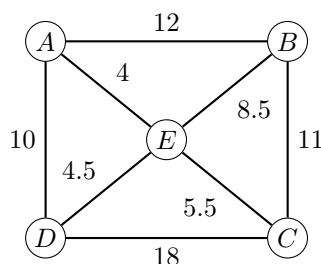




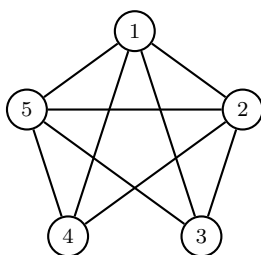
Aluno(a): _____

Segunda avaliação (Valor: 10,0)

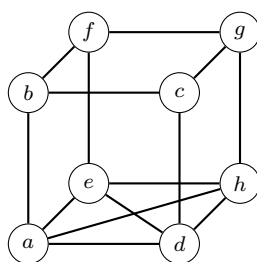
1. [Valor: 2,0] Considerando o problema de se obter árvores geradoras de custo mínimo em um grafo não direcionado $G = (V, E)$, responda:
 - (a) [Valor: 1,0] Se cada aresta $(u, v) \in E$ possui um peso $w(u, v) \geq 0$ não necessariamente distinto, então G pode possuir várias árvores geradoras de custo mínimo. Suponha que $T \subset E$ é uma árvore geradora em que cada aresta $(u, v) \in T$ pertence a alguma árvore geradora de custo mínimo de G . Podemos concluir que T é uma árvore geradora de custo mínimo de G ? Prove este resultado ou dê um contra-exemplo.
 - (b) [Valor: 1,0] Dijkstra e Prim são algoritmos muito parecidos estruturalmente. Poderíamos usar Dijkstra para resolver o problema de se encontrar uma árvore geradora de custo mínimo? Justifique e exemplifique.
2. [Valor: 2,0] O Departamento de Estradas e Rodagem de cada estado precisa inspecionar rodovias estaduais sob jurisdição de sua sede. A figura a seguir mostra o comprimento em quilômetros (Km) das estradas que precisam ser verificadas em um estado.
 - (a) [Valor: 0,7] Encontre a menor distância que deve ser percorrida para inspecionar todas as estradas, começando e terminando em um mesmo ponto. Informe também a sequência de estradas percorridas.
 - (b) [Valor: 0,7] Explique de maneira sucinta como resolver o problema de se percorrer todas as estradas começando e terminando em um mesmo ponto.
 - (c) [Valor: 0,6] O grafo conexo das estradas de um outro estado possui 8 vértices com graus ímpares, de quantas maneiras distintas poderíamos inserir 4 arestas de modo que todos os vértices ficassem com grau par?



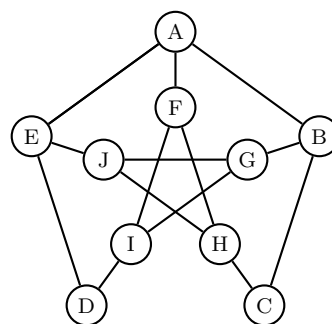
3. [Valor: 1,5] O problema de escalonamento de aeronaves consiste em atribuir k aeronaves a n voos. Cada voo i ocorre durante um intervalo de tempo $v_i = (s_i, f_i)$. Se dois voos i e j se sobrepõem (isto é $s_i \leq s_j \leq f_i$ ou $s_j \leq s_i \leq f_j$) então a mesma aeronave não pode ser atribuída a ambos os voos. Dado o conjunto de voos: $v_1 = (1, 3)$, $v_2 = (4, 7)$, $v_3 = (2, 5)$, $v_4 = (6, 9)$, $v_5 = (0, 10)$, $v_6 = (8, 11)$, pede-se:
 - (a) [Valor: 0,8] Modele este problema como um grafo, indicando o que são os vértices, o que as arestas representam e que técnica pode ser usada para resolver este problema.
 - (b) [Valor: 0,7] É correto afirmar que são necessárias e suficientes 3 aeronaves para resolver o problema para estes intervalos? Justifique.
4. [Valor: 1,5] Para cada um dos grafos a seguir, mostre que o grafo possui uma imersão no plano ou que ele não é planar. Detalhe a sua resolução do problema.



(a)



(b)



(c)

5. [Valor: 3,0] A figura a seguir representa um fragmento da Internet. De um lado temos algumas empresas (a e b) que produzem conteúdos que são disponibilizados em seus sites (audio, vídeo, notícias, etc.), e do outro temos os clientes (g e h) que “consomem” os conteúdos a que têm acesso. Quando um cliente faz uma solicitação de um vídeo, por exemplo, os pacotes de dados passam por diversos nós intermediários (roteadores) que simplesmente encaminham os dados até que se chegue ao destino. Dadas as capacidades de cada aresta (em Mbps) e a quantidade de fluxo que está passando por cada uma delas, pergunta-se:

- (a) [Valor: 1,5] Qual o fluxo total que está sendo passado nesta rede? Este fluxo é o máximo que se pode passar? Justifique apresentando o grafo residual e informe qual seria o máximo (caso o fluxo ainda não seja o máximo).
- (b) [Valor: 1,5] Os clientes estão insatisfeitos com a empresa f que fornece o serviço de banda larga. Eles alegam que estão pagando para ter uma boa largura de banda, mas que a empresa não está oferecendo a largura de banda contratada, pois nunca conseguem baixar as coisas na velocidade especificada no plano. Por outro lado, a empresa f argumenta que está respeitando o contrato e que o problema alegado pelos clientes foge da sua responsabilidade. Tente se posicionar a favor ou contra a empresa usando argumentos que envolvem o conceito de corte mínimo em redes. Sugira uma alternativa para eliminar o descontentamento dos clientes (justifique seu raciocínio).

