



---

## Calibración del ensayo CPTu en depósitos de origen volcánico en la ciudad de Popayán.

- **Nombre del consultante:** Julián Rodríguez.
- **Programa:** Maestría en ingeniería - Geotécnica.
- **Facultad:** Ingeniería.
- **Consultores:** Andrés Felipe Franco Valero, Luisa Fernanda Guantiva Vargas, Daniel Felipe Hernandez Montoya, Valeria Ramírez Sánchez y Anni Melissa Velandia Echeverry.
- **Fecha de inicio:** Junio 15 de 2022
- **Número de citas:** Una reunión de contextualización, además de comunicación vía WhatsApp.

### 1. Introducción

Para el estudio de componentes del suelo a distintas profundidades existen diferentes métodos de recolección de la información. Algunos de estos métodos pueden tener mejor precisión que otros y debido a esto se requiere o se podría tener interés en compararlos para validar su confiabilidad.

### 2. Objetivos

- **Objetivo General**  
Realizar un análisis estadístico y geoestadístico de los parámetros Geotécnicos obtenidos mediante ensayos de laboratorio y ensayos CPTu en la ciudad de Popayán.
- **Objetivos Específicos**
  1. Establecer correlaciones para los parámetros basados en los resultados de los ensayos CPTu y ensayos de laboratorio.

2. Determinar la confiabilidad de los parámetros obtenidos mediante ensayo CPTu
3. Evaluar los parámetros obtenidos mediante correlaciones propias versus las correlaciones de los autores.

### **3. Problema de Consultoría Estadística**

Realizar un análisis descriptivo de las variables observadas en el estudio de laboratorio y de los datos funcionales obtenidos en los ensayos CPTu.

### **4. Análisis de la Información**

Las muestras fueron extraídas de distintos puntos geográficos del departamento de Popayan. Se realizaron extracciones de porciones de subsuelo para el posterior análisis en el laboratorio y se realizaron ensayos CPTu por medio de los cuales se obtienen mediciones de componentes del suelo cada que el instrumento se va introduciendo en la tierra. Las mediciones para las diferentes extracciones de los datos dependen del método. Para el estudio de laboratorio se utilizan las mediciones discretas, mientras que en las mediciones de los ensayos CPTu se tienen datos funcionales que se recolectan respecto de las diferentes profundidades.

#### **4.1. Metodologías Estadísticas Utilizadas**

Para el estudio de los datos de laboratorio se realizaron pruebas de normalidad de Shapiro para cada una de las variables recolectadas. Luego de esto se calculan las medias y desviaciones estándar para analizar el promedio de cada variable y las desviaciones que presentan con respecto a la media. Para ilustrar estos resultados se realizan histogramas en los que se evidencie el comportamiento de manera gráfica. Como se validaron cuales de las variables presentaban comportamientos normales, se calcularon intervalos de confianza obtenidos mediante los cuantiles de una distribución t-student del 95 % de confianza. Por el lado de las variables que no presentan un comportamiento normal, se utilizaron métodos no paramétricos para hallar los intervalos correspondientes. Para este caso se utiliza el remuestreo, el cual sugiere obtener una gran cantidad de muestras con reemplazo de los datos de cada variables y luego promediar esas muestras para cada iteración y al obtener todos estos promedios, se obtienen los cuantiles de los datos de las medias obtenidas y así determinamos los intervalos de las variables faltantes.

##### **4.1.1. Datos funcionales**

Un dato funcional se puede entender como la realización de un proceso estocástico en tiempo o espacio continuo cuyas trayectorias pertenecen al espacio de Hilbert ( $L_2(S)$ ).

Con base a esto, se pueden definir los análogos a la media, la varianza y la correlación para variables aleatorias funcionales y su interpretación puntual es la misma que se da con datos escalares.

#### ■ Suavizamiento:

En la práctica no se observa como tal la forma funcional del dato  $X(s)$ , sino su valor para ciertos puntos esparcidos en el dominio  $S$ . Por lo que se termina observando los valores asociados a  $X(s_1), \dots, X(s_m)$  para algunos  $s_1, \dots, s_m \in S$ . Por lo que la primera etapa en un análisis de datos funcionales consiste en recuperar la función  $X(s)$  a partir de dichas observaciones puntuales, proceso que se conoce como suavizamiento de la función.

#### ● Base:

La flexibilidad es un tema central ya que generalmente no se puede decir de antemano qué tan compleja será la curva, ni especificar algunas de sus características, por lo tanto, es necesario un conjunto de bloques de construcción funcionales básicos que puedan apilarse uno encima del otro para tener las características que necesitamos. Entonces, denotamos  $\phi_k(t)$  las "fichas" para "apilar", estas son las bases. Son funciones que pertenecen al espacio de Hilbert. Así que construiremos una función  $X_n(t)$  usando  $K$  de estos bloques o bases así,

$$X_n(t) = a_1\phi_1(t) + \dots + a_k\phi_k(t)$$

Existen diferentes tipos de bases, pero las más conocidas y usadas son las *Bases de Fourier* y las *Bases B-Splines*.

**NOTA:** Para el análisis de este caso estudio, se utilizó las Bases B-Splines.

## 4.2. Resultados

### 4.2.1. Estadísticas descriptivas para las variables observadas en el laboratorio:

Realizando las pruebas de normalidad se llegó a que 4 variables resultaron tener un comportamiento normal: la humedad natural, el porcentaje de arcilla, el esfuerzo de preconsolidación y el ángulo de fricción del pico. Para estas variables se hallaron las estadísticas descriptivas estipuladas y el intervalo de confianza establecido. Para las no normales, se calcularon las estadísticas, pero para calcular los intervalos se utilizaron los métodos de remuestreo y al final se consolidó la información en la tabla 1.

Variable	Media	Desviación Estándar	LI (95 %)	LS(95 %)
Humedad Natural (%)	58,30	21,35	54,87	61,74
Límite líquido (%)	64,68	20,22	61,79	67,74
Límite Plástico (%)	47,96	14,46	45,85	50,06
Índice de Plasticidad (%)	16,64	8,33	15,46	17,76
GRAVA (%)	3,45	10,38	2,08	5,02
ARENA (%)	15,84	17,07	13,47	18,40
FINOS (%)	81,97	20,47	78,95	84,70
Peso Unitario Total (gr/cm3)	1,59	0,16	1,57	1,62
Peso Específico (Gs)	2,74	0,09	2,73	2,75
% Arcilla Hidrometría	29,01	14,70	25,11	32,90
eo (Relación de Vacíos Inicial)	1,65	0,65	1,56	1,74
So (Esfuerzo Inicial)	0,56	0,43	0,50	0,63
Sp (Esfuerzo de Preconsolidación)	2,67	0,63	2,44	2,91
Cc (Coeficiente de Compresión)	0,42	0,29	0,38	0,46
Cs	0,02	0,01	0,02	0,03
RSC (Relación de Sobre-Consolidación)	9,65	10,96	8,15	11,23
Presión de Expansión (kg/cm2)	0,05	0,05	0,04	0,06
Cohesión Pico (kg/cm2)	0,36	0,47	0,31	0,44
Ángulo de Fricción Pico (°)	31,34	6,75	30,37	32,31

Figura 1: Tabla de estadísticas descriptivas

Por ejemplo, para el porcentaje de humedad natural se tiene que en promedio se tiene un 58,30 % de humedad en el terreno, con una desviación de 21,35 % y que el porcentaje de humedad natural puede estar entre un 54,87 % y un 61,74 %.

Luego, para observar de manera gráfica estos resultados se realizaron los histogramas para cada variable. Las variables normales fueron graficadas y se pueden ver en la figura 2 mientras que las demás gráficas de las variables se encuentran en las figuras 3, 4, 5 y 6.

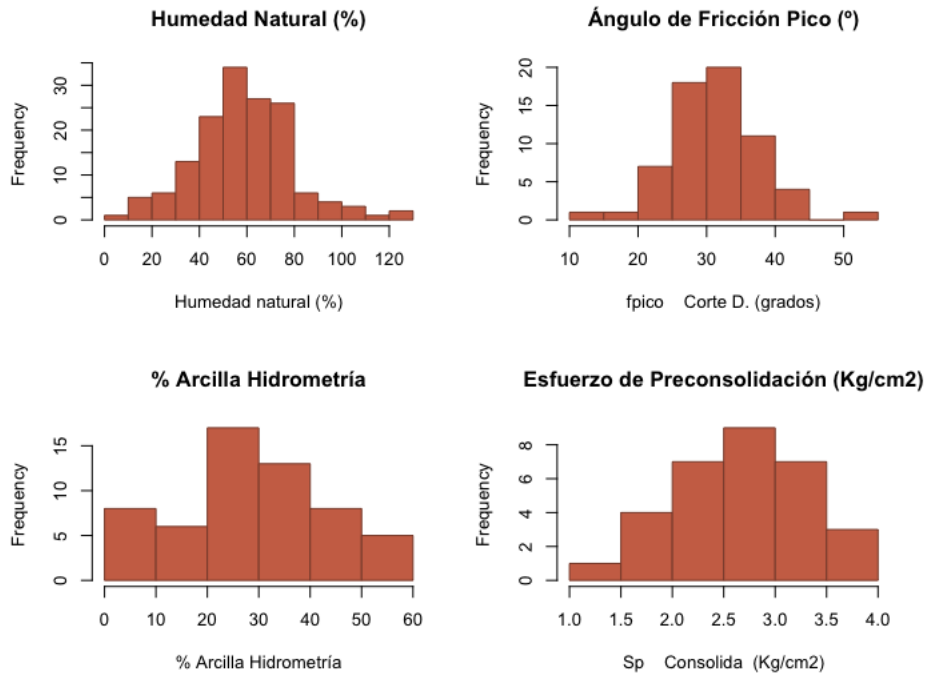


Figura 2: Histograma de variables normales

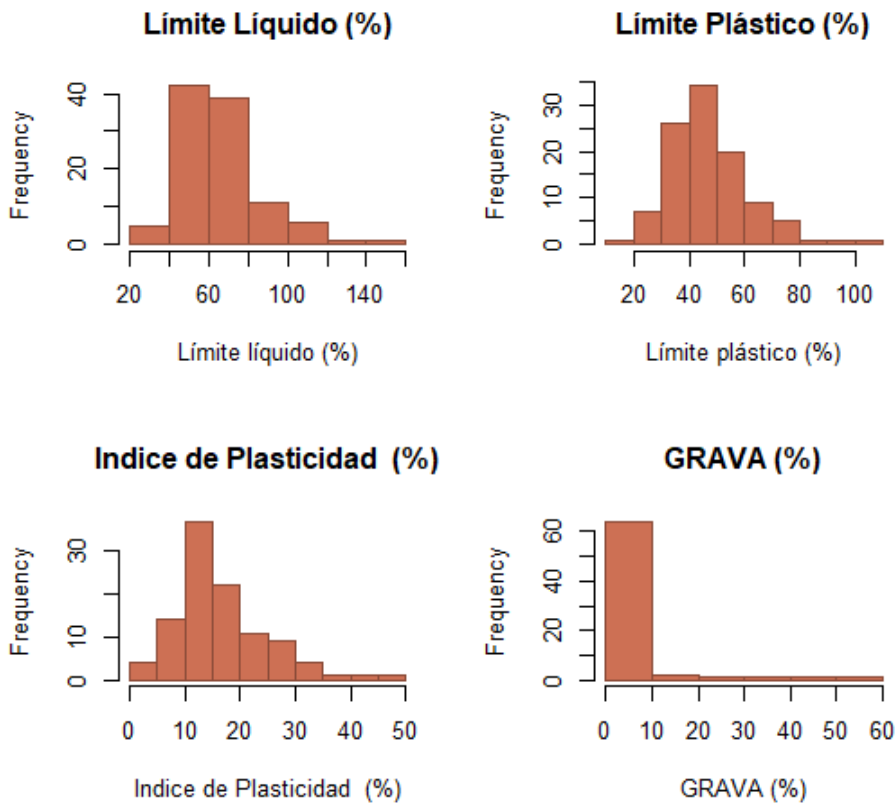


Figura 3: Histograma de variables normales

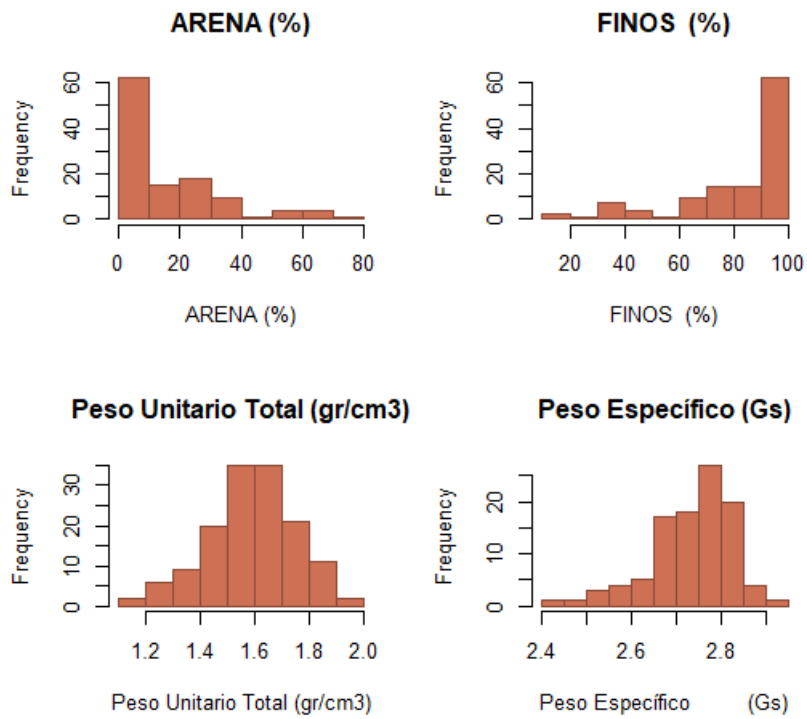


Figura 4: Histograma de variables normales

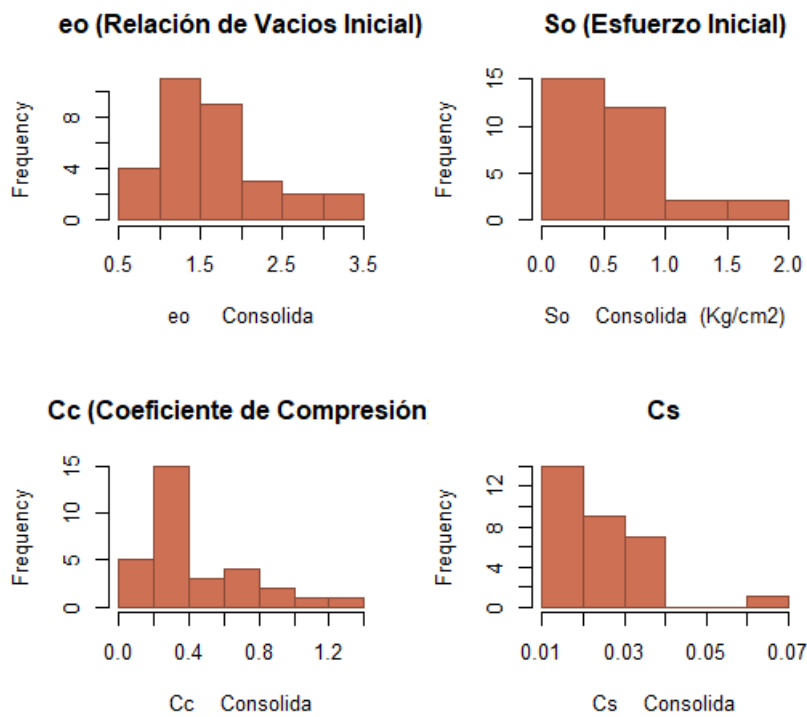


Figura 5: Histograma de variables normales

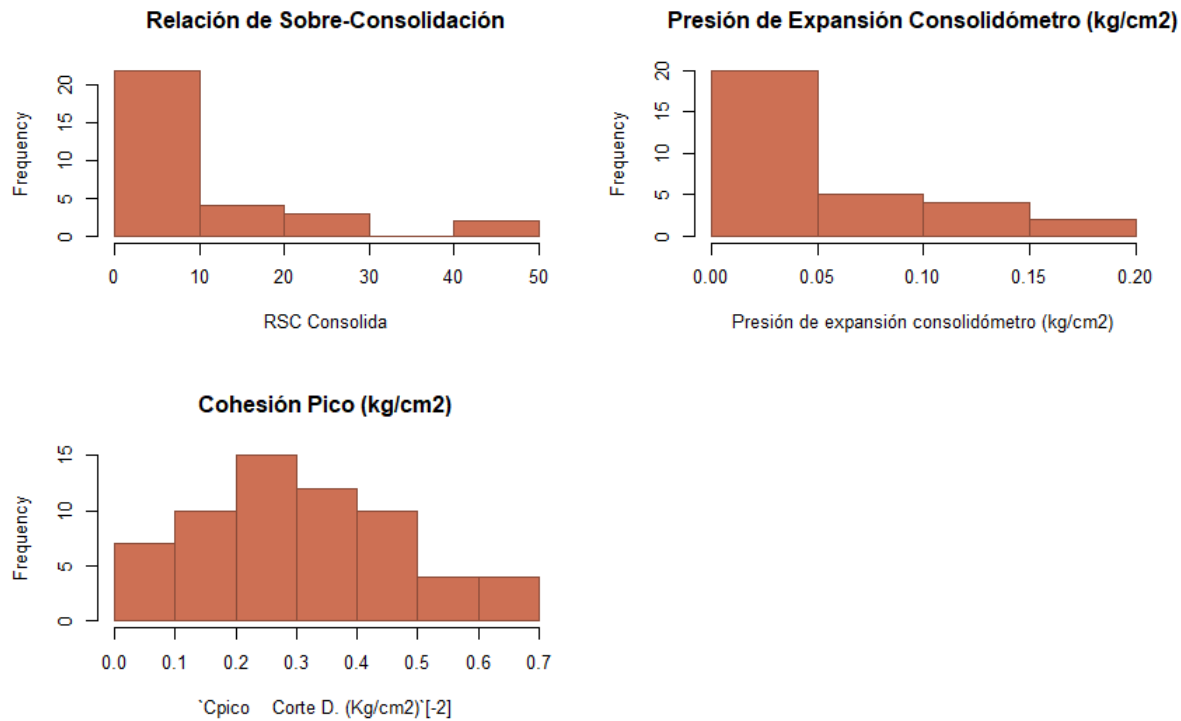


Figura 6: Histograma de variables no normales

Estas gráficas anteriores nos dan constancia de la tendencia de los datos hacia distintos intervalos de valores y particularmente para este caso nos da cuenta de algunos datos que podrían ser atípicos dentro de la muestra, lo que puede deberse a un mal calculo o una mala medida tomada. Los gráficos siempre son útiles para visualizar el comportamiento, pero es mas preciso validar algunos estadístico que den cuenta de eso también y así tener un estudio integral de la problemática. Para hacer una interpretación de un histograma damos ejemplo con la variable Índice de Plasticidad de la figura 3 el cual nos indica que en el terreno, se encontraron gran cantidad de índices de plasticidad con un porcentaje de 10 a 15 %. Esto puede entenderse que en promedio hay en el terreno un índice de plasticidad cercano a esos valores, sin embargo, podemos ver que el rango de valores que toma el índice es de 0 a 50 %, lo que indica que hay presencia de valores mas altos que los del promedio. Esto podría indicar valores atípicos y se aconsejaría indagar al respecto

#### 4.2.2. Estadísticas descriptivas de los datos funcionales obtenidos en los ensayos CPTu:

##### 1. Variable Qc: Número de base:70

A continuación se presentaran los errores cuadráticos medios (RMS) del proceso de suavizamiento y las estadísticas descriptivas para la variable de datos funcionales Qc.

- Suavizamientos de la variable Qc. Por efectos ilustrativos, se inserta una de las curvas

suavizadas.

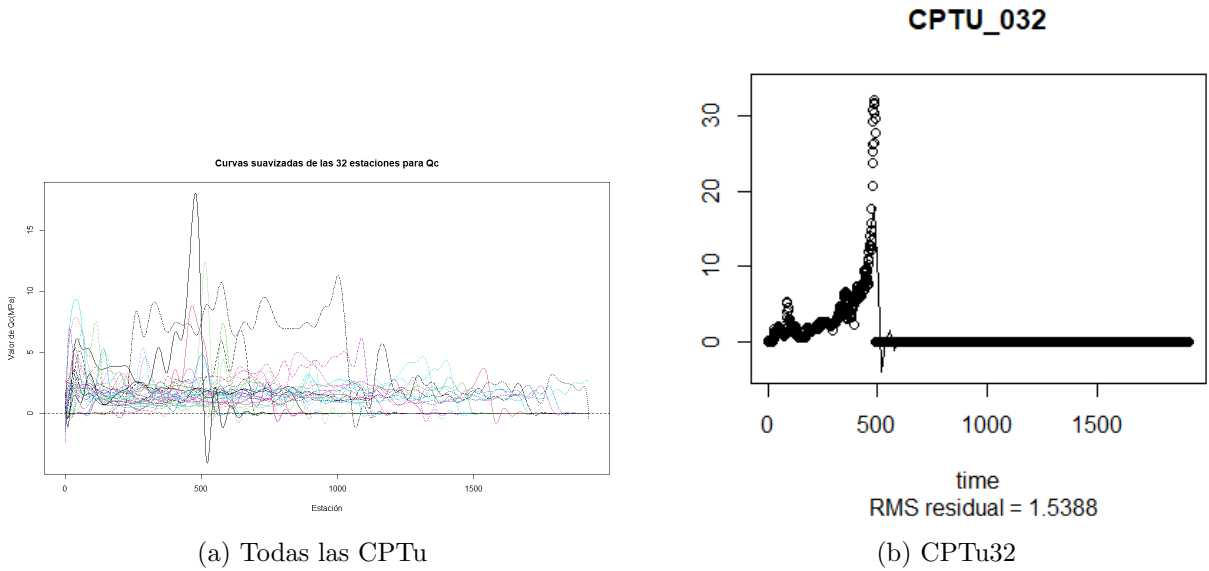


Figura 7: Suavizamiento de la variable  $Q_c$

- Errores del suavizamiento por estación de la variable  $Q_c$

CPTu	RMS	CPTu	RMS	CPTu	RMS
CPTu1	0.2875	CPTu13	0.558	CPTu24	0.2065
CPTu3	0.2481	CPTu14	0.1909	CPTu25	0.2293
CPTu4	0.8588	CPTu15	0.185	CPTu26	0.4837
CPTu5	0.0946	CPTu16	0.5106	CPTu27	0.4318
CPTu6	0.1499	CPTu17	1.0822	CPTu28	0.5733
CPTu7	0.8938	CPTu18	0.5329	CPTu29	0.1246
CPTu8	0.3859	CPTu19	0.6368	CPTu30	0.2697
CPTu9	0.227	CPTu20	0.8163	CPTu31	0.1424
CPTu10	0.3414	CPTu21	0.1478	CPTu32	1.5388
CPTu11	0.2594	CPTu22	0.1544		
CPTu12	0.4841	CPTu23	0.1299		

- Función de la media de la variable  $Q_c$  para las CPTu.



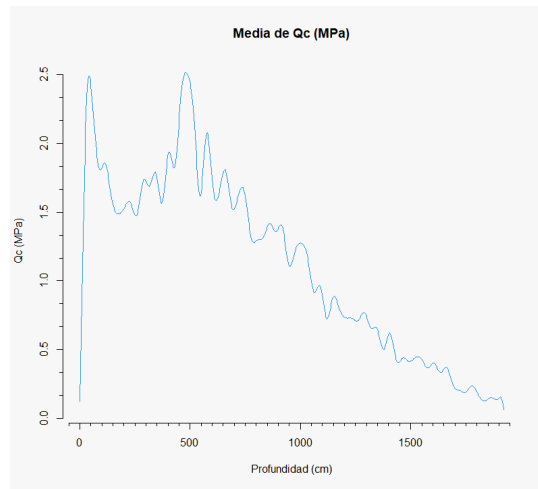


Figura 8: Función de la media para la variable  $Q_c$

Como se observa en la Figura 8, la variable  $Q_c$  presenta un pico en la profundidad de 500 centímetros y presenta una tendencia a caer a partir de esta profundidad.

- Función de la desviación estándar de la variable  $Q_c$  para las CPTu.

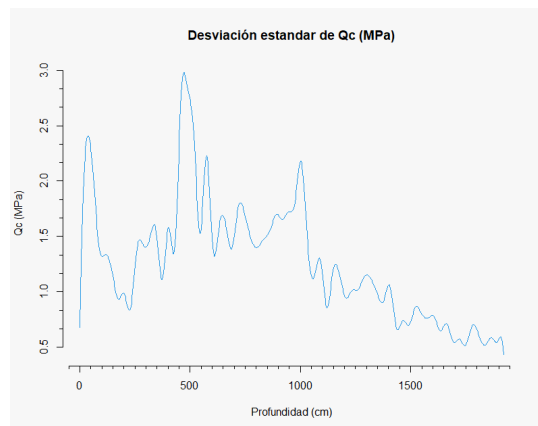


Figura 9: Función de la desviación estándar para la variable  $Q_c$

Como se observa en la Figura 9, la variable  $Q_c$  presenta una alta variabilidad comparativamente entre todas las CPTu en las profundidades de 500 centímetros y 1000 cm, siendo la profundidad de 500 cm la de mayor desviación.

- Covarianza

A continuación se presentara las gráficas para la covarianza entre las funciones representadas en una superficie en 3D y en contorno entre las CPTu.

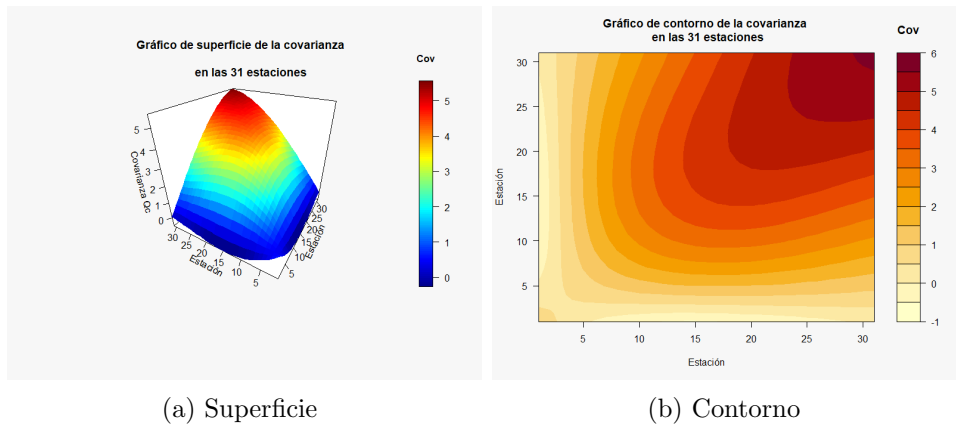


Figura 10: Covarianza de la variable  $Q_c$

Como se observa en la Figura 10, hay una mayor dispersión conjunta en las CPTu más alta.

- Correlación

A continuación se presentara las gráficas para la correlación entre las funciones representadas en una superficie en 3D y en contorno entre las CPTu.

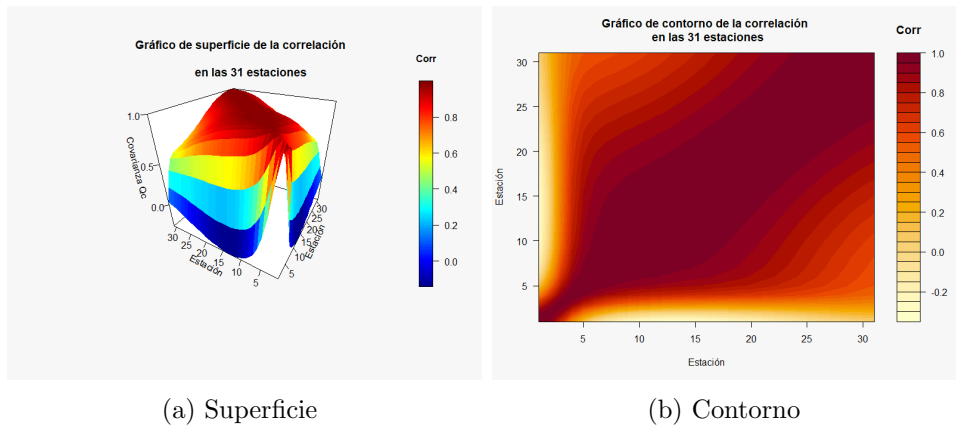


Figura 11: Correlación de la variable  $Q_c$

Como se observa en la Figura 11, hay una alta correlación entre las diferentes CPTu.

## 2. Variable $F_s$ : Número de base:70

A continuación se presentaran los errores cuadráticos medios (RMS) del proceso de suavizamiento y las estadísticas descriptivas para la variable de datos funcionales  $F_s$ .

- Suavizamientos de la variable Fs. Por efectos ilustrativos, se inserta una de las curvas suavizadas.

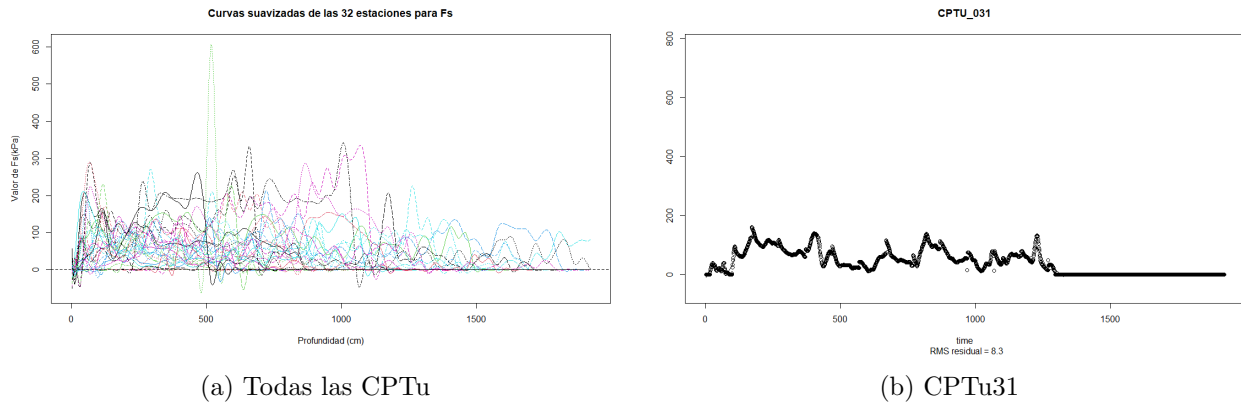


Figura 12: Suavizamiento de la variable Fs

- Errores del suavizamiento por estación de la variable Fs

CPTu	RMS	CPTu	RMS	CPTu	RMS
CPTu1	8.4	CPTu13	17.4	CPTu24	11.6
CPTu3	10.9	CPTu14	12.1	CPTu25	7.4
CPTu4	24.8	CPTu15	7.9	CPTu26	17.9
CPTu5	6.4	CPTu16	23	CPTu27	7.9
CPTu6	9.9	CPTu17	10.1	CPTu28	13.1
CPTu7	8	CPTu18	17.6	CPTu29	6.4
CPTu8	18.4	CPTu19	20.2	CPTu30	13.3
CPTu9	12.6	CPTu20	22.1	CPTu31	8.3
CPTu10	3.1	CPTu21	8.7	CPTu32	19
CPTu11	12.4	CPTu22	10.2		
CPTu12	13.1	CPTu23	11		

- Función de la media de la variable Fs para las CPTu.

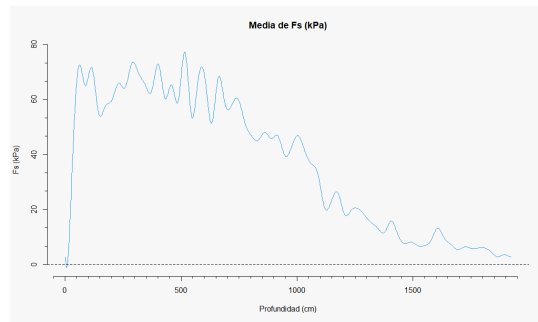


Figura 13: Función de la media para la variable Fs

Como se observa en la Figura 13, la variable Fs pareciera ser mas o menos constante en las profundidades entre los 0 cm y los 750 cm y posterior a esta profundidad, presenta una tendencia a caer .

- Función de la desviación estándar de la variable Fs para las CPTu.

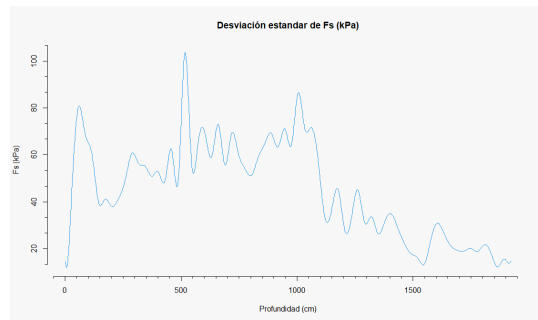
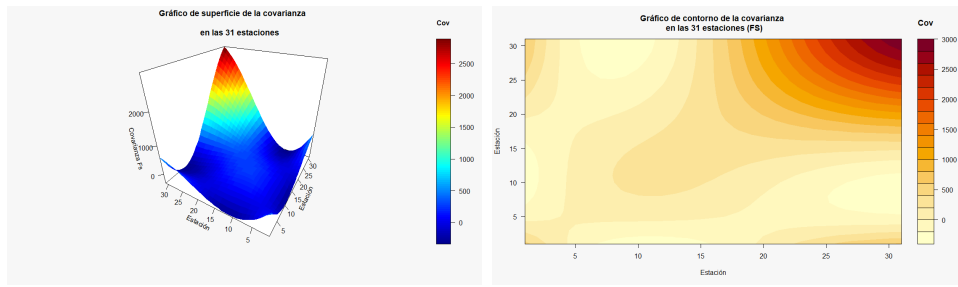


Figura 14: Función de la desviación estándar para la variable Fs

Como se observa en la Figura 14, la variable Fs presenta una variabilidad mas o menos constante entre todas las CPTu en las profundidades de 300 centímetros y 1000 cm, donde posteriormente, presenta una tendencia a disminuir esta variabilidad, cabe tener presente que se presenta un pico en la desviación en la profundidad de 500 cm.

- Covarianza

A continuación se presentara las gráficas para la covarianza entre las funciones representadas en una superficie en 3D y en contorno entre las CPTu.



(a) Superficie

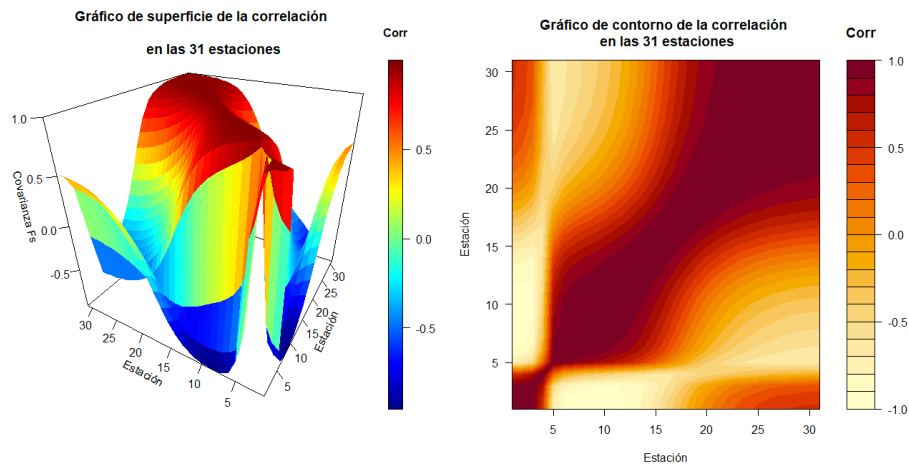
(b) Contorno

Figura 15: Covarianza de la variable Fs

Como se observa en la Figura 15, la dispersión conjunta en las CPTu's es bastante pequeña, sin embargo, en la CPTu 25 a 32 pareciera que esta aumenta considerablemente.

- Correlación

A continuación se presentara las gráficas para la correlación entre las funciones representadas en una superficie en 3D y en contorno entre las CPTu.



(a) Superficie

(b) Contorno

Figura 16: Correlación de la variable Fs

Como se observa en la Figura 16, hay una alta correlación entre las CPTu's de la 1 a la 5 con las CPTu's de la 20 a la 32. Además, la correlación en las CPTu's mayores, parecieran tener una mayor correlación.

### 3. Variable U: Número de base:30

A continuación se presentaran los errores cuadráticos medios (RMS) del proceso de suavizamiento y las estadísticas descriptivas para la variable de datos funcionales U.

- Suavizamientos de la variable U. Por efectos ilustrativos, se inserta una de las curvas suavizadas.

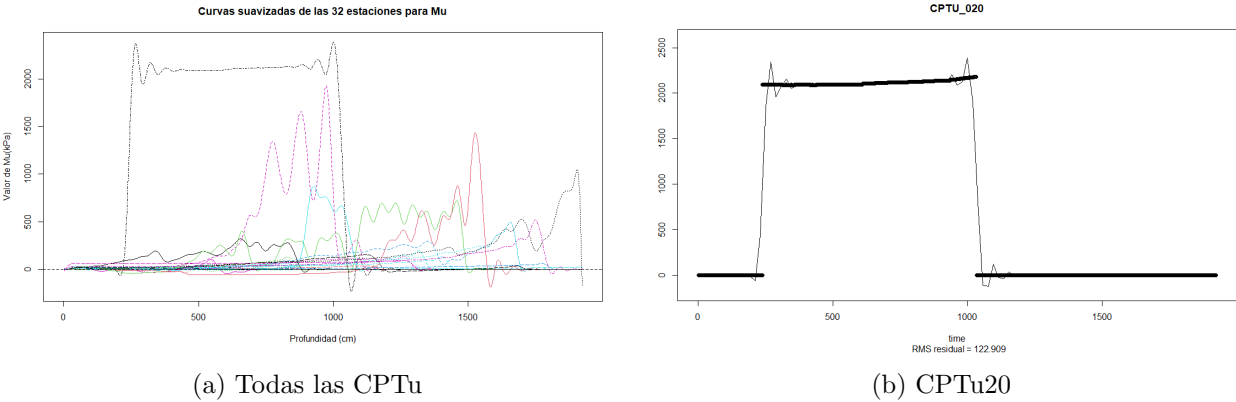


Figura 17: Suavizamiento de la variable Fs

- Errores del suavizamiento por estación de la variable Fs

CPTu	RMS	CPTu	RMS	CPTu	RMS
CPTu1	25.02	CPTu13	184.017	CPTu24	23.714
CPTu3	3.813	CPTu14	43.603	CPTu25	36.954
CPTu4	4.593	CPTu15	0.228	CPTu26	6.476
CPTu5	0.842	CPTu16	0.441	CPTu27	141.096
CPTu6	0.387	CPTu17	0.412	CPTu28	2.359
CPTu7	10.354	CPTu18	12.437	CPTu29	1.053
CPTu8	1.237	CPTu19	8.688	CPTu30	8.622
CPTu9	4.046	CPTu20	172.11	CPTu31	6.049
CPTu10	8.015	CPTu21	2.34	CPTu32	2.6
CPTu11	3.27	CPTu22	81.323		
CPTu12	41.778	CPTu23	27.378		

De la Tabla, se puede ver que las funciones con mayor error cuadrático medio, son las de la CPTu’s 13, 20 y 27. Esto podría deberse a un comportamiento especial en estas zonas del suelo.

- Función de la media de la variable U para las CPTu.

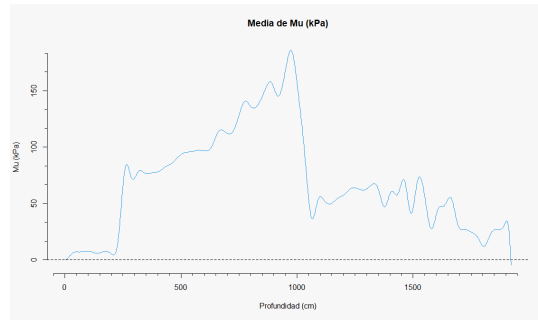


Figura 18: Función de la media para la variable U

Como se observa en la Figura 18, la variable U tiene un pico en la profundidad de 250 cm de donde empieza a tener una tendencia al crecimiento hasta la profundidad de 1000 cm donde alcanza su máximo. Después de la profundidad 1000, presenta una caída abrupta en donde empieza a tener un comportamiento maso menos constante hasta la profundidad de 1500 cm, y a partir de ahí empieza a tener una tendencia a la caída.

- Función de la desviación estándar de la variable U para las CPTu.

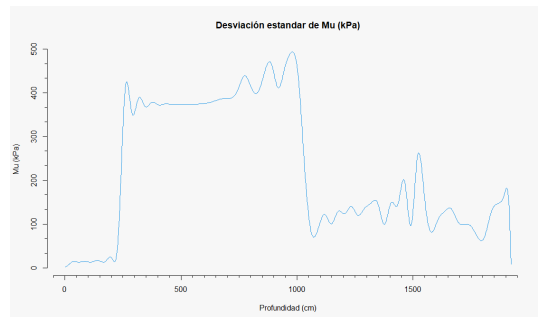


Figura 19: Función de la desviación estándar para la variable U

Como se observa en la Figura 19, la variable U presenta una alta variabilidad entre las profundidades de 250 cm a 1000 cm. Posterior a la profundidad 1000 cm, la variabilidad es maso menos constante. La función de la desviación estandar tiene una forma considerablemente similar a la curva suavizada de la CPTu 20, indicando la alta influencia de esta CPTu en los resultados.

- Covarianza

A continuación se presentara las gráficas para la covarianza entre las funciones representadas en una superficie en 3D y en contorno entre las CPTu.

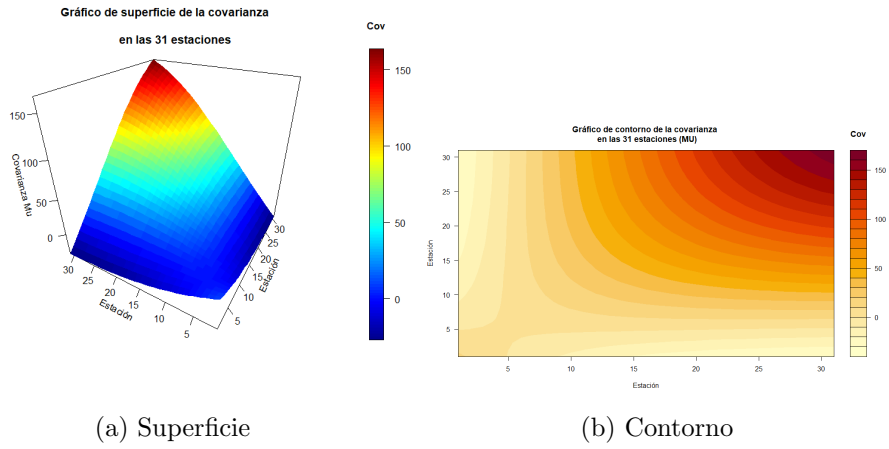


Figura 20: Covarianza de la variable U

Como se observa en la Figura 20, la dispersión conjunta en las CPTu's es bastante pequeña, sin embargo, en la CPTu 25 a 32 pareciera que esta aumenta considerablemente.

- Correlación

A continuación se presentara las gráficas para la correlación entre las funciones representadas en una superficie en 3D y en contorno entre las CPTu.

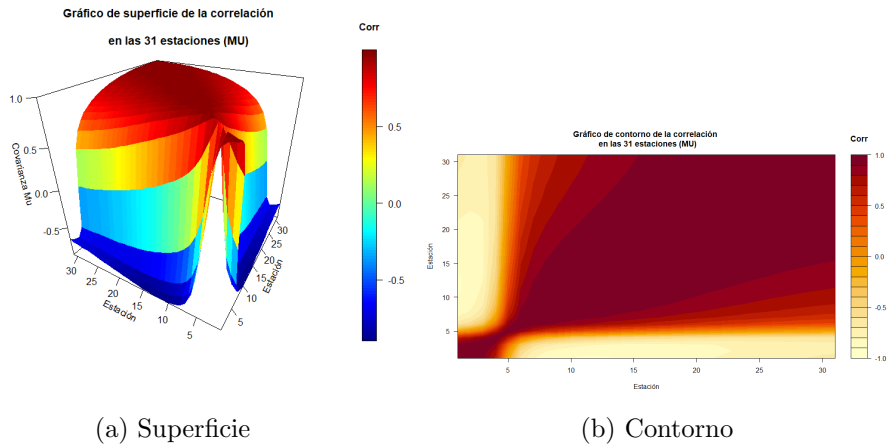


Figura 21: Correlación de la variable U

Como se observa en la Figura 21, en términos generales, las CPTu's presentan una alta correlación entre ellas con relación a la variable U. Es importante mencionar que la correlación de las CPTu's de la 1 a la 5 con las demás es bastante pequeña.

#### 4. Variable Inclinación: Número de base: 25

A continuación se presentaran los errores cuadráticos medios (RMS) del proceso de



suavizamiento y las estadísticas descriptivas para la variable de datos funcionales Inclinación.

- Suavizamientos de la variable Inclinación. Por efectos ilustrativos, se inserta una de las curvas suavizadas.

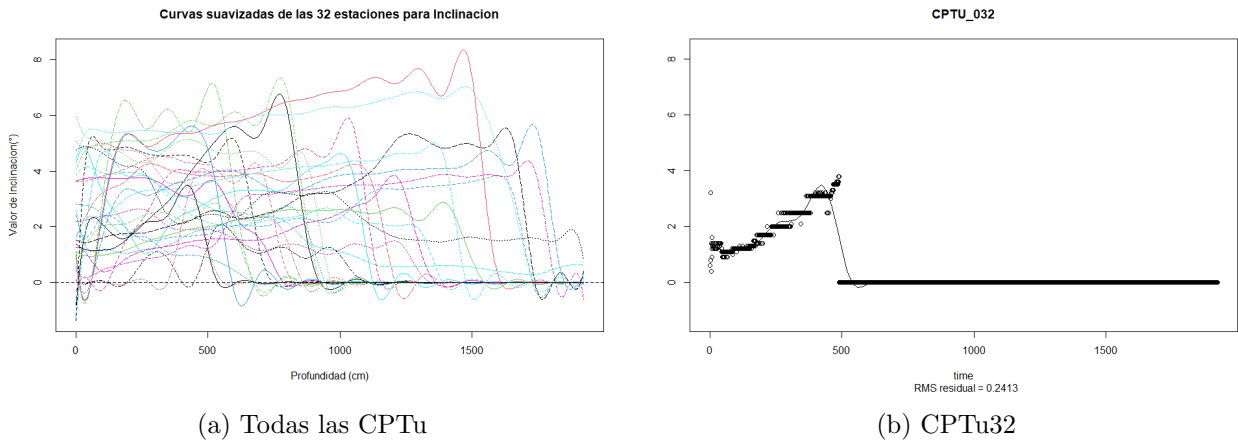


Figura 22: Suavizamiento de la variable Inclinación

- Errores del suavizamiento por estación de la variable Inclinación

CPTu	RMS	CPTu	RMS	CPTu	RMS
CPTu1	0.4183	CPTu13	0.3856	CPTu24	0.3354
CPTu3	0.2486	CPTu14	0.1756	CPTu25	0.2593
CPTu4	0.2652	CPTu15	0.2817	CPTu26	0.3495
CPTu5	0.0915	CPTu16	0.6433	CPTu27	0.6088
CPTu6	0.276	CPTu17	0.6228	CPTu28	0.2542
CPTu7	0.1527	CPTu18	0.139	CPTu29	0.2238
CPTu8	0.3518	CPTu19	0.1499	CPTu30	0.3302
CPTu9	0.1995	CPTu20	0.2676	CPTu31	0.2603
CPTu10	0.4661	CPTu21	0.3047	CPTu32	0.2413
CPTu11	0.4029	CPTu22	0.2041		
CPTu12	0.374	CPTu23	0.3646		

- Función de la media de la variable Inclinación para las CPTu.

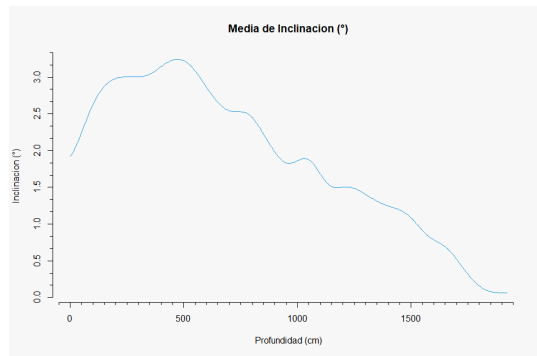


Figura 23: Función de la media para la variable Inclinación

Como se observa en la Figura 23, la variable Inclinación tiende a aumentar la inclinación hasta la profundidad 500 cm, y de ahí en adelante, hay tendencia a valores pequeños en la inclinación.

- Función de la desviación estándar de la variable Inclinación para las CPTu.

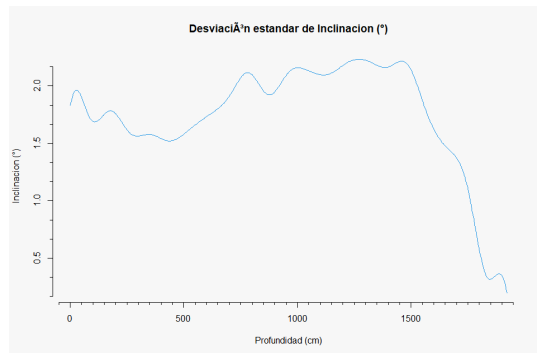


Figura 24: Función de la desviación estándar para la variable Inclinación

Como se observa en la Figura 24, la variable Inclinación presenta una relativa desviación constante hasta la profundidad 1000 cm donde tiene una caída abrupta.

- Covarianza

A continuación se presentara las gráficas para la covarianza entre las funciones representadas en una superficie en 3D y en contorno entre las CPTu.

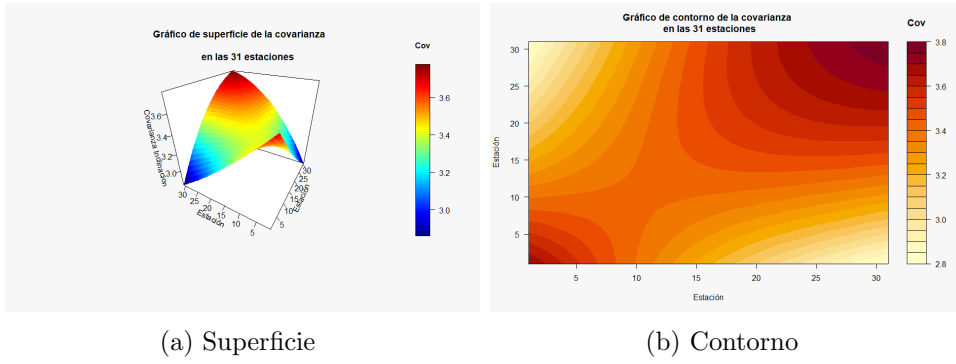


Figura 25: Covarianza de la variable Inclinação

Como se observa en la Figura 25, la dispersión conjunta en las CPTu's es considerable en las CPTu 25 a la 32.

- Correlación

A continuación se presentara las gráficas para la correlación entre las funciones representadas en una superficie en 3D y en contorno entre las CPTu.

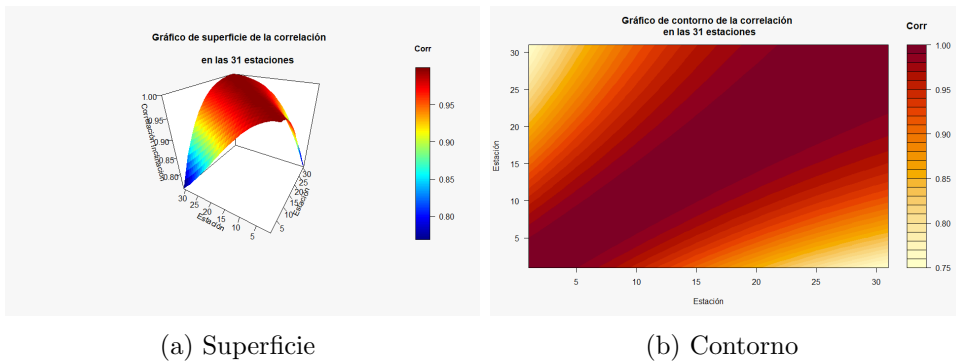


Figura 26: Correlación de la variable Inclinação

Como se observa en la Figura 26, en términos generales, las CPTu's presentan una alta correlación entre ellas con relación a la variable Inclinação. Es importante mencionar que la correlación de las CPTu's de la 1 a la 5 con las CPTu's de la 25 a la 32 es bastante pequeña.

## 5. Conclusiones

Respecto al análisis descriptivo de las variables tomadas en el laboratorio, se tiene que hay 4 variables que tienen comportamiento normal respecto de las otras. Teniendo en cuenta los

histogramas de frecuencias realizados se da cuenta de que hay variables que podrían presentar datos no informativos o mal tomados o calculados, pues distorsionan en comportamiento de la gráfica. Se aconseja revisar si las mediciones son adecuadas, si tienen sentido o simplemente si fue algún error de diputación. Por su parte las estimaciones de la media, desviación e intervalos de confianza dan claridad respecto a los valores de las variables en el terreno especificado de estudio al igual que el error de predicción asociado a este análisis.

## **6. Referencias**

1. Parra, L. (2019). Spatial geotechnical modeling of a lacustrine deposit using functional geostatistical analysis of CPTu tests . Bogotá, Colombia: Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola.
2. Barón, M. (2021). Calibración del ensayo CPTu para el depósito lacustre de Bogotá . Bogotá, Colombia: Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola.

## 7. Bitácora

- **Fecha de inicio:** Junio 15 de 2022
- **Fecha de terminación:** Junio 29 de 2022

	<b>Fecha</b>	<b>Avances</b>
1	Junio 15	El cliente solicita ayuda estadística para el análisis exploratorios de las variables que esta trabajando en su estudio.
2	Junio 15	Creamos una carpeta en Drive en la que le cliente nos compartió los datos que tenia a disposición y algunos articulos de referencia.
3	Junio 29	Se realizo la presentación con el cliente mostrándole los análisis descriptivos realizados, dándole una idea del comportamiento de los datos y proponiendole estudios posteriores.
8	Julio 3	Se hace entrega del informe con los resultados finales.