UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

Departamento de Informática – Bacharelado em Ciência da Computação

6889 – Projeto e Análise de Algoritmos / Prof. Daniel Kikuti

Aluno(a): ______________________________

Terceira avaliação (Valor: 10,0)

1. [Valor: 2,0] Professor Trolêncio estava explicando a classe de complexidade $\mathcal{P}$ e a definiu como sendo a classe de problemas que podem ser resolvidos em tempo polinomial numa máquina determinística, isto é, problemas para os quais existe um algoritmo que o resolve em tempo $O(n^k)$ para um k constante. Para ilustrar, professor Trolêncio apresentou o seguinte exemplo:

   ```
   FACTORIAL(n)
   1 fat ← 1
   2 for i = 1 to n do
   3 |   fat ← fat * i
   4 return fat
   ```

   "Como podemos observar, a linha 1 consome tempo $\Theta(1)$, as linhas 2 e 3 consomem tempo $\Theta(n)$, a linha 4 consome tempo $\Theta(1)$. Como FACTORIAL(n) consome ao todo tempo $\Theta(n)$, portanto FACTORIAL$(n) \in \mathcal{P}$". A análise e conclusão do professor estão corretas? Justifique.

2. [Valor: 2,0] Para cada uma das sentenças a seguir, indique se ela é **verdadeira**, **falsa** ou **indeterminada**. Justifique brevemente sua resposta.
   (a) [Valor: 0,5] 3SAT $\in \mathcal{P}$.
   (b) [Valor: 0,5] Se $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$, então $\mathcal{P} \cap \mathcal{NP} = \emptyset$.
   (c) [Valor: 0,5] Se $X \in \mathcal{NP}$-completo, $Y \in \mathcal{P}$ e existe uma redução $X \preceq_p Y$, então $\forall Z \in \mathcal{NP}$, $Z \preceq_p Y$.
   (d) [Valor: 0,5] Se $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$, então $\mathcal{NP}$-completo $= \mathcal{NP}$-difícil.

3. [Valor: 2,0] Considere o seguinte problema: dadas duas sequências X e Y sobre um alfabeto finito, existe uma subsequência comum de tamanho maior ou igual a k? Mostre que este problema pertence a $\mathcal{NP}$.

4. [Valor: 2,0] Escolha um dos seguintes problemas e mostre que ele é $\mathcal{NP}$-completo. Restrição: o problema escolhido não pode ser o mesmo usado na apresentação de seu grupo.
   - 3-COLOR $= \{\langle G \rangle :$ Existe uma forma de colorir G com 3 cores tal que vértices adjacentes não possuam cores iguais$\}$.
   - VERTEX-COVER $= \{\langle G, k \rangle :$ Existe uma cobertura de vértices em G de tamanho menor ou igual a $k\}$.
   - CLIQUE-COVER $= \{\langle G, k \rangle :$ Existe um conjunto de k cliques que cobrem $G\}$.
   - SET-PARTITION $= \{\langle S \rangle :$ Existem duas partições disjuntas P_1 e P_2 do multiconjunto $S = P_1 \cup P_2$, tal que $\sum_{x \in P_1} x = \sum_{x \in P_2} x\}$.

5. [Valor: 2,0] Um ciclo hamiltoniano em G é um ciclo que passa exatamente uma única vez por cada vértice de G. Sabendo que HAM-CYCLE é $\mathcal{NP}$-completo, mostre que o problema de decisão do Caixeiro Viajante (TSP-DEC) é $\mathcal{NP}$-completo.
   - HAM-CYCLE $= \{\langle G \rangle :$ Existe um ciclo hamiltoniano em $G\}$.
   - TSP-DEC $= \{\langle G, k \rangle :$ Existe um ciclo hamiltoniano com custo menor ou igual a k no grafo completo $G\}$.

Boa Prova!!!