PLAN PARA LAS SIGUIENTES SESIONES

Ma 31 DE MARZO: Controlador PID

Vi 03 DE ABRIL: Controlador PID/**Ejercicios de 2do Parcial**

Ma 14 DE ABRIL: **Ejercicios de 2do Parcial**

Vi 17 DE ABRIL: **2do Examen Parcial**

Ma 21 DE ABRIL: Diseño de Observadores de Orden Completo

Vi 24 DE ABRIL: Diseño de Observadores/**Ejercicios de 3er Parcial**

Ma 28 DE ABRIL: **CONTROL THIS! Otoño 2019** (Puntos Extra)

Vi 8 DE MAYO: **3er Examen Parcial**

Ma 12 DE MAYO: Asesoría y Entrega de Proyecto

Vi 15 DE MAYO: **Entrega Final de Proyecto ☺**

TAREA 2.3: Retroalimentación de Error

Considere el siguiente sistema dinámico:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -4 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} u$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} X$$

Diseñe un controlador que haga la salida del sistema siga la referencia

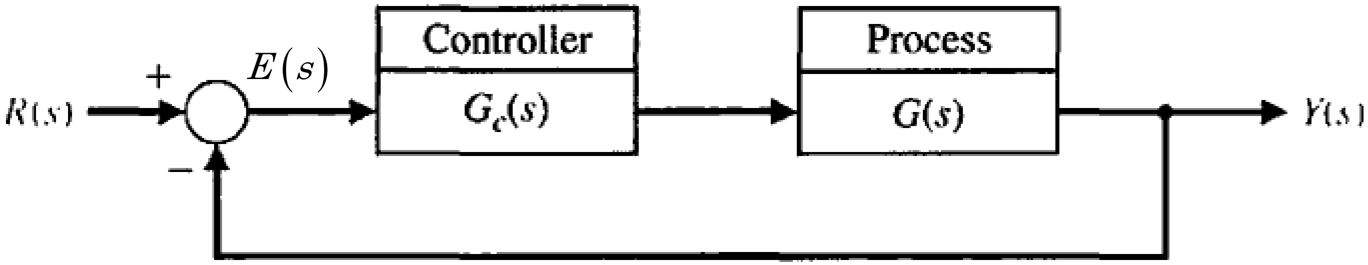
$$Y_{ref} = 5\tanh(4-t)$$

con un tiempo de estabilización no mayor a 1/2 segundo.

El Controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo)

Hasta ahora, el único tipo de control que habíamos visto era el **proporcional**. Es decir, la retroalimentación era proporcional (por una ganancia K) a la señal de error.

Analicemos el siguiente sistema en lazo cerrado:



La FDT del controlador está dada de forma general como

$$G_c(s) = K\frac{\prod_m (s-z_i)}{\prod_n (s-p_j)}$$

Efecto Derivativo

Efecto Integral

Efecto Proporcional

¿Cómo incluir estos tres efectos de un controlador en un esquema de control único?

NACE EL PID… $\boxed{G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s}$

En el dominio del tiempo:

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int e(t)\,dt + K_D \frac{de(t)}{dt}.$$

En realidad, el término derivativo debería definirse como: $G_d(s) = \dfrac{K_D s}{\tau_d s + 1}$,

Sin embargo, el período de integración suele ser muy pequeño (comparado con el sistema a controlar) y se desprecia.

No siempre se necesitan los tres efectos en un sistema de control.

$$G_c(s) = K_p + K_D s,$$

Control Proporcional+Derivativo(PD)

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s}.$$

Control Proporcional+Integral(PI)

La FDT del bloque de control PID se obtiene como…

$$G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

Entonces, el PID introduce al sistema 1 polo en el origen (**integrador**) y 2 ceros que pueden ser colocados donde se necesiten.

Suena maravilloso este PID ☺

La relación entre las ganancias del PID y los parámetros de la respuesta en lazo cerrado:

PID Gain	Percent Overshoot	Settling Time	Steady-State Error
Increasing K_P	Increases	Minimal impact	Decreases
Increasing K_I	Increases	Increases	Zero steady-state error
Increasing K_D	Decreases	Decreases	No impact

VENTAJAS DEL CONTROLADOR PID

- Simple estructura.
- Buen desempeño en muchos puntos de operación.
- Los operadores industriales lo pueden manejar de forma simple.
- Un mismo esquema de control para muchas plantas diferentes.
- Básicamente solo necesitas definir **3 GANANCIAS (Bendito seas PID)**

Entonces ¿Cómo elegir estas 3 mágicas ganancias?

A la elección de las ganancias del PID para obtener cierta respuesta deseada se le llama **SINTONIZACIÓN DEL PID.**

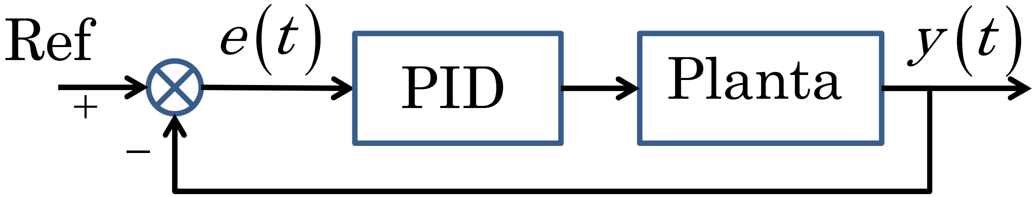
Existen muchos métodos para sintonizar un PID. En este curso veremos solo uno: **MÉTODO MANUAL**.

Considere el siguiente Sistema:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -60 & -16 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} X$$

Y se desea diseñar un controlador PID en lazo cerrado con el esquema que se muestra a continuación:



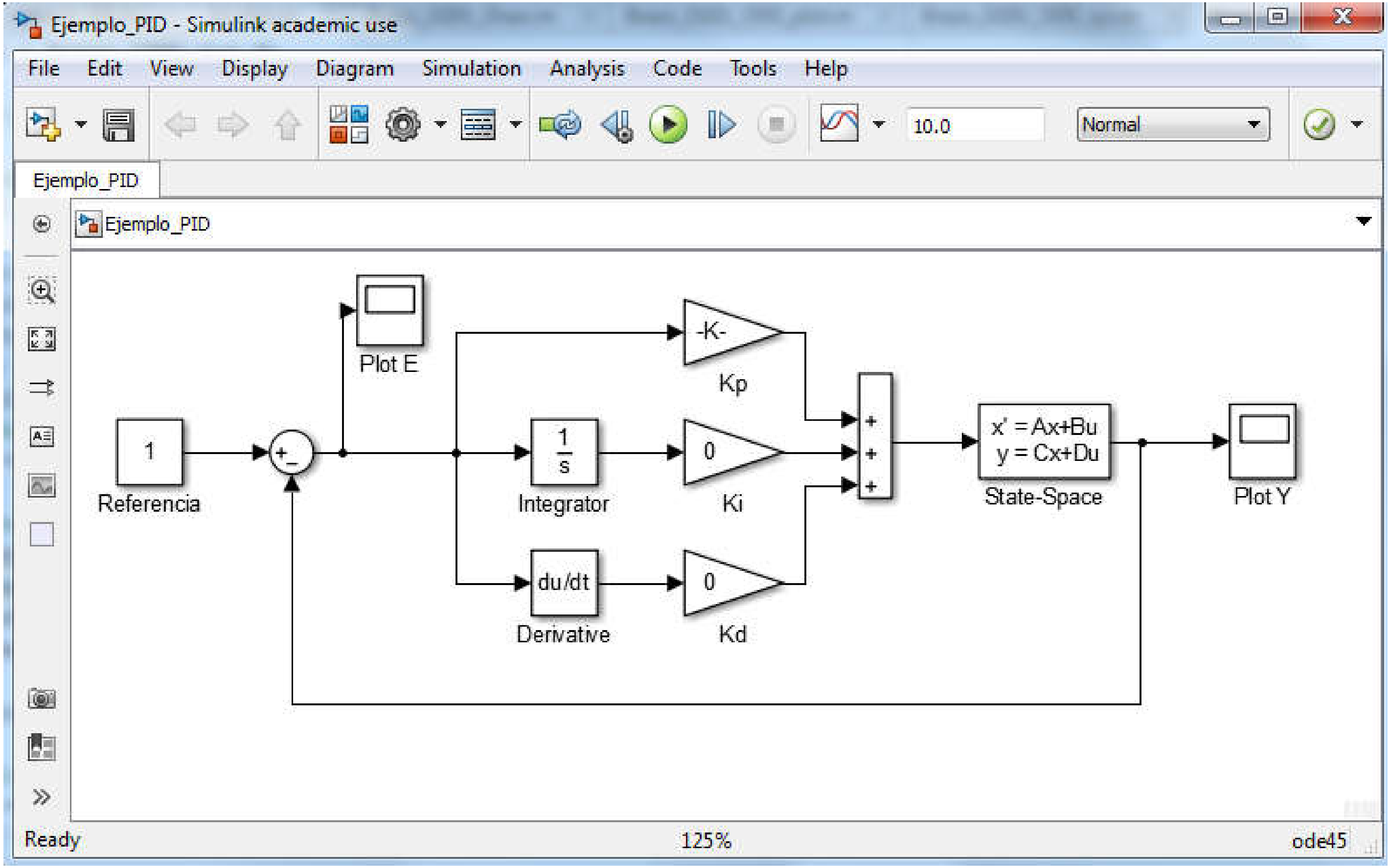
1ER PASO:

Implementar la estructura del sistema en lazo cerrado (con controlador)…

Veámos ¿cómo implementarían este controlador en Matlab? Analicemos cada parte del PID (**En el pizarrón**)…

```matlab
function dX = Ejemplo_PID_sys( t, X )
%El estado quedó definido como X = [iE, x1 ,x2, x3];

global A B C Kp Ki Kd

ref = 1; %Entrada Escalón Unitario

E  = ref - C*X(2:4);
dE = dref - C*A*X(2:4);
iE = X(1);

U = Kp*E + Ki*iE + Kd*dE;

%ODE's

dX = [E ;
      A*X(2:4) + B*U];
```

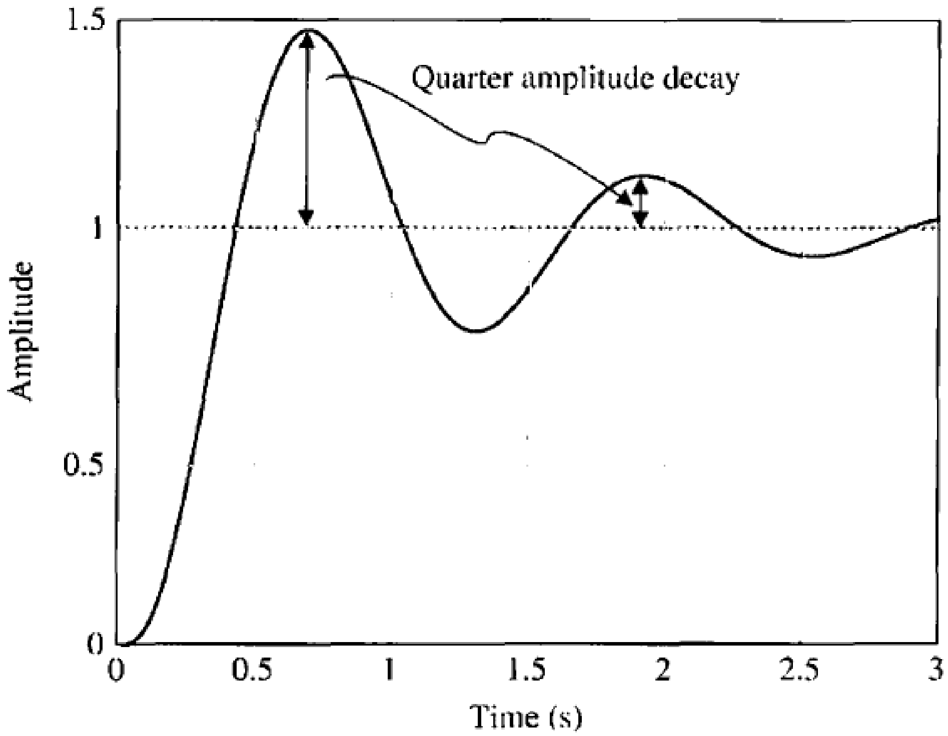
```matlab
function Ejemplo_PID_plot( tspan, x0)

global A B C Kp Ki Kd

%Matrices del Sistema
A = [0 1 0;0 0 1;0 -60 -16];
B = [0;0;1];
C = [1 0 0];

%Calculamos ganancia del controlador
Kp = 960.15;  Ki = 0;  Kd = 0;

[t, X] = ode45(@Ejemplo_PID_sys, tspan, [0 x0]);

ref = 1;       %Referencia Constante
%ref = 2*sin(t);      dref =2*cos(t); %Referencia Variante en el tiempo

%Grafico salida y referencia
figure;
plot(t, ref,'r', t, X(:,2:4)*C');  title('SALIDA Y REFERENCIA');

end
```



Para ver la librería de bloques, ir a **View>>Library Browser**

2do PASO:

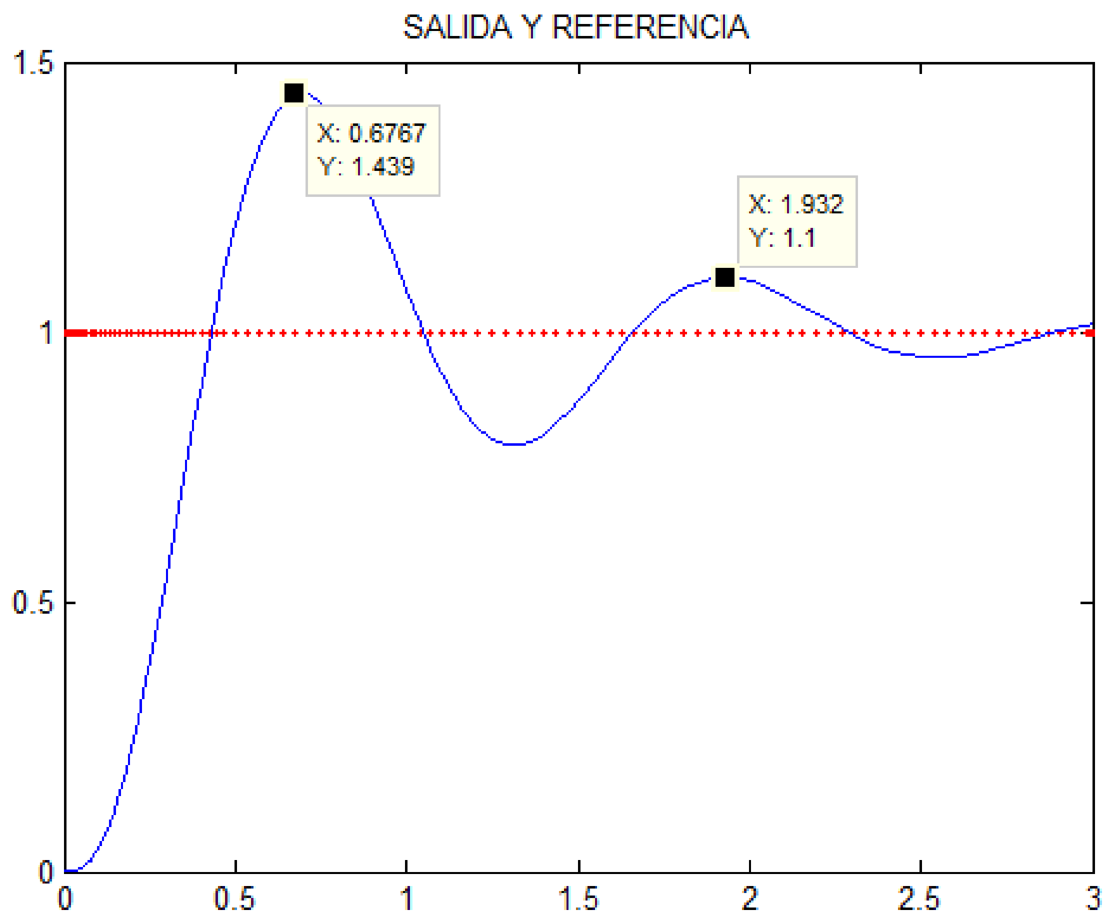
Establecer K_P hasta que en un período de oscilación la amplitud **decaiga hasta a un cuarto del valor máximo de oscilación.**



El procedimiento para hacer esto es identificar que si aumentas/disminuyes K_P entonces la segunda oscilación aumenta/disminuye respecto a la primera.

Probar en Matlab…

La respuesta deseada se logra con: $K_P = 372$



3ER PASO:

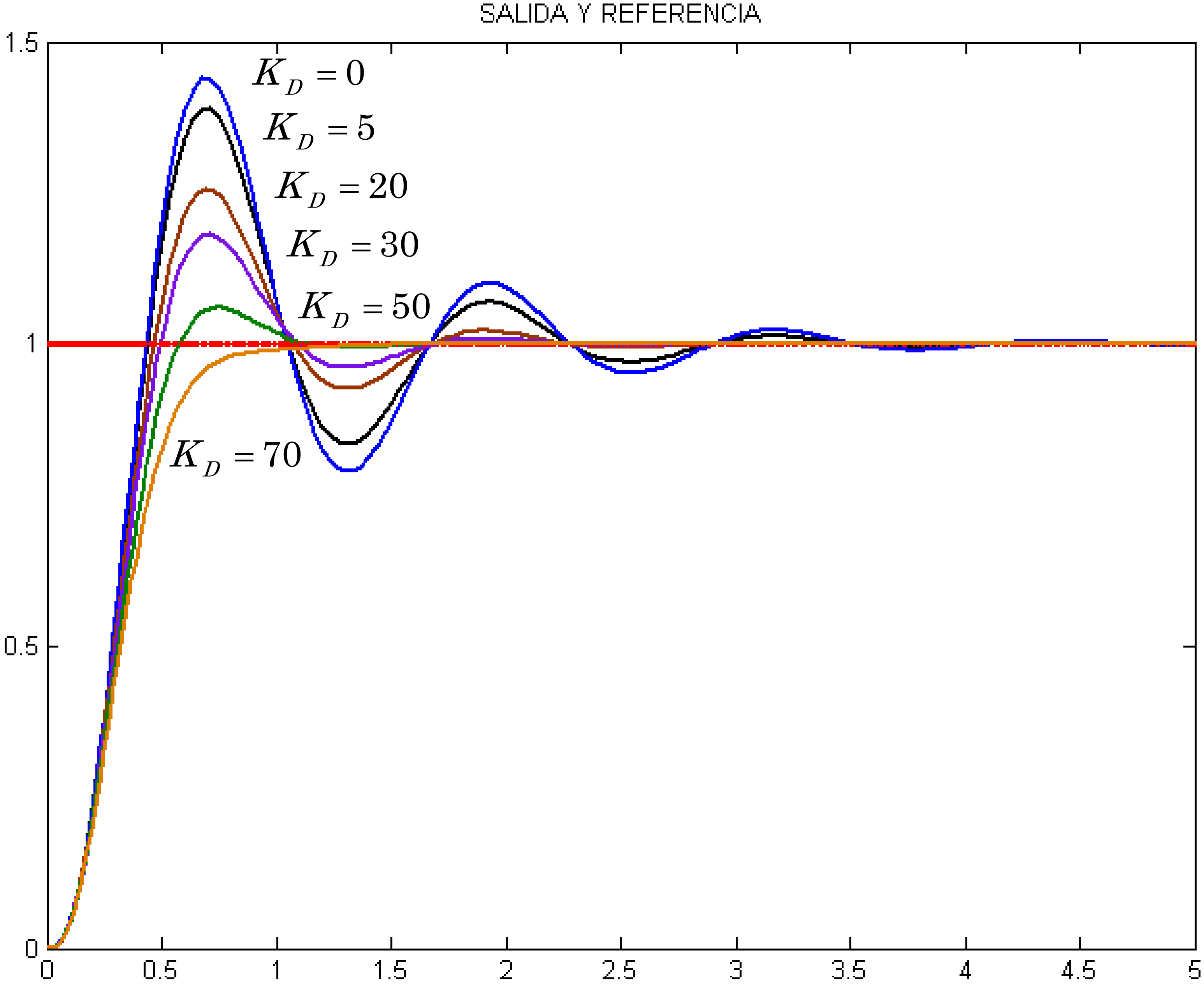
Modificar los valores de K_D y K_I hasta obtener la respuesta deseada.

Para hacer esto se seguirán los principios de comportamiento de la tabla.

PID Gain	Percent Overshoot	Settling Time	Steady-State Error
Increasing K_P	Increases	Minimal impact	Decreases
Increasing K_I	Increases	Increases	Zero steady-state error
Increasing K_D	Decreases	Decreases	No impact

Por ejemplo: Si definimos $K_P = 372, K_I = 0$ podemos ver como se comporta la salida del sistema al variar K_D.

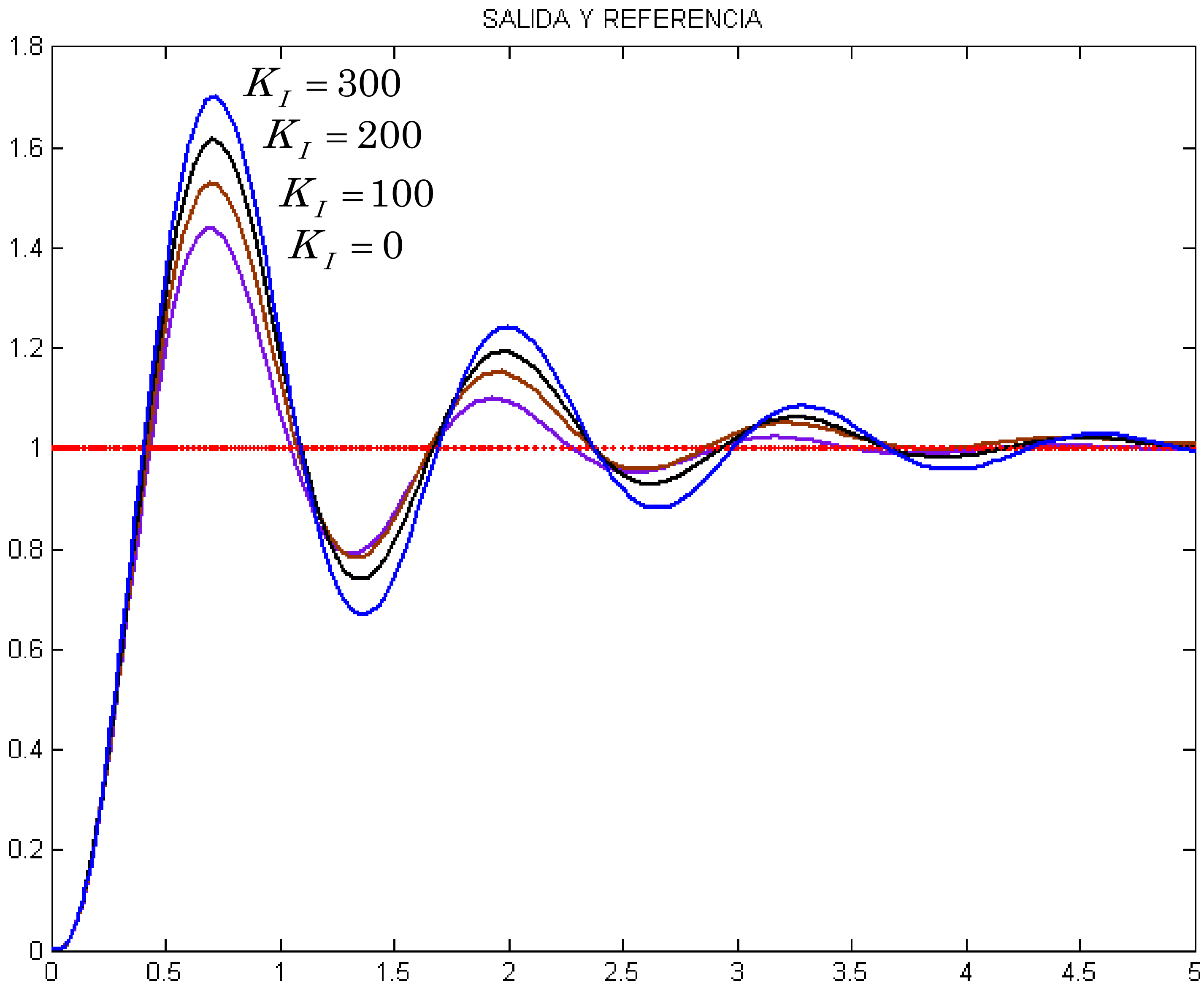
$$\boxed{K_D^{\uparrow} \Rightarrow \zeta^{\uparrow} \ \& \ M_{P\downarrow} \ \& \ t_{s\downarrow}}$$



SALIDA Y REFERENCIA
$K_D = 0$
$K_D = 5$
$K_D = 20$
$K_D = 30$
$K_D = 50$
$K_D = 70$
1.5
1
0.5
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5

Ahora: Si definimos $K_P = 372, K_D = 0$ podemos ver como se comporta la respuesta de la salida al variar K_I .

$$\boxed{K_I^{\uparrow} \Rightarrow \zeta_{\downarrow} \ \& \ M_P^{\uparrow} \ \& \ t_s^{\uparrow} \ \& \ e_{ss} = 0}$$



¿Porqué no ayudó en nada la ganancia integral y que podemos concluir de esto?

El término integral en el PID introduce un polo en el origen (integrador) para obtener error en estado estacionario cero.

Calculemos los polos del sistema original:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -60 & -16 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \qquad \Rightarrow eigs\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -60 & -16 \end{bmatrix}\right) = \{-10, \quad -6, \quad 0\}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} X$$

¡ El sistema original ya tiene un polo en el origen !

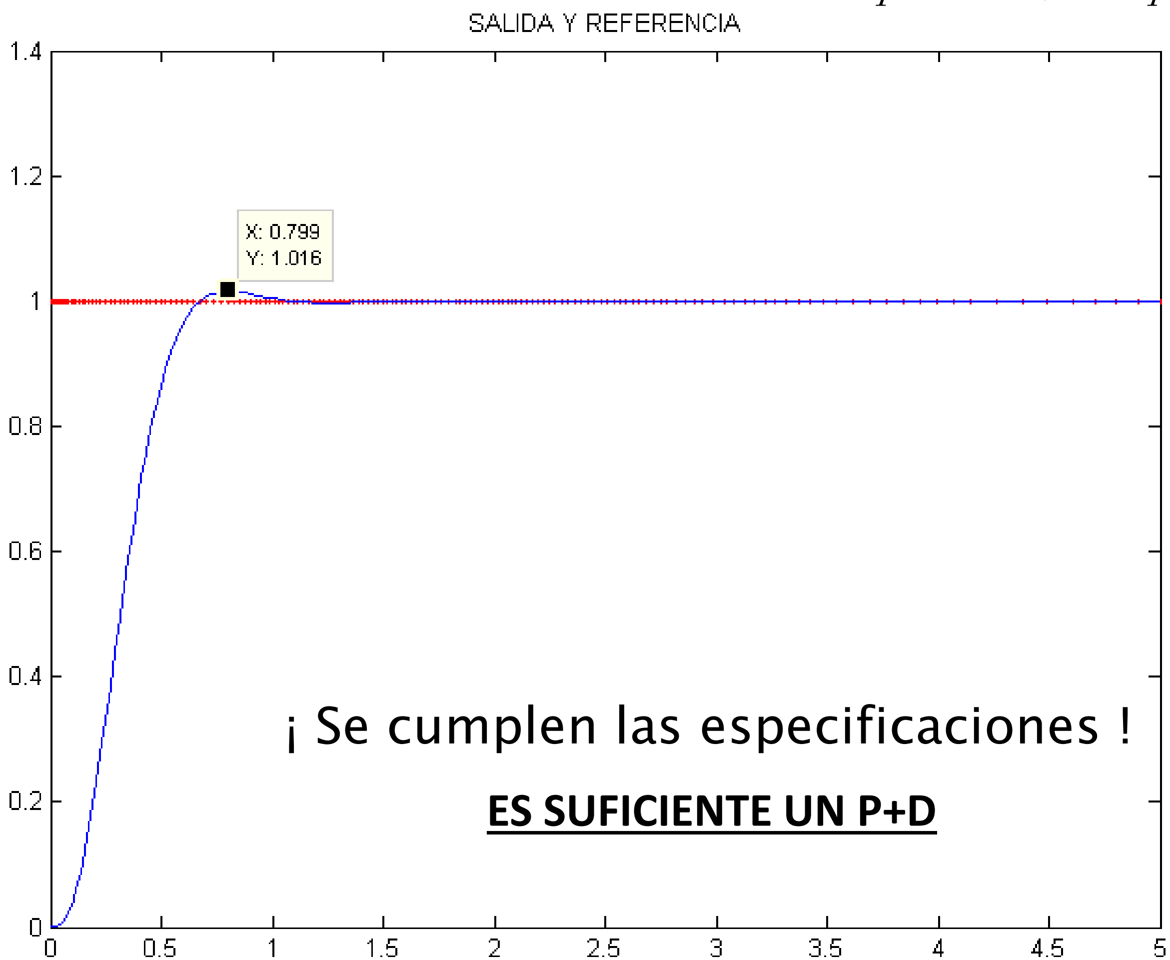
Podemos concluir entonces que no es necesaria una ganancia integral en sistemas que ya tengan un polo en el origen (integrador) para lograr error en estado estacionario cero ante una referencia escalón.

Imaginemos que debemos cumplir las siguientes especificaciones:

$$t_s < 2 \text{ s}, \quad M_P < 2\%, \quad e_{ss} = 0$$

Probemos con MatLab…

Definiendo las ganancias del PID como: $K_P = 372, \quad K_I = 0, \quad K_D = 65$



¡ Se cumplen las especificaciones !

ES SUFICIENTE UN P+D

REFLEXIONES

- **¿Porqué no elegir más grande la ganancia derivativa para tener 0 sobreimpulso?**
- **¿Qué pasará si definimos referencias variantes en el tiempo?**

Ejemplo: Ahora si que extrañaban el Sistema Masa-Resorte ☺

Considere el ya multi-analizado sistema masa resorte:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{M} & -\frac{b}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u(t)$$

$$\boxed{k = 0.5, \quad b = 1, \quad M = 1}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Diseñe un controlador PID para que la salida cumpla las siguientes especificaciones ante una entrada escalón:

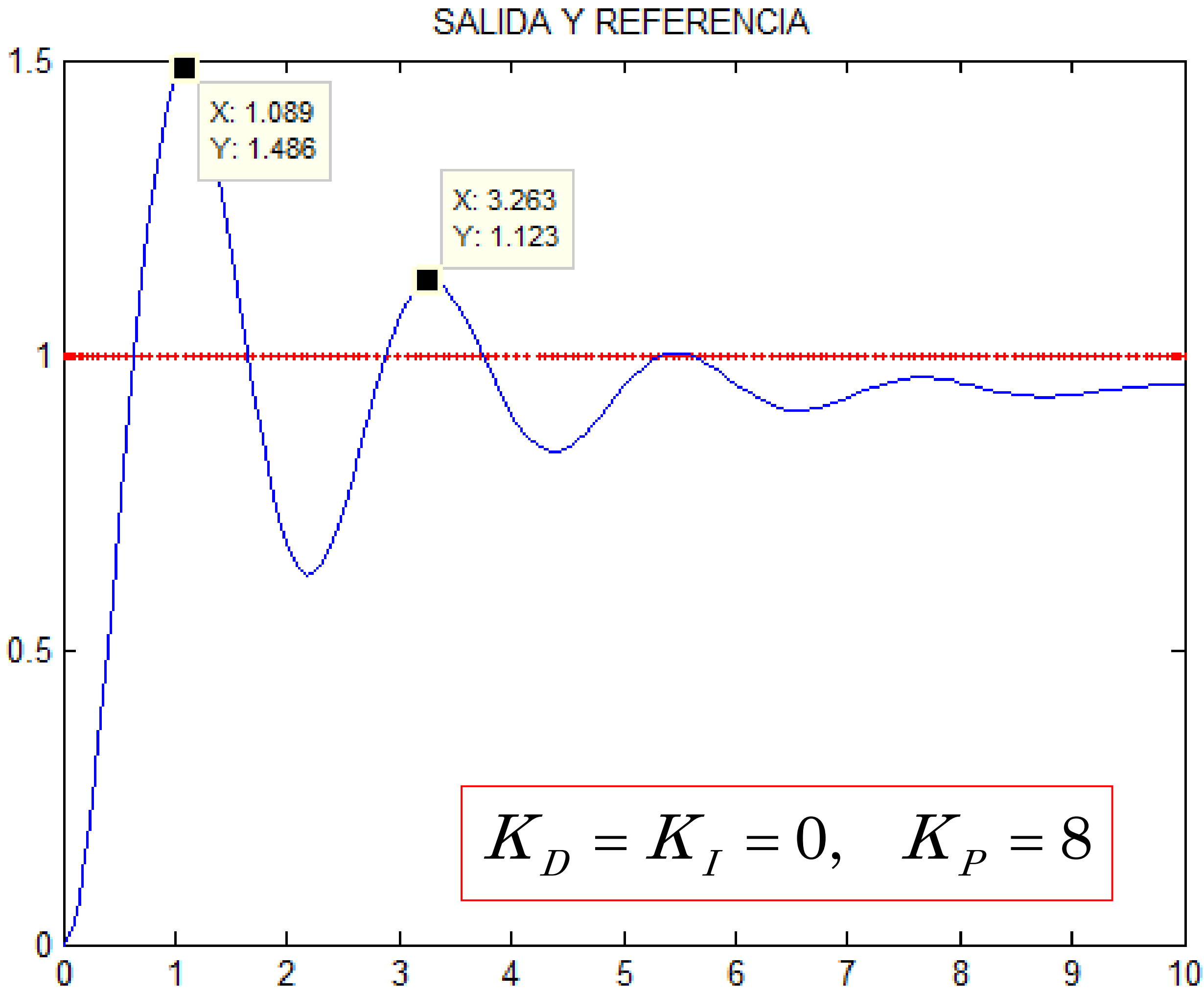
$$\boxed{\mathrm{t}_s < 1 \text{ s}, \quad M_P < 5\%, \quad e_{ss} = 0}$$

Solución: Intentemos hacer oscilar el Sistema:

```
function MasaResorte_PID_plot( tspan, x0, K)
close all;
global A B C Kp Ki Kd

    %Definimos las ganancias del controlador
    Kp = K(1);  Ki = K(2);  Kd = K(3);


%Matrices del Sistema
A = [0 1; -0.5 -1];    B = [0;1]; C = [1 0];

[t, X] = ode45(@MasaResorte_PID_sys, tspan, [0 x0]);

    ref = 1;            dref = 0;       %Referencia Constante
    %ref = 2*sin(t);     dref =2*cos(t); %Referencia Variante en el tiempo

    %Grafico salida y referencia
    figure;
    plot(t, ref,'r', t, X(:,2:3)*C','k');  title('SALIDA Y REFERENCIA');
    hold on; grid on;

    %Grafico el error
    figure;
    E  = ref  - X(:,2:3)*C';
    plot(t, E);  title('SEÑAL DE ERROR');  grid;

    %Grafico la señal de control
    dE = dref - X(:,2:3)*A'*C';
    iE = X(:,1);
    U = Kp*E + Ki*iE + Kd*dE;
    figure;
    plot(t, U);  title('SEÑAL DE CONTROL');  grid;

end
```

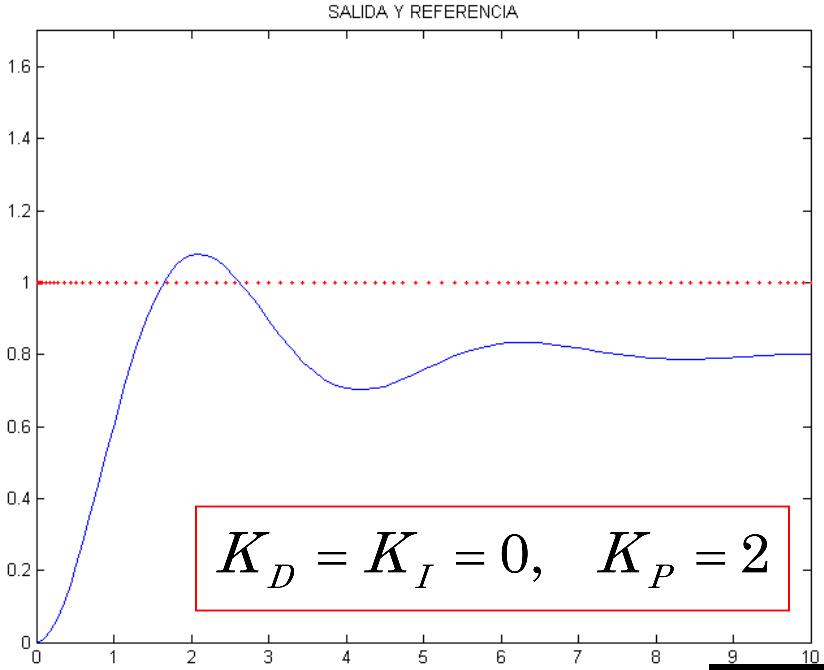
```
function dX = MasaResorte_PID_sys( t, X )
%El estado quedó definido como X = [iE, x1 ,x2];
global A B C Kp Ki Kd

ref = 1;            dref = 0;
% ref = 2*sin(t);     dref =2*cos(t);

E  = ref - C*X(2:3);
dE = dref - C*A*X(2:3);
iE = X(1);

    U = Kp*E + Ki*iE + Kd*dE;

%ODE's
dX = [E ;
     A*X(2:3) + B*U];
```

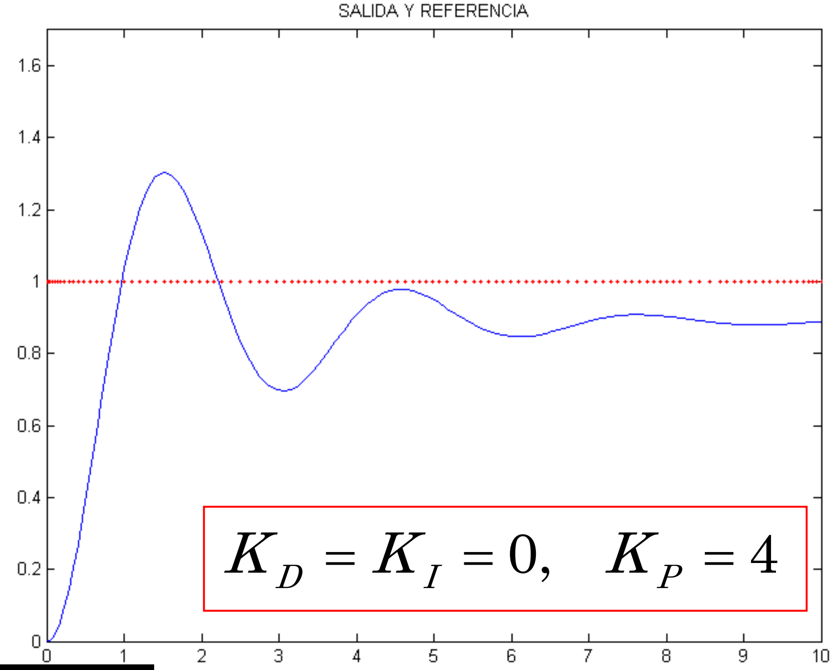
Solución: Obtengamos la respuesta de ¼ de atenuación en un período



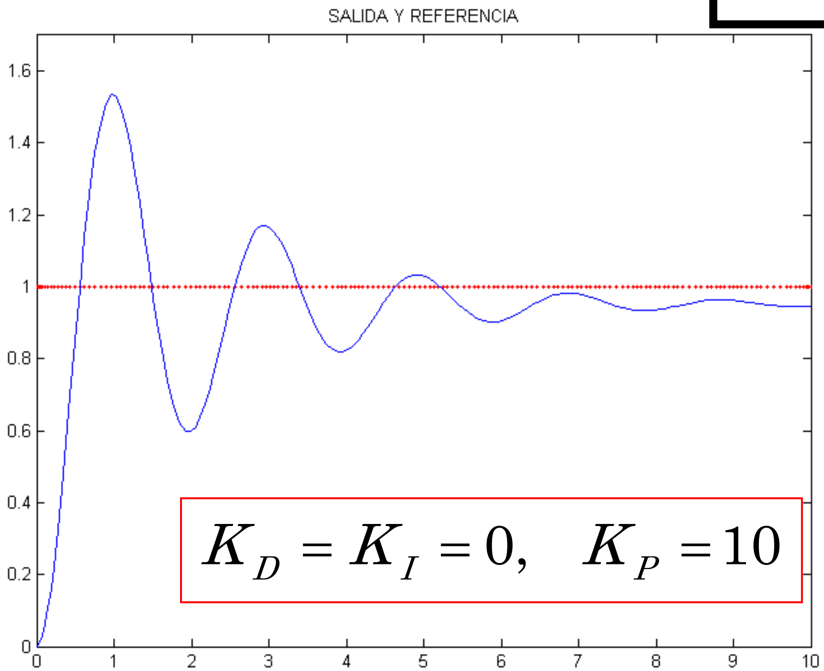
$$K_D = K_I = 0, \quad K_P = 8$$

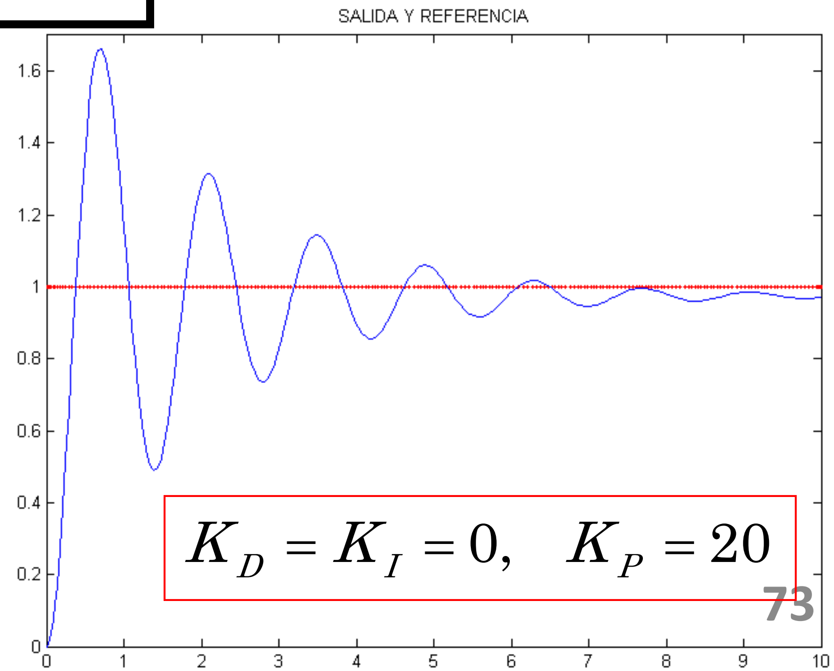
¿Qué otra cosa notan de la gráfica? El error en estado estacionario no es cero…





$$\boxed{K_P{}^{\uparrow} \Rightarrow M_P{}^{\uparrow} \;\; \& \;\; e_{ss}{}^{\downarrow}}$$



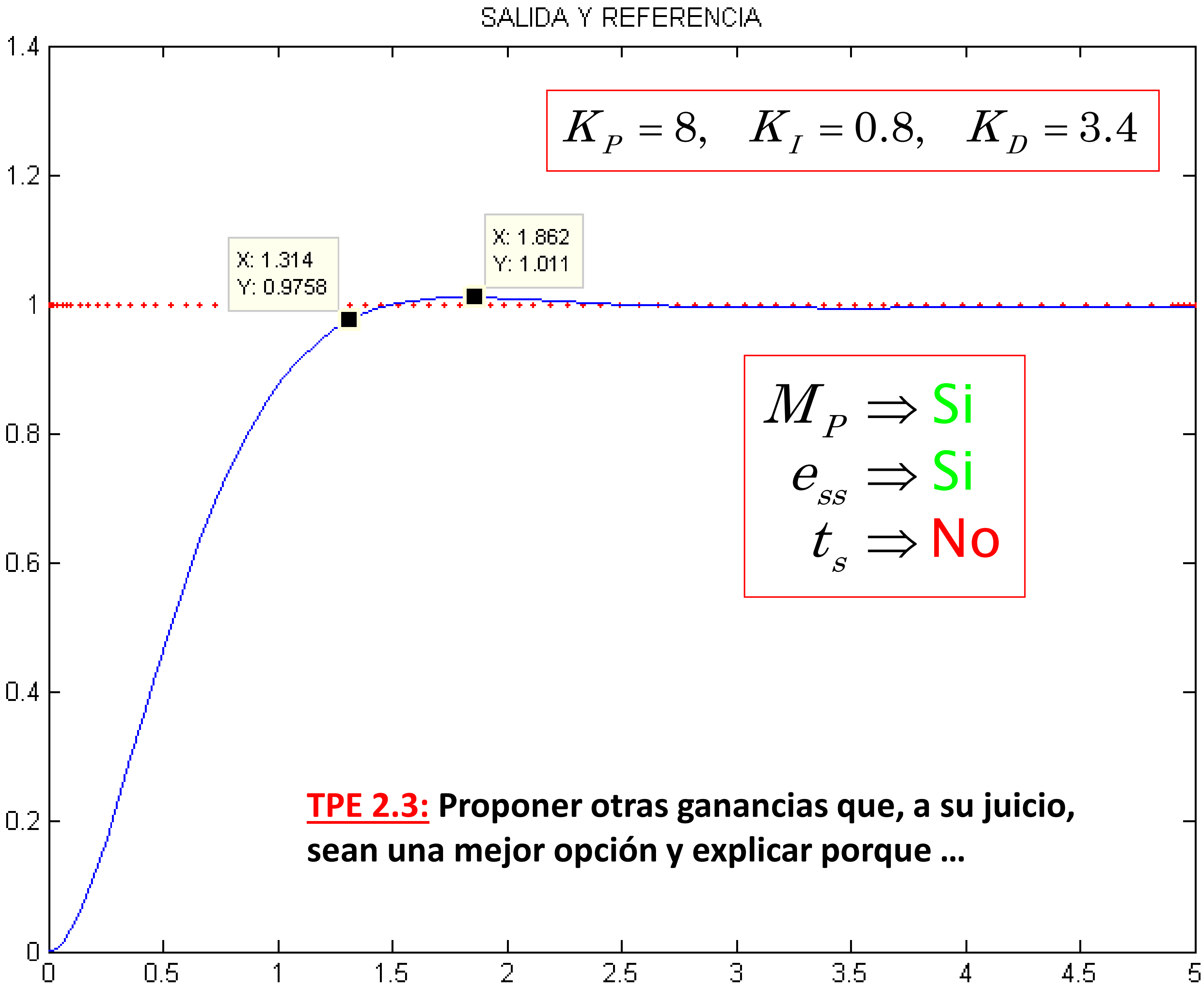


A usar la tabla y nuestra intuición…

PID Gain	Percent Overshoot	Settling Time	Steady-State Error
Increasing K_P	Increases	Minimal impact	Decreases
Increasing K_I	Increases	Increases	Zero steady-state error
Increasing K_D	Decreases	Decreases	No impact

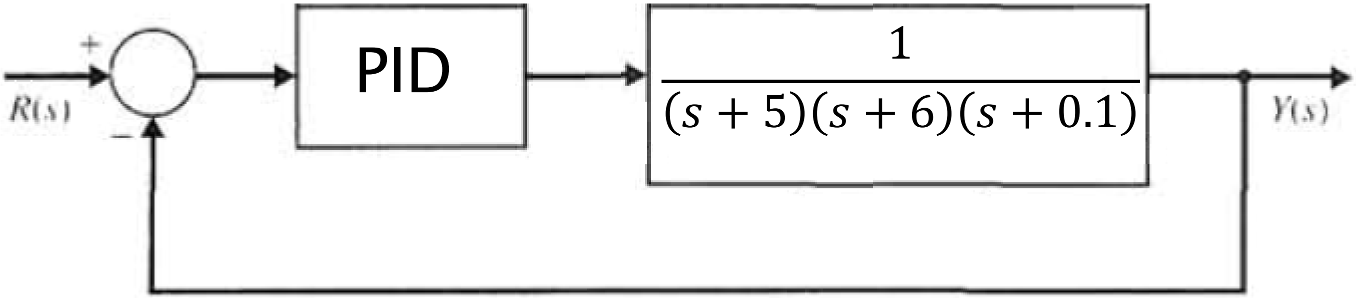
¿Cómo desarrollar nuestra intuición? Practicando ☺

A USAR MATLAB…



TPE 2.3: **Proponer otras ganancias que, a su juicio, sean una mejor opción y explicar porque …**

Tarea 2.4: Aviéntense su primer PID… Sintonización Manual



Especificaciones: $\boxed{t_s \leq 1.5 \text{ s}, \quad M_P < 5\%, \quad e_{ss} = 0}$

► El controlador PID (sintonizado por cualquier de los métodos vistos) ofrece una sucesión de pasos bien estructurada para obtener un controlador PID.

► Sin embargo, el comportamiento en lazo cerrado no siempre presenta el desempeño deseado.

► La recomendación general es tomar las ganancias obtenidas por cualquier método de sintonización como un muy buen primer paso de sintonización, y luego mejorar estas ganancias al analizar su comportamiento en lazo cerrado.

► No es necesario que $CB \neq 0$, a diferencia del control por retroalimentación del error. De hecho, no es **necesario conocer el modelo del sistema** a controlar.

¡ Adiós !

¡ Good Bye !

¡ Adieu !

¡ Aloha !

¡ Auf Wiedersehen !

¡再见!

¡さようなら!

¡ прощайте !