Piape Matemática

Módulo IV - Tudo é função
Exercícios Aula 06

1. Descubra se as funções abaixo são pares, ímpares ou sem paridade. Caso não tenha paridade, justifique calculando o valor da função em diferentes pontos.

a) $f(x) = x^3$

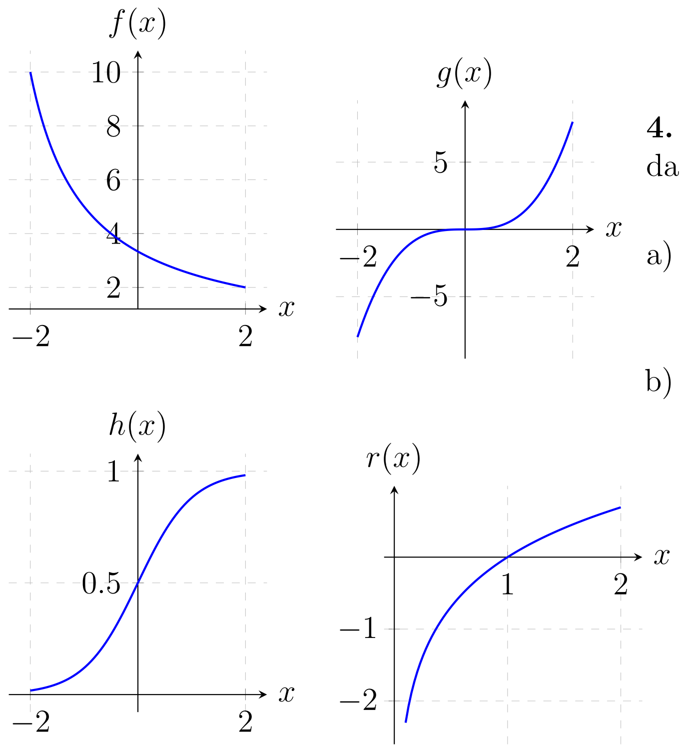
b) $g(x) = x^3 - 2x$

c) $h(x) = x^4 + 2$

d) $i(x) = x + \dfrac{4}{x}$

e) $j(x) = x^2 + 2x + 1$

2. Classifique as funções em crescente, decrescente.



3. Questões teóricas. Vamos pensar um pouco sobre funções.

a) Seja $f(x)$ uma função tal que $f(0) = \frac{3}{4}$. É possível que f seja ímpar?

b) Considere uma função g qualquer que seja par. É possível que essa função seja injetora?

c) Seja h uma função crescente. Você consegue me explicar por que h é necessariamente injetora? O mesmo vale se h for decrescente?

d) Seja k uma função crescente. Explique por que k não pode ser par. E se k for decrescente?

4. Esboçe o gráfico da função $j(x) = x^2 - 2x + 1$ da questão 1e.

a) Como você restringiria o domínio de j para que ela seja injetora?

b) Como você restringiria o contradomínio de j para que ela seja sobrejetora?

Gabarito

1. a) ímpar; b) ímpar; c) par; d) ímpar; e) sem paridade.

2. a) decrescente; b) crescente; c) crescente; d) crescente.

3. a) Não, pois numa função ímpar, $f(0) = 0$; b) Não, pois por exemplo, $g(-2) = g(2)$; c) Se $a \neq b$, então uma das duas coisas acontece: $a < b$ ou $a > b$. Se $a < b$ então $f(a) < f(b)$, ou seja, $f(a) \neq f(b)$. Se $a > b$, então $f(a) > f(b)$, ou seja, $f(a) \neq f(b)$. Portanto, f é injetora. Se f for decrescente, a mesma coisa vale. d) Se existisse uma função k que fosse crescente e par, então teríamos uma contradição: pelo item c), se k é crescente então k é injetora, porém pelo item (b) se k é par então k não pode ser injetora.

4. a) j é injetora para $x \in [-1, \infty)$; b) j é sobrejetora para $y \in [0, \infty)$.