



图像匹配

耿修瑞

中国科学院空天信息创新研究院

gengxr@sina.com.cn

2025.5

- 傅里叶变换
- 图像平移模型
- 归一化互功率谱
- 循环移位矩阵
- 自相关归一化互功率谱

傅里叶变换

傅里叶变换历史

- ◆ 1768年生于法国
- ◆ 1803提出“任何周期信号都可用正弦函数的级数表示”
- ◆ 1822年发表《热的解析理论》，首次提出“任何非周期信号都可以用正弦函数的积分表示”



傅里叶，法国，1786~1830

傅里叶变换历史

18世纪，“一个任意的函数能否被表示成三角函数”成了数学界大佬们激烈论证的话题，这些大佬包括伯努利、欧拉、大朗贝尔、拉格朗日、拉普拉斯。这一争论从18世纪60年代到70年代，但依旧没有完全证明。

傅里叶（Joseph Fourier, 1768-1830）于1803年左右开始研究热力学问题。1822年发表的《热的解析理论》是其对物理和数学领域贡献的代表作。在这篇著作中，傅里叶将欧拉、伯努利等人在特殊情况下应用三角函数表达其他函数的应用，发展为一般理论。因此，后来的三角级数展开被称作傅里叶级数，对应的一般复杂函数分解为简单三角函数的理论被称为傅里叶变换。

傅里叶变换

傅里叶变换定义

傅里叶变换

$$F(w) = FT(f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

逆傅里叶变换

$$f(t) = IFT(F(w)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{j\omega t} dw$$

傅里叶变换

离散傅里叶变换定义

一维信号傅里叶变换

$$F(w) = \sum_{t=0}^{N-1} f(t) e^{-j2\pi \frac{wt}{N}}, w = 0, 1, \dots, N-1$$

二维信号傅里叶变换

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)},$$

$$u = 0, 1, \dots, M-1; v = 0, 1, \dots, N-1$$

傅里叶变换

一维傅里叶变换的矩阵表达

$$F(w) = \sum_{t=0}^{N-1} f(t) e^{-j2\pi \frac{wt}{N}}, w = 0, 1, \dots, N-1$$

$$\begin{bmatrix} F(0) \\ F(1) \\ \vdots \\ F(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi \frac{1}{N}} & \dots & e^{-j2\pi \frac{N-1}{N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi \frac{N-1}{N}} & \dots & e^{-j2\pi \frac{(N-1)(N-1)}{N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ \vdots \\ f(N-1) \end{bmatrix}$$

傅里叶变换

二维傅里叶变换的矩阵表达

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)},$$

$$u = 0, 1, \dots, M-1; v = 0, 1, \dots, N-1$$

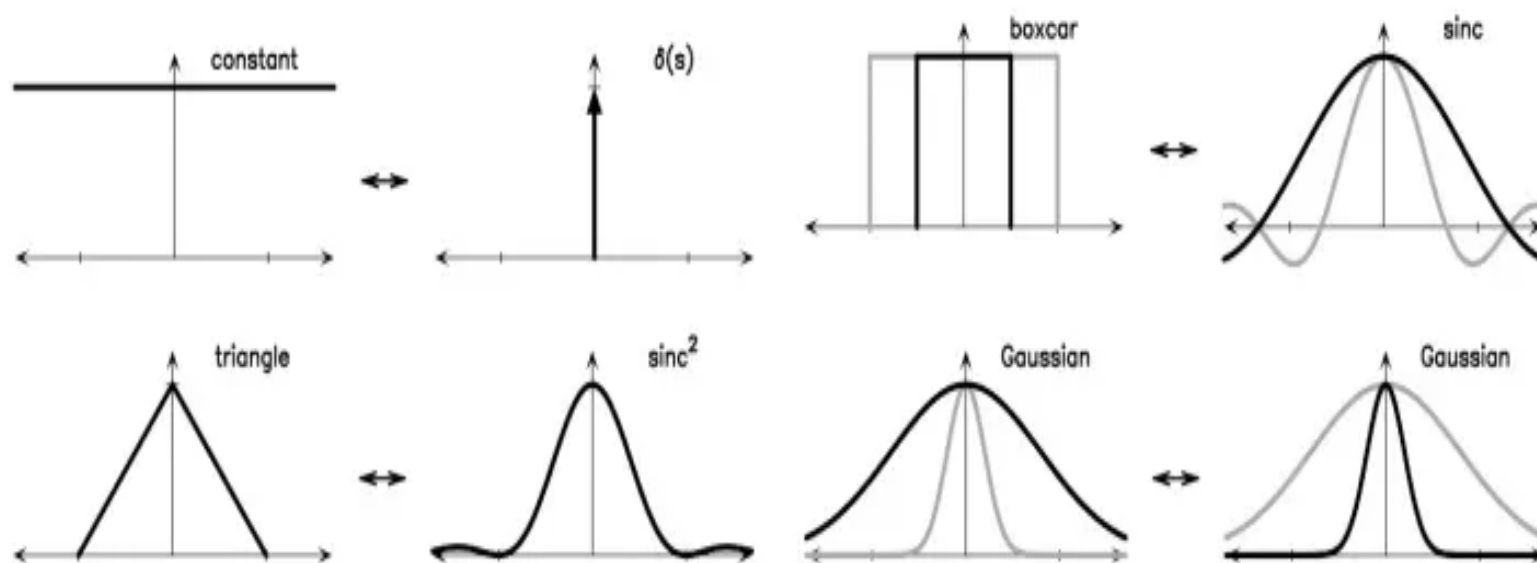
$$\begin{bmatrix} F(0,0) & F(0,1) & \cdots & F(0,N-1) \\ F(1,0) & F(1,1) & \cdots & F(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F(M-1,0) & F(M-1,1) & \cdots & F(M-1,N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi \frac{1}{M}} & \cdots & e^{-j2\pi \frac{M-1}{M}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi \frac{M-1}{M}} & \cdots & e^{-j2\pi \frac{(M-1)(M-1)}{M}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \cdots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \cdots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi \frac{1}{N}} & \cdots & e^{-j2\pi \frac{N-1}{N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi \frac{N-1}{N}} & \cdots & e^{-j2\pi \frac{(N-1)(N-1)}{N}} \end{bmatrix}$$

傅里叶变换



傅里叶变换的例子



演示: ft1, ft2, ft21, ft22, ft24

傅里叶变换

傅里叶变换的例子

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

$$FT(\delta(t)) = 1$$

$$DFT(\delta(t)) = 1$$

$$\delta(t - \tau) = \begin{cases} 1 & t = \tau \\ 0 & t \neq \tau \end{cases}$$

$$F(w) = FT(\delta(t - \tau)) = e^{-jw\tau}$$

$$F(w) = DFT(\delta(t - \tau)) = e^{-j2\pi \frac{w\tau}{N}}$$

$$\delta(x, y) = \begin{cases} 1 & x = y = 0 \\ 0 & \text{其它情况} \end{cases}$$

$$FT(\delta(x, y)) = 1$$

$$DFT(\delta(x, y)) = 1$$

$$\delta(x - x_0, y - y_0) = \begin{cases} 1 & x - x_0 = y - y_0 = 0 \\ 0 & \text{其它情况} \end{cases}$$

$$F(u, v) = FT(\delta(x - x_0, y - y_0)) = e^{-j(ux_0 + vy_0)}$$

$$F(u, v) = DFT(\delta(x - x_0, y - y_0)) = e^{-j2\pi \left(\frac{ux_0}{M} + \frac{vy_0}{N} \right)}$$

图像平移模型

时域平移-频域相移

N点一维信号

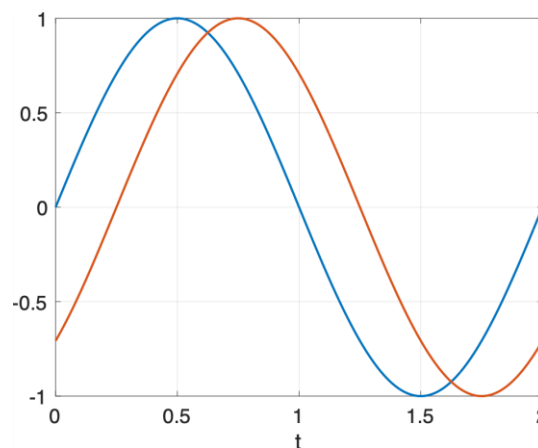
$$f(t) = g(t - \tau)$$

$$F(\omega) = G(\omega)e^{-j2\pi\frac{\omega\tau}{N}}$$

$M \times N$ 二维图像

$$f(m, n) = g(m - m_0, n - n_0)$$

$$F(u, v) = G(u, v)e^{-j2\pi\left(\frac{um_0}{M} + \frac{vn_0}{N}\right)}$$



定义

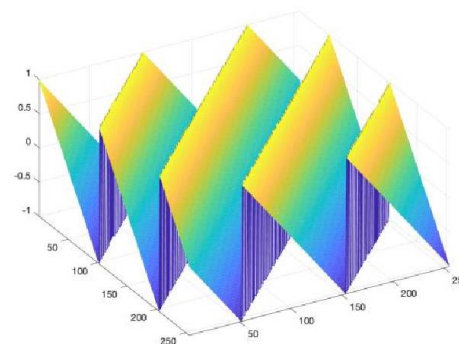
$$S(u, v) = \frac{F(u, v)G^*(u, v)}{|F(u, v)G^*(u, v)|}$$

根据 $F(u, v) = G(u, v)e^{-j2\pi\left(\frac{um_0}{M} + \frac{vn_0}{N}\right)}$

可以得到归一化互功率谱 (NCPS)
具有如下表达式

$$S(u, v) = e^{-j2\pi\left(\frac{um_0}{M} + \frac{vn_0}{N}\right)}$$

理想情况下
平移 (2.5, 2.5) 像素



相位

不难发现平移信息就包
含在NCPS的相位中
(test1)

归一化互功率谱



基于反傅立叶变换

NCPS的反傅立叶变换为冲击函数
称作Phase Only Correlation (POC):

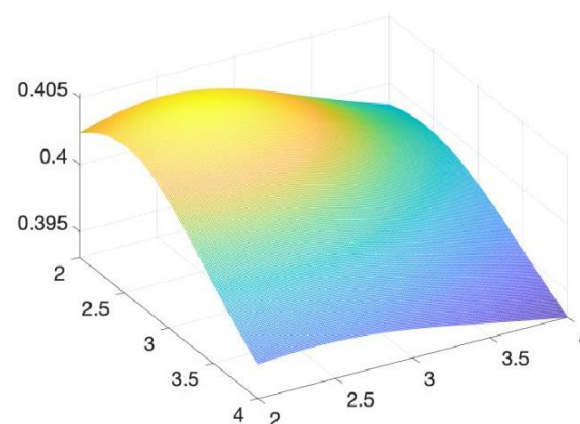
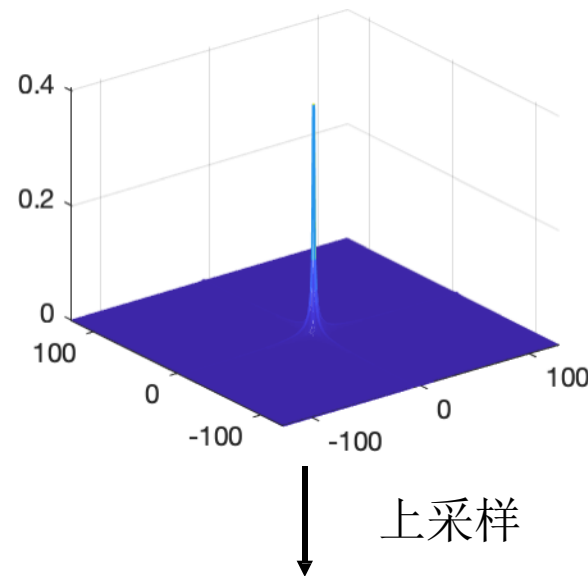
$$s(m, n) = IDFT[S(u, v)] \\ = \delta(m - m_0, n - n_0)$$

演示: match1
match2

通过找到POC函数峰值的位置可以
确定平移整数部分

对POC函数峰值附近3*3像素大小的
区域进行上采样可以获得亚像素精度
的估计结果

任意精度的亚像元平移?



□ 循环移位矩阵 (cyclic shift matrix)

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u} = [u_1 \quad u_2 \quad \cdots \quad u_{n-1} \quad u_n]^T$$

$$\mathbf{Qu} = [u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n \quad u_1]^T$$

□ 整数位移模拟

1	1	5	1	1
1	5	10	5	1
1	1	5	1	1

I

(a) The original image

$$\xrightarrow{I' = Q_{3 \times 3}^T I Q_{5 \times 5}}$$

1	1	1	5	1
1	1	1	5	1
1	1	5	10	5

I'

(b) The transformed image

可以利用循环移位矩阵实现图像任意大小的整数平移 (cyclic1)，那么是否可以利用循环移位矩阵对图像进行任意亚像元精度的平移呢？

□ 循环移位矩阵的特征分解

定理2 $N \times N$ 大小的循环移位矩阵有如下特征分解公式

$$\mathbf{Q} = \mathbf{F} \mathbf{D} \mathbf{F}^H = \mathbf{F}^H \bar{\mathbf{D}} \mathbf{F}$$

其中 \mathbf{F} 为对应大小的离散傅里叶变换矩阵, \mathbf{D} 为特征值矩阵, 其对角元素为 $e^{-j\frac{2\pi ki}{N}}, k=0,1,\dots,N-1$ 。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi\frac{1}{N}} & \dots & e^{-j2\pi\frac{N-1}{N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi\frac{N-1}{N}} & \dots & e^{-j2\pi\frac{(N-1)(N-1)}{N}} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-j2\pi\frac{1}{N}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{-j2\pi\frac{(N-1)}{N}} \end{bmatrix}$$

□ 奇数阶循环移位矩阵的任意次方

$$\mathbf{Q} = \mathbf{F}\mathbf{D}\mathbf{F}^H = \mathbf{F}^H\bar{\mathbf{D}}\mathbf{F}$$

$$\mathbf{Q}^x = \mathbf{F}\mathbf{D}^x\mathbf{F}^H = \mathbf{F}^H\bar{\mathbf{D}}^x\mathbf{F}$$

讨论：循环矩阵可能的实特征值与特征向量

- ◆ 奇数阶循环移位矩阵的任意实数次方仍为实矩阵
- ◆ 上述公式中为什么要求奇数阶矩阵？

□ 小数位移模拟

1	1	5	1	1
1	5	10	5	1
1	1	5	1	1

I

(a) The original image

$$I' = (Q_{3 \times 3}^T)^{0.01} I Q_{5 \times 5}^{0.02}$$

1.05	0.86	4.94	1.04	0.95
0.98	4.86	9.99	5.14	1.02
1.05	0.96	5.06	1.14	0.95

I'

(b) The transformed image

可以利用循环移位矩阵实现图像任意精度的小数平移 (cyclic2)

$$Q_{3 \times 3}^{0.01} = \begin{bmatrix} 0.9999 & 0.0122 & -0.0120 \\ -0.0120 & 0.9999 & 0.0122 \\ 0.0122 & -0.0120 & 0.9999 \end{bmatrix}$$

根据循环移位矩阵的性质，我们可以构建如下**平移匹配优化模型**：

$$\min_{x,y} f(x,y) = \min_{x,y} \left\| \mathbf{A} - (\mathbf{Q}_1^T)^x \mathbf{B} \mathbf{Q}_2^y \right\|_F \quad (1)$$

于是图像平移匹配问题，转化为了上式关于平移量的优化问题，问题是，这个模型该如何求解呢？

容易验证：

$$\left(\mathbf{Q}^T\right)^x = \left(\mathbf{Q}^x\right)^T = \left(\mathbf{F}\mathbf{D}^x\mathbf{F}^H\right)^T = \mathbf{F}^H\mathbf{D}^x\mathbf{F}$$

有：

$$\left(\mathbf{Q}_1^T\right)^x \mathbf{B} \mathbf{Q}_2^y = \mathbf{F}_1^H \mathbf{D}_1^x \mathbf{F}_1 \mathbf{B} \mathbf{F}_2 \mathbf{D}_2^y \mathbf{F}_2^H \quad (2)$$

注意到任何图像矩阵 \mathbf{A} 的离散傅里叶变换可以表示为

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{F}_1 \mathbf{A} \mathbf{F}_2$$

因此模型（1）的目标函数转化为

$$f(x, y) = \left\| \mathbf{A} - \mathbf{F}_1^H \mathbf{D}_1^x \hat{\mathbf{B}} \mathbf{D}_2^y \mathbf{F}_2^H \right\|_F \quad (2)$$

对矩阵 $\mathbf{A} - \mathbf{F}_1^H \mathbf{D}_1^x \hat{\mathbf{B}} \mathbf{D}_2^y \mathbf{F}_2^H$ 做任何正交变换不影响上述目标函数的值，我们有

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \left\| \mathbf{F}_1 \left(\mathbf{A} - \mathbf{F}_1^H \mathbf{D}_1^x \hat{\mathbf{B}} \mathbf{D}_2^y \mathbf{F}_2^H \right) \mathbf{F}_2 \right\|_F \\ &= \left\| \mathbf{F}_1 \mathbf{A} \mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_1 \mathbf{F}_1^H \mathbf{D}_1^x \hat{\mathbf{B}} \mathbf{D}_2^y \mathbf{F}_2^H \mathbf{F}_2 \right\|_F = \left\| \hat{\mathbf{A}} - \mathbf{D}_1^x \hat{\mathbf{B}} \mathbf{D}_2^y \right\|_F \\ &= \left\| \hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{B}} \cdot \left(\text{diag}(\mathbf{D}_1^x) \text{diag}(\mathbf{D}_2^y)^T \right) \right\|_F \end{aligned}$$

令：

$$\hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{A}} ./ \hat{\mathbf{B}}$$

则 (1) 可进一步转化为：

$$\min_{x,y} f(x,y) = \min_{x,y} \left\| \hat{\mathbf{C}} - \text{diag}(\mathbf{D}_1^x) \text{diag}(\mathbf{D}_2^y)^T \right\|_F \quad (3)$$

又由于

$$\text{diag}(\mathbf{D}_1^x) \text{diag}(\mathbf{D}_2^y)^T = \begin{bmatrix} e^{i(u_1x+v_1y)} & \dots & e^{i(u_1x+v_Ny)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{i(u_Mx+v_1y)} & \dots & e^{i(u_Mx+v_Ny)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} u_j &= \frac{2\pi j}{M}, j = 0, \dots, M-1 \\ v_k &= \frac{2\pi k}{N}, k = 0, \dots, N-1 \end{aligned}$$

因此，模型（3）的求解可以转化为：

$$\min_{x,y} f(x,y) = \min_{x,y} \left\| \text{phase}(\hat{\mathbf{C}}) - \mathcal{X} \times_3 \mathbf{s} \right\|_{\text{F}}$$

其中 $\mathbf{s} = [x, y]^T$ ，并且

$$\mathcal{X}_{\dots 1} = \begin{bmatrix} u_1 & \cdots & u_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_m & \cdots & u_m \end{bmatrix}, \mathcal{X}_{\dots 2} = \begin{bmatrix} v_1 & \cdots & v_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_1 & \cdots & v_n \end{bmatrix}$$

记：

$$\mathbf{c} = \text{vec}(\text{phase}(\hat{\mathbf{C}})), \mathbf{X} = [\text{vec}(\mathcal{X}_{\dots 1}), \text{vec}(\mathcal{X}_{\dots 2})]$$

则可得到模型的最小二乘解为：

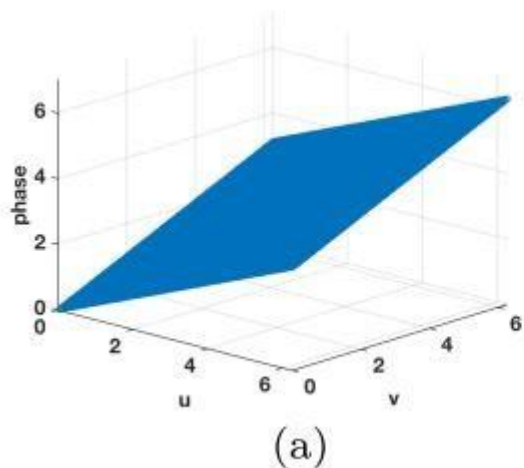
$$\mathbf{s} = \left(\mathbf{X}^T \mathbf{X} \right)^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{c}$$

实际中存在的问题：

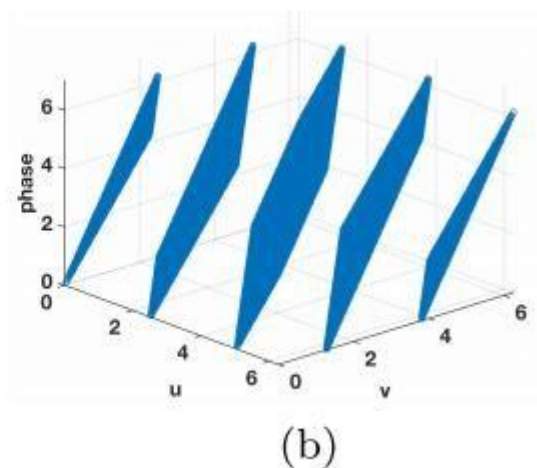
- 折叠问题（test1, test2, test3）
- 非匹配区域问题（test2）
- 噪声问题（test3）

折叠问题 (test1)

设 x, y 为水平和垂直方向的两个平移量, 则
当 $|x|+|y|>1$, 会发生相位折叠(具体请看论文)



$$x=y=0.5$$



$$x=y=2.5$$

讨论: 如何
避免相位折
叠问题?

折叠问题的克服

可通过逆傅里叶变换的方法进行整数级像素估计以去除相位折叠效应，假设得到位移量为 x_{integer} , y_{integer} 。然后重新构建待匹配图像？

$$\mathbf{B} = \left(\mathbf{Q}_1^T \right)^{x_{\text{integer}}} \mathbf{B} \mathbf{Q}_2^{y_{\text{integer}}}$$

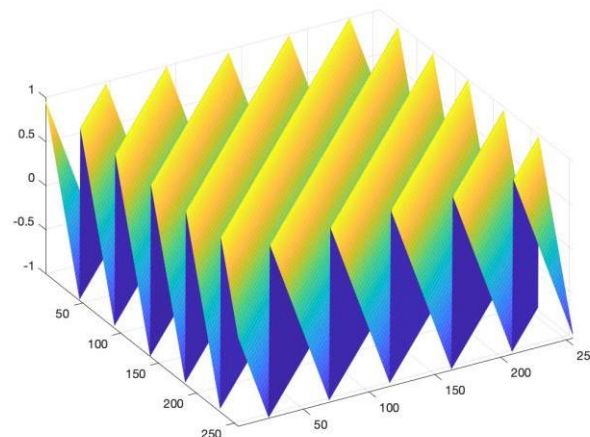
然后再对 \mathbf{A}, \mathbf{B} 用如上方法进行匹配

基于反傅立叶变换

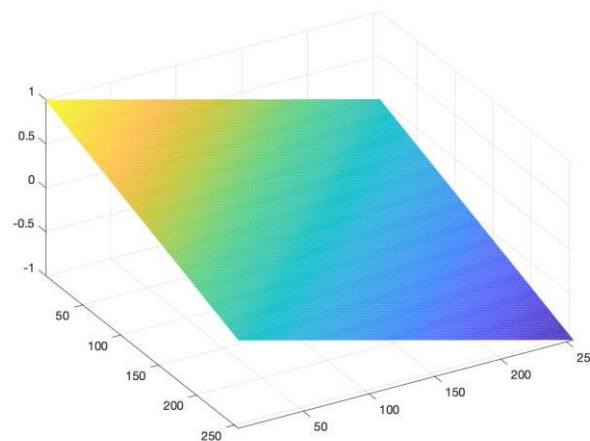
$$\begin{aligned}\text{angle}[S(u, v)] &= \text{angle}[e^{-j2\pi(\frac{um_0}{M} + \frac{vn_0}{N})}] \\ &= (-\frac{2\pi m_0}{M}u - \frac{2\pi n_0}{N}v) \% 2\pi\end{aligned}$$

由于存在相位模糊，NCPS的相位是一个折叠的平面，无法对其进行平面拟合。

但是通过预先进行整数移位矫正，我们可以避免相位解模糊，直接使用最小二乘拟合NCPS的相位，得到的两个分量分别对应了两个方向上的平移量



(5.5, 5.5)



(0.5, 0.5)

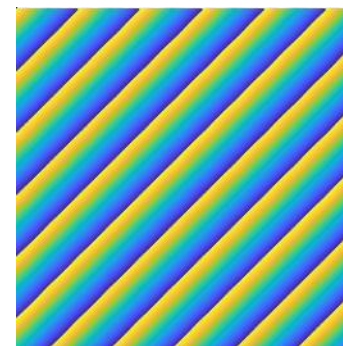
非匹配区域问题 (test2)

一个重要结论

通过引入循环移位矩阵，我们可以得到下式，时域平移等于频域相移：

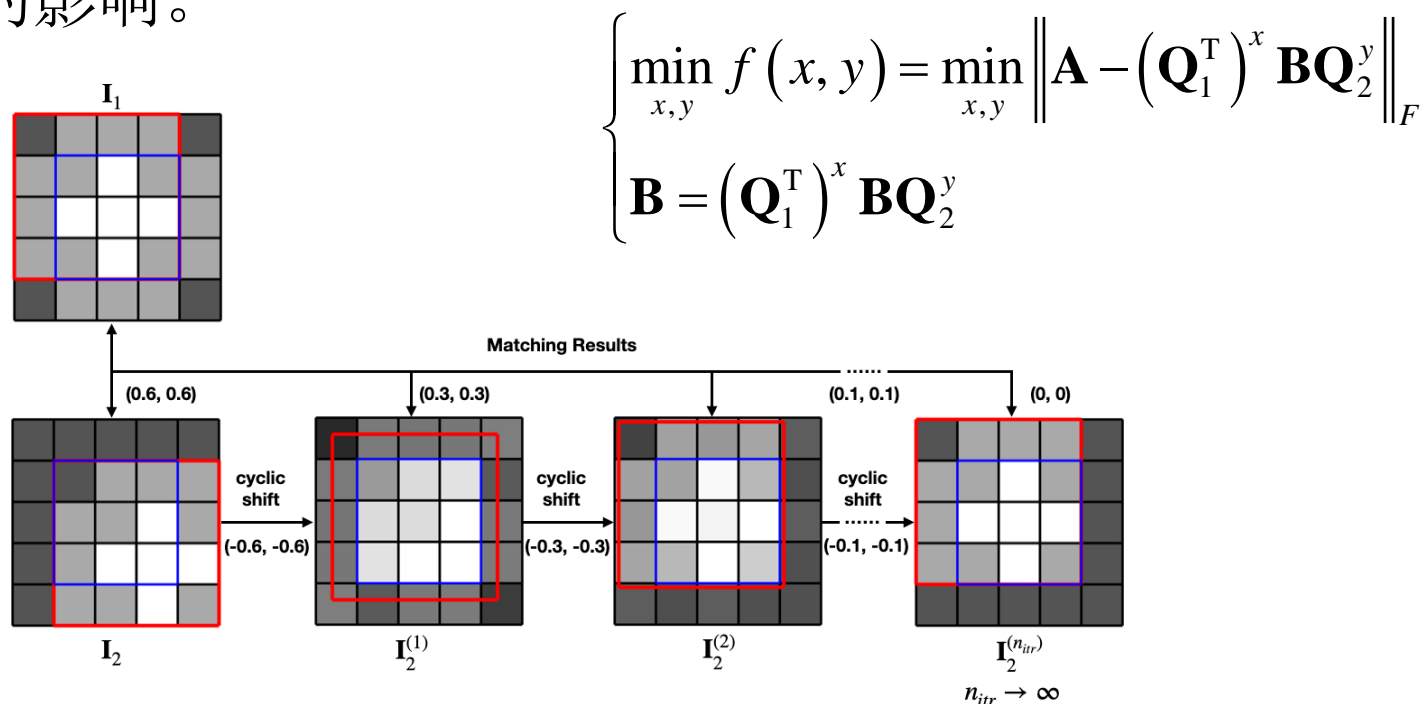
$$F(u, v) = G(u, v) e^{-j2\pi\left(\frac{um_0}{M} + \frac{vn_0}{N}\right)}$$

仅在两幅图像满足循环移位条件时成立。但是真实的图像不可能满足这种关系，总会存在非匹配区域。



非匹配区域问题的对策

通过迭代使用循环移位矩阵，逐渐克服非匹配区域的影响。



CSM整体流程

1. 首先通过粗匹配找到消除整数位移（消除相位折叠）。
2. 利用最小二乘得到小数位移。
3. 迭代使用循环移位矩阵，缓解非匹配区域影响。

Algorithm 1 Pseudo-Code to Implement the Iterative CSM Method

Input: The reference image A , the matching image B , the number of iterations k .

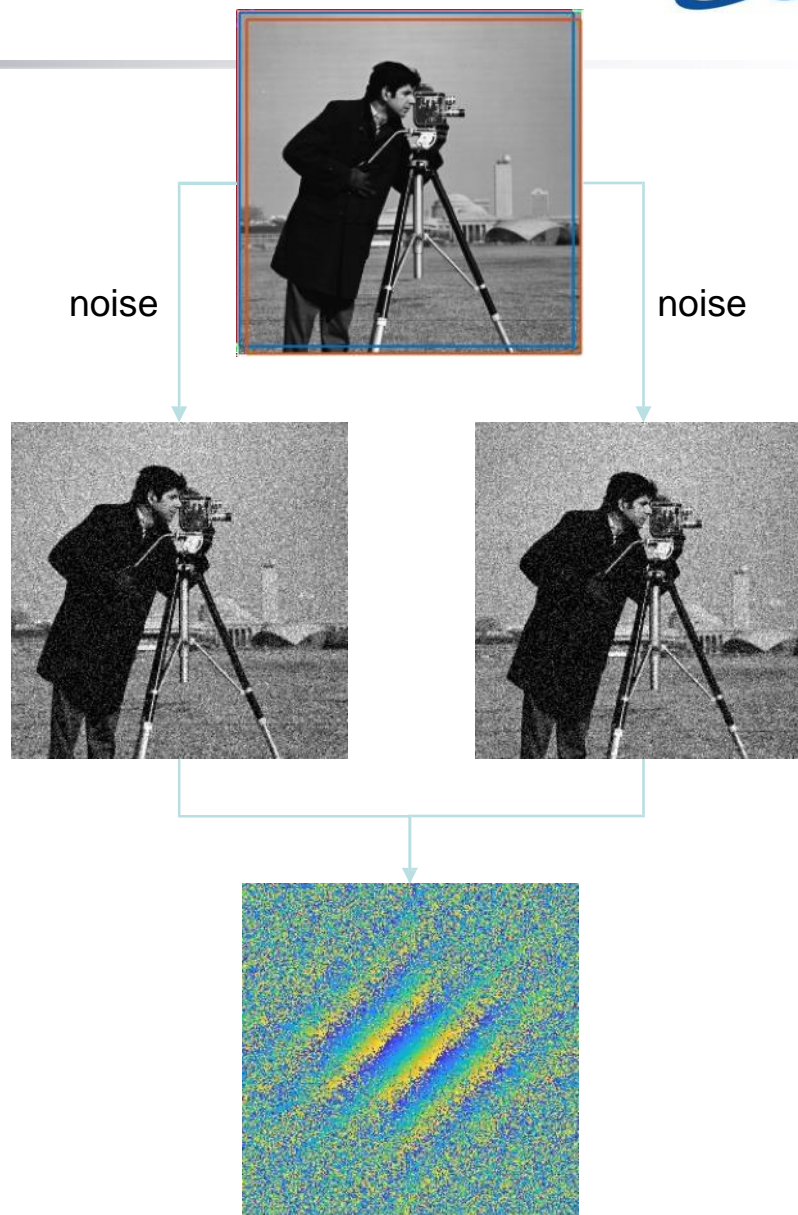
Output: Estimation of the pixel shifts (x, y)

- 1: **Integer pixel shift calculation:**
 - 2: Calculating the integer shift $(x_{\text{integer}}, y_{\text{integer}})$ by the DFT method in [7], and obtaining the new matching image pair $A^{(0)}$ and $B^{(0)}$ by resizing the images (A and B) according to $(x_{\text{integer}}, y_{\text{integer}})$.
 - 3: **Sub-pixel calculation:**
 - 4: Calculating the $\text{Phase}(\text{diag}(\mathbf{D}_1^x)\text{diag}(\mathbf{D}_2^y)^T)$ and $\text{Phase}(\hat{\mathbf{C}})$ according to Section II-A.
 - 5: Applying an ideal low-pass filter to the $\text{Phase}(\text{diag}(\mathbf{D}_1^x)\text{diag}(\mathbf{D}_2^y)^T)$ and $\text{Phase}(\hat{\mathbf{C}})$ to reduce the influence of noise and interference.
 - 6: Calculating the sub-pixel estimate $(x_s^{(0)}, y_s^{(0)})$ according to (24).
 - 7: **for** $j = 1 \rightarrow k - 1$ **do**
 - 8: Generating the new matching image $B^{(j)}$ by $B^{(j)} = (\mathbf{Q}_1^T)^{x_s^{(j-1)}} B^{(0)} \mathbf{Q}_2^{y_s^{(j-1)}}$.
 - 9: Repeating steps 4, 5 and 6 with images $A^{(0)}$ and $B^{(j)}$, and obtaining the new sub-pixel estimation $(x_s^{(j)}, y_s^{(j)})$.
 - 10: $(x_s^{(j)}, y_s^{(j)}) = (x_s^{(j)}, y_s^{(j)}) + (x_s^{(j-1)}, y_s^{(j-1)})$.
 - 11: **end for**
 - 12: $(x, y) = (x_{\text{integer}}, y_{\text{integer}}) + (x_s^{(k)}, y_s^{(k)})$.
-

噪声问题 (test3)

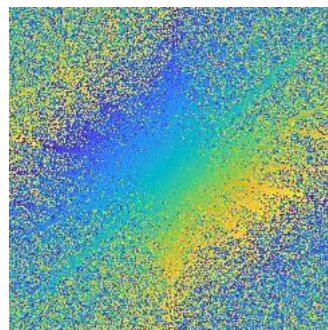
图像域噪声

除了非匹配区域，在实际情况中，两幅待匹配图像之间通常还会存在噪声。噪声的存在同样会影响NCPS的相位，从而导致估计精度变差。

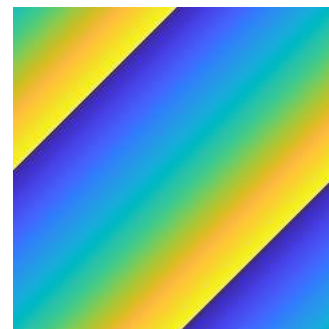


自相关归一化互功率谱

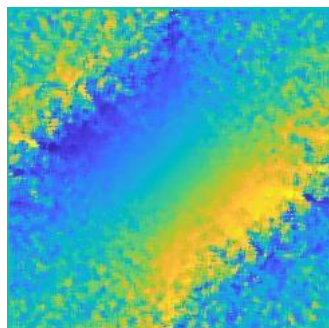
对于包含噪声的
NCPS $\hat{S}(u, v)$
传统方法不能有效
利用NCPS的特性,
因而去噪效果不理
想。而这将会严重
影响后续平移估计
的精度。



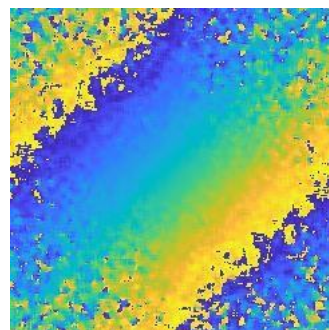
有噪声的NCPS



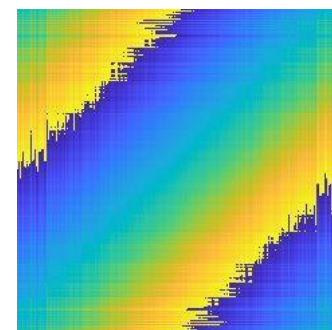
理想NCPS



中值滤波



phase fringe滤波



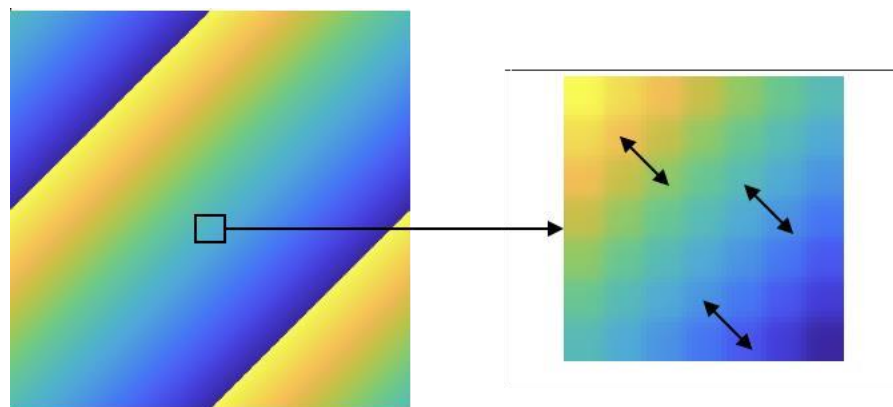
SVD秩1近似

等相位间隔

$$S(u, v) = e^{-j2\pi(\frac{um_0}{M} + \frac{vn_0}{N})}$$

仔细观察上式，可以发现NCPS具有等相位差的性质，即任意相邻两个像素之间的相位差相同，基于该性质，我们可以得到下式：

$$\begin{aligned} S(u - \mu, v - \nu) &= e^{-j2\pi(\frac{(u - \mu)m_0}{M} + \frac{(v - \nu)n_0}{N})} \\ &= S(u, v)e^{j2\pi(\frac{\mu m_0}{M} + \frac{\nu n_0}{N})} \\ &= S(u, v)S^*(\mu, \nu) \end{aligned}$$



自相关函数：

假设信号 $x(t)$ 是一维实信号，则其自相关函数定义为：

$$R_{xx}(\tau) = E(x(t)x(t+\tau))$$

假设信号 $x(t)$ 是一维包含高斯白噪声实信号 $x(t) = s(t) + n(t)$ ，则其自相关函数为：

$$R_{xx}(\tau) = R_{ss}(\tau) + R_{nn}(\tau)$$

假设信号 $x(t)$ 是一维复信号，则其自相关函数定义为：

$$R_{xx}(\tau) = E(x(t)x^*(t+\tau))$$

演示：autofun,autofun1

自相关归一化互功率谱

ANCPS定义

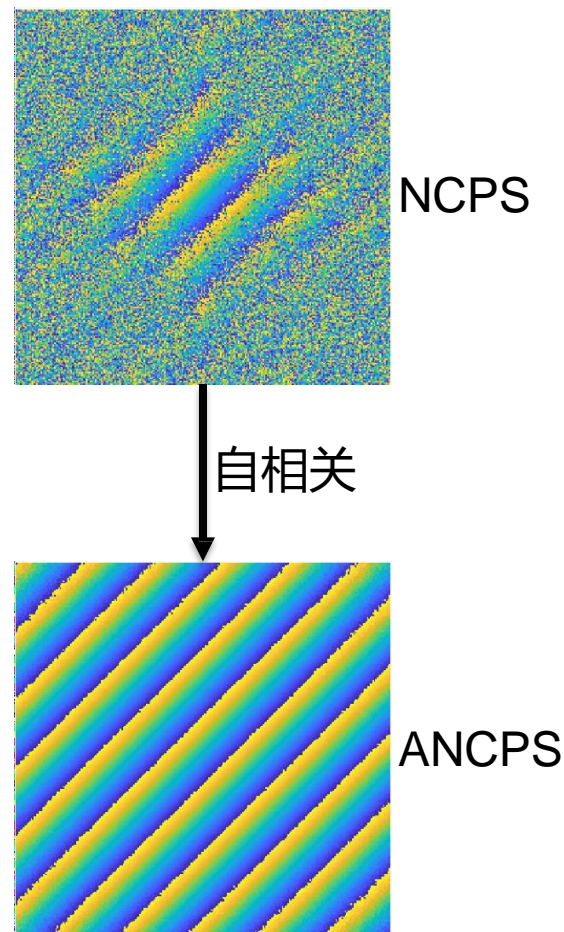
$$R(\mu, \nu) = \frac{1}{k(\mu, \nu)} \sum_{u, v} \hat{S}(u, \nu) \hat{S}^*(u - \mu, \nu - \nu)$$

其中 $\hat{S}(u, \nu)$ 是带有噪声的NCPS
 $k(\mu, \nu)$ 为求和项的数量

不难发现ANCPS其实就是NCPS的
自相关函数

$$R_{xx}(u, \nu) = E(x(m, n) x^*(m + u, n + \nu))$$

演示: match1noise, finaltest



自相关归一化互功率谱



ANCPS性质

性质1:

$$\angle\{E[R(\mu, \nu)]\} = \angle\{S(\mu, \nu)\}$$

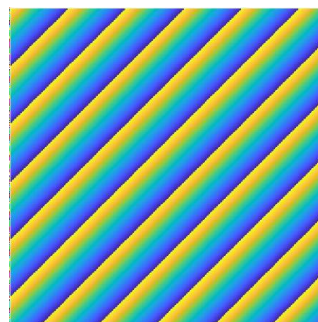
即ANCPS期望的相位等于理想NCPS的相位

性质2:

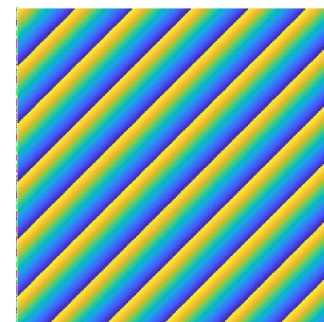
令 σ^2 为NCPS中乘性噪声的方差, c 为均值, 那么ANCPS中乘性噪声的方差则为

$$\frac{\sigma^4 + 2c^2\sigma^2}{k(\mu, \nu)}$$

无噪声时, ANCPS与NCPS等价

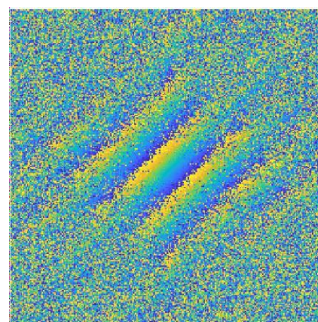


NCPS

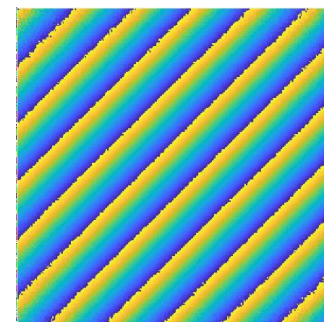


ANCPS

有噪声时, ANCPS能极大地压制噪声



NCPS

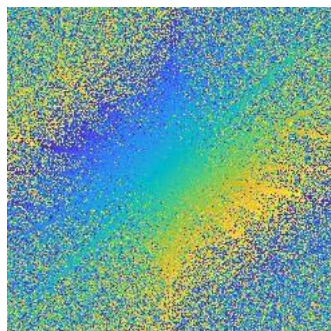


ANCPS

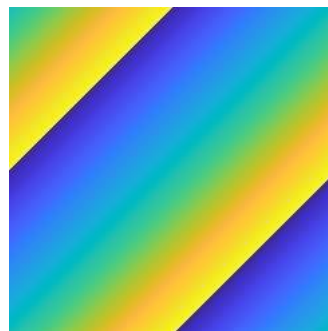
自相关归一化互功率谱



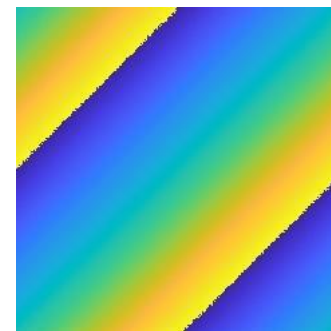
对于包含噪声的
NCPS $\hat{S}(u, v)$
传统方法不能有效
利用NCPS的特性,
因而去噪效果不理
想。而这将会严重
影响后续平移估计
的精度。



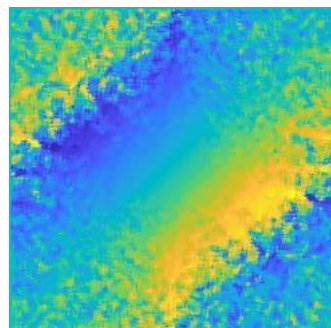
有噪声的NCPS



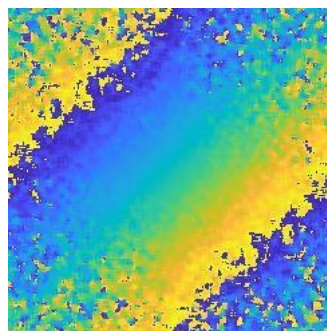
理想NCPS



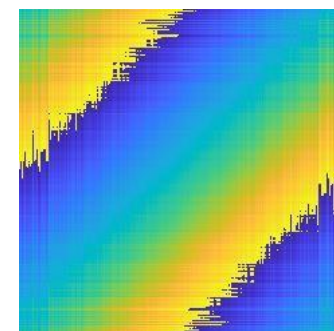
ANCPS



中值滤波




phase fringe滤波




SVD秩1近似

循环移位图像模拟实验

使用Q矩阵生成循环图像，平移偏移量已知



pixel shifts (x_t, y_t)	estimation (x_t, y_t)	2-norm error
(0.1, 0.1)	(0.1, 0.1)	0
(0.7, 0.7)	(0.7, 0.7)	0
(1.3, 1.3)	(1.3, 1.3)	0
(1.9, 1.9)	(1.9, 1.9)	0
(2.5, 2.5)	(2.5, 2.5)	0

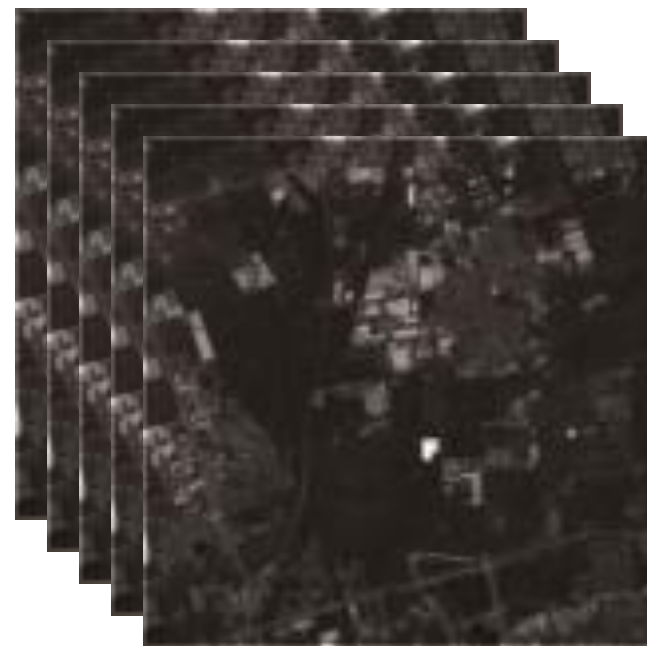


循环移位图像实验（加噪声）

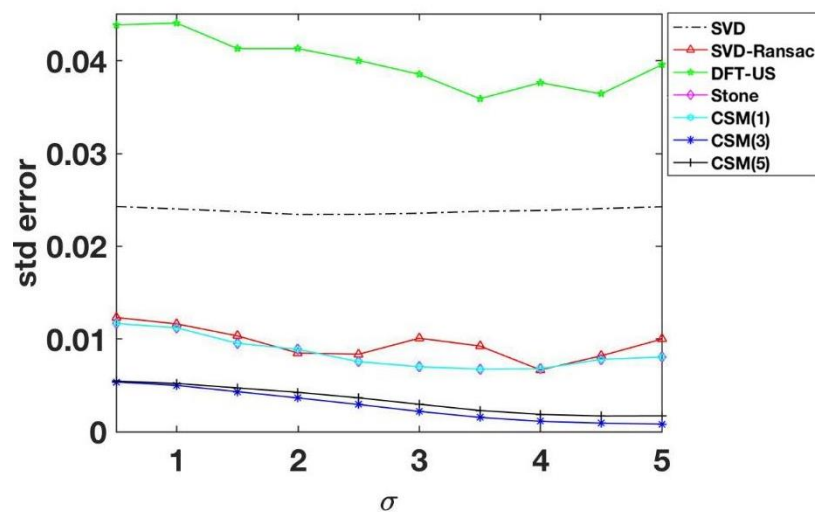
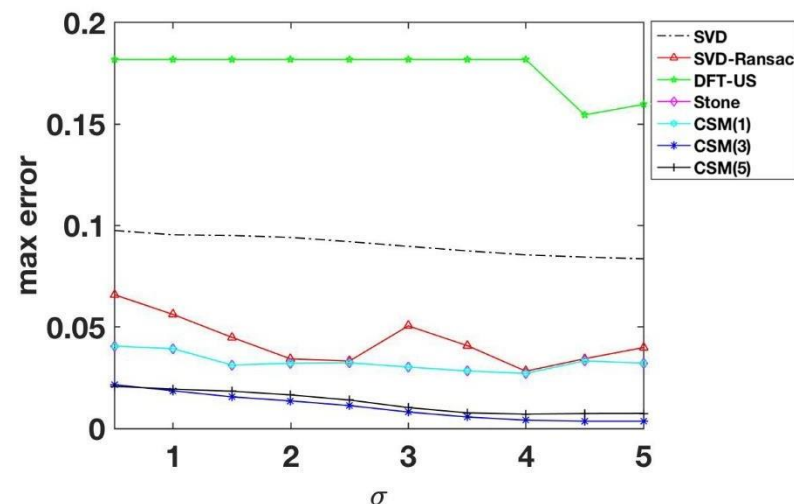
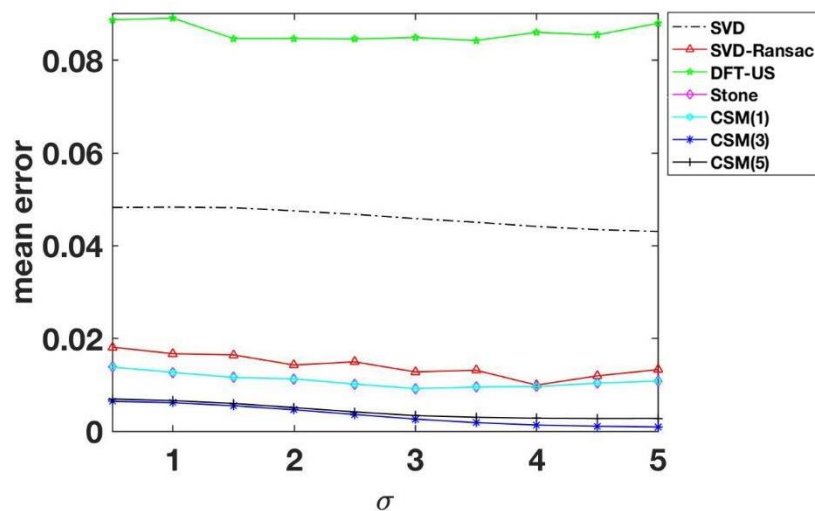
Method	Mean error	Max error	Standard deviation of error
SVD	0.9978	1.7585	0.3833
SVD-Ransac	0.0205	0.0549	0.0120
DFT	0.3960	0.7071	0.1531
DFT-Upsampling	0.0836	0.1212	0.0214
Stone	0.0282	0.0756	0.0131
CSM($k = 1$)	0.0282	0.0756	0.0131
CSM($k = 3$)	0.0095	0.0229	0.0048
CSM($k = 5$)	0.0094	0.0221	0.0047

真实图像模拟实验

使用真实数据，通过图像裁剪与下采样，得到具有已知偏移量的图像组。

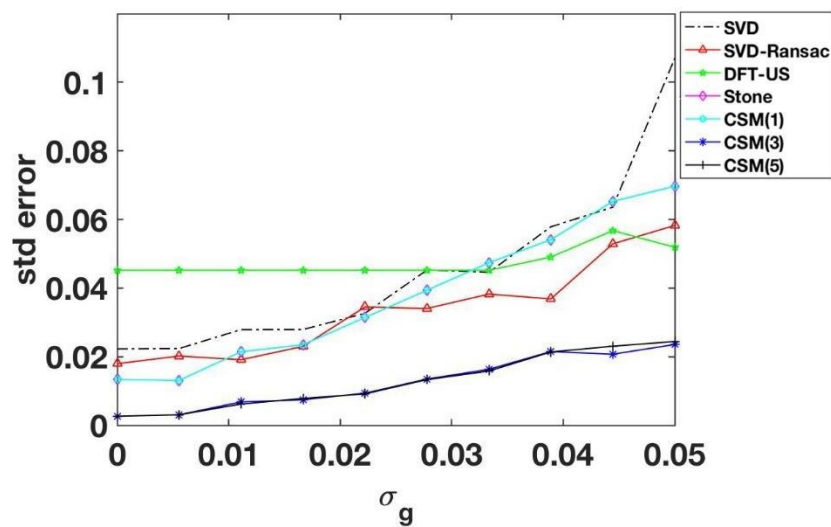
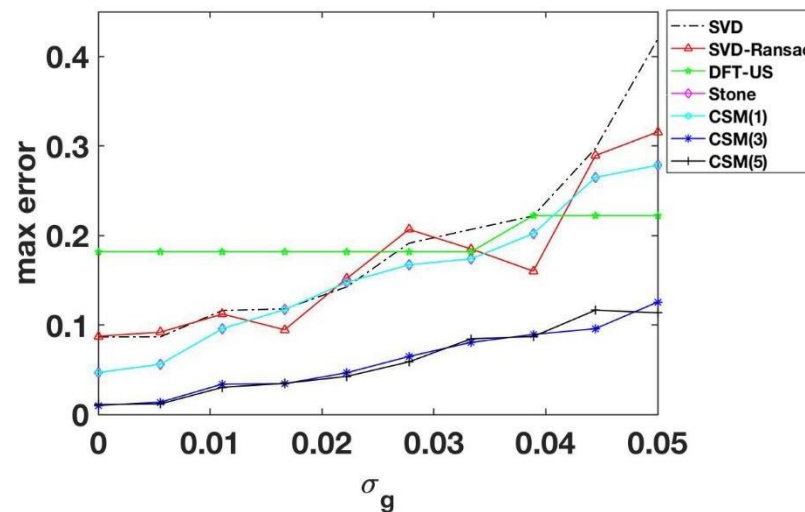
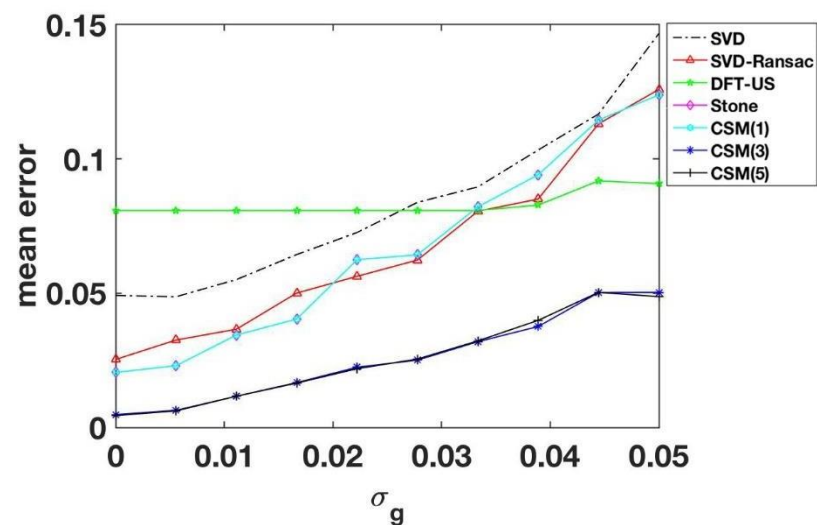


图像混叠实验



- 模糊程度越大，各类方法效果越好
- CSM方法性能最佳

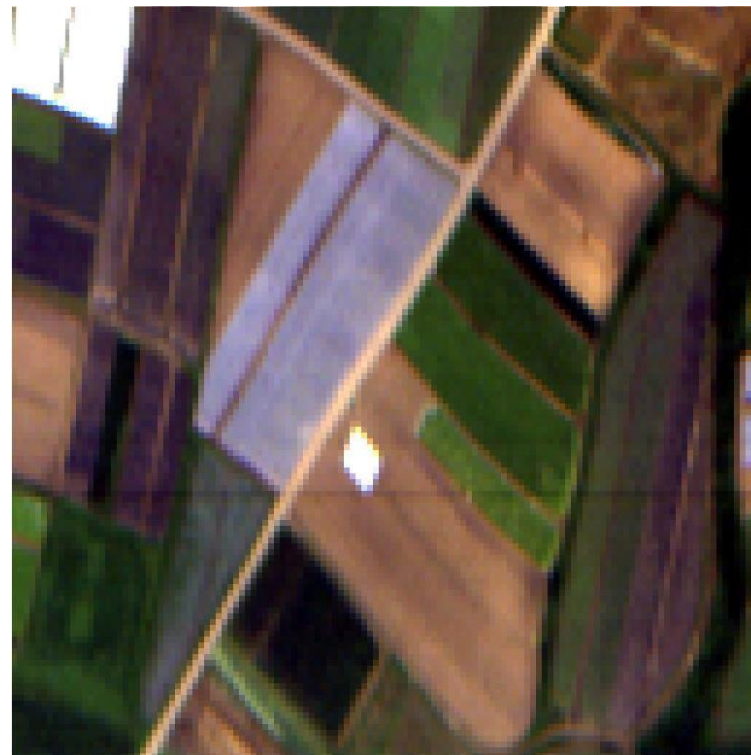
图像噪声实验



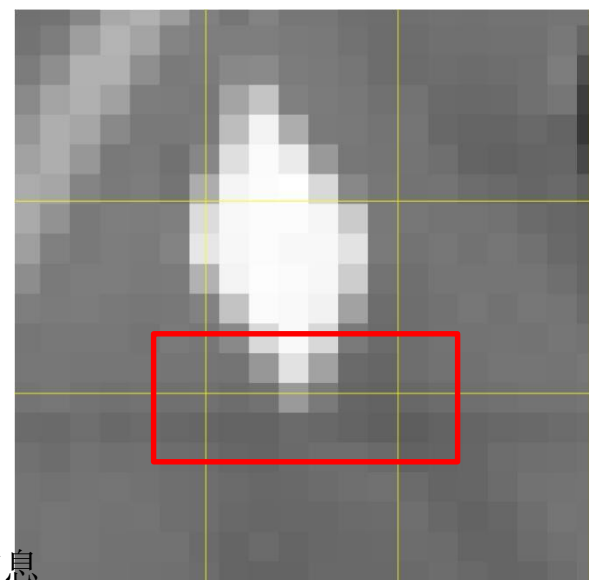
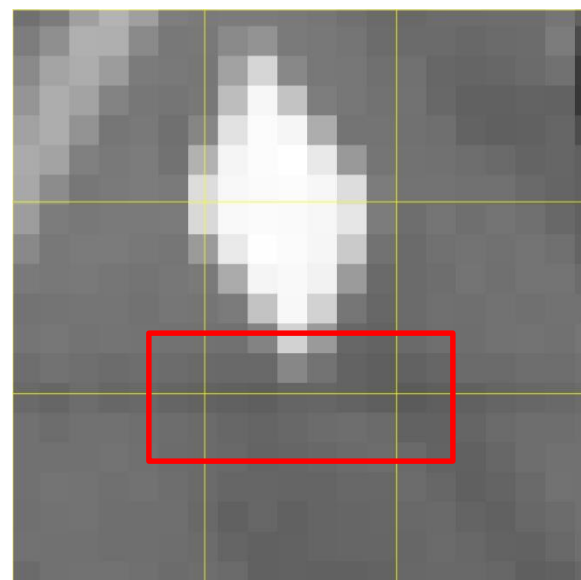
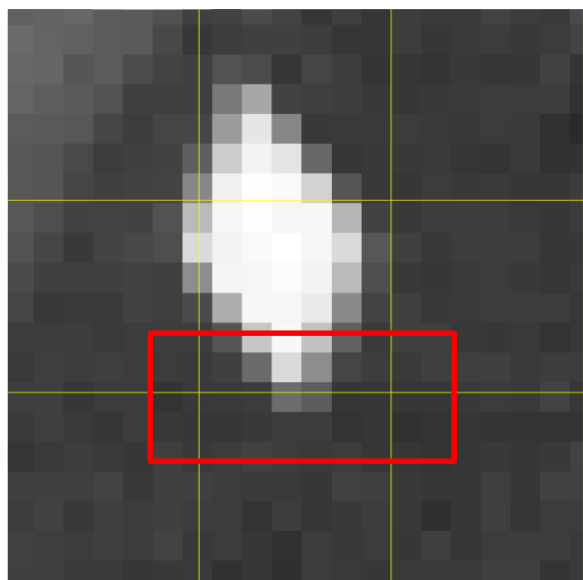
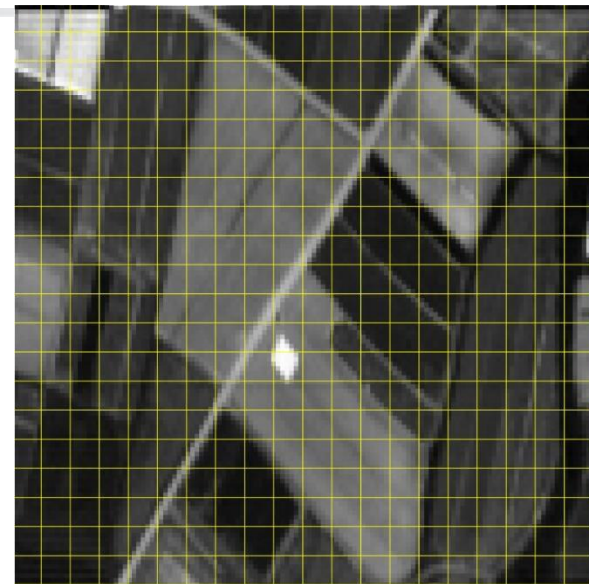
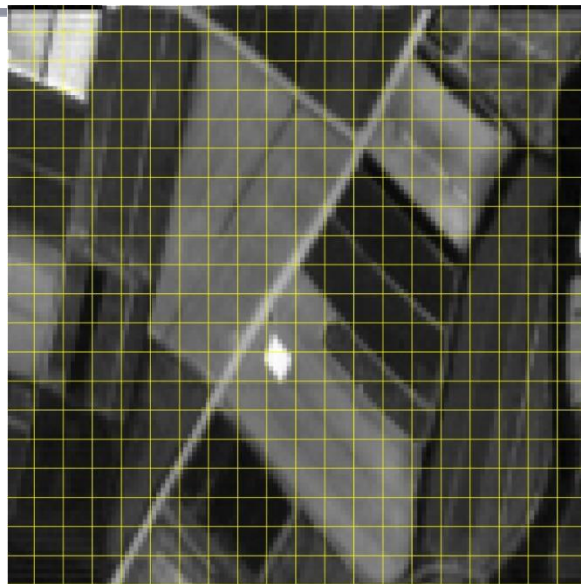
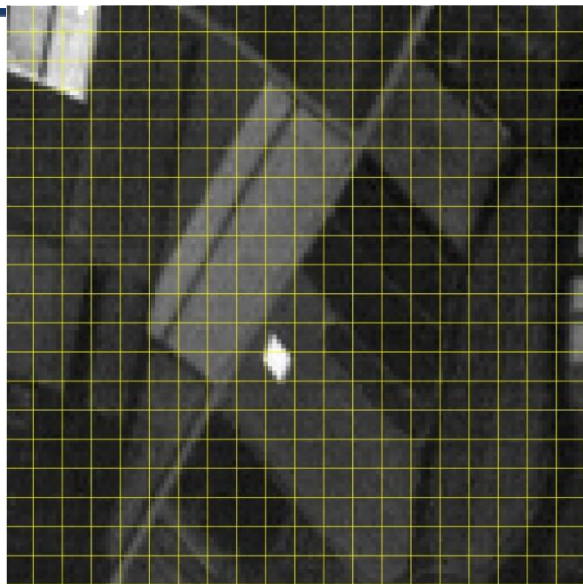
- 噪声程度越大，各类方法效果越差
- CSM方法性能最佳

真实图像实验

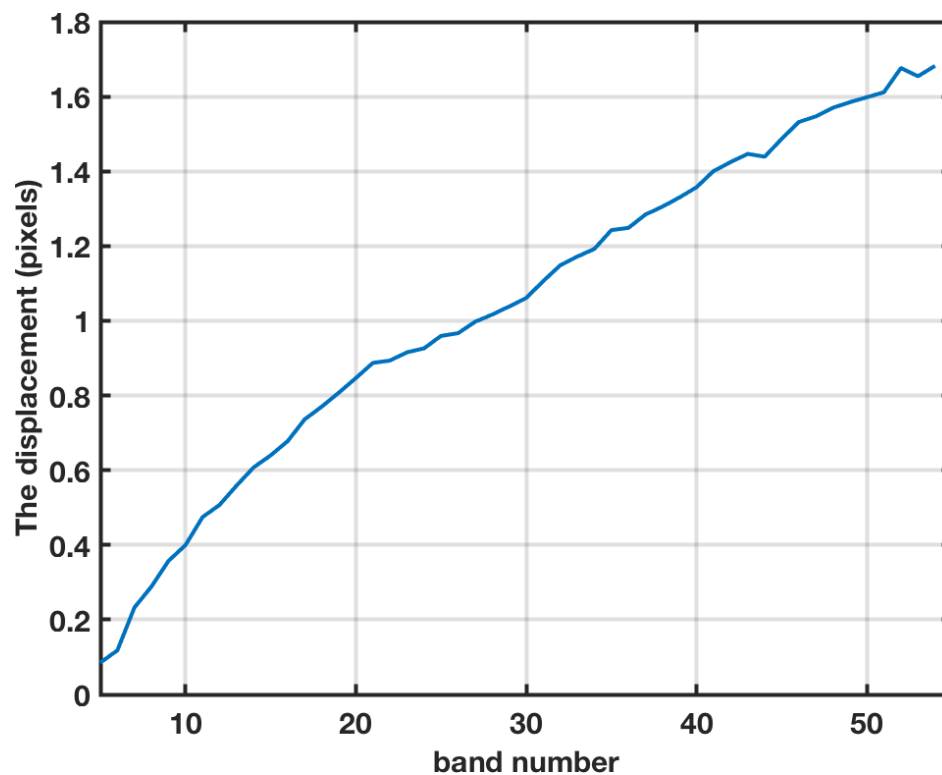
- 高光谱推扫式成像仪
- 边运动边成像
- 数据波段间存在偏移



实验



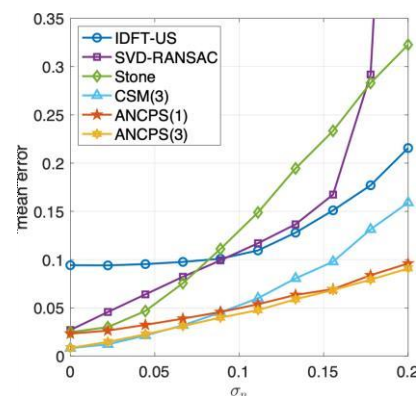
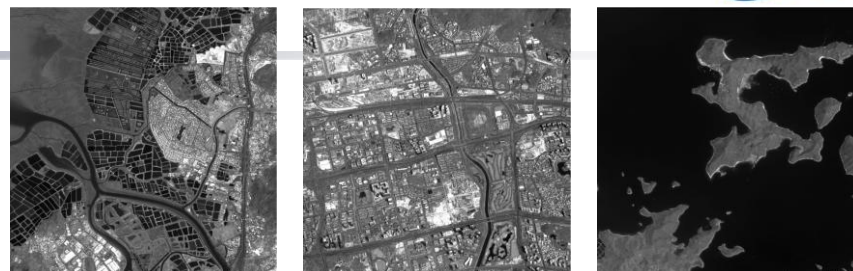
真实图像实验



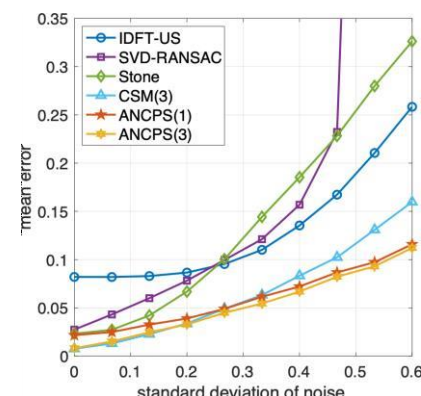
CSM+ANCPS实验

通过下采样得到存在亚像素偏移的图像对，添加噪声后，进行配准。

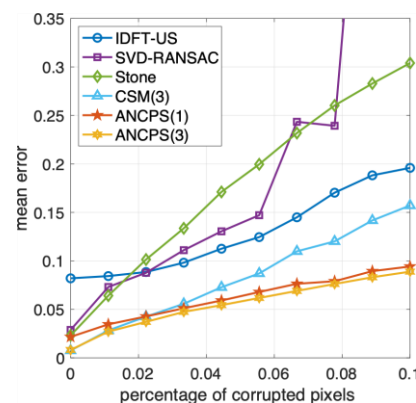
融合了CSM的ANCPS算法在具有高精度的同时，也有着很强的抗噪声性能。



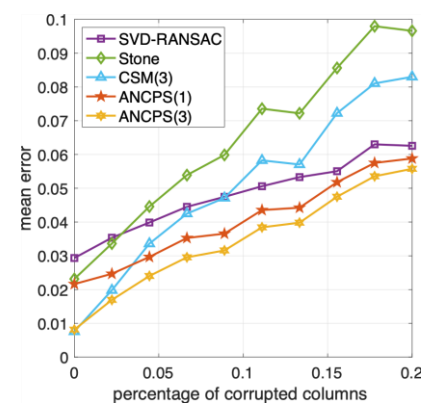
加性高斯噪声



乘性高斯噪声



椒盐噪声



条带噪声

总结

针对亚像素平移匹配问题

- 循环移位矩阵（CSM）解决了非匹配区域的问题
- 自相关归一化互功率谱（ANCPS）很好地处理了噪声问题



谢 谢

耿修瑞

中国科学院空天信息创新研究院

gengxr@sina.com.cn