北京理工大學
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Simulation via ROM and Skinning Eigenmodes

(survey of EITAN GRINSPUN’s work)

汇报人：关晓宇　　　时间：2025/05/20

Columbia Computer Graphics Group

北京理工大学
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

+2001Adobe
+2011-2013
Movie
Production

Associate Professor of Computer Science
Columbia University

Professor and Associate Chair, Communications, Mentoring, and Inclusion
University of Toronto
2024年7月 - 至今 · 11 个月
Toronto, Ontario, Canada

Postdoctoral Research Scientist
Courant Institute of Mathematical Sciences, NYU
2003年 - 2004年 · 1 年

People

Faculty

Eitan Grinspun
Associate Professor

eitan@cs.columbia.edu

Peter Yichen Chen
PhD Student

cyc@cs.columbia.edu

ROM with Neural Fields

Otman Benchekroun

Graduate Student in Computer Graphics

Elastodynamics
(ROM in simulation)
Otman Benchekroun

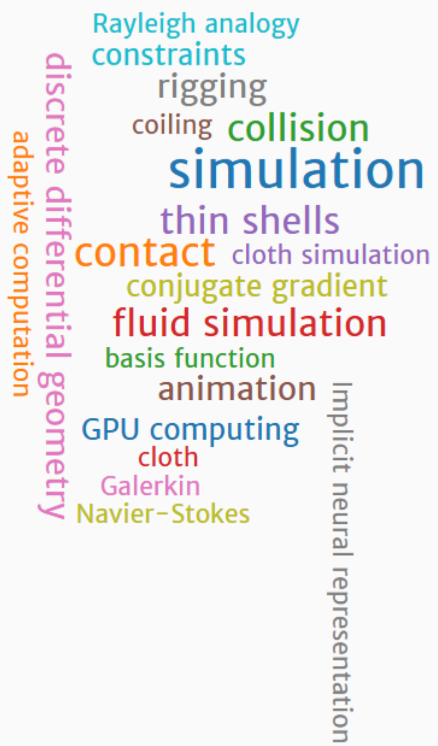
Yue Chang (常悦)

Shape Space
ROM with Neural Fields
Yue Chang

研究方向

北京理工大学 BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Keywords



Most Popular

Downloaded | **Cited**

1. July 2003
Sparse matrix solvers on the GPU: conjugate gradients and multigrid
ACM Transactions on Graphics
Jeff Bolz, Ian Farmer, Eitan Grinspun, + 1
Cited 507 times

2. August 2008
Discrete elastic rods
ACM Transactions on Graphics
Miklós Bergou, Max Wardetzky, + 3
Cited 398 times

3. July 2010
Discrete viscous threads
ACM Transactions on Graphics
Miklós Bergou, Basile Audoly, + 3
Cited 222 times

4. July 2007
Efficient simulation of inextensible cloth
ACM Transactions on Graphics
Rony Goldenthal, David Harmon, + 3
Cited 209 times

5. July 2002
CHARMS: a simple framework for adaptive simulation
ACM Transactions on Graphics
Eitan Grinspun, Petr Krysl, Peter Schröder
Cited 186 times

6. July 2003
Discrete shells
SCA '03: Proceedings of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation
Eitan Grinspun, Anil N. Hirani, + 2
Cited 184 times

7. November 2015
Continuum Foam: A Material Point Method for Shear-Dependent Flows
ACM Transactions on Graphics
Yonghao Yue, Breannan Smith, + 3
Cited 160 times

8. July 2011
Sensitive couture for interactive garment modeling and editing
ACM Transactions on Graphics
Nobuyuki Umetani, Danny M. Kaufman, + 2
Cited 153 times

WHAT IS ROM?

BACKGROUND:
ROM AND EIGENMODE ANALYSIS

ROM (reduced order modeling) 降阶建模

- 目标：在不显著损失精度的前提下，降低原始复杂系统的计算成本。
- 即通过某种方法，把一个非常复杂、计算代价很高的模型，转换成一个低维的简化模型，从而大幅提升运行效率。

  ①**Dimensionality reduction**: 多个自由度复杂系统->更小的子空间

  ②**Model reduction**:简化支配低维空间中物理行为的基础(PDE)方程
- 常见于动力系统模拟、流体力学、结构力学等优化控制领域。
- Common case：曲线/曲面/方程拟合、特征查表、神经网络
- [2004]Reduced-order modeling: new approaches for computational physics Progress in Aerospace Sciences
- 降维方法：PCA/SVD/模态分析（线性系统）；UMAP、Autoencoder、码本、VAE（非线性系统）

PCA, SVD

1.PCA主成分分析

对于数据矩阵 $X \in \mathbb{R}^{n\times d}$（行是样本，列是特征），先中心化后：

$$C = \frac{1}{n}X^T X \quad \text{（协方差矩阵）}$$

做特征值分解：

$$Cv_i = \lambda_i v_i$$

- v_i：主成分方向（PCA基）
- λ_i：对应方差大小

2.SVD奇异值分解

对任意矩阵 $X \in \mathbb{R}^{n\times d}$，做 SVD 分解：

$$X = U\Sigma V^T$$

V 就是 PCA 的主成分方向

Σ^2/n就是 PCA 的特征值

- U：左奇异向量（样本空间方向）
- Σ：奇异值矩阵（平方就是特征值）
- V：右奇异向量（特征空间方向）

1.PCA：求解协方差矩阵的特征值分解

2.SVD：对任意矩阵X做特征值分解

- 目的不同
- PCA问题可以转化为SVD问题求解。优势？
- 共性：(Data driven)降维。
- **缺少data怎么办呢？**

[深入理解PCA与SVD的关系 - 知乎]

[降维方法PCA与SVD的联系与区别 - Byron_NG - 博客园]

ROM (reduced order modeling) 降阶建模

北京理工大学 BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

(Data Driven) Typical workflow:

（1）收集全阶模型的信息。如全阶模型随时间变化的数值解；

（2）构造降阶模型所在的低维空间。如采用PCA/SVD方法对全阶模型进行截断，只保留全阶模型的主要信息，舍弃大部分非主要的信息，构成低维空间的正交基。

（3）将全阶模型投影到低维空间，获得降阶模型。

Case study:

采样一个海豹三维模型的运动轨迹（如1000帧，每帧一个形状向量）→ 得到数据矩阵X，对X做PCA → 得到前几个主成分（主模态）

But motion data are hard to get in computer graphics:

1. High resolution geometry 2. Musculature hard to design

Solution: eigenmode analysis

Eigenmode analysis 模态分析

- Insight：在许多系统（特别是受控的线性或弱非线性系统）中，尽管系统本身自由度很高，但只有少数几个模态真正参与了主要运动。
- 模态分析：通过分解原始模型的动态行为，得到系统的主要模态，去除次要模态，从而降低了模型维度。

Case study:

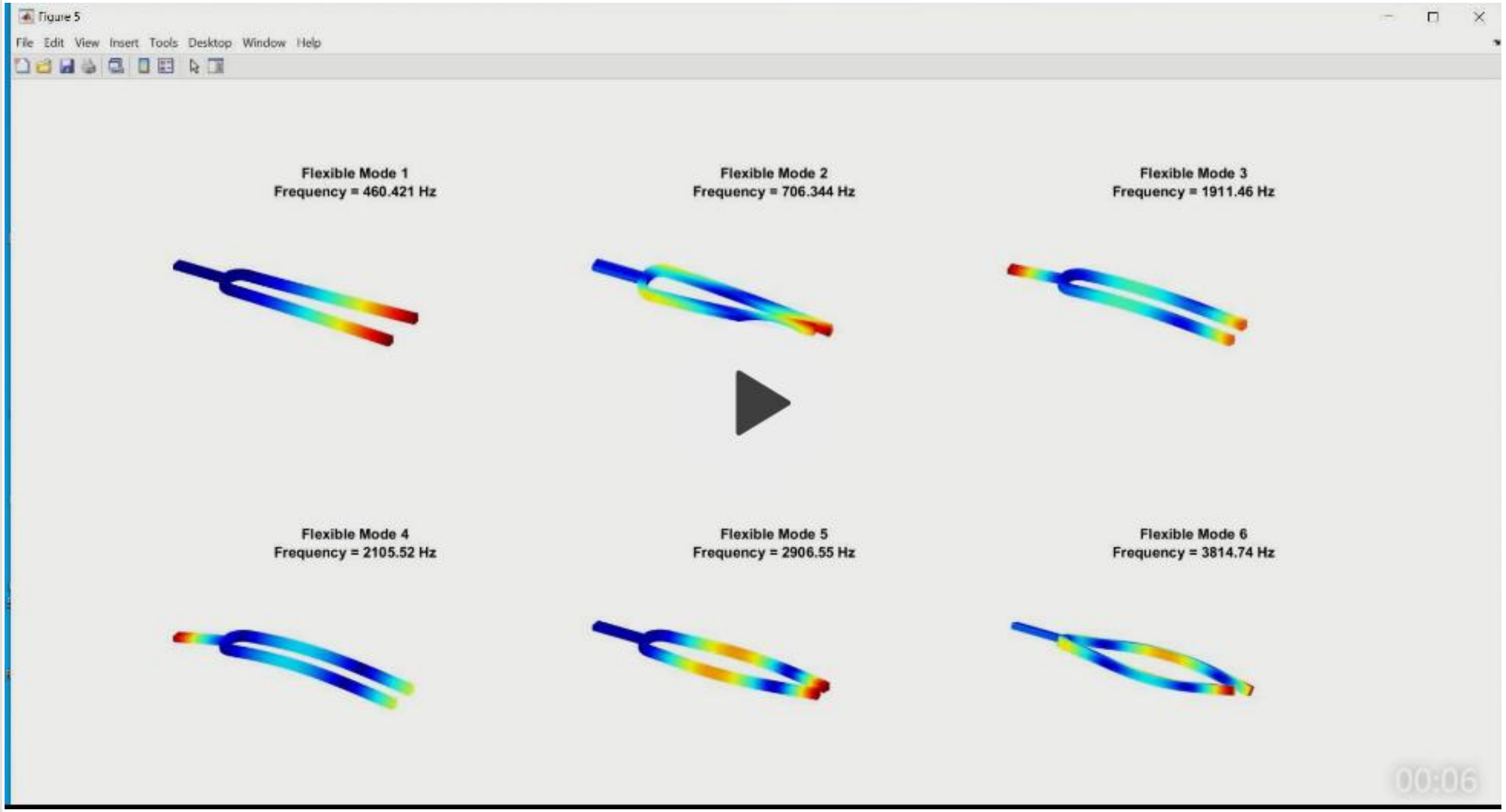
海豹的形变由**线性弹性动力学**控制，根据支配海豹运动物理行为的PDE → 对振动模态做特征分解，将高维位移映射到低维空间

$$Mx'' + Cx' + Hx = force$$

- x：顶点位移向量（n为顶点数），
- M：质量矩阵（离散化网格的顶点质量构成的对角矩阵），
- H：刚度矩阵（弹性力Hessian），
- C：阻尼矩阵（通常取 C=αM+βH），
- force：外力（如水流阻力）。

Eigenmode analysis case：offline computation + online simulation

Simulink PDE 音叉振动模态分析



面部表情动画

面部有数百个肌肉群，真实物理驱动需要复杂的模拟。

ROM：

- 对不同表情和说话动作进行全局高精度模拟（肌肉模型、皮肤变形）；
- 使用ROM提取有限的表情基（10种基本情绪）；
- 实时播放时，只需对这10个基的权重进行插值即可重建任意表情。

SKINNING EIGENMODE

Roadmap

北京理工大学
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

1、 ROM with neural fields in model representation

Shape Space Spectra【arxiv 在投】

2、ROM with neural fields in simulation

CROM: Continuous Reduced-Order Modeling of PDEs Using Implicit Neural Representations【ICLR2023】

LiCROM: Linear-Subspace Continuous Reduced Order Modeling with Neural Fields【sig asia2023】

3、 ROM with traditional simulation

Fast Complementary Dynamics via Skinning Eigenmodes**【TOG2023】**

Subspace Mixed Finite Elements for Real-Time Heterogeneous Elastodynamics**【sig asia2023】**

Actuators A La Mode: Modal Actuations for Soft Body Locomotion**【sig asia2024】**

【TOG2023】【sig asia2023】【sig asia2024】

核心思想：**在ROM后的subspace提升弹性动力学仿真的效率与可控性**

共同目标：**实时、交互级别高性能弹性仿真**，同时保持真实感和物理合理性

focus 领域不同、有递进关系、核心技术框架相同

【TOG2023】Fast **Complementary Dynamics** via Skinning Eigenmodes

互补运动学：给定运动轴，自动、实时给出secondary dynamics。即用正交的次级动力学来补充 Rig 运动 — 在代数意义上与 Rig 的运动正交。

->将技术推广到通用领域（异质材料）

【sig asia2023】Subspace Mixed Finite Elements for Real-Time **Heterogeneous Elastodynamics**

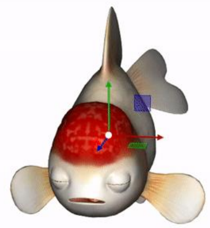
->加入运动控制框架，实现对任意变形几何体的自然运动控制

【sig asia2024】Actuators A La Mode: Modal Actuations for Soft Body **Locomotion**

Task：用互补动力学产生的辅助运动来增强绑定的角色动画（解uc）

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}^r + \boldsymbol{u}^c.$$ 艺术家指定的分量 ur；物理分量 **uc** $$\boldsymbol{u}^r = f_{\text{rig}}(\boldsymbol{p}).$$

$$\boldsymbol{u}^c = \underset{\boldsymbol{u}^c}{\operatorname{argmin}}\, E(\boldsymbol{u}^c + \boldsymbol{u}^r + \boldsymbol{x}_0) \quad \text{s.t. } \boldsymbol{J}^T \boldsymbol{u}^c = 0,$$



约束要求uc不得位于rig可产生的运动空间中 $\boldsymbol{J} = \frac{\partial f_{\text{rig}}(\boldsymbol{p})}{\partial \boldsymbol{p}} \in \mathbb{R}^{n(d) \times p}$.

求解：
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{J} \\ \boldsymbol{J}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\boldsymbol{u}^c \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{g} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Common approach：用牛顿迭代法求解，最小化产生的能量，du是搜索方向

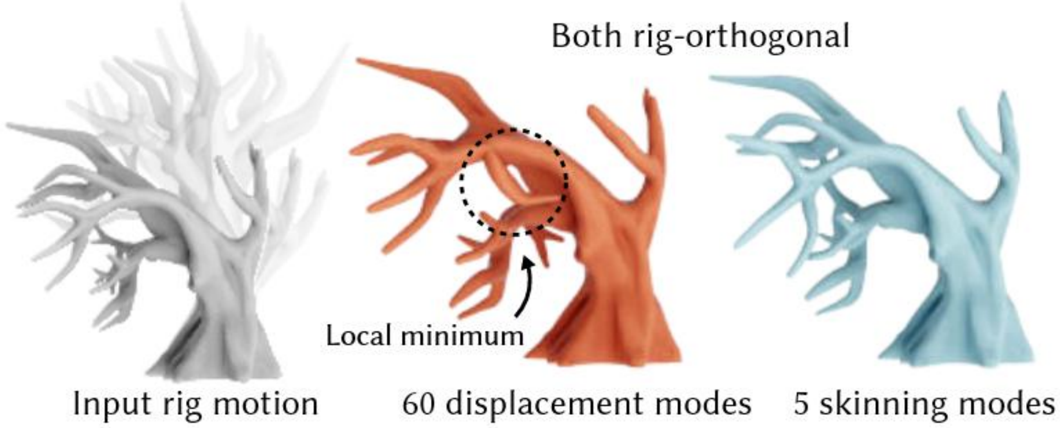
Low efficiency because：1. 系统随网格分辨率缩放 2. 约束通常很密集

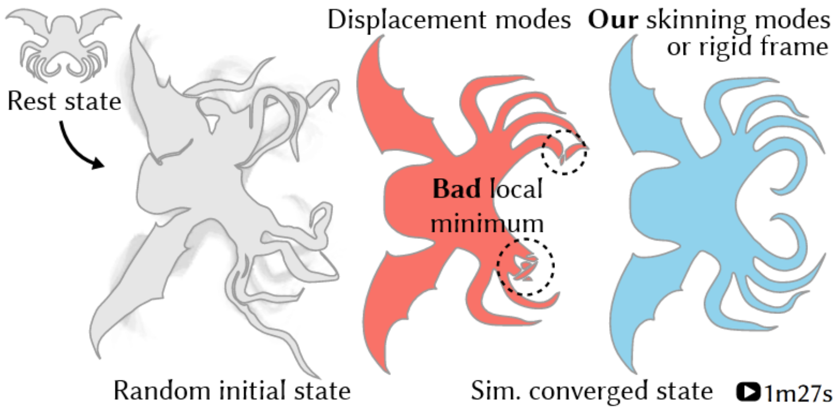
Key method:使用子空间来表示位移自由度,在子空间中近似求解uc，再加入约束，要求生产的uc与ur正交

【TOG2023】pipeline

“The de-facto subspace for elastodynamics in graphics is the one spanned by the first few eigenvectors of the elastic energy Hessian ” [Pentland and Williams 1989]

displacement modes：使静止状态物体产生无限小位移的最小能量集合





“一招鲜”：

1、通过解广义特征值问题，获得skinning eigenmode subspace的标量、参数化权重

2、聚类方法来聚合计算四面体的变形梯度与能量。per-cluster 而不是per-tetrahedral

3、拓展 Jacob2012 的 local-global solver for 线性弹性力

输入（Rig+Mesh）→ 子空间构建（求解特征值问题）→ 聚类生成（K-means 加权聚类）→ 迭代求解（local-global solver）→ 输出仿真结果

【TOG2023】skinning eigenmodes1

$$u^c \approx Bz,$$

Linear blend skinning：

$$u_i = \sum_{b=1}^{m} w_{ib} T_b X_i,$$

将T_b向量化，按行展开，然后拼接成z；
改写成矩阵乘法形式，得到：

$$z = [\mathrm{vec}(T_1)^T, \ldots, \mathrm{vec}(T_m)^T]^T \in \mathbb{R}^k$$

$$B_{\mathrm{lbs}} = I_d \otimes ((1_m^T \otimes X) \odot (\boxed{W} \otimes 1_{d+1}^T))$$

$$u_i = B_{\mathrm{lbs},i} z,$$

克罗内克积扩展矩阵维度；
哈达玛积就是逐元素乘法。

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\cdot 0 & 1\cdot 3 & 2\cdot 0 & 2\cdot 3 \\ 1\cdot 2 & 1\cdot 1 & 2\cdot 2 & 2\cdot 1 \\ 3\cdot 0 & 3\cdot 3 & 1\cdot 0 & 1\cdot 3 \\ 3\cdot 2 & 3\cdot 1 & 1\cdot 2 & 1\cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 9 & 0 & 3 \\ 6 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

$u_i = \sum_{b=1}^{m} W_{ib} T_b X_i$ → 第i个顶点静止位置的齐次坐标

顶点i的位移

第b个变换

顶点i第b个变换权重

linear blend skinning：用b个变换的加权点和表示位移.

在顶点静止位置上的

$u_i = B_{lbs} z$. $z = [vec(T_1)^T, \ldots, vec(T_m)^T]^T$

$B_{LBS} = \ldots\ldots$ W, $\boxed{X}$的唯一变量.

1. $B_{\mathrm{lbs}} \in \mathbb{R}^{nd \times k}$：
   - 将LBS的权重和静止位置编码为线性映射矩阵，将变换参数 z 映射到顶点位移 u。
2. $I_d \in \mathbb{R}^{d \times d}$：
   - 单位矩阵，用于将位移的每个维度（x, y, z）独立处理。
3. $1_m \in \mathbb{R}^m$ 和 $1_{d+1} \in \mathbb{R}^{d+1}$：
   - 全1向量，用于扩展权重或静止位置的维度。
4. $X \in \mathbb{R}^{n \times (d+1)}$：
   - 静止位置矩阵，每行是顶点 i 的齐次坐标 $[X_i^T, 1]$。
5. $W \in \mathbb{R}^{n \times m}$：
   - 权重矩阵，$W_{ib} = w_{ib}$ 表示顶点 i 对变换 b 的权重。

【TOG2023】skinning eigenmodes2

Goal：在子空间中近似求解uc。
→B通过linnear blend skinning获得，唯一的变量是W。z运行时求解。
→Goal：找到W的解，“optimal skinning eigenmodes”。
解W的约束：弹性形变能量最小化

W= argmin $\mathrm{tr}(B_{\mathrm{lbs}}^T H B_{\mathrm{lbs}})$

$$E(u+x_0) = E_0 + u^T g_0 + \frac{1}{2} u^T H_0 u + O(\|u\|^3),$$

$$E(u+x_0) \approx \frac{1}{2} u^T H u,$$

根据泰勒定理，任何光滑函数在平衡点附近可用低阶多项式逼近。用静止状态的二阶项泰勒展开来近似弹性能。
假设：静止时弹性能为0，平衡状态下 g0=0。

假设：
权重空间正交约束 $W^T M_w W = I$
改写B_lbs

$$\begin{array}{llll} A_{1,1} = P_x \bar{X} & A_{1,2} = P_x \bar{Y} & A_{1,3} = P_x \bar{Z} & A_{1,4} = P_x \\ A_{2,1} = P_y \bar{X} & A_{2,2} = P_y \bar{Y} & A_{2,3} = P_y \bar{Z} & A_{2,4} = P_y \\ A_{3,1} = P_z \bar{X} & A_{3,2} = P_z \bar{Y} & A_{3,3} = P_z \bar{Z} & A_{3,4} = P_z \end{array}$$

$$B_{\mathrm{lbs}} = \begin{bmatrix} A_{i,j} & \dots & A_{d,(d+1)} \end{bmatrix} (I_{d(d+1)} \otimes W),$$

不同变换矩阵的参数独立同分布（i.i.d.）。
同一变换矩阵的参数间可能存在相关性，由协方差矩阵c描述

$$W = \underset{W^T M_w W = I}{\mathrm{argmin}} \; \mathrm{tr}\left(W^T \left(\sum_i^{d(d+1)} \sum_j^{d(d+1)} (A_i^T H A_j) c_{ij} \right) W \right).$$

【TOG2023】skinning eigenmodes3 $u^c \approx Bz,$

Goal：求W。 $W = \underset{W^T M_w W = I}{\operatorname{argmin}} \operatorname{tr}\left(W^T \left(\sum_i^{d(d+1)} \sum_j^{d(d+1)} (A_i^T H A_j) c_{ij}\right) W\right).$

定义权重空间Hessian $H_w = \sum_{i,j} (A_i^T H A_j) c_{ij}$

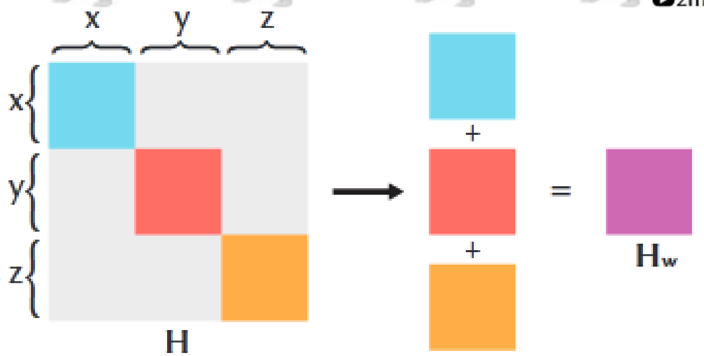
$$W = \operatorname{argmin}_{W^T M_w W = I} \operatorname{tr}(W^T H_w W).$$

$$C = I_3 \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

协方差矩阵仅保留平移参数

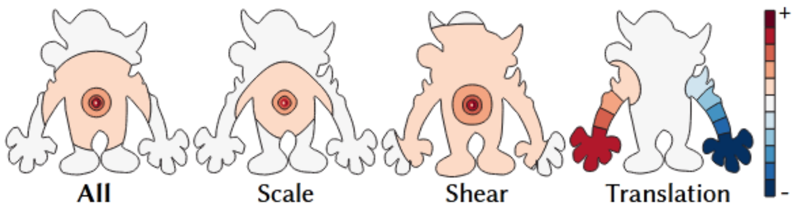
权重空间简化为：

$$H_w = P_x^T H P_x + P_y^T H P_y + P_z^T H P_z$$



Goal：求W→等价于求解广义特征值问题 $H_w W = M_w W \Lambda$

最小特征值对应的特征向量（即 W 的列）是权重空间中能量最低的形变模式，定义为“skinning eigenmodes”。



【TOG2023】skinning eigenmodes4

之前讨论的skinning eigenmodes求解是无约束的，如果是要生成互补动作，W需要与rig space正交。

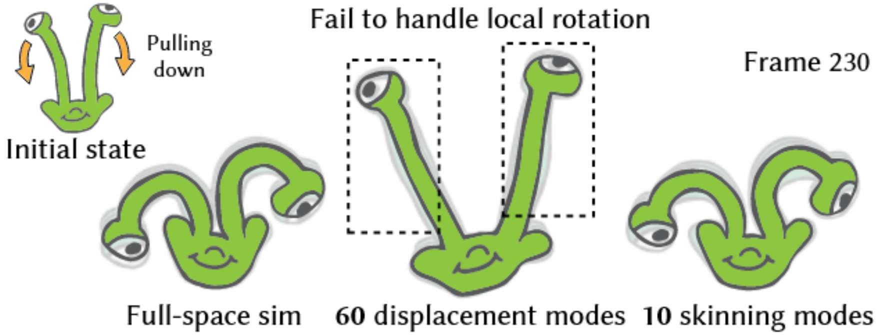
$$\begin{bmatrix} H_w & J_{,\mathbf{w}}^T \\ J_{,\mathbf{w}} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} W \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_w & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} W \\ \mu \end{bmatrix}\Lambda.$$

→引入**拉格朗日乘子** μ

顶部（Top）：通过**无约束广义特征值问题**生成的权重。
底部（Bottom）：通过**满足互补约束且与rig空间正交**的权重生成的次级运动。

【TOG2023】关于rotation

旋转：全局旋转+局部旋转；
displacement modes难以表示旋转，特别是局部旋转。



有效处理旋转的子空间要求：

1. does a given subspace span rotations?
2. does a given subspace induce a rotationally equivariant simulation?

证明1：当且仅当子空间基在旋转下闭合时，线性子空间模拟是旋转等变的

证明2：displacement mode既不是旋转跨越也不能产生旋转等变模拟。而 "Skinning Eigenmodes" 对于既是旋转跨越也能产生旋转等变模拟。

WIP：在子空间中近似求解uc，uc由skinning eigenmodes控制， skinning eigenmodes由模型信息求解广义特征值问题得到

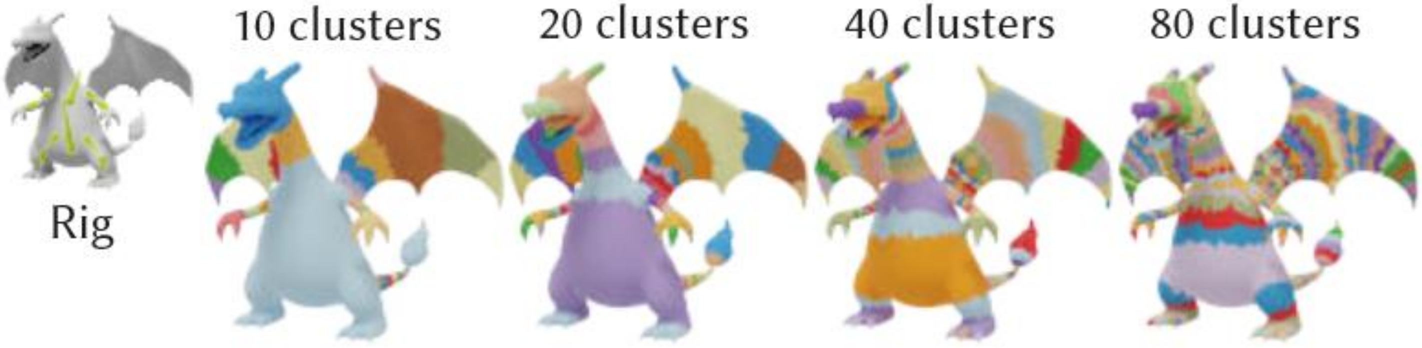
【TOG2023】cluster1

每帧迭代需要计算**弹性势能，仍依赖逐四面体的非线性操作**（如旋转提取、应变能量密度计算)

→将四面体分组为 r个簇（r<<t），通过**簇内平均**近似非线性量。 **per-cluster 而不是per-tet。**

1. 特征提取：tet vertex的W除以其对应特征值的平方，取平均，得到权重向量作为该tet的特征
2. K means聚类：得到r个簇，定义簇分配矩阵，对tet体积加权平均（如质量、Lamé 参数、变形梯度等)
3. 后处理：不连通的簇拆分为独立子簇

$$G_{ij} = \begin{cases} \dfrac{V_j}{\sum_q^{C_i} V_q} & \text{if } j \in C_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



WIP：迭代计算中，非线性操作只需要对每个簇进行，每个簇的skinning eigenmode相似

【TOG2023】local-global solver1

弹性势能： $E(u) = \Psi(z) + \tilde{\Phi}(z)$.

1. 二次项 Ψ(u)：线性弹性部分，通常 $\frac{1}{2}u^T H u$ $\Rightarrow$ $E(z) = \Psi(z) + \tilde{\Phi}(z, \tilde{R})$

2. 非线性项 Φ(u)：聚类平均后的非线性项

Local：更新簇旋转 $\tilde{R}_i = \operatorname*{argmin}_{\tilde{R}} \tilde{\Phi}(z_{i-1}, \tilde{R})$,

固定 z，对每个簇独立、并行求解簇内最优旋转

Global：固定 R~i，求解模态坐标 z $z_i = \operatorname*{argmin}_{z} \Psi(z) + \tilde{\Phi}(z, \tilde{R}_i)$.

每帧:

Local 更新Ri→global求解z→ $u_c = B_{lbs} z$ **更新位置**

输入（Rig+Mesh）→ 子空间构建（求解特征值问题）→ 聚类生成（K-means 加权聚类）→ 迭代求解（local-global solver）→ 输出仿真结果

【TOG2023】【sig asia2023】【sig asia2024】

核心思想：**在ROM后的subspace提升弹性动力学仿真的效率与可控性**

共同目标：**实时、交互级别高性能弹性仿真**，同时保持真实感和物理合理性

focus 领域不同、有递进关系、核心技术框架相同

【TOG2023】Fast **Complementary Dynamics** via Skinning Eigenmodes

互补运动学：给定运动轴，自动、实时给出secondary dynamics。即用正交的次级动力学来补充 Rig 运动 — 在代数意义上与 Rig 的运动正交。

->将技术推广到通用领域（异质材料）

【sig asia2023】Subspace Mixed Finite Elements for Real-Time **Heterogeneous Elastodynamics**

->加入运动控制框架，实现对任意变形几何体的自然运动控制

【sig asia2024】Actuators A La Mode: Modal Actuations for Soft Body **Locomotion**

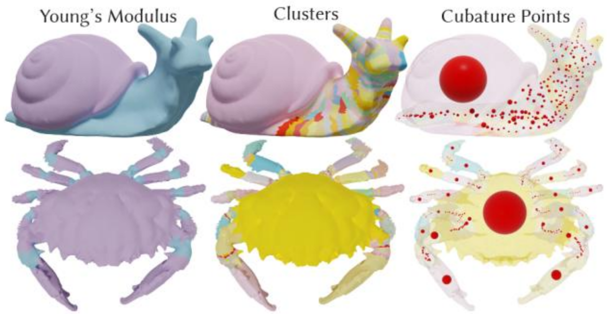
【sig asia2023】无次级运动学约束，关注异质材料

北京理工大学
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Task：**与网格分辨率解耦的、适合异质材料的子空间混合有限元方法（MFEM），新的弹性动力学求解器。**

Mixed Variational Finite Elements for Implicit Simulation of Deformables【siggraph asia2022】：混合有限元方法(MFEM)在保持全空间非均匀模拟中的能量运动方面取得了成功

输入（Mesh）→ skinning Eigenmode子空间构建→ K-means聚类→用逐次二次规划求解含有一致性约束的混合有限元优化问题→ 输出仿真结果



Diff：

1. **无次级运动学约束的skinning Eigenmode subspace，构建subspace时通过弹性能量特征值问题实现了对异质性材料的敏感性**
2. **迭代求解时使用的solver不同，用SQP**

【sig asia2024】运动控制框架

passive simulation→主动运动

Task：**不需要用户提供的指导关键帧为任意高分辨率几何体生成自然运动。**

Key method：基于角色几何体的自然振动构建时空驱动子空间（即无约束skinning eigenmode子空间，用户提供目标运动点后，为任意高分辨率几何体生成自然运动。

派生：

1. **如何在驱动子空间中指导角色运动**
2. **将目标点转换到驱动子空间的目标形状**

【sig asia2024】actuation subspace

模态转换，从被动响应到主动生成运动，方法不变

$$HD = MD\Lambda$$

解广义特征值问题求得驱动模式D

$$d = \begin{bmatrix} D & x_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(t) \\ 1 \end{bmatrix}$$

$deformed\ target\ positions\ d = D \times a(t) + x_0$

振动模态*周期+x0(其余非特征点的位姿不变)

$$a_i(t) = \sum_j^k \boxed{A_{ij}} \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{\boxed{T_{ij}}} + \boxed{\theta_{ij}}\right)\right)$$

每种驱动模式 i 和正弦函数 j 的振幅、周期和相位基于数据学习得到或者<u>user指定参数</u>

输入（Mesh）→ 驱动子空间构建（求解特征值问题）→ 聚类生成（K-means 加权聚类）→ local-global solver最小化驱动能量→ 输出仿真结果

【sig asia2024】target→target shape in subspace

Goal：获得d(t)，对应角色在t时刻的target shape

$$\min_{\boldsymbol{d}(t)} \quad J(\boldsymbol{x}(t)),$$

$$J = J_{disp} \cdot J_{align}$$

$$J_{disp} = (\boldsymbol{x}_{COM}(t_0) - \boldsymbol{x}_{COM}(t_1)) \cdot \hat{\boldsymbol{v}} \qquad J_{align} = \min_{t} \hat{\boldsymbol{u}}(t) \cdot \hat{\boldsymbol{v}},$$

J(x(t))：顶点x(t)的奖励函数

Jdisp：测量质心 （COM） 在整个仿真中沿目标方向v行进的距离

Jalign ：鼓励角色的前进方向u指向相同的目标方向 v

Evaluation：simulation step, opt time，memory used；visual result

ROM WITH NEURAL FIELD

ROM with neural fields in model representation

Task：**连续参数化形状族的特征分析方法，利用特征分析研究用神经场表示的形状空间的特征。**

Contribution：

1. 为neural field表示的shape space生成特征函数
2. 提出在shape space上联合优化特征函数的方法

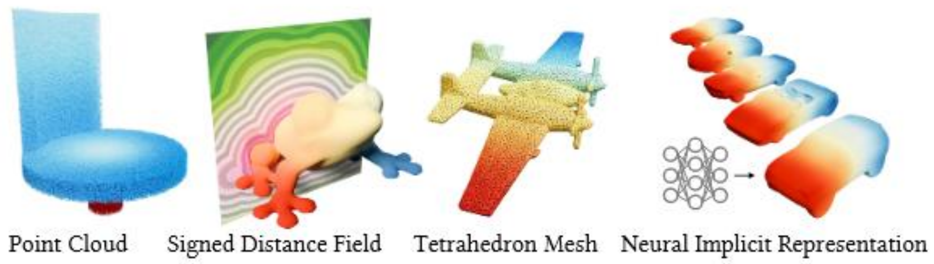
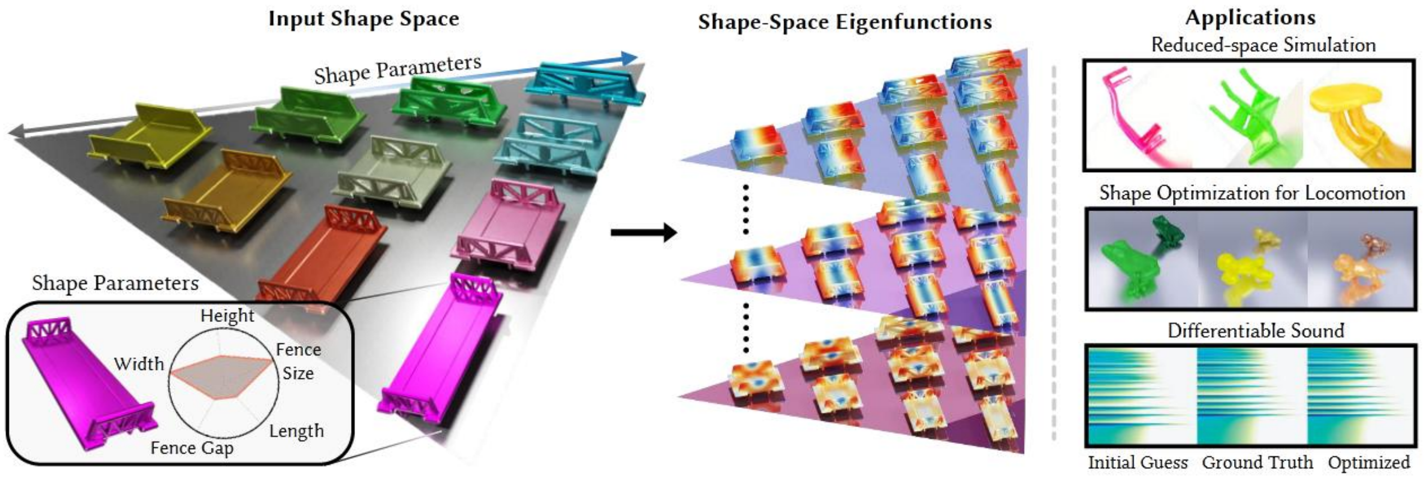


Fig. 3. *Eigenfunctions Across Different Representations* Our method is discretization-agnostic; we have demonstrated the calculation of eigenfunctions for point clouds, signed distance fields, tetrahedral meshes, and neural implicit representations.



ROM with neural fields in simulation

【ICLR2023】CROM: Continuous Reduced-Order Modeling of PDEs Using Implicit Neural Representations

连续ROM用于加速PDE的求解。降低离散向量场的维数→使用隐式神经场构建连续向量场的低维embedding，对不同离散化方法（voxel, grid, 点云）的数据进行统一建模，在各种PDE上验证提高了仿真精度和效率。

【sig asia2023】LiCROM: Linear-Subspace Continuous Reduced Order Modeling with Neural Fields

扩展CROM，引入了线性子空间结构。CROM在neural displacement fields中的特化应用，将模型修改表示为位移场的线性组合，使用隐式神经场对位移场（参考域到位移向量的连续映射）建模，加速在运行时修改几何体的仿真，例如通过切割、打孔等。

insight

北京理工大学
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

- 不积跬步，无以至千里；不积小流，无以成江海
- Same trick in different fields
- Old trick，New side dishes
- 自下而上：子空间仿真→拓展领域→转变模态，主动控制
- 自上而下：神经场ROM加速PDE求解→在Linear-Subspace中

北京理工大學
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

谢谢观看
敬请各位批评指正