Modelo de análisis predictivo del crecimiento poblacional: Estimación de la capacidad de carga

Guillermo Cepero Garcia THEWILLYJAKE53@GMAIL.COM
Grupo D111

Luis Ernesto Serras Rimada LUISERNESTOSERRAS@GMAIL.COM
Grupo D111

Miguel Vadim Vilarino Pedraza MIGUELVADIM04@GMAIL.COM
Grupo D111

Tutor(es):
Dr. Tutor Uno, *Centro*
Lic. Tutor Dos, *Centro*

Resumen

El análisis del crecimiento poblacional reviste gran importancia debido a su relevancia en diversos campos como la economía, demografía, epidemiología y la ecología. Resulta útil en múltiples ámbitos, incluyendo estudios demográficos, planificación urbana y análisis de recursos naturales. Conocer un resultado aproximado que se acerque a una solución real del crecimiento poblacional permitiría beneficiar significativamente la dirección y gestión de recursos en nuestro país. Los resultados obtenidos en el análisis demuestran la importancia de adaptar modelos matemáticos a patrones de crecimiento reales complejos, considerando factores como la heterogeneidad temporal en los datos y la posibilidad de cambios abruptos en las tasas de crecimiento. La comparación entre diferentes modelos, como el modelo logístico tradicional versus uno ajustado, proporciona valiosas lecciones sobre cómo mejorar la precisión de las predicciones demográficas. Se observó que el segundo modelo, con intervalos de 8 años, se ajustaba mejor, reflejando valores cercanos a la densidad poblacional promedio. Además, se identificaron problemas en las respuestas de los parámetros estimados dentro de ciertos intervalos, atribuidos a una tendencia casi vertical en los valores durante ciertos periodos. Esto llevó a proponer un ajuste diferente al utilizado con todos los datos, basado en un crecimiento más acelerado. En los años 1980 en adelante, Cuba experimentó un crecimiento poblacional significativo, seguido de un período de estabilización y eventual disminución de la tasa de crecimiento. Este análisis demuestra la necesidad de considerar factores específicos del contexto cubano, como el impacto de eventos históricos en el patrón de crecimiento poblacional.

Abstract

The analysis of population growth is of great importance due to its relevance in various fields such as economics, demography, epidemiology and ecology. It is useful in multiple areas, including demographic studies, urban planning and natural resource analysis. Knowing an approximate result that is close to a real solution to population growth would significantly benefit the direction and management of resources in our country. The results obtained in the analysis demonstrate the importance of adapting mathematical models to complex real growth patterns, considering factors such as temporal heterogeneity in the data and the possibility of abrupt changes in growth rates. Comparison between different models, such as the traditional logistic model versus an adjusted one, provides valuable lessons on how to improve the accuracy of demographic predictions. It was observed that the second model, with intervals of 8 years, fit better, reflecting values close to the average population density. In addition, problems were identified in the responses of the estimated parameters within certain intervals, attributed to an almost vertical trend in the values during certain periods. This led to proposing a different adjustment than that used with all the data, based on more accelerated growth. In the 1980s onwards, Cuba experienced significant population growth, followed by a period of stabilization and eventual decline in the growth rate. This analysis demonstrates the need to consider factors specific to the Cuban context, such as the impact of historical events on the population growth pattern.

Palabras Clave: Predicción, carga, poblacion, datos, modelo, entrenamiento, capacidad.
Tema: Predicción de crecimiento poblacional, estimación del valor de la capacidad de carga.

1. Introducción

El crecimiento poblacional es un fenómeno global que ha tenido un impacto significativo en el desarrollo económico y social de los países. Según las proyecciones de la Organización de las Naciones Unidas para el Desarrollo (ONU), la población mundial alcanzó los 7.9 mil millones en 2021 y se espera que llegue a 9.7 mil millones en 2050 y 11.2 mil millones en 2021[1]. Este

crecimiento demográfico tiene implicaciones tanto positivas como negativas para el desarrollo sostenible. Por un lado, el aumento de la población puede generar impulso económico y laboral, especialmente en países con economías en desarrollo. Sin embargo, también plantea desafíos significativos en términos de infraestructura urbana, recursos naturales y servicios públicos
La variación histórica de la población en Cuba ha sido notable. Según datos del Instituto Nacional de Estadísticas de Cuba, la población del país aumentó de aproximadamente 6.5 millones en 1953 hasta alcanzar un máximo de 11.2 millones en 2016. Desde entonces, ha experimentado una ligera disminución, llegando a los 11.0 millones en 2022[2]. Las causas principales de este patrón de crecimiento han incluido factores como la política socialista de Cuba (que priorizó la educación y la salud pública, lo que llevó a un aumento en la esperanza de vida y la reducción de la mortalidad infantil); las migraciones internacionales (especialmente desde la década de 1990); los cambios en las políticas familiares, como la legalización del aborto y la anticoncepción, que afectaron la fertilidad de la población y el impacto de la crisis económica de 1991, que llevó a un cambio en las actitudes hacia la planificación familiar; entre otros. Es importante destacar que el análisis del crecimiento poblacional debe considerar no solo estos factores, sino también sus impactos socioeconómicos y ambientales. Por ejemplo, el rápido crecimiento urbano en muchas ciudades cubanas ha generado desafíos en términos de infraestructura urbana y servicios públicos[2]
Por tanto, los objetivos principales al realizar un análisis del crecimiento poblacional mediante la estimación de la capacidad de carga poblacional son:

- Estimar el número máximo de personas que pueden ser sostenidamente alojadas en un área geográfica determinada y evaluar el equilibrio entre la población existente y la capacidad de carga ambiental, lo que puede contribuir a determinar si una región ha alcanzado o excedido su capacidad de carga, permitiendo tomar decisiones informadas sobre planeamiento urbano, desarrollo económico y políticas de control de natalidad.
- Contribuir al diseño de estrategias de planificación urbana y rural que equilibren el crecimiento económico con la protección del medio ambiente y los servicios básicos.
- Permitir evaluar el impacto potencial del cambio climático y otros factores externos en la capacidad de carga poblacional a largo plazo.
- Contribuir al diseño de programas de educación ambiental y concientización sobre las implicaciones del crecimiento poblacional.
- Y ayudar a establecer límites razonables para el crecimiento demográfico, evitando excederse en la explotación de recursos naturales y servicios públicos.

2. Modelo Matemático

Se plantea trabajar el asunto con un modelo matemático que nos pueda conducir a dicha prediccion, y se considera el **modelo del crecimiento logístico**[3], que es solución de la ecuación diferencial que describe cómo la tasa de crecimiento de la población (dP/dt) cambia con el tamaño de la población (P(t)). Cuando la población es pequeña, la tasa de crecimiento es alta, ya que hay muchos recursos disponibles para cada individuo. A medida que la población crece, la tasa de crecimiento disminuye porque hay menos recursos disponibles por individuo. Cuando la población alcanza su capacidad de carga (K), la tasa de crecimiento se vuelve cero, indicando que la población ha alcanzado un equilibrio sostenible.
Entonces se tiene que:

- (P(t)) es la población en función del tiempo (t).
- (r) es la tasa de crecimiento intríseca de la población.
- (K) es la capacidad de carga o tamaño máximo sostenible de la población.

Parámetros a Estimar:

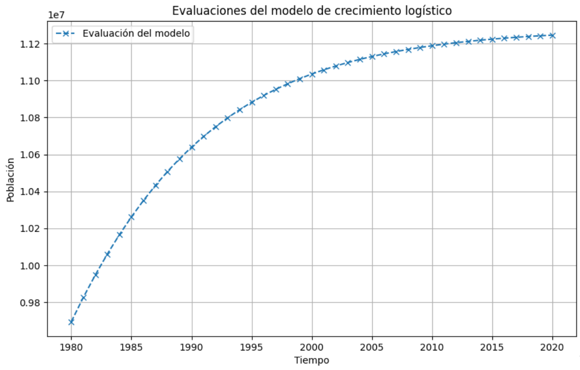
- (r): Tasa de crecimiento de la población.
- (K): Capacidad de carga de la población.

Ecuacion Diferencial de Modelo Logístico:

$$\frac{dP}{dt} = r \cdot P(t)(1 - \frac{P(t)}{K})$$

Para obtener la capacidad de carga de la población cubana siguiendo el contexto del modelo logístico y utilizando datos reales, se debe seguir un proceso que involucre la recopilación de datos sobre la población cubana y los factores que podrían influir en su capacidad de carga. Estos pueden incluir la disponibilidad de recursos naturales, la infraestructura, la salud pública, y la economía.
Y posteriormente el análisis de esos datos y la interpretación de los resultados(Analisis Exploratorio).
Por ejemplo, supongamos que después de nuestro análisis, encontramos que la tasa de crecimiento intríseca (r) de la población cubana es de 0.02 (un 2% anual) y que la capacidad de carga (K) estimada es de 15 millones de habitantes. Esto significaria que, teóricamente, nuestro país podría soportar hasta 15 millones de personas sin agotar sus recursos vitales, siempre y cuando se mantengan las condiciones actuales y se gestionen adecuadamente los recursos.
Como idea de solución se propone este modelo, el cual describe cómo la población crece hacia su capacidad de carga y luego se estabiliza.
La función logística tiene la forma: $P(t) = \frac{K}{1+Ae^{-rt}}$ [4]
Donde (A) es una constante que depende de las condiciones iniciales de la población. Esta función

muestra claramente el punto de inflexión, donde la tasa de crecimiento cambia de positiva a negativa, indicando que la población ha alcanzado su capacidad de carga y está comenzando a estabilizarse.



[5]

Para encontrar (A), se requiere conocer el valor inicial de la población, (P(0)), y usarlo junto con (K) y (r) para resolver (A). La condición inicial (P(0)) te da el valor de la población en el momento inicial, antes de que comience el crecimiento logístico.

La ecuación para encontrar (A) es: $P(0) = \frac{K}{1+Ae^0}$

Resolviendo para (A), obtenemos: $A = \frac{K}{P(0)} - 1$

Una vez que se tenga el valor de (A), se puede sustituir en la solución general de la ecuación diferencial logística para obtener la función que describe el crecimiento de la población hacia su capacidad de carga. Por ejemplo, si se sabe que la población inicial es de 1000 individuos (P(0) = 1000), la capacidad de carga es de 10,000 individuos ((K = 10,000)), y la tasa de crecimiento es de 0.01 ((r = 0.01)), se puede calcular (A) de la siguiente manera:

$A = \frac{10,000}{1000} - 1 = 9$

Luego, se puede sustituir (A = 9) en la solución general para obtener la función específica que describe cómo la población crecerá hacia su capacidad de carga máxima.

2.1 Modelo numérico

Se utilizaron los datos[6] históricos de densidad poblacional desde 1980 hasta 2020 publicados en las series estadísticas del sitio web de la Oficina Nacional de Estadissticas e Informacion (ONEI)[7]. Y se desean ajustar los parámetros de la capacidad de carga(K) y la tasa (r). Para ello se decide utilizar la aproximación por mínimos cuadrados por medio de la función curve-fit del módulo scipy.optimize en Python, cuya función matemáticamente se puede representar como:

Minimizar: $\sum_{i=1}^{N}(y_i - f(x_i, \theta))^2$

Donde toma los parámetros:

- f: es la función modelo para la optimización.
- xdata: son los valores independientes (el tiempo (t como x_i)).
- ydata: son los valores dependientes (los valores de densidad poblacional en función del tiempo (P como y_i)).
- p0: Estimación inicial.[8]

La función curvefit intentará minimizar la suma de los cuadrados de los residuales para encontrar los valores óptimos de K y r que minimizan esta expresión.

Paso 1: Definición de la Función de Pérdida:

El objetivo es minimizar la suma de los cuadrados residuales, que es la suma de las diferencias cuadradas entre los valores de la población observada (Pdata) y los valores de la población ajustados (f(tdata, K, r)).

Suma de cuadrados residuales:

$$\sum_{i=0}^{N}[(Pdata(t_i) - f(tdata_i, K, r))^2]$$

Paso 2: Inicialización de los Parámetros:

Se proporcionan valores iniciales para los parámetros K y r (initial-guess).

Paso 3: Iteración hacia los Parámetros Óptimos:

La función curve-fit utiliza el algoritmo de **Levenberg-Marquardt** para encontrar los valores de K y r que minimizan la suma de cuadrados residuales. Este algoritmo iterativo implica los siguientes pasos:

1. Cálculo de la matriz ω: Se calcula de la función de pérdida, la matriz ω que contiene las derivadas parciales de la función de pérdida con respecto a los parámetros K y r.
2. Actualización de Parámetros: Utilizando la matriz ω, se calculan nuevas estimaciones para K y r que minimizan localmente la función de pérdida.
3. Repetición: Los pasos 1 y 2 se repiten hasta que se alcanzan los criterios de convergencia (por ejemplo, un cambio insignificante en los parámetros o un número máximo de iteraciones).

1-Cálculo de la matriz ω:

ω es una matriz que contiene las derivadas parciales de la función de pérdida con respecto a los parámetros K y r. Se calcula como:

$$\omega = [\frac{\delta(r_{min})}{\delta(K)}, \frac{\delta(r_{min})}{\delta(r)}]$$

siendo r_{min} la suma de cuadrados residuales

Donde f(tdata, K, r) es la función logística, se tiene la **función de pérdida:**

$$f(t, K, r) = \frac{K}{(1 + ((\frac{K}{P_0}) - 1)e^{-rt})}$$

donde P_0 es el valor inicial de la población en el período de tiempo.

Para calcular las **derivadas parciales**, diferenciamos la función de pérdida con respecto a K y r.

Derivada parcial con respecto a K:

$$\omega = \frac{\delta(r_{min})}{\delta(K)} = \sum_{i=0}^{N}[2(P(t_i) - f(tdata, K, r)) \cdot (\frac{-f(tdata, K, r)}{K^2})]$$

Y sustituyendo f(tdata, K, r) en la derivada, obtenemos:

$$\omega = \frac{\delta(r_{min})}{\delta(K)} =$$

$$-2\sum_{i=0}^{N}[(P(t_i) - \frac{K}{(1 + ((\frac{K}{P_0}) - 1) \cdot e^{-r \cdot t})} \cdot (\frac{K}{(1 + ((\frac{K}{P_0}) - 1) \cdot e^{-r \cdot t})^2}))]$$

Derivada parcial con respecto a r:

$$\omega = \frac{\delta(r_{min})}{\delta(r)} =$$

$$\sum_{i=0}^{N}[2(P(t_i) - f(tdata, K, r)) \cdot (f(tdata, K, r) \cdot \frac{(\frac{-K}{P_0}) \cdot e^{-rt}}{(1 + ((\frac{K}{P_0}) - 1) \cdot e^{-rt})^2})]$$

Y sustituyendo f(tdata, K, r) en la derivada, obtenemos:

$$\omega = \frac{\delta(r_{min})}{\delta(r)} =$$

$$-2\sum_{i=0}^{N}[(P(t_i) - \frac{K}{(1 + ((\frac{K}{P_0}) - 1) \cdot e^{-rt})} \cdot \frac{K}{(1 + ((\frac{K}{P_0}) - 1) \cdot e^{-rt})^2}(\frac{-K}{P_0})e^{-rt})]$$

Evaluando estas derivadas en los valores iniciales de K y r, obtenemos ω

Luego se forma una ecuación normal utilizando ω y la matriz de Hessiana (H), que es la matriz de segundas derivadas parciales de la función de pérdida.
La ecuación normal es:

$$(\omega^T\omega + \lambda I)\triangle p = -\omega^T r$$

donde:

- $\triangle p$ es un vector de correcciones para los parámetros K y r
- λ es un parámetro de regularización (que se ajusta para controlar el paso de la iteración)
- I es la matriz identidad
- r es el vector residual, que contiene las diferencias entre los valores observados y ajustados

2-Actualización de parámetros:
Se calculan las correcciones para los parámetros resolviendo la ecuación normal.
Los parámetros actualizados son:

$$Knuevo = Kanterior + \triangle K$$

$$rnuevo = ranterior + \triangle r$$

Nota: $\triangle K$ **y** $\triangle r$ representan el cambio o corrección que se aplica a los valores anteriores de K y r para obtener los nuevos valores. Este cambio se calcula a partir de la solución de la ecuación normal, que busca minimizar la función de pérdida.

3-Repetición:
Finalmente, se repiten los pasos anteriores hasta que se alcanzan los criterios de convergencia, como un cambio insignificante en los parámetros o un número máximo de iteraciones. Y una vez que el algoritmo converge, los valores estimados de K y r se obtienen como los valores finales de **Knuevo** y **rnuevo**.

2.2 Implementación en Python

Se propone el desarrollo por medio de dos modelos diferentes, uno sin intervalos y otro con iteraciones por intervalos
Primero se define la función logística sin intervalos.

```python
def gen_log(p0):
  def logistic_function(t, K, r):
    return K / (1 + (K/p0 - 1) * np.exp(-r * t))
  return logistic_function

f = gen_log(P_data[0])
```

Listing 1: Código función logística sin intervalos

La siguiente celda de código ajustará la función logística a los datos observados, buscando los valores óptimos de (K) y (r) que minimicen la diferencia entre los datos observados y los predichos por el modelo.
Observaciones:

- La función **'curvefit'** del módulo **'scipy.optimize'** devuelve dos arrays: **'popt'**, que contiene los **parámetros estimados** , y 'pcov', que contiene la **covarianza de los parámetros estimados**.
- La función **'curvefit'** es parte de la biblioteca **'SciPy'** y se utiliza para ajustar una función a un conjunto de datos mediante el método de **mínimos cuadrados**. Su objetivo principal es encontrar los parámetros de la función que minimizan la diferencia entre los valores observados y los predichos por la función.

```python
# Parametros iniciales:
initial_guess = [10000000, 0.01]  # Asume un valor inicial para K y r

# Ajustar el modelo a los datos observados
popt, pcov = curve_fit(f, t_data, P_data, p0=initial_guess, sigma=None, absolute_sigma=False)

# Imprimir los parametros estimados
print("Par metros estimados:", popt)
#Se formatean los datos:
params_formateados = [format(param, ".2f") for param in popt]
print("Parametros formateados: \n", params_formateados)

#Asignacion:
K = float(params_formateados[0])
K = int(K) #Parametro K
r_intr = float(params_formateados[1]) # Tasa intrinseca de crecimiento r
df_sin_intervalos = DataFrame({"K":K,
                               "r":r_intr
    }, index=[0])
```

Listing 2: Estimación de parámetros con la función sin intervalos

De este modelo inicial lo que se obtuvo como resultado al evaluar fueron valores muy cercanos a la línea real de los datos que se tiene, pero lógicamente no conviene para intentar realizar una predicción exacta para años posteriores. Por tanto, acto seguido: se procede a desarrollar un segundo modelo para grupos de intervalos de 5, 8 y 10 años

```python
initial_guess = [10000000, 0.01]
def model(t, P, times):
    results = {}
    def estimate(times):
        x = 0
        y = times
        estimate_k = []
        estimate_r =[]
        estimate_lenght = int((n-3)/times)
        for _ in range(estimate_lenght):
            par_t = t[x:y]
            par_P = P[x:y]
            f = gen_log(par_P[0])
            # Ajustar el modelo a los
    datos observados
```

```
            popt, pcov = curve_fit(f, par_t, par_P, p0=initial_guess, sigma=None, absolute_sigma=False)
            params_formateados = [format(param, ".2f") for param in popt]
            popt_formateado = list(map(lambda x: float(x), popt))
            estimate_k.append(popt_formateado[0])
            estimate_r.append(popt_formateado[1])
            x += times
            y += times
        return [int(x) for x in estimate_k], [np.round(x,3) for x in estimate_r], pcov
    for i in times:
        K, r, cov = estimate(i)
        results[str(i) + " a os"] = {"K": K, "r" : r, "Covarianza" : cov}
    return results
#Llamada a la funcion del modelo por intervalos
results = model(t_data[:-3], P_data[:-3], [5,8,10])
```

Listing 3: Estimación de parámetros de la función con intervalos

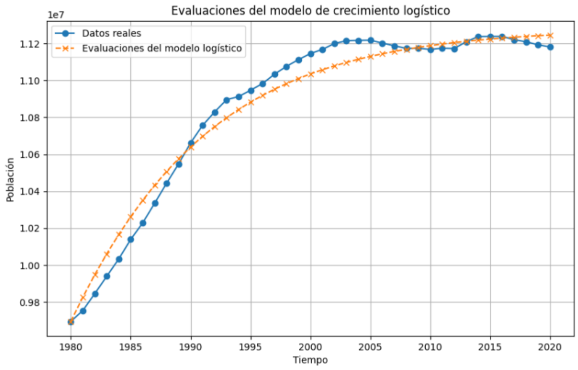
De los resultados se pueden identificar varios problemas en las respuestas de los parámetros estimados dentro de ciertos intervalos para cada rango. Esta situación se debe a que los valores en esos periodos presentan una tendencia casi vertical, caracterizada por una inclinación pronunciada hacia arriba. Como resultado, el valor de K podría verse afectado, ya que teóricamente, cuando el tiempo tiende a infinito, la función poblacional tiende a K. En consecuencia, en la primera aproximación global, K proporciona un valor cercano a la población total de Cuba (11 millones).

Es importante tener en cuenta que los datos reales no siguen exactamente la curva logística ideal. La función real presenta segmentos más concavos y otros más convexos que la función teórica. Por esta razón, se realizará un ajuste diferente al utilizado con todos los datos, basándose en un crecimiento más acelerado. Este ajuste se justifica porque los puntos en cuestión muestran una tendencia más vertical, lo que implica aumentos significativos en la población. Dado que estos aumentos son tan pronunciados, es razonable esperar que K también experimente una subida considerable.
Con respecto a los resultados de la evaluación de predicción se tuvo que el segundo modelo (intervalos de 8 años) fue el que mejor se ajustó y al representarlo se reflejaron valores bastante cercanos a la densidad poblacional promedio lo que indica un correcto ajuste.

Por otro lado cabe resaltar que en los años 1980 en adelante la isla experimentó un crecimiento poblacional significativo, pero luego se comenzó a establizar y eventualmente disminuir.

3. Conclusiones

El análisis de los resultados reveló varios dificultades, las cuales se deben principalmente a la presencia de una tendencia casi vertical en los valores durante ciertos periodos, caracterizada por una inclinación pronunciada hacia arriba.
Primeramente se visualiza una comparación de valores reales vs estimaciones del modelo sin intervalos para las estimaciones de ['11280122.85', '0.10'] devueltas por la función utilizada.

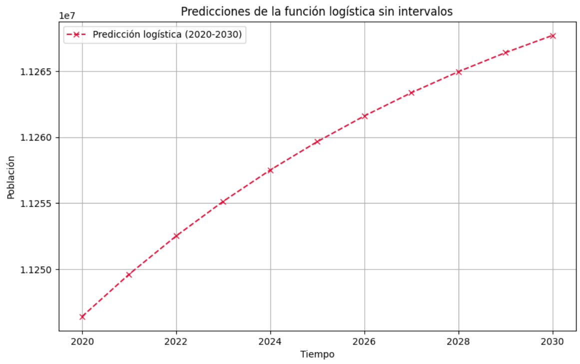


Donde se alcanza a apreciar un ajuste bastante acertado.

Años	Predicción
2020	11246416
2021	11249615
2022	11252511
2023	11255133
2024	11257506
2025	11259654
2026	11261599
2027	11263359
2028	11264952
2029	11266394
2030	11267699

Figure 1: Resultados del modelo sin intervalos

Luego, para una prediccion utilizando las mismas estimaciones para años posteriores (2020-2030) se obtiene:



Por otro lado, como parte del modelo con intervalos se presentaron los siguientes resultados:

Como se puede apreciar para estos dos grupos de intervalos de 5 y 10 años el ajuste fue pésimo, se supone que la causa se deba por un lado a un intervalo muy corto y por el otro uno muy largo, que tanto para uno como para el otro produjo más perturbaciones en el proceso de estimación por el patrón de crecimiento casi vertical y la posterior estabilización. La tasa devuelta para los últimos intervalos en ambos grupos es nula, por tanto no se considera una predicción.

	K	r
0	20442337054	0.008
1	340143106946	0.003
2	10660179	-0.352
3	5105238279	0.000
4	2575174752	0.000
5	1223441	0.000
6	999003076	0.000
7	1798999	0.000

Figure 2: Resultados del segundo modelo para el grupo de intervalos de 5 años

	K	r
0	2059434657188	0.009
1	10623571	-0.135
2	726227	-0.000
3	5837330070	0.000

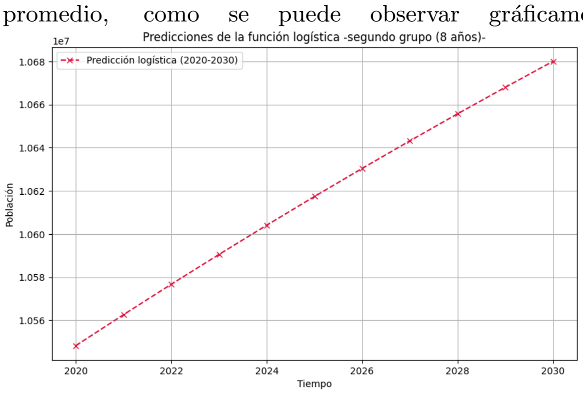
Figure 3: Resultados del segundo modelo para el grupo de intervalos de 10 años

Por otro lado:

	K	r
0	2055969070415	0.009
1	10396071	-0.167
2	10981262	-0.209
3	1000853	0.000
4	11251162	0.022

Figure 4: Resultados del segundo modelo para el grupo de intervalos de 8 años

Para este grupo se tuvieron los mejores resultados, devolviendo en más de la mitad de los intervalos valores de K y r cercanos a la densidad poblacional promedio, como se puede observar gráficamente:

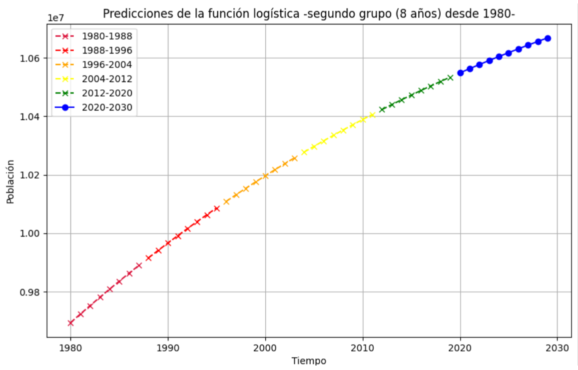


Estos resultados nos indican que la población tendría menor índice pero con una línea de crecimiento progresivo.

Finalmente se realiza una evaluación general desde 1980 hasta la predicción 2020-2030 con este modelo más efectivo de intervalos de 8 años:

Años	Predicción
2020	10548308
2021	10562666
2022	10576750
2023	10590563
2024	10604111
2025	10617398
2026	10630427
2027	10643205
2028	10655733
2029	10668018
2030	10680063

Figure 5: Resultados del modelo en intervalos de 8 años



Por tanto, de los resultados anteriores y de forma general con respecto al análisis se puede concluir: **Impacto en K:** La tendencia vertical observada en los datos puede afectar significativamente el valor de K. Teóricamente, cuando el tiempo tiende a infinito, la función poblacional tiende a K. Sin embargo, en la primera aproximación global, K proporcionó un valor cercano a la población total de Cuba (11 millones), lo cual sugiere que el modelo logístico tradicional no captura adecuadamente el comportamiento real de la población.

Ajuste del Modelo:
Dado que los datos reales no siguen exactamente la curva logística ideal, se propone un ajuste diferente al utilizado con todos los datos. Este nuevo ajuste se basaría en un crecimiento más acelerado, especialmente en los periodos donde se observa una tendencia más vertical. Esta modificación se justifica por los aumentos significativos en la población que se han registrado en esos momentos.

Evaluación de Predicción:
Los resultados de la evaluación de predicción mostraron que el segundo modelo (intervalos de 8 años) fue el que mejor se ajustó. Al representarlo, se reflejaron valores bastante cercanos a la densidad poblacional promedio, lo que indica un correcto ajuste del modelo.

Crecimiento Poblacional en Cuba:
En los años 1980 en adelante, Cuba experimentó un crecimiento poblacional significativo. Sin embargo, posteriormente se produjo un proceso de estabilización y eventual disminución de la tasa de crecimiento.

4. Recomendaciones

- Mejorar el Modelo Matemático:
  -Desarrollar un modelo matemático más sofisticado

que pueda capturar mejor la complejidad del crecimiento poblacional cubano. Esto podría incluir:
-Incorporar factores económicos, sociales y políticos que influyen en el crecimiento poblacional.
-Utilizar técnicas de modelado avanzadas, como modelos dinámicos o agentes, que puedan simular mejor la heterogeneidad temporal observada.
-Realizar un ajuste más preciso del modelo basado en el crecimiento acelerado observado en ciertos periodos. Esto podría implicar:
-Analizar en detalle los factores que causan los aumentos significativos en la población.
-Implementar un sistema de pesos diferentes para distintos periodos, dando mayor importancia a los segmentos de crecimiento más rápido.

- Ampliar la Base de Datos:
-Recopilar y analizar nuevos datos históricos que permitan una mejor comprensión del patrón de crecimiento poblacional en Cuba. Esto podría incluir:
-Información sobre migraciones internacionales y su impacto en la población.
-Datos detallados sobre la distribución geográfica de la población.
-Indicadores socio-económicos relacionados con el crecimiento poblacional.
-Integrar fuentes de información adicionales, como encuestas de salud pública o estudios demográficos nacionales, para obtener una visión más completa del fenómeno.

- Validar y Refinar el Modelo:
-Realizar pruebas de validación cruzada para evaluar la robustez del modelo frente a diferentes escenarios y condiciones.
-Comparar el rendimiento del modelo ajustado con el tradicional logístico, utilizando indicadores cuantitativos como la raíz cuadrática media (RMSE) o la correlación de Pearson.
-Realizar simulaciones prospectivas utilizando el modelo refinado para predecir el futuro crecimiento poblacional y compararlos con proyecciones oficiales.

- Investigar Factores Externos:
-Analizar el impacto de eventos macroeconómicos y geopolíticos en el crecimiento poblacional, como cambios en las relaciones internacionales de Cuba o reformas económicas.
-Estudiar cómo factores ambientales y climáticos podrían influir en el patrón de crecimiento poblacional, especialmente en un país insular como Cuba.

- Divulgar los Resultados:
-Presentar los hallazgos y recomendaciones en foros académicos y profesionales, buscando colaboraciones interdisciplinarias con economistas, sociólogos y científicos políticos.
-Sugerir aplicaciones prácticas de los resultados, como orientación para planificación urbana, desarrollo económico sostenible o formulación de políticas públicas.
Estas recomendaciones buscan fortalecer el modelo actual, ampliar su alcance y utilidad, y contribuir al conocimiento demográfico de Cuba, teniendo en cuenta las particularidades observadas en el análisis inicial.

References

[1] Los efectos y desafíos de la transformación demográfica en América latina y el Caribe. URL: https://www.cepal.org/es/enfoques/efectos-desafios-la-transformacion-demografica-america-lat

[2] Wikipedia. URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Crecimiento_poblacional

[3] Blog del Instituto de Matematicas de la Universidad de Sevilla. URL: https://institucional.us.es/blogimus/2018/01/un-ejemplo-sencillo-de-modelizacion-matematica-el-crecimi

[4] Openstax-Libro Calculo Volumen 2. URL: https://openstax.org/books/c%C3%A1lculo-volumen-2/pages/4-4-la-ecuacion-logistica

[5] Documentación Matplotlib. URL: https://matplotlib.org/stable/index.html.

[6] Datos históricos de crecimiento poblacional usados URL: https://github.com/LFrench03/Modelo-de-Crecimiento-Poblacional/blob/main/data/csv/poblacion-residente.csv

[7] Sitio web de la Oficia Nacional de Estadissticas e Informacion(ONEI) en la seccion de estadísticas demograficas. URL: https://www.onei.gob.cu/

[8] Documentación de SciPy. URL: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve_fit.html.