

Chapitre 3 : Le modèle de Heckscher-Ohlin-Samuelson (HOS)

Exercice 1 (Impact de la substitution des facteurs dans le modèle 2x2x2)

On considère un pays H qui vend produit deux biens : chemises (C) et fruits (F) en utilisant deux facteurs de production mobiles : capital (K) et travail (L). Les technologies de production sont définies par les coefficients d'usage des facteurs suivants : $a_{KC} = 2$, $a_{LC} = 2$, $a_{KF} = 3$, $a_{LF} = 1$. Les facteurs de production sont limités aux quantités suivantes : $K = 3000$ heures-machines ; $L = 2000$ heures-travail

A. Dans un premier temps, on suppose qu'aucune substitution entre les deux facteurs n'est possible.

1. En tenant compte des contraintes précitées, tracer la FPP
2. Quelle combinaison de quantités produites permet d'utiliser au maximum les facteurs disponibles ?
3. Quel est le coût d'opportunité des chemises en termes de fruit ?
4. Est-il possible de produire $Q_F = 1500$ ou $Q_C = 1200$? Justifier votre réponse.

B. On suppose à présent que la substitution entre les deux facteurs est possible

Les technologies de production sont données par : $Q_C = K_C^{0.3} L_C^{0.7}$ et $Q_F = K_F^{0.7} L_F^{0.3}$, avec les contraintes de ressources : $K = K_C + K_F = 3000$ et $L = L_C + L_F = 2000$. A noter que quand la substitution est possible, les facteurs se répartissent entre les deux secteurs de façon à égaliser le rapport des productivités marginales $\left(\frac{PM_{LC}}{PM_{KC}} = \frac{PM_{LF}}{PM_{KF}}\right)$. C'est la condition d'efficacité de l'allocation des facteurs.

5. Le rapport des productivités marginales correspond à quel concept de microéconomie ?
6. Expliquer pourquoi l'égalité des rapports de productivités marginales assure l'efficacité de l'allocation des facteurs et donner une expression simplifiée de cette condition.
7. Calculez la production maximale possible de Q_C et Q_F
8. Pour les quantités suivantes de Q_C , on fournit le niveau optimal de capital alloué à la production.

Calculer L_C et déduire K_F , L_F , Q_C et Q_F . Vérifier que la condition d'efficacité est respectée.

Q_C	500	800	1000	1200	1500
K_C	253	470	650	870	1280

9. Tracer la frontière des possibilités de production (FPP) à partir des points obtenus.
10. Comparez le coût d'opportunité moyen $\frac{\Delta Q_F}{\Delta Q_C}$ lors du passage d'un niveau de Q_C à l'autre.
11. Expliquez comment la possibilité de substitution modifie le coût d'opportunité.
12. Comparer la forme de la FPP avec celle obtenue dans la partie A.

Exercice 2 (Choix des facteurs et intensité factorielle)

Sur le graphique ci-contre, deux isoquantes représentent la production d'une unité de chaque bien.

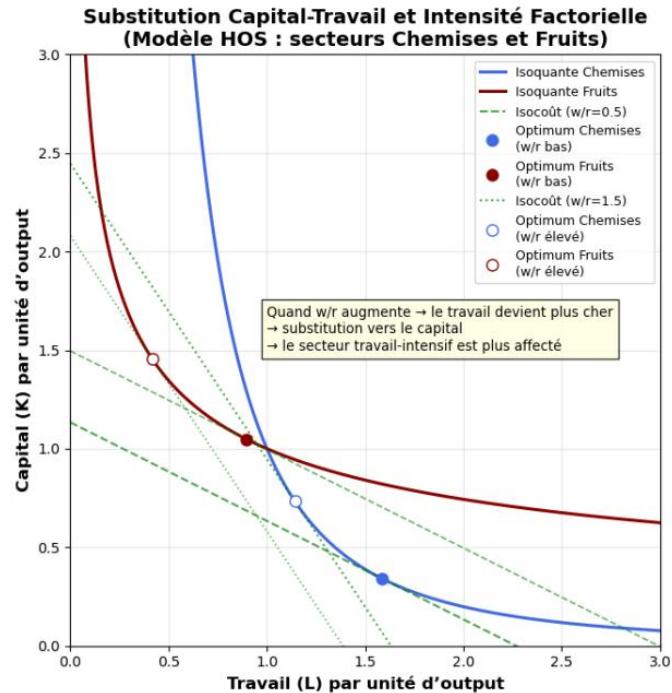
- La courbe en bleu représente les combinaisons de K et L pour produire une unité de chemises
 - La courbe en rouge représente les combinaisons de K et L pour produire une unité de fruits
1. Comparez les ratios K/L (ou inversement L/K) aux points de tangence pour les deux secteurs (Chemises et Fruits). Indiquez quel secteur est plus intensif en travail et quel secteur est plus intensif en capital.¹
 2. Expliquez brièvement comment la position et la pente des isoquantes traduisent ces différences d'intensité factorielle.
 3. Expliquez comment le niveau d'élasticité de substitution entre K et L peut affecter la forme de l'isoquante.

On considère les fonctions de production suivantes : $Q_C = K_C^{0.3}L_C^{0.7}$ et $Q_F = K_F^{0.7}L_F^{0.3}$. On donne quelques

valeurs de w/r pour lesquels vous pouvez obtenir L/K à l'aide de la formule $\frac{PM_{L_C}}{PM_{K_C}} = \frac{PM_{L_F}}{PM_{K_F}} = \frac{w}{r}$:

$$\frac{w}{r} \in \{0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4, 5\}$$

4. Tracez approximativement les courbes de demande relative de facteurs (pour les deux secteurs sur un graphique ayant w/r en ordonnée et L/K en abscisse). Indiquez quelle courbe correspond au secteur des Chemises (CC) et laquelle au secteur des Fruits (FF).
5. Interprétez les courbes de demande relative de facteurs CC et FF obtenues dans la question précédente, en expliquant comment le rapport des prix des facteurs w/r influence le ratio L/K dans un secteur donné ; et en comparant les positions relatives des courbes CC (Chemises) et FF (Fruits). Que révèlent-elles sur l'intensité factorielle des deux secteurs ?



¹ Un secteur est dit intensif en travail si, pour un même rapport w/r, il emploie un ratio L/K plus élevé (ou un ratio K/L plus faible) que l'autre secteur.

6. En observant le graphique : expliquez comment la combinaison optimale (K, L) change lorsque w/r augmente. Comment évolue le ratio L/K dans chaque secteur ? Comparez vos observations à la pente des courbes de demande relative de facteurs (CC et FF). Lequel des deux secteurs est le plus affecté par la hausse du coût relatif du travail ? Pourquoi ?

Exercice 3 (Prix des biens et prix des facteurs- L'effet Stolper-Samuelson)

On considère une économie produisant deux biens : chemises (C) et fruits (F) en utilisant deux facteurs de production mobiles : capital (K) et travail (L). Les technologies de production sont données par : $Q_C = K_C^{0.3} L_C^{0.7}$ et $Q_F = K_F^{0.7} L_F^{0.3}$, avec les contraintes de ressources : $K = K_C + K_F = 3000$ et $L = L_C + L_F = 2000$. En concurrence parfaite, les facteurs de production sont rémunérés à la valeur de leur productivité marginale et la valeur marchande d'un bien est égale à son coût de production (en raison de la compétition entre producteurs).

1. Calculez la part de chaque facteur dans le coût total de production pour chaque bien en utilisant les propriétés des fonctions de production Cobb-Douglas. Que constatez-vous? Déduez pourquoi une augmentation du salaire w affecte plus fortement le prix des chemises que celui des fruits.
2. La condition de minimisation des coûts dans les deux secteurs donne : $\frac{PM_{L_C}}{PM_{K_C}} = \frac{PM_{L_F}}{PM_{K_F}} = \frac{w}{r}$. En déduire l'expression de K_C/L_C et K_F/L_F
3. Trouver l'expression de L_C/Q_C , K_C/Q_C , L_F/Q_F et K_F/Q_F
4. Sur la base de ces expressions et de l'égalité entre la valeur marchande d'un bien et son coût de production, trouver l'expression de P_C/P_F en fonction de w/r . Tracer cette courbe (SS) en plaçant w/r sur l'axe des abscisses (on peut utiliser les valeurs $w/r \in \{0.5, 1, 1.5, 2, 3\}$).
5. Interprétez la forme de cette courbe.
6. On suppose qu'initialement, $P_C/P_F = 1$ et $w/r = 1$. Si le prix relatif du tissu P_C/P_F augmente de 20%, quel est l'effet de cette augmentation sur les deux ratios ?
7. Calculez les ratios L_C/K_C et L_F/K_F avant et après l'augmentation de P_C/P_F . Comment évoluent-ils ? Pourquoi ?
8. Calculez la productivité marginale du travail dans chaque secteur avant et après l'augmentation de P_C/P_F .

9. En concurrence parfaite, le salaire réel en termes de chaque bien est égal à la productivité marginale du travail dans le secteur qui produit ce bien. Donnez le salaire réel en termes de chemises (w/P_C) et en termes de fruits (w/P_F) avant et après l'augmentation de P_C/P_F .
10. Expliquez pourquoi l'augmentation de P_C/P_F profite aux travailleurs et nuit aux propriétaires de capital, même en termes réels (pouvoir d'achat en termes des prix deux biens). Comment cela illustre-t-il l'effet Stolper-Samuelson ?

Exercice 4 (Expansion biaisée des possibilités de production et dotations factorielles)

On considère une économie produisant deux biens : chemises (C) et fruits (F) en utilisant deux facteurs de production mobiles : capital (K) et travail (L). Les technologies de production sont données par : $Q_C = K_C^{0.3} L_C^{0.7}$ et $Q_F = K_F^{0.7} L_F^{0.3}$, avec les contraintes de ressources : $K = K_C + K_F = 3000$ et $L = L_C + L_F = 2000$.

A l'équilibre initial, on observe les allocations suivantes : $K_C = 470$, $L_C = 1006$, $K_F = 2530$, $L_F = 994$

1. Calculez les ratios L_C/K_C et L_F/K_F . Quel secteur est le plus intensif en travail ?
2. Calculez les quantités produites Q_C et Q_F avec les allocations données
3. Vérifiez que les contraintes de ressources sont satisfaites.

On suppose que la population active augmente à $L = 3000$ heures de travail, tandis que le capital reste à $K = 3000$.

4. Expliquez pourquoi, à prix relatifs constants P_C/P_F , les ratios L_C/K_C et L_F/K_F restent inchangés. Quelle est la condition d'équilibre qui justifie cela ?
5. Sur la base de ces ratios constants, déterminez les nouvelles allocations K_C , L_C , K_F , L_F qui vérifient les contraintes de ressources élargies.
6. Montrez comment le capital et le travail se déplacent entre les secteurs.
7. Calculez les quantités produites Q_C et Q_F avec les nouvelles allocations. Comparez avec les productions initiales. Quel bien voit sa production augmenter ? diminuer ? Pourquoi ?
8. On donne l'allocation de capital et travail au secteur des chemises dans le tableau suivant. Tracez la FPP initiale et la FPP après augmentation du travail. L'expansion est-elle équilibrée ou biaisée vers un bien ?

Avant augmentation de la dotation de travail							
K_C	0	300	600	1000	1400	2200	3000

L_C	0	800	1000	1200	1400	1800	2000
Après augmentation de la dotation de travail							
K_F	0	300	600	1000	1400	2200	3000
L_F	0	800	1000	1200	1400	1800	3000

9. Pourquoi la production de fruits diminue-t-elle alors que la dotation totale en facteurs a augmenté ?
10. Expliquez le mécanisme de réallocation en termes d'intensité factorielle.
11. Si deux pays ont les mêmes technologies mais des dotations factorielles différentes, comment cet exercice illustre-t-il la source d'avantage comparatif ?
12. Quel bien un pays riche en travail aura-t-il intérêt à exporter ? Expliquez comment l'expansion biaisée des possibilités de production conduit au théorème de Heckscher-Ohlin.

Exercice 5 (Echange international et théorème de Heckscher-Ohlin)

On considère deux pays, H et F, qui produisent deux biens : chemises (C) et fruits (F). Les deux pays utilisent deux facteurs de production : travail (L) et capital (K). Les technologies de production sont données par : $Q_C = K_C^{0.3} L_C^{0.7}$ et $Q_F = K_F^{0.7} L_F^{0.3}$, avec les contraintes de ressources : $K = K_C + K_F$ et $L = L_C + L_F$ et les dotations suivantes :

Pays	Dotation en travail (L)	Dotation en capital (K)
H	900	300
F	400	400

Partie A : Avant l'échange (autarcie)

1. Quel pays est relativement abondant en travail ? En capital ? Justifiez en calculant les ratios L/K et en les comparant.
2. En autarcie, le pays H a un prix relatif des chemises $(P_C/P_F)_H = 0.8$. Le pays F a un prix relatif des chemises $(P_C/P_F)_F = 1.5$. Quel pays a un avantage comparatif dans la production de chemises ? Justifiez.

Partie B : Ouverture au commerce international

3. Selon le théorème de Heckscher-Ohlin, quel bien chaque pays devrait-il exporter ? Expliquez le mécanisme en termes d'intensité factorielle et d'abondance relative.
4. À partir du graphique ci-dessous représentant les courbes d'offre relative (RS, RS*) et de demande relative (RD) : Identifiez les prix relatifs d'autarcie $(P_C/P_F)_H$ et $(P_C/P_F)_F$. Montrez comment

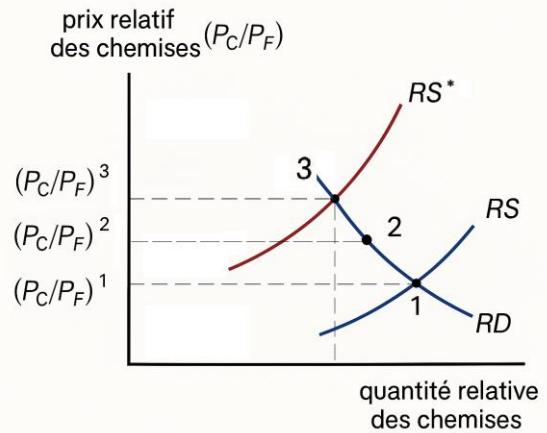
l'ouverture au commerce conduit à un prix mondial intermédiaire. Indiquez quel pays voit le prix relatif P_C/P_F augmenter, et quel pays le voit diminuer. Expliquez quel pays exportera quel bien.

Partie C : Effets sur la distribution des revenus

5. Avant l'échange dans H : $\left(\frac{w}{r} = 0.8\right)$. Après l'échange : $\left(\frac{w}{r} = 1.2\right)$. Calculez la variation en pourcentage du ratio salaire/loyer du capital. Interprétez ce résultat : quel facteur de production gagne du pouvoir d'achat ? Quel théorème cela illustre-t-il ?

Partie D : Égalisation des prix des facteurs

7. Avant l'échange dans H : $w_H = 10$ et dans F : $w_F = 25$. Après l'échange dans H : $w_H = 15$ et dans F : $w_F = 20$. Calculez la variation relative du salaire horaire dans chaque pays ainsi que le taux de convergence. Quel théorème cela illustre-t-il ?
8. Pourquoi n'observe-t-on pas une égalisation parfaite des prix relatifs des facteurs dans la réalité ?



1. Le théorème de Heckscher-Ohlin (H-O) (1933) → « Ce qui détermine l'échange entre deux pays »

Chaque pays exporte le bien qui utilise intensivement le facteur dont il est relativement le mieux doté.

2. Le théorème de Stolper-Samuelson (1941) → « Effet d'un changement des prix relatifs des biens »

Une hausse du prix relatif d'un bien augmente la rémunération réelle du facteur utilisé intensivement dans ce bien, et réduit celle de l'autre facteur.

3. Le théorème de Rybczynski (1955) → « Effet d'un changement de la dotation d'un facteur change »

À prix constants, une augmentation de la dotation d'un facteur accroît de façon plus que proportionnelle la production du bien qui utilise intensivement ce facteur, et réduit celle de l'autre bien.

4. Le théorème d'égalisation des prix des facteurs (Samuelson, 1948–1949) → « effet du commerce sur l'écart des prix des facteurs entre les pays ».

Sous les hypothèses du modèle HO (2x2x2 avec des technologies identiques, rendements d'échelle constants, concurrence parfaite, une mobilité parfaite des facteurs entre secteurs mais pas entre pays, et aucune barrière au commerce), le libre-échange international conduit à une égalisation complète des prix des facteurs de production entre les pays.