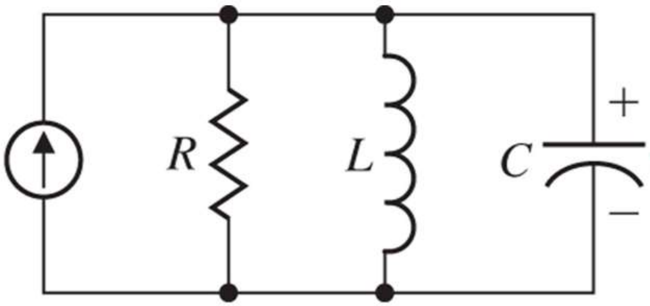
$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)$$

O en otras palabras, yo puedo obtener información del valor final de $y(t)$ evaluando un límite para $sY(s)$.

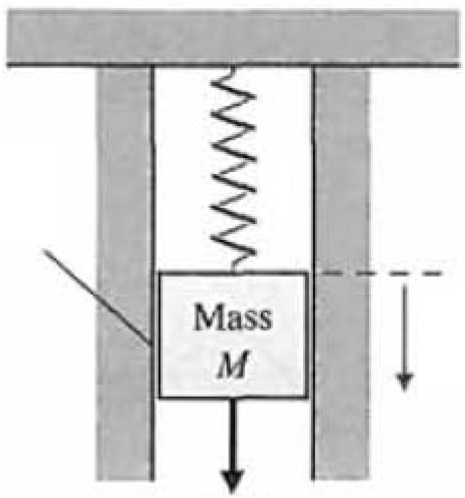
En el ejemplo del sistema **Masa-Resorte**, el valor final de $y(t)$ se obtiene como

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s(s+3)}{(s+1)(s+2)} = 0$$

DUALIDAD: Sistemas Eléctricos <-> Sistemas Mecánicos



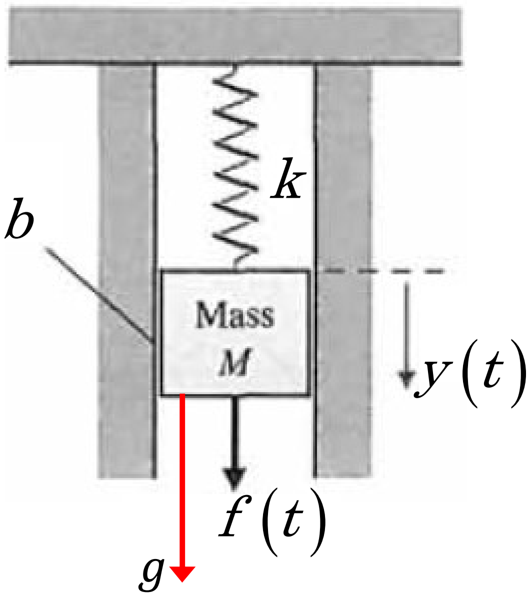
$$C\frac{d^2v(t)}{dt^2}+\frac{1}{R}\frac{dv(t)}{dt}+\frac{1}{L}v(t)=i(t)$$



$$M\frac{d^2y(t)}{dt^2}+b\frac{dy(t)}{dt}+ky(t)=f(t)$$

Dos sistemas de **naturaleza distinta**, tienen **respuestas idénticas** en el tiempo (para conjuntos de parámetros adecuados).

CHACA CHACHÁAAAAANNN… <u>TAREA (T1.1)</u>



Encontrar la respuesta en el tiempo de $y(t)$ (con el método visto en clase) considerando:

a) $g = 9.81, M = 0.5, b = 0.1, k = 0.2,$
$y(0) = 5$ y $y'(0) = 0.$

¿Alguna novedad con los proyectos?

¡¡¡Gracias por su atención!!!