Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Informática
Algoritmos em grafos / Prof. Daniel Kikuti

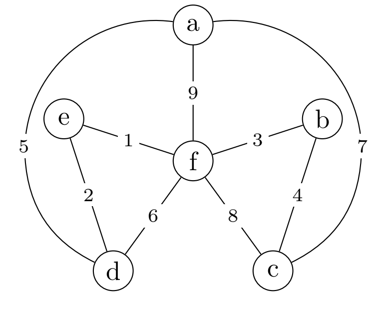
Aluno(a): ____

Primeira Avaliação (Valor: 10,0)

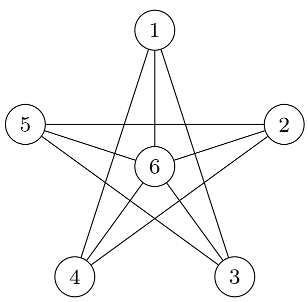
1. [Valor: 2,0] Assinale (V)erdadeiro ou (F)also.
   (a) ☐ V ☐ F Para um dado grafo $G = (V, E)$, seja T_1 a árvore geradora mínima devolvida pelo algoritmo de Prim e T_2 a árvore geradora mínima devolvida pelo algoritmo de Kruskal. É possível que T_1 e T_2 sejam distintas, porém, a soma dos pesos das arestas de T_1 e T_2 são iguais.
   (b) ☐ V ☐ F O algoritmo de Kruskal primeiramente faz uma ordenação das arestas em ordem crescente de peso. Em seguida, considera que há $|V|$ conjuntos disjuntos e o conjunto de arestas A está vazio. Para cada aresta (respeitando a ordem), testa se mesma faz com que o conjunto de arestas em A forme um ciclo; caso positivo, descarta-a, caso negativo, une dois conjuntos disjuntos e adiciona a aresta em A. O algoritmo termina após processar todas as arestas do grafo, mas poderia ser encerrado ao acrescentar $|V| - 1$ arestas em A.
   (c) ☐ V ☐ F Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado com pesos distintos em todas as arestas. Se (u, v) é a aresta com peso mínimo, então toda árvore geradora de custo mínimo deve conter (u, v).
   (d) ☐ V ☐ F Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado com pesos distintos em todas as arestas. Se (u, v) é a aresta com peso máximo, então nenhuma árvore geradora de custo mínimo deve conter (u, v).
   (e) ☐ V ☐ F Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado com pesos distintos em todas as arestas e (A, B) uma partição de V. Suponha que a aresta (u, v) contém o peso mínimo entre todas as arestas que possuem um vértice em A e outro em B. Podemos afirmar que a aresta (u, v) pertence a árvore geradora de custo mínimo de G.

2. [Valor: 2,0] O problema de escalonamento de aeronaves consiste em atribuir k aeronaves a n voos. Cada voo i ocorre durante um intervalo de tempo $v_i = (s_i, f_i)$. Se dois voos i e j se sobrepõem (isto é $s_i \leq s_j \leq f_i$ ou $s_j \leq s_i \leq f_j$) então a mesma aeronave não pode ser atribuída a ambos os voos. Dado o conjunto de voos: $v_1 = (1, 3), v_2 = (4, 7), v_3 = (2, 5), v_4 = (6, 9), v_5 = (0, 10), v_6 = (8, 11)$, pede-se:
   (a) [Valor: 1,0] Modele este problema como um grafo, indicando o que são os vértices, o que as arestas representam e que técnica pode ser usada para resolver este problema.
   (b) [Valor: 1,0] É correto afirmar que são necessárias e suficientes 3 aeronaves para resolver o problema para estes intervalos? Justifique.

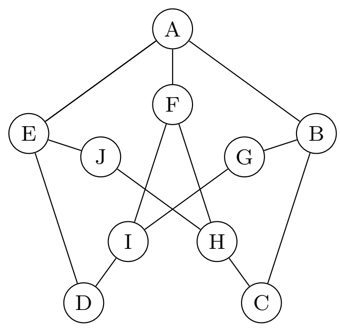
3. [Valor: 2,0] Considerando o grafo da figura a seguir e o Problema do Carteiro Chinês (partir de um vértice inicial, percorrer todas as arestas do grafo ao menos uma vez e voltar ao vértice inicial com o menor custo possível), responda qual o custo total do percurso e a sequência usada. Explique como você chegou à resposta.



4. [Valor: 2,0] Informe se cada um dos grafos a seguir é planar. Se sim, apresente uma imersão no plano. Caso contrário, use o teorema de Wagner ou Kuratowski para mostrar não é planar.



(a)



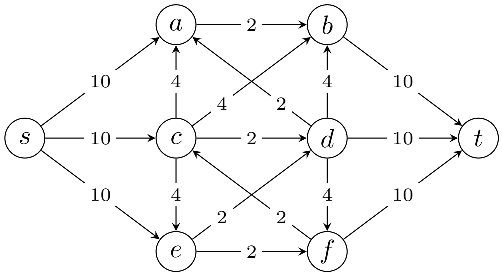
(b)

5. [Valor: 2,0] Para a rede de fluxo da figura abaixo, responda:

   (a) [Valor: 1,0] Qual o valor do fluxo máximo que podemos passar nesta rede? Informe os caminhos aumentantes encontrados e desenhe o grafo residual da última iteração do algoritmo de FORD-FULKERSON.

   (b) [Valor: 0,5] Seja $S = \{s, c, e\}$ e $T = \{V \setminus S\}$, determine a capacidade do corte (S, T).

   (c) [Valor: 0,5] Informe quais vértices fazem parte de S para que o corte (S, T) seja mínimo. Descreva um algoritmo para encontrá-los (pode ser uma explicação em alto nível, desde que precisa).



Boa Prova!!!