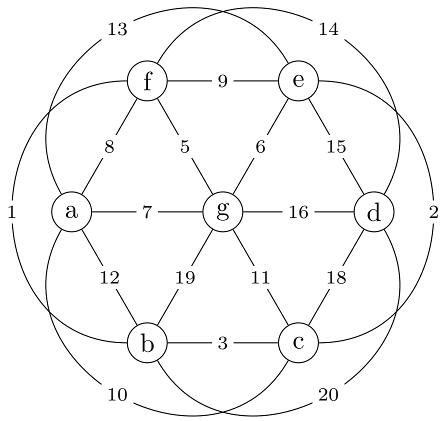
Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Informática
Algoritmos em grafos / Prof. Daniel Kikuti

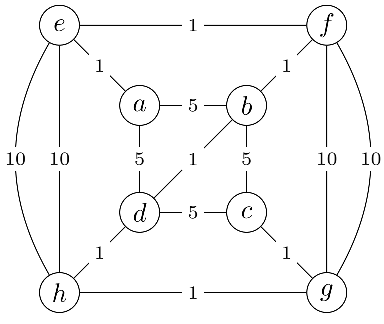
Aluno(a): ______________________________

Segunda Avaliação (Valor: 10,0)

1. [Valor: 2,0] Os habitantes de um país fictício sempre são explorados por seus governantes. Para ilustrar este drama, considere o problema de montar uma infraestrutura de rede, tal que, em todo o país, dois prédios públicos quaisquer conseguem se comunicar. O esperado seria que isto fosse feito com o menor custo possível, no entanto, neste país ocorre exatamente o oposto. Para evitar acusações de conexões redundantes, os governantes malandrinhos definem a estrutura de modo a existir apenas um caminho entre quaisquer pares de vértices. O grafo $G = (V, E)$ a seguir informa quais são os prédios públicos (vértices) e as possíveis ligações a serem feitas (arestas com os respectivos custos) para se conectar dois prédios.
   (a) [Valor: 1,0] Mostre qual seria a maneira de se conectar todos os prédios públicos com o menor custo possível. Para isto, informe um algoritmo a ser usado, quais arestas fazem parte da solução ótima (liste-as na ordem em que o algoritmo as encontra) e o custo total da solução.
   (b) [Valor: 1,0] Descreva um algoritmo para os governantes maximizarem os custos de modo a conectar todos os prédios públicos sem serem acusados (pode ser uma explicação em alto nível, desde que precisa). Informe qual seria o custo total encontrado pelo algoritmo. Argumente que seu algoritmo devolve a resposta correta.



2. [Valor: 2,0] Considerando o grafo a seguir e o Problema do Carteiro Chinês (partir de um vértice inicial, percorrer todas as arestas do grafo ao menos uma vez e voltar ao vértice inicial com o menor custo possível), responda qual o custo total do percurso e a sequência usada. Explique como você chegou à resposta.



3. [Valor: 2,0] Alocação de registradores é o processo de determinar que valores deverão ser colocados em quais resgistradores e em que tempo durante a execução de um programa. Considere o seguinte programa com seis variáveis (passos indicados entre parênteses):

   (1) $a = b + c$;   (2) $d = a + e$;   (3) $f = d - b$;

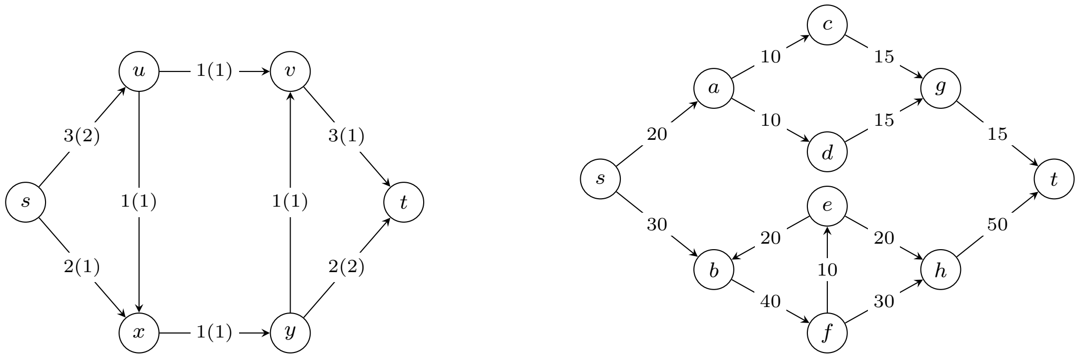
Considerando que o tempo de vida da variável começa no ponto do código onde a variável recebe um valor e termina quando o valor é usado pela última vez, poderíamos usar um mesmo registrador para diferentes variáveis. Assim, os valores de a, d e f poderiam ser alocados no registrador r_1; b em r_2; c em r_3; e e em r_4, ou seja:

$r_1 = r_2 + r_3 \quad r_1 = r_1 + r_4 \quad r_1 = r_1 - r_2$

Duas variáveis "vivas" simultaneamente não podem ser alocadas em um mesmo registrador (considere o começo fechado e o término aberto, assim, não há conflito entre a e d).

Informe como modelar este problema usando grafos e qual técnica poderia ser usada para resolver o problema. Considere então um programa em que as variáveis (a, b, c, d, e, f) são usadas nos passos indicados entre parênteses: a:(1,3,5); b:(2,5,6), c:(3,7), d:(4,7), e:(6,8) e f:(6,8). Informe quantos registradores diferentes são necessários para armazenar as variáveis durante a execução do programa. Justifique.

4. [Valor: 2,0] Dados os grafos a seguir, responda:



(a) (b)

Figura 1: Grafos da questão sobre fluxo máximo e corte mínimo.

(a) [Valor: 0,5] O grafo da Figura 1a caracteriza uma rede de fluxo? Justifique.

(b) [Valor: 1,0] Com o estabelecimento da Internet como ferramenta indispensável para governos, os Estados Unidos da América coduziram uma pesquisa para averiguar a quantidade de dados que a Rússia poderia receber por meio de sua infraestrutura. O grafo da Figura 1b é uma representação da rede. Podemos utilizar o algoritmo de Ford-Fulkerson para dimensionar a quantidade de tráfego. Apresente a execução do algoritmo na rede. [Informe todos os caminhos aumentantes que você encontrou e desenhe o grafo residual da última iteração.]

(c) [Valor: 0,5] Em caso de conflito, qual seria a maneira mais eficiente de interromper o fluxo de dados na rede obtida? Justifique.

5. [Valor: 2,0] Assinale (V)erdadeiro ou (F)also. **Justifique as falsas.**

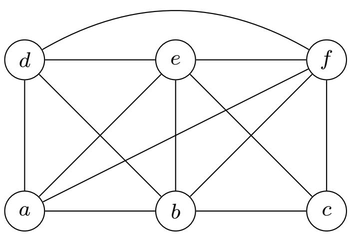
(a) ☐ V ☐ F Se todos os vértices de um grafo pertencem a pelo menos um ciclo, então é possível afirmar que este grafo é Hamiltoniano.

(b) ☐ V ☐ F Se todos os vértices de um grafo simples $G = (V, E)$ com $|V| \geq 3$ possuem grau maior ou igual a $|V|/2$, então podemos afirmar que o grafo certamente é Hamiltoniano.

(c) ☐ V ☐ F Dado um grafo completo com pesos nas arestas, a heurística que sempre escolhe o vizinho mais próximo consegue resolver o problema do Caixeiro Viajante, isto é, sempre devolve um ciclo Hamiltoniano com o menor custo.

(d) ☐ V ☐ F Todos os grafos planares respeitam a equação de Euler: $|V| + F - |E| = 2$.

(e) ☐ V ☐ F O grafo da figura a seguir é planar.



Boa Prova!!!