

Modelo predictivo del crecimiento poblacional

Equipo #2

Estimación de la capacidad de carga

September 13, 2024

Integrantes:

Guillermo Cepero García

Luis Ernesto Serras Rimada

Miguel Vadim Vilariño Pedraza

L^AT_EX

Modelo de crecimiento poblacional

El análisis del crecimiento poblacional reviste gran importancia debido a su relevancia en diversos campos como la economía, demografía, epidemiología y la ecología. Resulta útil en múltiples ámbitos, incluyendo estudios demográficos, planificación urbana y análisis de recursos naturales.

Objetivos

Objetivos principales:

- Estimar el numero maximo de personas que pueden ser sostenidamente alojadas en un area geografica determinada y evaluar el equilibrio entre la poblacion existente y la capacidad de carga ambiental
- Contribuir al diseno de estrategias de planifi- cacion urbana y rural que equilibren el crecimiento economico con la proteccion del medio ambiente y los servicios basicos.
- Permitir evaluar el impacto potencial del cambio climatico y otros factores externos en la capacidad de carga poblacional a largo plazo.
- Contribuir al diseno de programas de educacion ambiental y concientizacion sobre las implica- ciones del crecimiento poblacional.
- Ayudar a establecer limites razonables para el crecimiento demografico, evitando excederse en la explotacion de recursos naturales y servicios puublicos.

Modelo logístico

Se plantea trabajar el asunto con un modelo matemático que nos pueda conducir a dicha predicción, y se considera el **modelo del crecimiento logístico**, que es solución de la ecuación diferencial que describe cómo la tasa de crecimiento de la población (dP/dt) cambia con el tamaño de la población ($P(t)$)

$$\frac{dP}{dt} = r \cdot P(t) \left(1 - \frac{P(t)}{K}\right)$$

donde se tiene que:

- $(P(t))$ es la población en función del tiempo (t) .
- (r) es la tasa de crecimiento intrínseca de la población.
- (K) es la capacidad de carga o tamaño máximo sostenible de la población.

Parámetros a Estimar:

- (r) : Tasa de crecimiento intrínseca de la población.
- (K) : Capacidad de carga de la población.

Modelo del crecimiento logístico

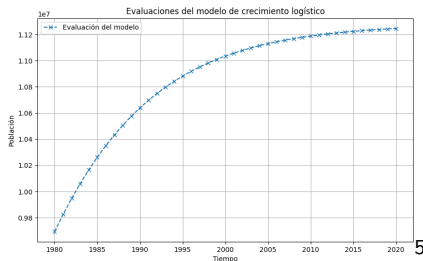
La ecuación del modelo logístico del crecimiento poblacional tiene la forma:

$$P(t) = \frac{K}{1 + Ae^{-rt}}$$

La ecuación para encontrar (A) es:

$$P(0) = \frac{K}{1 + Ae^0}$$

(A) es una constante que depende de las condiciones iniciales de la población. Esta función muestra claramente el punto de inflexión, donde la tasa de crecimiento cambia de positiva a negativa, indicando que la población ha alcanzado su capacidad de carga y está comenzando a estabilizarse.



5

curvefit

Se utilizaron los datos históricos de densidad poblacional desde 1980 hasta 2020 publicados en las series estadísticas del sitio web de la ONEI. Y se desean ajustar los parámetros de la capacidad de carga (K) y la tasa (r). Para ello se decide utilizar la aproximación por mínimos cuadrados por medio de la función `curvefit` del módulo `scipy.optimize` en Python, cuya función matemáticamente se puede representar como:

Minimizar: $\sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i, \theta))^2$

curve-fit

Toma los parámetros:

- f : es la función modelo para la optimización.
- $xdata$: son los valores independientes (el tiempo (t como x_i)).
- $ydata$: son los valores dependientes (los valores de densidad poblacional en función del tiempo (P como y_i)).
- $p0$: Estimación inicial.

Y procede de la forma:

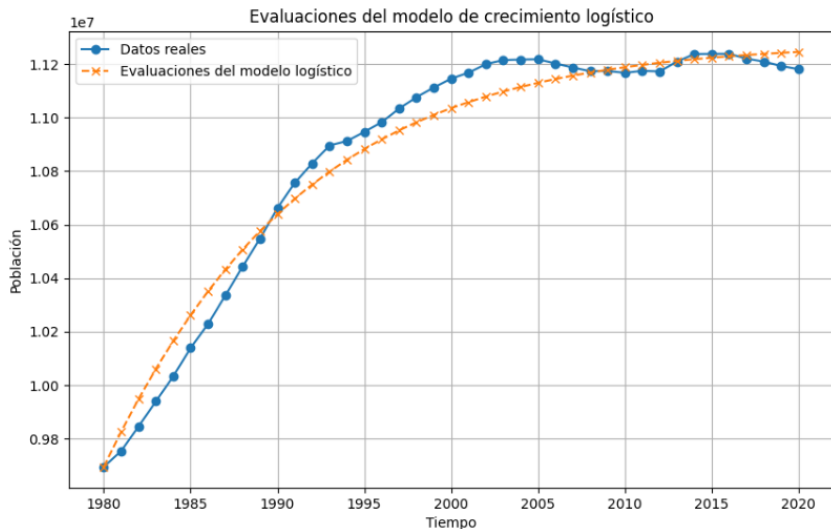
$$\min \left[\sum_{i=1}^N \left(P - \left(\frac{K}{(P(0) - 1)e^{-rt}} \right) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

La función curvefit intentará minimizar la suma de los cuadrados de los residuales para encontrar los valores óptimos de K y r que minimizan esta expresión.

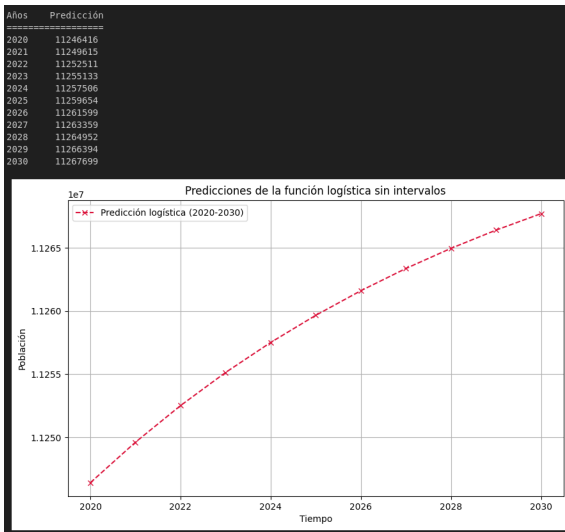
Preview de los datos utilizados

Años			Total		
0	1980	9693907	16	1996	10983326
1	1981	9753243	17	1997	11033993
2	1982	9844836	18	1998	11076817
3	1983	9938760	19	1999	11113128
4	1984	10032721	20	2000	11146203
5	1985	10138642	21	2001	11168526
6	1986	10228330	22	2002	11200388
7	1987	10334993	23	2003	11215388
8	1988	10443789	24	2004	11217590
9	1989	10548347	25	2005	11218623
10	1990	10662148	26	2006	11202632
11	1991	10756829	27	2007	11188028
12	1992	10829320	28	2008	11173996
13	1993	10895987	29	2009	11174952
14	1994	10912924	30	2010	11167934
15	1995	10947119	31	2011	11175423
			32	2012	11173151
			33	2013	11210064
			34	2014	11238317
			35	2015	11239004
			36	2016	11239224
			37	2017	11221060
			38	2018	11209628
			39	2019	11193470
			40	2020	11181595

Modelo sin intervalos



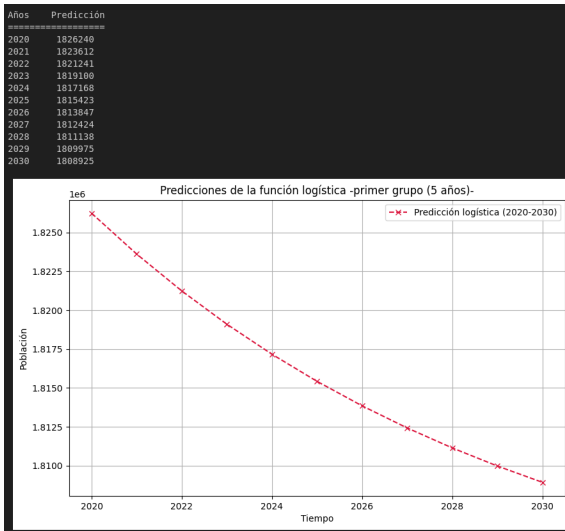
Predicción del modelo sin intervalos



DataFrame para intervalos de 5 años

	K	r
0	204423337054	0.008
1	340143106946	0.003
2	10660179	-0.352
3	51052382079	0.000
4	2575174752	0.000
5	1223441	0.000
6	999003076	0.000
7	1798999	0.000

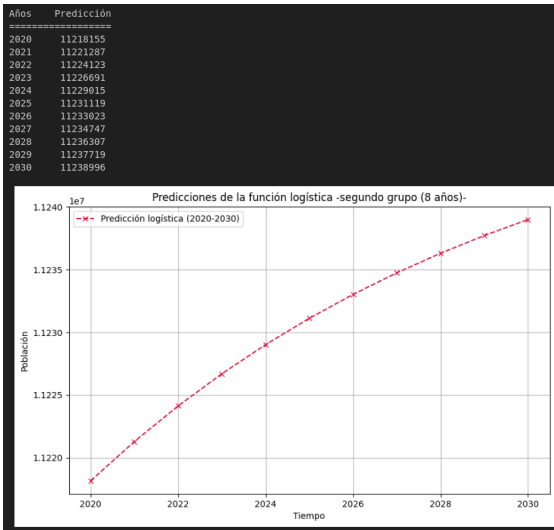
Predicción para intervalos de 5 años



DataFrame para intervalos de 8 años

	K	r
0	2055969070415	0.009
1	10396071	-0.167
2	10981262	-0.209
3	1000853	0.000
4	11251162	0.022

Predicción para intervalos de 8 años

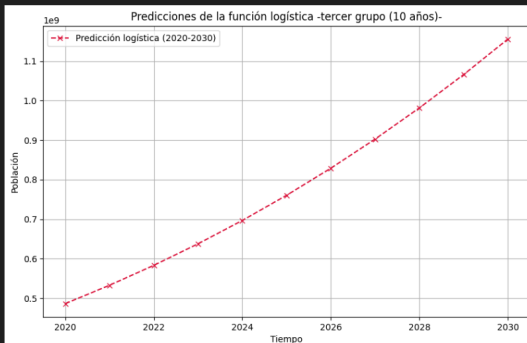


DataFrame para intervalos de 10 años

	K	r
0	2059434657188	0.009
1	10623571	-0.135
2	726227	-0.000
3	5837330070	0.000

Predicción para intervalos de 10 años

Años	Predicción
2020	486010070
2021	532461736
2022	582869560
2023	637476010
2024	696520151
2025	760233513
2026	828835334
2027	902527188
2028	981487044
2029	1065862849
2030	1155765756



Recomendaciones

- Mejorar el Modelo Matemático
- Ampliar la Base de Datos:
- Validar y Refinar el Modelo
- Investigar Factores Externos
- Divulgar los Resultados

Estas recomendaciones buscan fortalecer el modelo actual, ampliar su alcance y utilidad, y contribuir al conocimiento demográfico de Cuba, teniendo en cuenta las particularidades observadas en el análisis inicial.

Muchas gracias :)

