Determinación de la Constante de Propagación en Líneas de Transmisión mediante Análisis Matricial

Luis Guillermo Macias Rojas

25 de abril de 2025

Resumen: Este estudio implementó un método unificado para calcular la constante de propagación compleja ($\gamma = \alpha + j\beta$) en líneas de transmisión reflectantes y no reflectantes. Mediante el uso de matrices de cascada de onda (WCM) y análisis de valores propios, se resolvió la ambigüedad de signo en el cálculo de γ. El método demostró efectividad en el rango de 10 MHz a 10 GHz, utilizando dos líneas de diferente longitud pero igual impedancia característica ($Z_0 = 50\ \Omega$). Los resultados mostraron continuidad en fase y magnitud de γ, validando el enfoque propuesto.

Introducción

La determinación precisa de la constante de propagación compleja (γ) es fundamental en el diseño de circuitos de microondas. El método tradicional Line-Line utiliza parámetros de dispersión (S) medidos en dos líneas de diferente longitud pero igual Z_0. Este trabajo implementó una variante matricial que utiliza la representación de matrices de cascada de onda (WCM) para:

- Evitar discontinuidades en fase/magnitud
- Resolver ambigüedades de signo mediante criterios de continuidad
- Calcular γ en forma unificada para líneas reflectantes y no reflectantes

La relación fundamental viene dada por:

$$\gamma = \frac{\ln(\lambda)}{\Delta l} \quad \text{con} \quad \lambda = e^{\gamma \Delta l} \tag{1}$$

donde λ son los valores propios de la matriz $W_1^{-1} W_2$.

Metodología

El proceso constó de cuatro etapas principales:

1. **Medición de parámetros S**: Dos líneas con $Z_0 = 50\ \Omega$, longitudes $l_1 = 0{,}5''$ y $l_2 = 4''$, en el rango 10 MHz - 10 GHz
2. **Conversión a WCM**: Transformación matricial de parámetros S usando:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}} & \frac{S_{11}}{S_{21}} \\ -\frac{S_{22}}{S_{21}} & \frac{1}{S_{21}} \end{bmatrix} \tag{2}$$

3. **Cálculo de valores propios**: Solución de las ecuaciones cuadráticas:

$$b_m^2 t_{21} + b_m(t_{22} - t_{11}) - t_{12} = 0 \tag{3}$$

$$(\frac{a_m}{c_m})^2 t_{21} + (\frac{a_m}{c_m})(t_{22} - t_{11}) - t_{12} = 0 \tag{4}$$

4. **Selección de valores propios**: Criterio de continuidad de fase usando desenrollado (unwrap)

Resultados

Las Figuras 1 y 2 muestran la parte real e imaginaria de γ obtenidas respectivamente, demostrando continuidad en todo el ancho de banda.

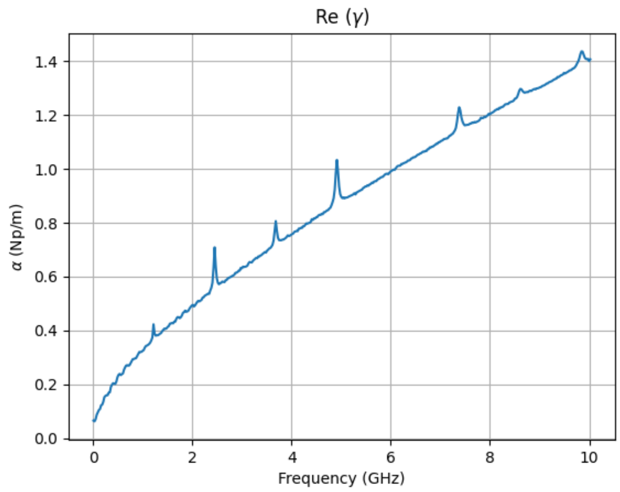

Figura 1: Componente real (α) de la constante de propagación.

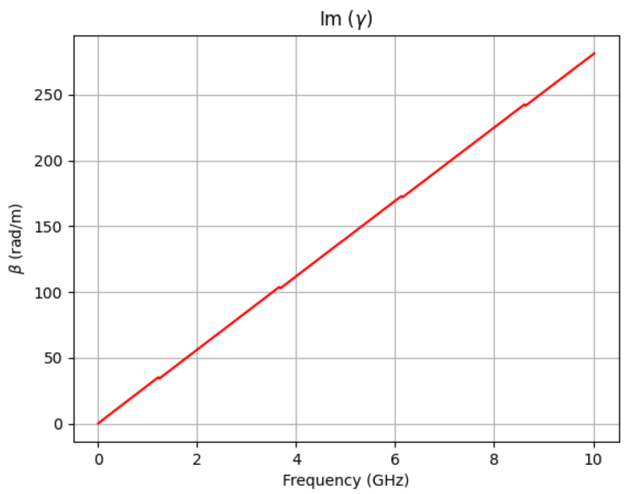

Figura 2: Componente imaginaria (β) de la constante de propagación.

Conclusiones

El método matricial demostró ventajas como: Eliminar los saltos de fase en 90° y 180° mediante el criterio de continuidad ($|B_m| > |\frac{a_m}{c_m}|$) y la capacidad para manejar líneas con desacoplamiento severo ($|\Gamma| > 0{,}7$). La relación entre los valores propios y γ permitió una interpretación física directa: la magnitud de λ determina la atenuación (α) mientras que su fase codifica la constante de fase (β).