

Efecto Hall, coeficiente de Hall de una punta de *InAs* y su empleo para medir el campo magnético.

L. Felipe Gómez*

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México

(Dated: 29 de abril de 2016)

Resumen

Utilizando el efecto Hall se caracteriza una punta Hall de *InAs* de dos formas distintas, a campo magnético externo constante y a corriente de control constante, obteniéndose un valor promedio de la constante de Hall de $R_H = (1,70 \pm 0,08) \times 10^{-8} \frac{V \cdot m}{A \cdot G}$, que determina el signo de los portadores de carga del semiconductor. Se estudia la naturaleza vectorial del efecto Hall, observándose la variación del voltaje de Hall conforme cambia el ángulo de incidencia del campo magnético externo. En la última parte utilizando la punta Hall caracterizada, se mide el campo magnético tanto de un electroimán como de un imán en barra permanente, mostrándose los resultados en mapas de calor que muestran la forma de su campo magnético.

PACS numbers: 07.55.-w, 07.55.Ge

I. INTRODUCCIÓN

En 1879 Edwing Herbert Hall descubrió el efecto que lleva su nombre y recientemente en 1985 se descubrió el efecto Hall cuántico por Klaus von Klitzing. En este experimento nos restringimos al efecto Hall clásico.

El efecto Hall es muy útil para estudiar las propiedades eléctricas de los semiconductores, ya que permite conocer el signo de los portadores de la carga y su concentración. Y un semiconductor caracterizado puede ser usado para medir campos magnéticos.

En este experimento se busca caracterizar una punta Hall de *InAs* obteniendo su coeficiente de Hall, observar la naturaleza vectorial del efecto Hall que se manifiesta como una dependencia del ángulo de la cara de la punta respecto a la dirección campo magnético externo y la utilización del efecto Hall para medir el campo magnético de un electroimán y una barra imán permanente.

El efecto Hall tiene presencia en un conductor o semiconductor por el que pasa una corriente I_C y esta en presencia de un campo magnético externo B . La interacción del campo magnético externo con el movimiento de los portadores de la carga produce un reordenamiento de éstos en el material, debido a la fuerza de Lorentz, y se produce un nuevo campo eléctrico perpendicular al campo magnético y al mismo campo eléctrico que produce la corriente. Al campo eléctrico producido se le conoce como *campo de Hall* que se denota como E_H .

A. Efecto Hall Clásico

El efecto Hall clásico[1] es un efecto producido por la fuerza de Lorentz (**Eq. 1**). En la **Fig. 1**. se muestra un conductor o semiconductor por el que pasa una corriente

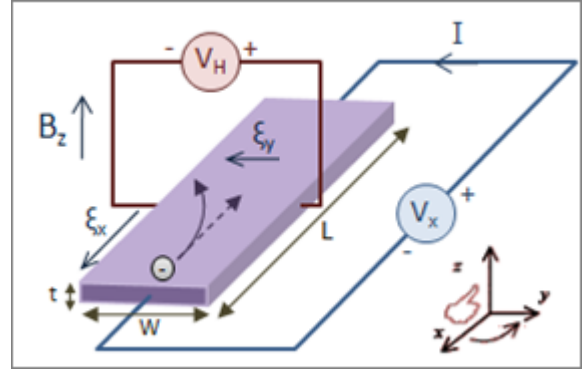


Figura 1. Efecto Hall en un conductor con forma de placa.

de control I a lo largo de éste. Hay un campo magnético B que incide perpendicularmente. Suponiendo que los portadores de la carga tienen signo negativo se indica que se mueven en dirección contraria. Por la fuerza de Lorentz habrá una acumulación de cargas negativas en un lado del conductor y un déficit de las mismas en el lado opuesto. A la diferencia de potencial generada por esta nueva distribución de cargas se le conoce como *voltaje de Hall* que se denota por V_H .

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

Al campo eléctrico generado por V_H es el campo de Hall E_H . Por Ley de Coulomb ésta produce una fuerza sobre los electrones en sentido contrario a la fuerza producida por el campo magnético. Después de un tiempo suficiente estas fuerzas se equilibrarán y por tanto la fuerza de Lorentz se anulará, por lo que queda la siguiente ecuación

$$e\vec{E}_H = -e\vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

* L.Felipe.Gomez@ciencias.unam.mx

donde e es la carga del electrón. Por otro lado se sabe que la magnitud del campo eléctrico entre dos placas paralelas (la acumulación y déficit de electrones en caras opuestas del conductor) es

$$\vec{E}_H = \frac{\vec{V}_H}{w} \quad (3)$$

donde w es el ancho del conductor. La carga total Q en el conductor es el número n de cargas q que pasan por el volumen del conductor

$$Q = -newhL \quad (4)$$

donde h es la altura y L el largo del conductor. La velocidad de los electrones es $v = L/t$ y la corriente que pasa por el conductor es $I = Q/t$, considerando el mismo tiempo en ambas expresiones se obtiene que

$$v = \frac{IL}{Q} = -\frac{IL}{ewh}. \quad (5)$$

Tomando la magnitud de E_H de la **Eq. 2** y sustituyendo la **Eq. 3** y la **Eq. 5** queda la siguiente expresión

$$V_H = -\frac{IBsen\theta}{neh} \quad (6)$$

donde θ es el ángulo entre \vec{I} y \vec{B} . Siguiendo la **Fig. 1** consideramos $\theta = \pi/2$ y la ecuación se reduce a

$$V_H = R_H \frac{IB}{h} \quad (7)$$

donde se define R_H , la constante de Hall, como

$$R_H = -\frac{1}{ne} \quad (8)$$

de donde es fácil ver que el signo de los portadores de carga determina el signo de la constante de Hall. También se nota el porque es mejor utilizar semiconductores en los experimentos, pues al tener menos cantidad de cargas que se mueven, la constante de Hall será más grande y por tanto será más fácil de medir, e inversamente al saber la magnitud de la constante de Hall se puede estimar la cantidad portadores de la carga en el material.

II. METODOLOGÍA

Se realizaron varios experimentos para alcanzar los objetivos planteados. En todos los casos se utilizó una punta Hall de espesor $h = 0,15mm$ de LnAs [2].

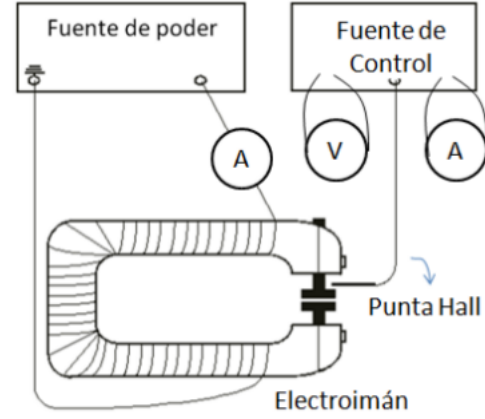


Figura 2. Montaje general del experimento.

A. Caracterización Electroimán

Se trabajó con un electroimán de tipo herradura conectado a una fuente que le suministraba una corriente I_E . La fuente se encontraba conectada en serie a un multímetro (Steren MUL-600) para medir la corriente suministrada. Y con un gaussmetro (5180 Gauss/Tesla MeterFWBell) colocado lo mejor centrado en el electroimán, se fue midiendo el campo magnético respecto a cambios de la corriente I_E partiendo desde 0 en saltos de aproximadamente 10 mA hasta los 200 mA.

B. Caracterización de la Punta Hall a I_C Constante

De la **Eq. 7** se puede ver que hay dos formas de determinar R_H , dependiendo de que variables se conocen. En esta parte del experimento se fija la corriente de control suministrada a la punta Hall. Y se varía el campo magnético en intervalos de 50 G para así obtener varias mediciones de V_H y posteriormente poder hacer una ajuste de recta.

Para utilizar la punta Hall se conecta ésta a una caja de control que proporciona una corriente de control modulable (gracias a dos pilas internas de 1.5 V) a la punta, y recibe el voltaje de Hall que experimenta la punta. Por lo que se conectan dos multímetros (Steren MUL-600), uno que mide el voltaje y otro la corriente suministrada. La punta Hall se coloca en el centro del electroimán de manera que la sus caras sean perpendiculares al campo magnético que es horizontal. Se hacen 22 mediciones de V_H para tres I_C constantes.

C. Caracterización de la Punta Hall a B Constante

La configuración es exactamente la misma al caso anterior, sólo que ahora se fija el campo magnético del elec-

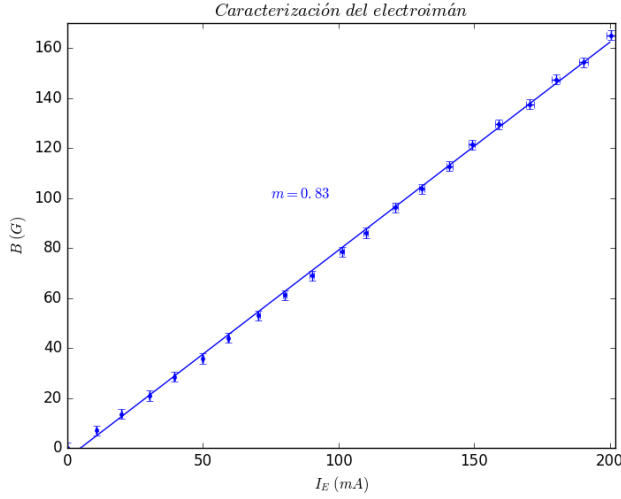


Figura 3. Gráfica de las mediciones de I_C vs B , y su ajuste de recta por mínimos cuadrados.

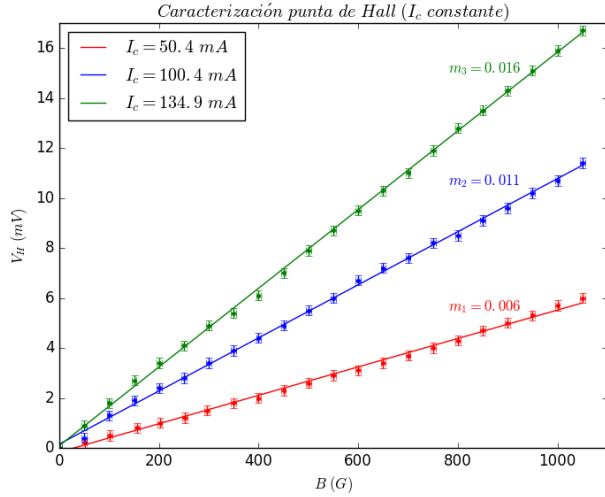


Figura 4. Gráfica de los datos de B vs V_H para tres corrientes fijas distintas. Y sus respectivas rectas ajustadas por mínimos cuadrados.

troimán, y se varia la corriente de control en intervalos de 10 mA, para así obtener 14 mediciones de V_H y se hace para tres valores de B fijos.

D. Variación de V_H respecto al ángulo θ

En este caso se fija tanto la corriente de control I_C como el campo B durante las mediciones de V_H . Lo que se varia es la posición de la punta Hall que inicialmente se encuentra con sus caras horizontales, y se va rotando 15° en sentido de las manecillas del reloj hasta que de una vuelta completa. De manera que se obtienen 24 mediciones y se repite el proceso para tres campos B distintos.

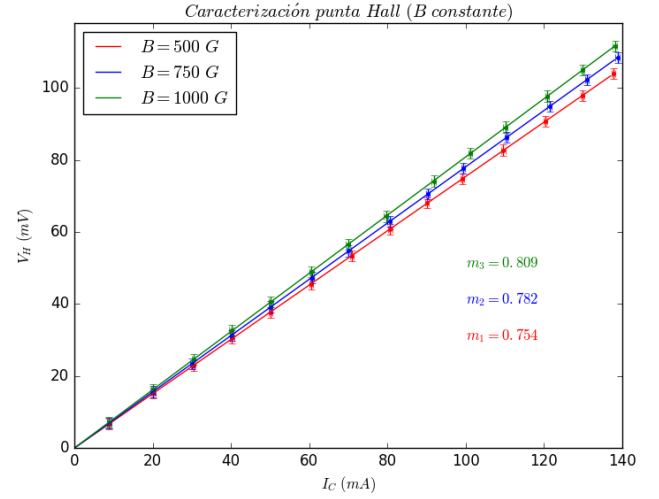


Figura 5. Gráfica de los datos de I_C vs V_H para tres campos B fijos distintos, y sus respectivos ajustes de recta por mínimos cuadrados.

E. Mapeo del Campo Magnético del Electroimán

Se fija tanto la corriente de control I_C como el campo B del electroimán, Entonces se divide el electroimán en 100 regiones cuadradas de 1 cm^2 , ya que las placas del electroimán son circulares con un radio de 5 cm, esto se hace con ayuda de dos reglas. Siguiendo esta división se mide el el voltaje V_H en cada región procurando siempre colocar la punta en el centro de la placa y también lo mejor centrado de cada región. Despues se realiza un mapa de calor con los datos obtenidos.

F. Mapeo del campo de un Imán Permanente

Análogamente al caso anterior se fijó un campo B y una corriente de control I_C . Se utilizó un iman rectangular con dimensiones de $15,1 \text{ cm} \times 10,3 \text{ cm}$ y se busco mapear su campo manético dividiendolo en zonas de 1 cm^2 pues se dividio a lo largo (eje X) en intervalos de 1 cm y a lo ancho (eje Y) también en intervalos de 1 cm. Se midio el voltaje de Hall V_H en cada región y se realizo el mismo procedimiento para tres alturas diferentes.

III. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A. Caracterizacióm del Electroimán

En la **Fig. 3** se puede ver que la relación entre la corriente eléctrica que se le suministraba al electroimán, con el campo magnético que este proporcionaba, es lineal. De manera que utilizando el procedimiento de mínimos cuadrados, es posible ajustar una recta, y obtener la constante de proporción entre I_E y B que es $m = 0,83$. De

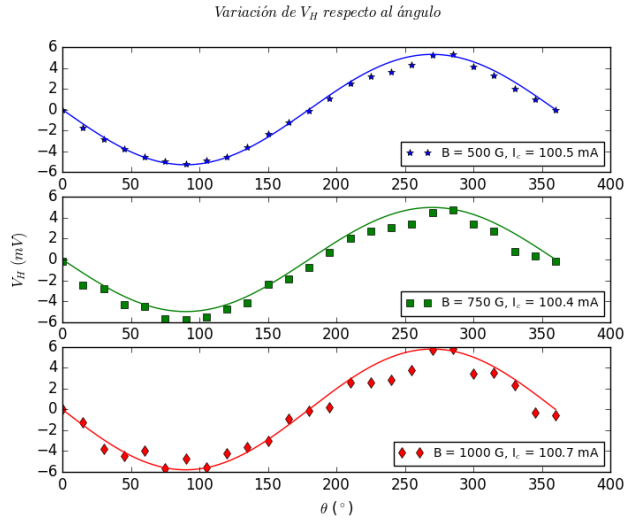


Figura 6. Gráfica de las tres series de datos de V_H cuando se rota la punta un ángulo θ , para tres campos B distintos. En cada apartado se incluye la gráfica de un $-\text{sen}(\theta)$ para encaja muy bien con los datos.

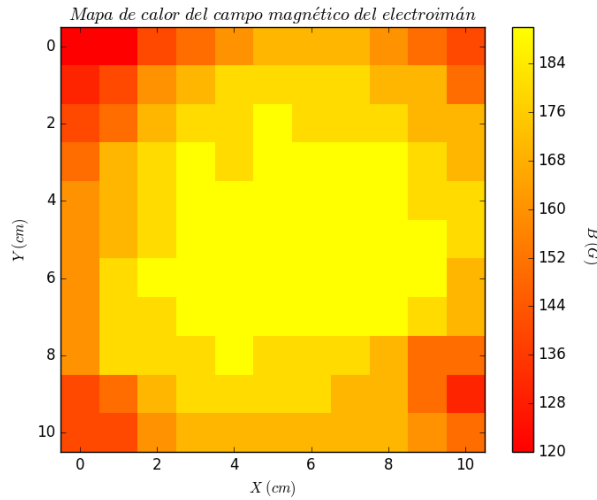


Figura 7. Mapa de calor del campo magnético del electroimán medido en el centro, i.e, entre las dos placas.

esta manera será posible saber con que campo magnético trabajamos con sólo conocer la corriente suministrada al electroimán.

B. Caracterización de la punta Hall a I_C constante

Se realizaron tres series de medidas de V_H (mV) para distintas corrientes de control I_C y los resultados se muestran en la **Fig. 4**, donde se puede apreciar un comportamiento lineal, como se esperaba, por lo que ajustando una recta a cada serie de puntos, se obtiene su pendiente y utilizando la **Eq. 7** es posible calcular la constante de

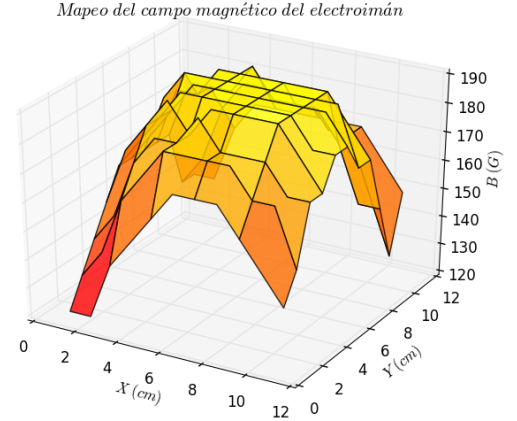


Figura 8. Gráfica 3D del campo magnético del electroimán, donde el eje Z representa a B y se observa de manera más gráfica las zonas de más uniformidad e intensidad.

Hall R_H para cada serie de puntos. Finalmente de estas se hace un promedio y se obtiene valor siguiente:

$$R_{HIC} = (1,73 \pm 0,04) \times 10^{-8} \frac{Vm}{AG}$$

C. Caracterización de la punta Hall a B constante

De manera análoga al caso anterior, se realizaron tres series de medidas del voltaje V_H para tres valores fijos distintos del campo magnético B . En la **Fig. 5** se muestran los resultados y se observa nuevamente un comportamiento lineal, de manera que al hacer el ajuste de recta y usando su correspondiente pendiente, junto con la **Eq. 7** se obtienen tres valores de R_H y su promedio es:

$$R_{HB} = (1,67 \pm 0,04) \times 10^{-8} \frac{Vm}{AG}$$

comparando los valores de la constante de Hall r_{HIC} y R_{HB} notamos que... por lo que para el análisis de las siguientes partes del experimento el valor de la constante de Hall, se tomará el valor promedio de ambas:

$$R_H = (1,70 \pm 0,08) \times 10^{-8} \frac{Vm}{AG}$$

Dado que R_H tiene signo positivo de la **Eq. 8** podemos concluir que los portadores de la carga son los electrones, y por tanto se trata de un semiconductor tipo n [3].

D. Variación de V_H respecto al ángulo θ

Se realizaron tres series de mediciones, todas para una corriente de control fija de alrededor de 100 mA, véase **Fig. 6**, y tres valores de B distintos, pero que se fijaban para su respectiva serie de mediciones. Se comenzó a medir V_H con la punta de Hall en posición horizontal, luego se iba rotando por intervalos de $15^\circ \pm 7,5^\circ$ que era la mínima escala de la base graduada sobre la que se encontraba la punta Hall. En la **Fig. 6** se muestran los tres casos, en los cuales es fácilmente apreciable que tienen presente un comportamiento senoidal, como se esperaba por la presencia del factor $\sin(\theta)$ en la **Eq. 6** debido a la naturaleza vectorial de las fuerzas implicadas en el efecto.

Este es un resultado importante por que muestra la importancia de alinear la punta Hall con el campo que mide, y como se verá más adelante este aspecto tiene relevante importancia el momento de mapear el campo magnético de un imán permanente.

E. Mapeo del Campo Magnético del Electroimán

Tanto para las mediciones de esta sección como los de la siguiente, sobre el imán permanente, los valores del campo se obtuvieron utilizando la **Eq. 7** dado que fijamos I_C y midiendo V_H podemos obtener B . Se fija el campo del electroimán, y se realizan mediciones de V_H en cada una de las regiones en las que se dividió el electroimán. Cabe mencionar, que dado que la división se realizó colocando dos reglas en los ejes, las posiciones no son muy precisas, sin embargo, se procura en la mayor medida centrar lo mejor posible la punta Hall.

En la **Fig. 7** se muestra un mapa de calor del valor del campo B . Mientras que en la **Fig. 8** se presentan los mismos datos pero en una gráfica 3D, en la cual es más fácil de apreciar las zonas de mayor y menor intensidad del campo. Se nota un área en el centro del electroimán con un campo más intenso y uniforme, esto es de esperarse dado que se trata de un embobinado. Mientras que en las esquinas el valor del campo alcanza sus valores más bajos, esto también es de esperarse dado que las placas del electroimán son circulares y la región que se midió cuadrada, por lo que en esas zonas ya no está la cara del electroimán y el campo que se observa se debe principalmente a los efectos de borde.

F. Mapeo del Campo Magnético del Imán Permanente

Se realiza una serie de mediciones análogas al caso anterior, solo difiriendo ahora la geometría del imán que es una barra, por lo que se hacen más mediciones a lo largo que a lo ancho. Pero la verdadera novedad radica en que se hacen tres de estos mapeos para tres alturas distintas $1 \pm 0,5\text{cm}$, $3 \pm 0,5\text{cm}$ y $5 \pm 0,5\text{cm}$. En **Fig. 9**, **Fig. 10** y **Fig. 11**, se muestran los mapas individualmente

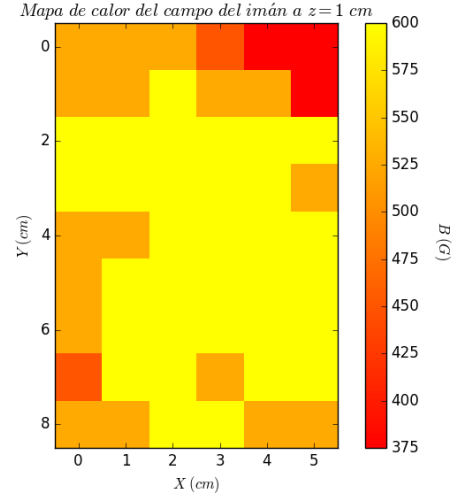


Figura 9. Mapa de calor del campo magnético del imán permanente a una altura $z = 1\text{ cm}$.

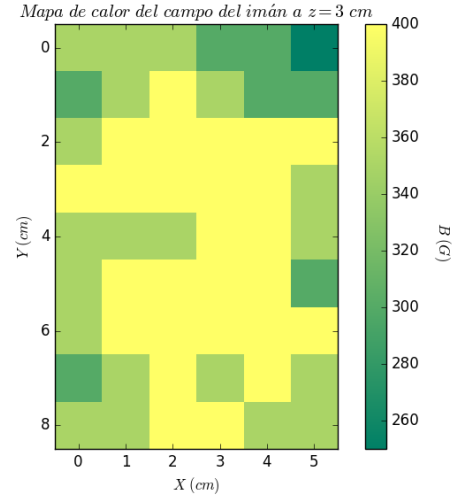


Figura 10. Mapa de calor del campo magnético del imán permanente a una altura $z = 3\text{ cm}$.

de cada caso respectivamente. Mientras que en **Fig. 12** se juntan en una gráfica 3D los tres mapeos para poder compararlos de mejor manera.

En primera instancia se nota que la intensidad del campo magnético, disminuye considerablemente conforme se va aumentando la distancia en el eje Z. En los tres casos se observan dos zonas particulares, una al centro, que es donde se obtienen las mediciones más intensas, sin embargo, conforme la altura z va aumentando, esta región va disminuyendo su área. Esto se debe a la forma conocida que tienen las líneas de campo magnético, yendo de un polo a otro, y como se observó en la **Sec. D** el ángulo de la cara de la punta Hall respecto al campo \vec{B} afecta considerablemente su medición. Entonces en las regiones más cercanas al imán, las líneas de campo serán

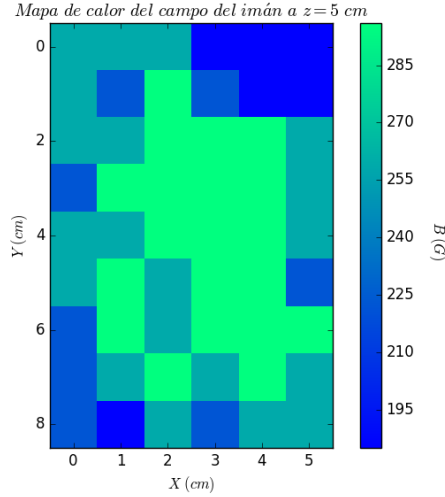


Figura 11. Mapa de calor del campo magnético del imán permanente a una altura $z = 5$ cm.

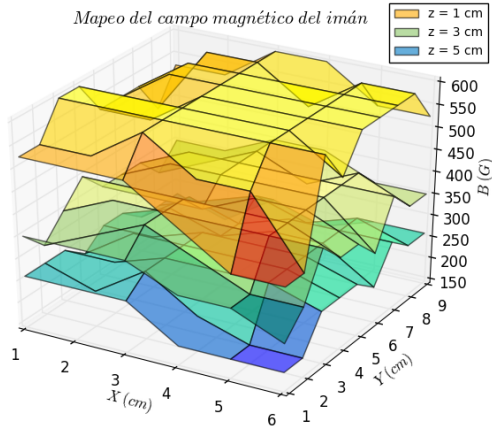


Figura 12. Gráfica 3D de los tres mapeos del campo magnético del imán permanente, en la cual se pueden comparar más fácilmente, se distinguen las zonas de uniformidad y las de mayor intensidad.

casi perpendiculares a este, por lo que las mediciones con la punta Hall, que se realizarán con la punta de posición horizontal en todo momento, registrara una mayor in-

tensidad del campo. Es por ésta misma geometría de las líneas de campo, por la que el mapeo se complica considerablemente, pues a diferencia del electroimán donde se esperan líneas másn uniforme en una dirección. Aquí las variaciones, no solo dependen del campo sino la forma de medirlo.

Pese a todo esto, los resultados de la **Fig. 12** son suficientes para mostrar lo que esperabamos. La otra región interesante, que se presenta en las tres alturas es la de la esquina superior derechas, pues allí se alcanzan los valores más pequeños del campo. Esto se atribuye a que la barra en esa parte se encontraba despostillada considerablemente, lo que da lugar a que las líneas del campo tengan un comportamiento más complicado y genere mediciones como las mostradas. En general el contorno del imán se encontraba bastante golpeado, por lo que intentar tomar mediciones en esas zonas arrojaría resultados imprevisibles. Es por eso que las mediciones se enfocarán en una zona rectangular de menor tamaño al del imán, donde se esperaba que las líneas de campo tuvierán un comportamiento más parecido al esperado.

IV. CONCLUSIONES

Se realizo el principal objetivo de determinar el valor de $R_H = (1,70 \pm 0,08) \times 10^{-8} \frac{V_m}{AG}$ para una punta Hall y con ello se logro hacer mediciones del campo magnético para ver el comportamiento senoidal de V_H cuando el campo B no es perpendicular a la corriente I_C y finalmente se consiguio hacer un mapeo tanto del electroimán, en que se obervó un comportamiento con simetría circular, como se esperaba. Mientras que respecto al imán permanente en barra, el comportamiento del campo magnético se observó más complicado, sin embargo, se consiguió apreciar las características cualitativas de este, como son las zonas de mayor uniformidad al centro, y la disminución del campo con la altura. Todo usando la punta Hall como gaussmetro.

Para próximas reproducciones del experimento se recomienda, una mayor toma de datos en la **Sec. III.B** y la **Sec. III.C** para obtener un mejor promedio, pero también se recomienda que siempre se realicen ambos procedimientos. Mientras que para la **Sec. III.D**, aunque los resultados son muy buenos, se recomendaría utilizar una graduación de menor escala a la utilizada (15°) para una menor incertidumbre y mayor cantidad de datos.

-
- [1] G. B. Armen, Hall Effect Experiment (Notes online, 2007).
 - [2] Manual de práctica “Efecto Hall”, Facultad de Ciencias, UNAM, Laboratorio de Física Contemporánea II.
 - [3] <https://es.wikipedia.org/wiki/Semiconductor>

- [4] Purcell, E. M., Electricity and Magnetism, Berkeley Physics Course Vol. 2, Third Edition.