

欠定和非完全稀疏性的盲信号提取

谢胜利¹, 孙功宪¹, 肖 明^{1,2}, 傅予力¹, 吕 俊¹

(1. 华南理工大学电子与信息学院, 广东广州 510640; 2. 茂名学院电子与信息工程系 广东茂名 525000)

摘 要: 两步策略已成为欠定盲信号分离的基本方法, 混叠矩阵的估计是源恢复的先决条件. 本文针对非完全稀疏性情况, 提出一个两步的盲提取方法. 该方法先利用信号的单源区间样本, 估计部分源的基矢量(混叠矩阵的列矢量), 后最小干扰地提取所对应的源; 除它所对应的基矢量外, 它不依赖其它的基矢量, 故回避了混叠矩阵可识别的必要条件. 几个仿真实验结果显示了该算法的性能和实用性.

关键词: 欠定的盲信号分离; 盲信号提取; 稀疏表示; 单源区间

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 05-1028-04

Underdetermined and Incompletely Sparse Blind Signal Extraction

XIE Sheng-li¹, SUN Gong-xian¹, XIAO Ming^{1,2}, FU Yu-li¹, LÜ Jun¹

(1. School of Electrics and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510640, China;

2. Department of Electrics and Information Engineering, Maoming College, Maoming, Guangdong 525000, China)

Abstract: Two-step strategy has become a fundamental method for underdetermined blind signal separation and the estimation of mixing matrix is a prerequisite for the source's recovery. This paper proposes a two-step blind source extraction method for incompletely sparse case. The approach firstly estimates the basis vectors (columns of matrix) of partial sources using single-source intervals and then extracts the corresponding sources with minimum interference; it doesn't depend on other basis vector except the corresponding basis vector, so it avoids the essential condition the matrix is recoverable. Several simulation experimental results demonstrate its performance and practices.

Key words: underdetermined blind signal separation (BSS); blind signal extraction (BSE); sparse representation; Single source intervals

1 引言

盲信号处理技术广泛应用于语音、图像、生物医学信号、通信信号和遥感遥测信号的处理中, 具有广阔的发展前景.

目前, 盲提取算法主要基于独立分量分析 (Independent component analysis; ICA). 当源数目少于感知器时, 若混叠矩阵列满秩, 则可有序地提取源^[1,2]; 当源数目多于感知器 (病态或欠定的情况) 时, 若混叠矩阵满足一定条件, 可部分地提取源^[3~5].

近年来, 欠定的盲分离算法主要基于信号的稀疏性, 常采用两步法. 早先的矩阵估计以统计聚类为主, 如 k 均值等^[6]; 后来主要有时频掩码的 DUET、单源时频区域的 TIFROM、单源区间的检索平均法 (SAMTD) 或频域的单源区间矩阵恢复 (MRISSI) 算法等^[7~10]. 在“非完全稀疏性”的情况下, 常常不能完整地识别混叠矩阵. 遇

此, 源的恢复就不能使用稀疏分解的方法, 要解决此问题, 成为了一个新的研究难点.

本文针对上述问题, 利用源信号间的不相关性, 提出了一个新的两步解决方案. 先利用单源区间样本估计出一个基矢量, 后对应地提取一个源, 不依赖其它的基矢量, 从而回避混叠矩阵不能被完整估计的弊端, 实现提取部分源的目标. 最后, 我们用几个语音信号的实验来验证该算法.

2 基矢量的估计

在噪声环境下, 线性混叠的模型:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_m(t)]^T$ 表示 m 个观测信号, $\mathbf{A} \in R^{m \times n}$ 和 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$ 分别为未知的混叠矩阵和 n 个源, $\mathbf{v}(t)$ 为高斯白噪声. 本文理论分析将不考虑高斯白噪声, 仅在实验中将混入噪声.

收稿日期: 2009-03-23; 修回日期: 2009-05-25

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 60774094, No. 60874061); 国家自然科学基金 (No. U0635001, No. U0835003); 国家 973 重点基础研究发展计划 (No. 2010CB731800); 广东省国际合作研究项目 (No. 2009B050700020)

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

当矩阵展开为 $A = [a^1, \dots, a^n]$ 时, 矢量 a^j 被称为第 j 个源的基矢量, 令 $\|a^j\| = 1$, 其中 $\|\cdot\|$ 表示矢量的长度, 在不考虑噪声的情况下, 于是式(1)可为:

$$x(t) = \sum_{j=1}^n a^j s_j(t) \quad (2)$$

现假定如下: (1) 源信号间互不相关, 并具有零均值; (2) 混叠矩阵的任意两列线性独立; (3) 混叠矩阵的秩满足 $\text{rank}(A) = m$.

根据文献[9]和[10], 混叠矩阵的估计要求所有源都具有一些单源区间, 在非完全稀疏性下, 一些基矢量将不能被估计. 下面简要地回顾单源区间的定义及检测算法.

定义 1 在混叠信号的稀疏化后, 对给定的样本区间 $[t_1, t_2]$, 如果有且仅有一个源为非 0, 其它的源为 0, 称区间 $[t_1, t_2]$ 为混叠信号的单源区间 (Single Source Interval; SSI).

显然, 如果 $[t_1, t_2]$ 单源区间, $x(t) = a^j s_j(t)$, 矢量 $x(t)$ 与 a^j 同向或反向, 位于同一直线上. 令 $u(t) = x(t)/\|x(t)\|$, $u(t) = [u_1(t), \dots, u_m(t)]^T$, 设 $d^t = u(t) \cdot \text{sign}(u_k(t)) - u(t+1) \cdot \text{sign}(u_{k+1}(t))$ ($k = \arg \max_i |u_i(t)|$), 其中, $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数. 可知性质: 如果区间 $[t_1, t_2]$ 是一个单源区间, 在 $t \in [t_1, t_2]$ 上, 矢量 d^t 为 0.

据其性质, 用 SAMTD 或频域 MRISSI 算法可以估计出全部或部分的基矢量, 这是两步提取法的第一步.

然而, 当无混叠矩阵可恢复的假设时, 将无法判断能否应用稀疏分解的算法. 下面提出一个两步的盲提取算法. 直接提取第 j 个源信号, 不依赖其它的基矢量, 回避混叠矩阵可恢复的假设.

3 源信号的提取

在基矢量 a^j 已估计后, 现讨论如何恢复第 j 个源? 对信号分为若干区间, 下面分析在任意的区间 $[t_1, t_2]$ 的样本.

考虑无噪声的情况, 在区间 $[t_1, t_2]$ 上, 设矢量 $w_j = [w_{j1}, \dots, w_{jm}]$ 使得

$$z_j(t) = w_j x(t) \quad (3)$$

通常的目标是 $z_j(t)$ 最接近源 $s_j(t)$, 在理论上有时也可等于源 $s_j(t)$.

矢量 a^j 为非零, 设第 k 个分量 $a_{kj} \neq 0$. 构造矩阵 $B = [b_1, \dots, b_{m-1}]^T$ 如下:

$$B = \begin{bmatrix} -a_{kj} & 0 & \cdots & a_{1j} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & -a_{kj} & a_{k-1,j} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{k+1,j} - a_{kj} & \cdots & 0 & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{mj} & 0 & \cdots & -a_{kj} \end{bmatrix}_{(m-1) \times m}$$

显然, $\text{rank}(B) = m-1$, 其中它的每一行 b_i ($i = 1, \dots, m-1$) 都与矢量 a^j 正交, 计算 $y(t) = Bx(t)$, 其中 $y(t) = [y_1(t), \dots, y_{m-1}(t)]^T$, 将式(2)代入上式, 计算 $y_i(t)$ 得,

$$y_i(t) = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n b_i a^k s_k(t) \quad (4)$$

所以 $y(t)$ 的每个分量都不包含第 j 个源.

将矢量 $x(t)$ 投影到基矢量 a^j 上, 得 $x_0(t) = (a^j)^T x(t)$, 设 $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m-1}]$, 现从 $x_0(t)$ 中减少或消除其它源的干扰, $s_j(t) = x_0(t) - \lambda y(t)$, 其中 $s_j(t)$ 为估计信号.

讨论信号 $s_j(t)$ 的在区间 $[t_1, t_2]$ 上平均功率 $E[|s_j(t)|^2]$, 则 $E[|s_j(t)|^2] = E[|x_0(t) - \lambda y(t)|^2]$, 根据源信号之间的互不相关性, 即 $E[|s_j(t) s_i(t)|^2] = 0$ ($i \neq j$), 整理得

$$E[|s_j(t)|^2] = E[|x_0(t)|^2] + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n [(a^j)^T a^i - \sum_{k=1}^{m-1} \lambda_k b_{ki} a^i]^2 E[|s_i(t)|^2] \quad (5)$$

在式(5)中, 第一项是要提取的源, 第二项是要抑制的干扰源. 要使第二项为最小, 因第一项与参数 λ 无关, 故必须优化 $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m-1}]$, 使得 $\min_{\lambda} E[|s_j(t)|^2]$ 成立,

$$\min_{\lambda} E[|x_0(t) - \lambda y(t)|^2] \quad (6)$$

对式(6)求导, $\frac{\partial E[|x_0(t) - \lambda y(t)|^2]}{\partial \lambda} = 0$, 得 $\lambda = E[x_0(t) y(t)^T] [E(y(t) y(t)^T)]^{-1}$, 故第 j 个源:

$$s_j(t) = (a^j)^T x(t) - (a^j)^T E[x(t) y(t)^T] [E(y(t) y(t)^T)]^{-1} y(t) \quad (7)$$

同时

$$w_j = (a^j)^T - (a^j)^T E[x(t) y(t)^T] [E(y(t) y(t)^T)]^{-1} B \quad (8)$$

从式(7)知, 源的提取仅与观测信号和对应的基矢量 a^j 有关, 可直接计算无需迭代. 上述方法称为欠定的两步盲提取方法.

注: 这里的“提取”是一个近似的恢复, 在基于 ICA 的算法中, “提取”在理论上是完全一致的恢复.

4 “提取”源的讨论

欠定的两步盲提取算法是最大地抑制其它源和噪声的干扰, 并完整地保存源. 它接近于源, 但何时能够与源完全一致?

如果去掉混叠矩阵的第 j 列, 记为 A_j . 若存在矢量 w_j 满足 $w_j A_j = 0_{1 \times (n-1)}$, 则用矢量 w_j 提取的信号与源一致. 由于假定 $\text{rank}(A) = m$, 故其条件也可写为 $\text{rank}(A_j)$

$= m - 1$.

定理 1 在线性混叠中,第 j 个源信号 $s_j(t)$ 的基矢量为 \mathbf{a}^j ,若 $\text{rank}(\mathbf{A}_j) = m - 1$ 成立,则 $\mathbf{w}_j = (\mathbf{a}^j)^T - (\mathbf{a}^j)^T E[\mathbf{x}(t)\mathbf{y}(t)^T][E(\mathbf{y}(t)\mathbf{y}(t)^T)]^{-1}\mathbf{B}$ 可使 $\hat{s}_j(t) = \mathbf{w}_j\mathbf{x}(t)$ 与源 $s_j(t)$ 完全一致.

证明 见附录 A.

5 仿真实验

实验 1 采用 5 语音信号(取自 <http://sassec.gforge.inria.fr/>)和一个高速公路上行驶的小车的噪声源(取自 http://www.cmp.uea.ac.uk/Research/noise_db/series1/beach/beach.html)作为源.先随机产生一个 3×3 的非奇异矩阵,后矩阵的第 4、5、6 列分别为第 2 和第 3 列的线性组合,以保证存在一个矢量 \mathbf{w}_1 ,使得 $\mathbf{w}_1\mathbf{A}_1 = \mathbf{0}_{1 \times (n-1)}$.

实验中对混叠信号进行短时傅立叶变换,按照公式计算 \mathbf{d}^t ,检测 \mathbf{d}^t 等于 0 的区间,将其区间样本作为在频域中单源区间的样本,根据参考文献[9,10],后估计出 6 个基矢量.

从估计的基矢量可知,在非完全稀疏性的情况下,第 2 个源的基矢量未能被估计,而多出的 $\hat{\mathbf{a}}_2$ 接近小车行驶的噪声的基矢量,矢量 $\hat{\mathbf{a}}_4$ 为第 1 个源的基矢量.

按照两步提取方法,将 2000 个样本分为一组,得 $\mathbf{w}_1 = [-0.001 \quad 0.4398 \quad -0.8981]$ 和提取信号 $z(t)$,其信噪比为 57dB,与源信号基本一致,验证了定理 1 的结论.对于其它估计的 5 个基矢量,提取的源的信噪比得到明显的改善,分别为 3.5、8.3、7.2、6.3 和 2.1dB.

用 $\mathbf{w}_1\mathbf{A}/(\mathbf{w}_1\hat{\mathbf{a}}_4) = [1, 0.003, 0.03, 0.008, 0.02]$ 可以验证满足定理 1.

实验 2 源采用 8 语音信号,其中 4 个女声和 4 个男声(来源同上).人工地混叠成 4 个观测信号:随机产生一个非奇异 4×4 的矩阵,后 4 列是第 2、3 列的线性组合,形成一个 4×8 的混叠矩阵,以保证存在一个矢量 \mathbf{w}_1 和 \mathbf{w}_4 ,使得 $\mathbf{w}_1\mathbf{A}_1 = \mathbf{0}_{1 \times (n-1)}$ 和 $\mathbf{w}_4\mathbf{A}_4 = \mathbf{0}_{1 \times (n-1)}$ 成立.

与实验 1 相同,在频域中检测单源区间的样本,估计出基矢量,第 1、4 个源信号的基矢量的角度偏差分别为 0.58° 和 0.32° ,其它的基矢量的角度偏差分别为 $1.03^\circ, 0, 8.08^\circ, 0.25^\circ, 1.14^\circ, 0.69^\circ, 2.36^\circ$.

根据两步盲提取算法,利用 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 和 $\hat{\mathbf{a}}_4$ 计算两个估计源,其信噪比分别为 32.48 和 63.18dB.其余提取的源,其信噪比得到很好的改善,分别为 10、7.1、4.6、3.8、5.9 和 2.7dB.

同样用 $\mathbf{w}_1\mathbf{A}/(\mathbf{w}_1\hat{\mathbf{a}}^1)$ 和 $\mathbf{w}_4\mathbf{A}/(\mathbf{w}_4\hat{\mathbf{a}}^7)$,除第 1、4 个元素为 1 外,其它接近于零.

实验 3 源信号为 6 个语音信号,混叠矩阵与实验

1 相同,然后在混叠信号中混入信噪比为 15dB 的高斯白噪声.经检测单源区间,估计的基矢量的角度偏差分别为 $0.7^\circ, 0, 1.6^\circ, 1.09^\circ$ 和 1.4° .提取的源信号的信噪比分别为:12.0、6.5、8.2、8.0、5.7 和 4.5dB.

如果混入的高斯白噪声的信噪比降低为 10dB 时,噪声加大,其估计的基矢量仅 3 个,其角度偏差分别为 $0.1.1^\circ$ 和 0.6° ,提取的源的信噪比得到明显的改善,分别为 7.5、8.0、5.0dB.

综上所述,在满足定理 1 的条件下提取的源信号信噪比高,接近于源.若不满足时,提取的源信噪比也得到改善,有效地抑制了噪声和其它源的干扰.

6 结论

本文讨论了在混叠矩阵不能完整地估计的情况下的源提取问题.结合单源区间和不相关性,提出了欠定情况下的两步的盲提取方法,回避了混叠矩阵可恢复的前提条件,有效地保证提取源信号的完整,最大地抑制了噪声和其它源干扰,该方法不考虑源的个数,解决了完全稀疏性的难题,具有显著的实际意义.最后,几个语音实验结果证实了两步提取法的优越和实用性.

附录 A:定理 1 的证明

证明 由于混叠矩阵行满秩 $\text{rank}(\mathbf{A}) = m$,又 $\text{rank}(\mathbf{A}_j) = m - 1$,故 $\mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^{j-1}, \mathbf{a}^{j+1}, \dots, \mathbf{a}^n$ 可由一组线性无关的矢量 $\bar{\mathbf{a}}^1, \dots, \bar{\mathbf{a}}^{m-1}$ 线性表示,即 $\mathbf{a}^k = c_{1k}\bar{\mathbf{a}}^1 + \dots + c_{(m-1)k}\bar{\mathbf{a}}^{m-1} (k \neq j)$.

若设 $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{j-1}, \mathbf{1}_{1 \times m}, \mathbf{c}_{j+1}, \dots, \mathbf{c}_q]$,其中, $\mathbf{c}_k = [0, c_{1k}, \dots, c_{m \times k}]^T, \mathbf{1}_{1 \times m} = [1, 0, \dots, 0]^T$,则可以写 $\mathbf{A} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{C}$,其中 $\tilde{\mathbf{A}} = [\mathbf{a}^j, \bar{\mathbf{a}}^1, \dots, \bar{\mathbf{a}}^{m-1}]$,将其代入式(1)得 $\mathbf{x}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{C}[s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$ (不考虑噪声).

令 $[s_j(t), \tilde{s}_1(t), \dots, \tilde{s}_{m-1}(t)]^T = \mathbf{C}[s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$,此时 $\tilde{s}_1(t), \dots, \tilde{s}_{m-1}(t)$ 相互间是相关信号,

$$\mathbf{x}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{s}}(t) \quad (1a)$$

不失一般性,设 \mathbf{a}^j 为 \mathbf{a}^1 时.可以计算得出 $\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{A}} = [0_{(m-1) \times 1} \quad \mathbf{D}_{(m-1) \times (m-1)}]$,因为 $\tilde{\mathbf{A}}$ 是可逆矩阵,所以 $\text{rank}(\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{A}}) = \text{rank}(\mathbf{B}) = m - 1$,故很明显 $\text{rank}(\mathbf{D}) = m - 1$,矩阵 \mathbf{D} 可逆,设 $\tilde{s}_1(t) = [\tilde{s}_1(t), \dots, \tilde{s}_{m-1}(t)]$,则

$$E[(\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{A}})\tilde{s}(t)\tilde{s}(t)^T(\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{A}})^T] = DE[\tilde{s}_1(t)\tilde{s}_1(t)^T]\mathbf{D}^T \quad (1b)$$

设 \mathbf{w}_j 为 \mathbf{w}_1 ,现考虑 $\mathbf{w}_1\mathbf{A}$ 的值,将 $\mathbf{w}_1, \mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)$, (1a)和(1b)等关系代入 $\mathbf{w}_1\mathbf{A}$ 后,可得: $\mathbf{w}_1\mathbf{A} = [1, 0, \dots, 0]_{1 \times m}\mathbf{C} = [1, 0, \dots, 0]_{1 \times n}$,故 $\hat{s}_1(t) = \mathbf{w}_1\mathbf{x}(t) = \mathbf{w}_1\mathbf{A}\mathbf{s}(t) = [1, 0, \dots, 0]\mathbf{s}(t) = s_1(t)$,定理得证.

参考文献:

- [1] 章晋龙, 何昭水, 谢胜利. 基于遗传算法的有序盲信号提取[J]. 电子学报, 2004, 32(4): 616 – 619.
Zhang Jinlong, He Zhaoshui, Xie Shengli. Sequential blind signal extraction in order based on genetic algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(4): 616 – 619. (in Chinese)
- [2] Li X, Zhang X. Sequential blind extraction adopting second-order statistics[J]. IEEE signal processing letters, 2007, 14(1): 58 – 61.
- [3] Li Y, Wang J. Sequential blind extraction of instantaneously mixed sources[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(5): 997 – 1006.
- [4] Li Y, Wang J, et al. Blind extraction of singularly mixed source signals[J]. IEEE Trans. Neural Network, 2000, 11(6): 1413 – 1422.
- [5] Liu D, Hu S, Zhang H. Simultaneous blind separation of instantaneous mixtures with arbitrary rank[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2006, 53(10): 2287 – 2298.
- [6] Li Y, Andrzej C, Amari S. Analysis of sparse representation and blind source separation[J]. Neural Computation, 2004, 16(6): 1193 – 1234.
- [7] O Yilmaz, S Rickard. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 52(7): 1830 – 1847.
- [8] Deville Y, Puigt M. Temporal and time-frequency correlation-based blind source separation methods. Part I: Determined and underdetermined linear instantaneous mixtures[J]. Signal Processing, 2007, 87(3): 374 – 407.
- [9] Xiao M, Xie S, Fu Y. Searching-and-averaging method of underdetermined blind speech signal separation in time domain[J]. Sci China Ser F-Inf Sci, 2007, 50(5): 1 – 12.
- [10] 肖明, 谢胜利, 傅予力. 基于频域单源区间的具有延迟的欠定盲分离[J]. 电子学报, 2007, 35(12): 37 – 41.
Xiao Ming, Xie Shengli, Fu Yuli. Underdetermined blind delayed source separation based on single source intervals in frequency domain[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(12): 37 – 41. (in Chinese)

作者简介:



谢胜利(通信作者) 男, 1958年12月出生
于湖北省公安县, 华南理工大学电子与信息工程
学院教授、博士生导师, 国家杰出青年科学基金
获得者, 在国内外学术刊物上发表论文 80 多篇,
4 次获得省部级科技奖励. 目前感兴趣的领域
为: 智能信息处理、数字家庭网络结构、RFID 理
论与技术、盲信号分离和图象处理等.

E-mail: adshxie@scut.edu.cn



孙功宪 男, 1973年4月出生于安徽省巢湖
市, 华南理工大学电子与信息工程学院博士, 主
要研究方向为卫星导航、智能信息处理、盲信号
分离、稀疏成分分析等.

E-mail: sungongxian@co.ship.com