



Aluno(a): _____

Primeira Avaliação (Valor: 10,0)

- [Valor: 2,0] Um grafo G é um grafo de interseção se podemos associá-lo a uma família de conjuntos, tal que cada vértice corresponde a um conjunto e, existe uma aresta (u, v) entre um par de vértices se e somente se os conjuntos correspondentes a u e v têm interseção não-vazia. Um *grafo de intervalos* é o grafo de interseção de uma família de intervalos da reta real. Formalmente, seja $\{S_1, \dots, S_n\}$ uma família de intervalos, o grafo de interseção é definido como $G = (V, E)$, onde $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ (um vértice para cada intervalo S_i) e $E = \{(v_i, v_j) | S_i \cap S_j \neq \emptyset\}$.
 - [Valor: 0,5] Desenhe o grafo G para a família de intervalos da Figura 1.
 - [Valor: 0,5] Represente o grafo por matriz de adjacência.
 - [Valor: 0,5] Represente o grafo por lista de adjacência.
 - [Valor: 0,5] É correto afirmar que o grafo de intervalos é sempre conexo? Justifique.

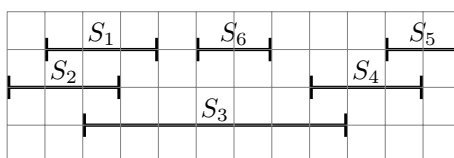
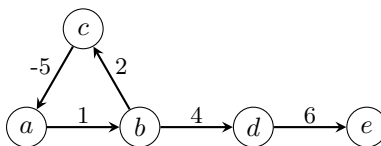
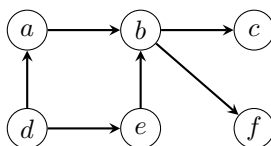


Figura 1: Família de Intervalos

- [Valor: 1,0] Considere as seguintes modificações no algoritmo de DIJKSTRA: 1) para todo vértice v , inicialize $v.d$ com o valor $-\infty$ e $s.d = 0$; 2) ao invés de extrair da fila de prioridades o elemento mínimo, extraia sempre o elemento máximo; 3) altere a função RELAX invertendo a comparação. Com estas alterações, este novo algoritmo calcula corretamente os caminhos máximos de um vértice s para todos os demais? Responda **SIM** ou **NÃO** e **justifique**.
- [Valor: 1,0] Seja G um grafo direcionado e acíclico com pesos nas arestas (negativos ou não). Podemos encontrar o caminho mínimo de um vértice s para todos os demais modificando o algoritmo de Bellman-Ford da seguinte maneira: Ao invés de relaxar todas as arestas do grafo $|V| - 1$ vezes, encontre uma ordenação topológica dos vértices e, considerando-se cada vértice u nesta ordem, para cada vértice v na lista de adjacência de u faça o relaxamento desta aresta (u, v) , isto é, cada aresta será relaxada uma única vez. O algoritmo encontra os caminhos mínimos corretamente? Responda **SIM** ou **NÃO** e **justifique**.
- [Valor: 1,0] Considere o grafo da figura a seguir. Aplicando o algoritmo de FLOYD-WARSHALL, é correto afirmar que o algoritmo devolverá uma matriz contendo $-\infty$ em todas as células, visto que o grafo possui um ciclo com peso negativo? Responda **SIM** ou **NÃO** e **justifique**.



- [Valor: 1,0] Liste todas as ordenações topológicas do grafo a seguir. Caso não exista nenhuma ordenação topológica, justifique.



- [Valor: 1,0] O departamento de polícia da cidade de Computopia fez todas as ruas de mão única. O prefeito argumenta que ainda há uma maneira de dirigir legalmente a partir de qualquer interseção na cidade a qualquer outra interseção, mas a oposição não está convencida. Um programa de computador é necessário para determinar se o prefeito está correto. No entanto, as eleições municipais estão chegando em breve, e há apenas tempo suficiente para executar um algoritmo de tempo linear ($O(V + E)$). Explique como resolver este problema usando conceitos e algoritmos de teoria dos grafos.

7. [Valor: 1,0] Dada uma árvore binária $T = (V, E)$ (no formato de lista de adjacência) e um nó raiz $r \in V$, desejamos pré-processar esta árvore tal que a consulta “ u é um ancestral e v ?” possa ser respondida em tempo constante. O pré-processamento deve ser feito em tempo linear. Informe como isto pode ser feito. Recorde que u é dito ser um ancestral de v na árvore enraizada, se o caminho de r a v em T passa por u .
8. [Valor: 2,0] Assinale (V)erdadeiro ou (F)also.
- (a) ☐ V ☐ F O gafo da Figura 2a não é bipartido.
 - (b) ☐ V ☐ F O grafo da Figura 2b possui três componentes fortemente conexos.
 - (c) ☐ V ☐ F Se o vértice v é um dos extremos de uma ponte, então v é um ponto de articulação se e somente se o grau de v for maior que 1.
 - (d) ☐ V ☐ F No grafo da Figura 2a não há pontes.
 - (e) ☐ V ☐ F Em um grafo acíclico e conexo, todos os vértices são pontos de articulação.

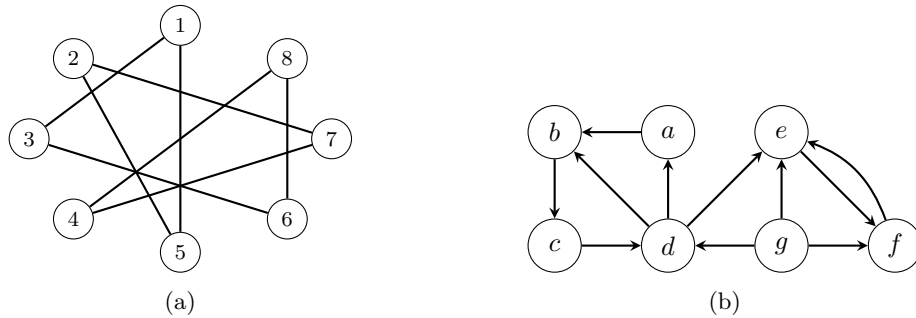


Figura 2: Grafos do Exercício 5.