

# 基于 Nelder-Mead 单纯形法的逆合成孔径 激光雷达联合补偿成像算法

刘盛捷<sup>1,2,3</sup>, 付翰初<sup>1,2,3</sup>, 魏凯<sup>1,2\*</sup>, 张雨东<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

<sup>2</sup>中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

<sup>3</sup>中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 逆合成孔径激光雷达(ISAL)的调制信号具有高频率、大带宽的特性,使传统逆合成孔径雷达的“一步一停”模型不再适用。通过建立精确的 ISAL 成像模型,分析了 ISAL 成像过程中存在的平动误差、转动误差和模型误差。针对传统 ISAL 采用平动、转动分离补偿时,由于平动误差补偿存在残余误差而影响转动误差补偿的问题,因此提出基于 Nelder-Mead 单纯形法和拟牛顿法的联合补偿成像算法。该算法首先采用 Nelder-Mead 单纯形法对目标运动参数进行优化迭代搜索,将得到的优化解作为运动补偿项对三类误差进行全局补偿,然后利用拟牛顿法补偿残余误差。仿真实验结果表明,与传统分离补偿算法相比,本文算法可以精确估计目标的运动参数,获得聚焦良好的高分辨率 ISAL 二维图像。

**关键词** 成像系统; 高分辨率成像; Nelder-Mead 单纯形法; 逆合成孔径激光雷达; 运动补偿

中图分类号 TN958

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0711002

## Jointly Compensated Imaging Algorithm of Inverse Synthetic Aperture Lidar Based on Nelder-Mead Simplex Method

Liu Shengjie<sup>1,2,3</sup>, Fu Hanchu<sup>1,2,3</sup>, Wei Kai<sup>1,2</sup>, Zhang Yudong<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>2</sup>Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>3</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The modulation signal of inverse synthetic aperture lidar (ISAL) has the characteristics of high frequency and wide bandwidth, making traditional “stop and go” model of inverse synthetic aperture radar unavailable. By establishing accurate imaging model for ISAL, translational error, rotational error, and model error existed in ISAL image formation process are analyzed. When applying translational compensation and rotational compensation separately to traditional ISAL, the residual error existed in translational motion compensation influences the precision of subsequent rotational motion compensation. Jointly compensated imaging algorithm based on the Nelder-Mead simplex method and the quasi-Newton method is proposed. The proposed algorithm iteratively searches for motion parameters of the target based on the Nelder-Mead simplex method, the obtained optimal solution is used as the motion compensation term to eliminate three kinds of errors globally. Then the quasi-Newton method is applied for removing the residual error. Simulation results show that compared with the traditional separate compensation algorithm, the proposed algorithm can estimate motion parameters of target accurately and obtain a better quality of ISAL image.

**Key words** imaging systems; high-resolution imaging; Nelder-Mead simplex method; inverse synthetic aperture lidar; motion compensation

**OCIS codes** 110.2990; 060.2840; 280.6730

收稿日期: 2017-11-24; 收到修改稿日期: 2018-01-29

作者简介: 刘盛捷(1993—),男,硕士研究生,主要从事激光雷达成像技术方面的研究。E-mail: liushengjie\_93@163.com

导师简介: 张雨东(1964—),男,博士,研究员,博士生导师,主要从事自适应光学技术方面的研究。

E-mail: ydzhang@ioe.ac.cn

\* 通信联系人。E-mail: wei\_kai@126.com

## 1 引 言

逆合成孔径激光雷达 (ISAL) 是一种采用激光作为光源的主动成像技术, 其成像过程可描述为: 通过向目标等间隔发射多束线性调频 (LFM) 激光, 借助目标相对雷达自身的运动完成脉冲积累, 从而获取高分辨率二维图像。与采用微波波段的逆合成孔径雷达 (ISAR) 相比, ISAL 采用了大调制带宽、高频率的激光作为发射信号, 图像分辨率可以达到毫米甚至几十微米量级<sup>[1-2]</sup>, 合成孔径时间缩短至几十毫秒。ISAL 图像分辨率理论上仅与调制带宽、工作波长以及目标运动参数有关, 而与激光雷达到目标的距离无关, 从而使得 ISAL 在对远距离目标成像时可以克服光学系统的衍射极限约束, 获取较为理想的图像。

传统 ISAR 对目标成像时一般采用“一步一停”运动模型<sup>[3]</sup>, 而由于 ISAL 的工作载频比 ISAR 的高 3~4 个数量级, 因此“一步一停”运动模型不再适用。文献[4-5]对 ISAL 回波信号特征进行了研究, 结果发现针对 ISAL 成像, 传统的距离-多普勒算法并不适用。其中文献[4]通过建立精确的运动模型发现当 ISAL 采用超大带宽、超高载频的调制激光作为发射信号时, 所引起的回波包络展宽、距离像平移及展宽不能忽略。而文献[5]进一步研究了脉内多普勒和脉间多普勒效应, 经仿真发现当目标不满足匀速运动近似时, 即使存在较小的加速度也会造成图像模糊。

近几年研究人员根据 ISAL 高载频、大带宽特性设计了许多成像算法, 其中主要包括基于相位梯度自聚焦 (PGA) 的成像算法<sup>[1,6]</sup>、基于时频分析的成像算法<sup>[4,7-9]</sup>以及基于压缩感知的成像算法<sup>[10-11]</sup>。这些 ISAL 成像算法通常仍未脱离 ISAR 的运动补偿成像框架, 即当目标存在平移运动和旋转运动时, 先进行平动补偿, 再执行转动补偿。然而分别执行平动补偿和转动补偿有可能导致两类补偿精度下降, 原因在于 ISAL 转动误差会影响平动补偿的精度, 而平动补偿的残余误差又导致转动误差不能较好地校正, 从而使得 ISAL 图像无法良好聚焦。基于联合运动补偿的 ISAR 成像算法<sup>[12]</sup>同时考虑平动误差和转动误差, 采用拟牛顿法同时补偿两类误差, 获得良好的聚焦 ISAR 像。然而, 拟牛顿法需要预先对优化变量进行精确估计, 并作为初值进行优化迭代求解。当对优化变量估计不准确时, 利用拟牛顿法进行优化迭代将陷入局部

极值, 无法获得清晰聚焦图像。本文通过对 ISAL 成像建立精确的运动模型, 提出了基于 Nelder-Mead 单纯形法的联合补偿成像, 算法采用 Nelder-Mead 单纯形法对平动误差、转动误差以及模型误差三类误差进行全局补偿, 然后利用基于 BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 公式的拟牛顿法补偿残余相位误差。仿真实验结果表明, 所提出的联合补偿成像算法可得到良好的高分辨率 ISAL 二维图像。

## 2 ISAL 精确成像模型

应为 ISAL 运动模型示意图如图 1 所示, 一般可将目标运动等效为沿视线方向 (激光雷达与目标中心连线方向) 的平移运动和目标绕自身旋转中心的旋转运动。其中, 平动分量对 ISAL 成像无贡献, 而转动分量引起的目标相对激光雷达方位姿态变化量对成像有贡献。

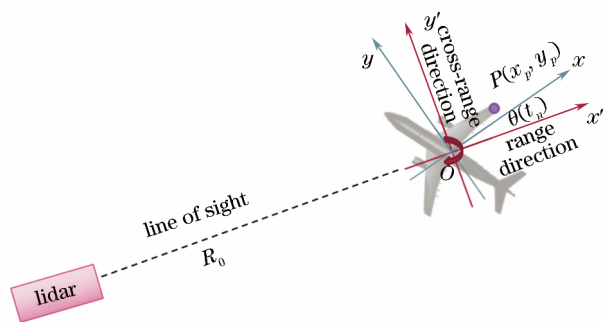


图 1 ISAL 模型

Fig. 1 Model of ISAL

一般 ISAL 采用 LFM 信号对目标进行探测, 其调制信号表示为

$$s(t_k, t_n) = \text{rect}\left(\frac{t_k}{T_w}\right) \exp\left[j2\pi\left(f_c t + \frac{1}{2} K_t t_k^2\right)\right], \quad (1)$$

式中  $\text{rect}(\cdot)$  是矩形函数,  $f_c$  为激光起始频率,  $K_t$  为调频斜率,  $T_w$  为回波信号的脉冲宽度,  $t = t_k + t_n$  为全时间,  $t_k$  和  $t_n$  分别为快时间和慢时间, 对应距离向 (沿视线方向, 即  $x$  轴方向) 和方位向 (垂直于视线方向, 即  $y$  轴方向)。

由于 ISAL 相干成像时间很短, 一般小于 0.1 s, 对目标的平移运动采用二阶加速运动模型便可保证足够的精度, 并假设 ISAL 目标转动分量近似为线性运动, 角速度小于  $0.05 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 。目标的平移运动和旋转运动表示为

$$R(t) = R_0 + vt + \frac{1}{2} at^2, \quad (2)$$

$$\theta(t) = \omega t, \quad (3)$$

式中  $R(t)$  和  $\theta(t)$  分别为不同时刻目标中心到激光雷达的距离和目标绕自身旋转的转角,  $R_0$ 、 $v$ 、 $a$  分别为目标的初始位移、速度和加速度,  $\omega$  为转动角速度。

当目标离激光雷达较远时, 设目标上任意散射点  $P$  的坐标为  $(x_p, y_p)$ , 由远场近似条件 ( $R_0 \gg x_p, y_p$ ) 得到  $P$  点到激光雷达的距离为

$$R_p(t) = R_0 + vt + \frac{1}{2}at^2 + x_p \cos \omega t - y_p \sin \omega t. \quad (4)$$

假设激光雷达发射第  $n$  个调制激光脉冲的时刻为  $t_n$ , 该脉冲经过  $\tau_n/2$  时间后照射到目标散射点  $P$ , 并在第二个  $\tau_n/2$  时间后被激光雷达接收。通过

将(4)式代入到目标的运动关系  $c\tau_n/2 = R_p(t_n + \tau_n/2)$  后, 并对式中的  $\cos$  项和  $\sin$  项分别进行二阶和一阶泰勒展开, 经整理可得

$$\begin{cases} A\tau_n^2 + B\tau_n + C = 0 \\ A = \frac{1}{8}(a - x_p\omega^2) \\ B = \frac{1}{2}(v + at_n - c - x_p\omega^2 t_n - y_p\omega) \\ C = R_0 + vt_n + \frac{1}{2}at_n^2 + x_p\left(1 - \frac{1}{2}\omega^2 t_n^2\right) - y_p\omega t_n \end{cases}, \quad (5)$$

应用求根公式求解时, 根据实际情况求根公式符号取“+”号, 并考虑到  $B^2 \gg 4AC$ , 解得

$$\tau_n \approx -\frac{C}{B} = \frac{2\left[R_0 + vt_n + \frac{1}{2}at_n^2 + x_p\left(1 - \frac{1}{2}\omega^2 t_n^2\right) - y_p\omega t_n\right]}{c - v - at_n + x_p\omega^2 t_n + y_p\omega}, \quad (6)$$

可见, 由于 ISAL 采用超大带宽 LFM 信号, 回波用时  $\tau_n$  的分母项所引入的非线性误差会导致回波信号和参考信号做光外差探测时发生失配, 无法获得良好的二维聚焦图像。

由于 ISAL 成像时间很短, 通常对应单个脉冲的持续时间仅为几微秒。在这段时间内, 一般考虑激光回波延时仅与该脉冲的起始时间  $t_n$  相关,

因此可设对于不同时刻  $t_n$  发射的激光脉冲, 由不同目标散射点产生的激光回波信号的延时为  $\tau_p(t_n)$ , 可由(6)式得出, 在不引起异议的情况下简写为  $\tau_p$ , 而本振信号的延时设为  $\tau_{\text{ref}}$ 。为了提取受目标运动参数与坐标参数调制的相位信息, 可采用光外差探测模式, 回波信号和本振信号可分别表示为

$$\begin{cases} s_{\text{ret}}(t_k, t_n) = \sum_{p \in \Theta} \sigma_p \text{rect}\left(\frac{t_n}{T_a}\right) \text{rect}\left(\frac{t_k - \tau_p}{T_w}\right) \exp\left\{j2\pi\left[f_c(t - \tau_p) + \frac{1}{2}K_r(t_k - \tau_p)^2\right]\right\} \\ s_{\text{ref}}(t_k, t_n) = \text{rect}\left(\frac{t_n}{T_a}\right) \text{rect}\left(\frac{t_k - \tau_{\text{ref}}}{T'_w}\right) \exp\left\{j2\pi\left[f_c(t - \tau_{\text{ref}}) + \frac{1}{2}K_r(t_k - \tau_{\text{ref}})^2\right]\right\} \end{cases}, \quad (7)$$

(7)式描述了由  $\Theta$  个目标散射点分别产生的信号混合得到的回波信号, 以及用于进行光外差探测的本振信号。 $\sigma_p$  为第  $p$  个散射点的反射率,  $T_w$  为回波信号的脉冲宽度,  $T'_w$  为本振信号的脉冲宽度, 通常  $T'_w > T_w$ ,  $T_a$  为相干处理时间。

当回波信号与本振信号在光电探测器上进行光外差探测后, 其探测器输出信号经过去直流分量处理后得到交流项, 可表示为  $s_{\text{if}}(t_k, t_n) = s_{\text{ret}}(t_k, t_n) \cdot s_{\text{ref}}^*(t_k, t_n)$ , 经过化简后得到

$$\begin{aligned} s_{\text{if}}(t_k, t_n) &= \sum_{p \in \Theta} \sigma_p \text{rect}\left(\frac{t_n}{T_a}\right) \text{rect}\left(\frac{t_k - \tau_p}{T_w}\right) \cdot \\ &\exp(-j2\pi f_c \tau_{\Delta p}) \times \\ &\exp[-j2\pi K_r \tau_{\Delta p}(t_k - \tau_{\text{ref}})] \exp(j\pi K_r \tau_{\Delta p}^2), \quad (8) \end{aligned}$$

式中  $\tau_{\Delta p} = \tau_p - \tau_{\text{ref}}$  为回波信号和本振信号的延时差。第一、二个指数项分别代表慢时间域信号和快时间域信号, 第三个指数项是一个残余视频相位项 (RVP), 后面将对其进行补偿。

由(6)式可知, 距离向坐标信息  $x_p$  包含在对应的回波延迟时间  $\tau_p$  的表达式中, 而  $\tau_p$  又和回波信号与参考信号的延时差  $\tau_{\Delta p}$  有关。分析(8)式可知, 通过对快时间域信号进行频谱分析, 即可获知有关  $x_p$  信息。对(8)式沿快时间方向做傅里叶逆变换 (IFT), 得

$$\begin{aligned} S_{\text{if}}(f_r, t_n) &= \mathcal{F}^{-1}\{s_{\text{if}}(t_k, t_n)\}_{t_k} = \\ &\sum_{p \in \Theta} \sigma_p \text{rect}\left(\frac{t_n}{T_a}\right) \exp(-j2\pi f_c \tau_{\Delta p}) \exp(j\pi K_r \tau_{\Delta p}^2) \cdot \end{aligned}$$

$$F^{-1} \left\{ \text{rect} \left( \frac{t_k - \tau_p}{T_w} \right) \exp \left[ -j2\pi K_r \tau_{\Delta p} (t_k - \tau_{\text{ref}}) \right] \right\}_{t_k}, \quad (9)$$

式中  $f_r$  为 ISAL 距离向频率域坐标,  $F^{-1} \{ \cdot \}_{t_k}$  表示沿快时间  $t_k$  进行 IFT 操作, 计算结果为

$$F^{-1} \left\{ \text{rect} \left( \frac{t_k - \tau_p}{T_w} \right) \exp \left[ -j2\pi K_r \tau_{\Delta p} (t_k - \tau_{\text{ref}}) \right] \right\}_{t_k} = \int_{-T_w/2}^{T_w/2} \exp \left[ -j2\pi K_r \tau_{\Delta p} (t_k - \tau_{\text{ref}}) \right] \exp(j2\pi f_r t_k) dt_k = T_w \exp(-j2\pi K_r \tau_{\Delta p}^2) \exp(j2\pi f_r \tau_p) \text{sinc}[T_w(f_r - K_r \tau_{\Delta p})], \quad (10)$$

将(10)式代入(9)式得:

$$S_{\text{if}}(f_r, t_n) = \sum_{p \in \Theta} \sigma_p T_w \text{rect} \left( \frac{t_n}{T_a} \right) \exp(-j2\pi f_c \tau_{\Delta p}) \cdot \exp(-j\pi K_r \tau_{\Delta p}^2) \exp(j2\pi f_r \tau_{\Delta p}) \times \exp(j2\pi f_r \tau_{\text{ref}}) \text{sinc}[T_w(f_r - K_r \tau_{\Delta p})], \quad (11)$$

式中第二、三个指数项分别代表 RVP 和回波包络“斜置”项, 通过乘以相应系数, 这两项误差可以得到补偿<sup>[13]</sup>。第四个指数项是随  $f_r$  变化的脉内线性误差, 可直接补偿。sinc 函数指出了目标在 ISAL 图像中距离方向上的图像, 由于 sinc 函数中的延时差  $\tau_{\Delta p}$  是一个关于慢时间  $t_m$  的非线性函数, 考虑到一般情况下目标的速度  $v < 300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 加速度  $a <$

$20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , 转动角速度较小而忽略其产生的误差, 可将  $\tau_{\Delta p}$  近似为二次函数。经过距离对齐<sup>[14]</sup>后, 得到对齐的 ISAL 距离聚焦像

$$S_{\text{if}}(f_r, t_n) = \sum_{p \in \Theta} \sigma_p T_w \text{rect} \left( \frac{t_n}{T_a} \right) \exp(-j2\pi f_c \tau_{\Delta p}) \times \text{sinc} \left[ T_w \left( f_r - \frac{2K_r}{c} x_p \right) \right], \quad (12)$$

此时 ISAL 距离聚焦像不同峰值位置对应了目标在距离向上的坐标。

对于 ISAL 慢时间域信号, 对(6)式分母进行二阶泰勒级数展开后, 分析(12)式中关于  $t_n$  的多普勒频率,

$$f_D = -\frac{1}{2\pi} \frac{d(-2\pi f_c \tau_{\Delta p})}{dt_n} = 2f_c \left( \frac{v + at_n - x_p \omega^2 t_n - y_p \omega}{c} \right) + 2f_c \frac{(v + at_n - x_p \omega^2 t_n - y_p \omega)(v + at_n - x_p \omega^2 t_n - y_p \omega)}{c^2} + 2f_c \frac{\left\{ R_0 + vt_n + \frac{1}{2} at_n^2 + x_p \left[ 1 - \frac{1}{2} (\omega t_n)^2 \right] - y_p \omega t_n \right\} (a - x_p \omega^2)}{c^2}, \quad (13)$$

式中第一项与传统 ISAR 采用“一步一停”模型得到的多普勒频率项一致。第二、三项为“一步一停”模型误差, 当采用高频率激光作为调制信号后, 将使得这两项产生的多普勒频移误差不可忽略, 必须进行

相应补偿。为了简化分析, 考虑到一般情况下, ISAL 成像时间  $T_a < 0.1 \text{ s}$ , 忽略多普勒频移小于半个多普勒分辨率的误差项, (12)式可近似为

$$S_{\text{if}}(f_r, t_n) = \sum_{p \in \Theta} \sigma_p T_w \text{sinc} \left[ T_w \left( f_r - \frac{2K_r}{c} x_p \right) \right] \text{rect} \left( \frac{t_n}{T_a} \right) \exp \left( j \frac{4\pi}{\lambda_c} y_p \omega t_n \right) \cdot \exp \left[ -j \frac{4\pi}{\lambda_c} \left( vt_n + \frac{1}{2} at_n^2 - \frac{1}{2} x_p \omega^2 t_n^2 + \frac{R_0 at_n}{c} + \frac{v^2 t_n}{c} + \frac{3vat_n^2}{2c} \right) \right], \quad (14)$$

式中  $\lambda_c$  为调制激光初始波长。

由(14)式可知, 影响 ISAL 方位向成像的误差主要包括: 1) 平动误差  $vt_n + at_n^2/2$ ; 2) 转动误差  $-x_p \omega^2 t_n^2/2$ ; 3) “一步一停”模型误差  $R_0 at_n/c + v^2 t_n/c + 3vat_n^2/(2c)$ 。假设目标的运动参数为: 距

离  $R_0 = 5000 \text{ m}$ , 速度  $v = 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 加速度  $a = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , 转动角速度  $\omega = 0.015 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , 相干处理时间  $T_a = 0.0775 \text{ s}$ , 则平动误差、转动误差和“一步一停”模型误差的最大误差分别可达  $6.33 \times 10^7 \lambda_c$ 、 $2.74 \lambda_c$  和  $2.31 \times 10^2 \lambda_c$ 。传统 ISAL 成像算法主要采取平动误差和转动误差分离补偿的策略, 由于平动误

差远大于转动误差,因此在进行平动误差补偿时,即使是存在较小的残余误差都会严重影响接下来的转动误差补偿。同时传统 ISAL 成像算法没有考虑模型误差,或者考虑不全面,这会进一步影响 ISAL 图像的聚焦程度。采用基于 Nelder-Mead 单纯形法和拟牛顿法的联合补偿成像算法后,可同时补偿平动误差、转动误差和“一步一停”模型误差,并减小残余误差。对(14)式采用联合补偿成像算法后得到

$$S_{if}(f_r, t_n) = \sum_{p \in \Theta} \sigma_p T_w \text{sinc} \left[ T_w \left( f_r - \frac{2K_r}{c} x_p \right) \right] \times \text{rect} \left( \frac{t_n}{T_a} \right) \exp \left( j \frac{4\pi}{\lambda_c} y_p \omega t_n \right), \quad (15)$$

(15)式对慢时间  $t_n$  进行傅里叶变换(FT)后,获得

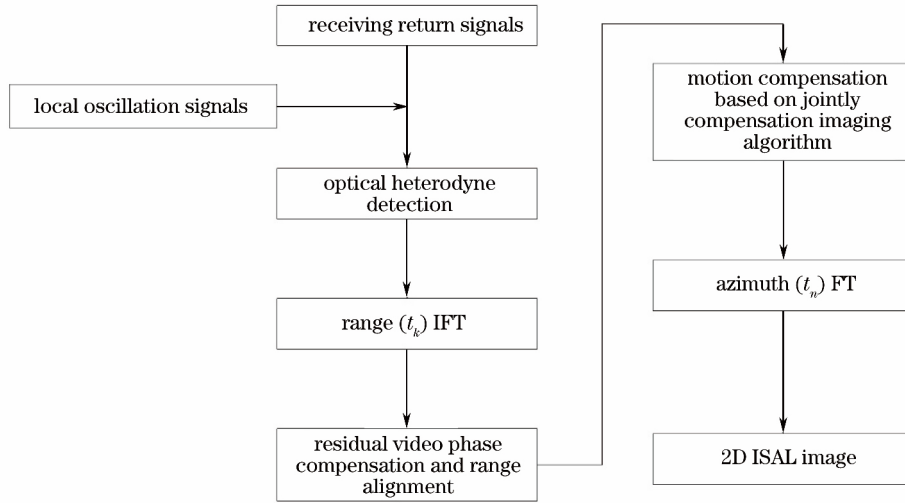


图 2 ISAL 成像过程的基本流程图

Fig. 2 Basic flowchart of the imaging process for ISAL

$$\begin{cases} \Phi_g(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi}) = \sum_{n'=1}^N \sum_{m=1}^M \left[ - \frac{|g(n', m; \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi})|^2}{E_g} \ln \frac{|g(n', m; \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi})|^2}{E_g} \right], \\ E_g = \sum_{n'=1}^N \sum_{m=1}^M |g(n', m; \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi})|^2 \end{cases}, \quad (17)$$

式中  $E_g$  为图像强度平均值,  $g(n', m; \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi}) = S(n', m)C(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi})$  为补偿后的 ISAL 图像,  $S(n', m)$  为(14)式表示的待补偿 ISAL 图像,  $C(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi})$  为误差补偿项。依据(14)式误差补偿项  $C$  可写为

$$C(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi}) = \exp [j(\tilde{\alpha} t_n + \tilde{\beta} t_n^2 - \tilde{\gamma} x_p t_n^2 + \tilde{\phi})]. \quad (18)$$

补偿变量  $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi}$  分别为

高分辨率 ISAL 二维图像,

$$S_{if}(f_r, f_a) = \sum_{p \in \Theta} \sigma'_p \text{sinc} \left[ T_w \left( f_r - \frac{2K_r}{c} x_p \right) \right] \times \text{sinc} \left[ T_a \left( f_a - \frac{2\omega}{\lambda_c} y_p \right) \right], \quad (16)$$

式中  $f_a$  为 ISAL 方位向频率域坐标,  $\sigma'_p = \sigma_p T_w T_a$ 。

ISAL 成像算法流程图如图 2 所示。

### 3 ISAL 成像优化补偿算法

图像的熵作为联合补偿成像算法中的 ISAL 图像评价函数,已经在许多文献中得到成功应用<sup>[12,15]</sup>。图像的熵定义为

$$\begin{cases} \tilde{\alpha} = \frac{4\pi}{\lambda_c} \left( v + \frac{v^2}{c} + \frac{R_0 a}{c} \right) \\ \tilde{\beta} = \frac{2\pi}{\lambda_c} a \left( 1 + \frac{3v}{c} \right) \\ \tilde{\gamma} = \frac{2\pi}{\lambda_c} \omega^2 \\ \tilde{\phi} = (\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \dots, \tilde{\phi}_N)^T \end{cases}, \quad (19)$$

式中  $\tilde{\phi}_i, i=1, 2, \dots, N$  为  $N$  维行向量,表示脉间残余误差。

由于图像的熵  $\Phi_g$  是一个关于补偿变量  $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\phi}$  的非线性函数, 因此所提出的联合补偿成像算法将分两步对 ISAL 图像的误差进行估计与补偿。首先采用 Nelder-Mead 单纯形法对  $\Phi_g$  进行全局优化迭代求解补偿变量  $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}$ , 此时已知的运动误差可以得到补偿。然后针对全局优化后的微小残余误差, 采用基于 BFGS 公式的拟牛顿法对  $\Phi_g$  求解补偿变量  $\tilde{\phi}$ , 从而将高阶运动误差以及大气湍流、机械振动、激光相位抖动等因素引入的随机误差补偿掉。

### 3.1 基于 Nelder-Mead 单纯形法的全局优化补偿

全局优化补偿算法的思想在于尝试采用不同策略搜索大部分的可能解, 在迭代搜索过程中, 评价函数可能会暂时恶化, 但是随着迭代搜索过程的进行, 搜索解会逐渐逼近全局最优解, 从而避免陷入局部极值, 导致误差估计不准确, 补偿效果不理想。常用的全局最优化方法有 Nelder-Mead 单纯形法、模拟退火法、粒子群方法和遗传算法等。本文选取 Nelder-Mead 单纯形法作为全局优化补偿算法。

首先定义单纯形的概念。在 ISAL 全局优化补偿过程中, 单纯形是由 4 个点集确定的几何对象。这 4 个点集可用 4 个三维向量空间  $p_0, p_1, p_2, p_3$  表示, 并且满足行列式  $\det \begin{pmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & p_3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \neq 0$ , 其中不同点  $p_i = (\tilde{\alpha}_i, \tilde{\beta}_i, \tilde{\gamma}_i)^T$  代表不同的迭代次数对应的补偿变量集合, 每个点的元素的大小代表补偿变量  $\tilde{\alpha}_i, \tilde{\beta}_i, \tilde{\gamma}_i$  的大小。

Nelder-Mead 单纯形法的基本搜索思想可表述为: 先初始化单纯形  $p_0, p_1, p_2, p_3$ , 然后在每一次迭代中计算单纯形每个点的目标函数  $\Phi_g(p)$ , 将具有最大目标函数的点用其他点替代。重复迭代更新单纯形直至其收敛到函数最小值附近。

基于 Nelder-Mead 单纯形法的全局最优化补偿算法流程为: 1) 初始化单纯形  $p_0, p_1, p_2, p_3$ 。2) 对  $k = 1, 2, 3, \dots$ 。①对单纯形  $p_0, p_1, p_2, p_3$  进行排序以满足  $\Phi_g(p_0) \leq \Phi_g(p_1) \leq \Phi_g(p_2) \leq \Phi_g(p_3)$ 。②计算 3 个最佳点(三个较小目标函数对应的单纯形点)的中心  $p_g = \sum_{i=0}^2 \frac{p_i}{3}$ 。③将最大点  $p_3$  沿  $p_3 p_g$  方向关于  $p_g$  反射, 获得反射点  $p_r = p_g + \rho(p_3 - p_g)$ ,  $\rho$  为反射系数。④根据反射点  $p_r$  和最大点  $p_3$  所对应目标函数的大小关系更新最大点  $p_3$ 。⑤判断单纯形是否收敛至全局最小值, 若是, 结束迭代, 否则, 继续迭代。关于最大点  $p_3$  更新的详细说明可参考文献[16]。

在经过若干次全局搜索迭代后, 得到收敛点  $p_0$ , 将  $p_0$  中不同元素值作为补偿变量  $\tilde{\alpha}_i, \tilde{\beta}_i, \tilde{\gamma}_i$  进行误差补偿, 可获得较为清晰的 ISAL 图像。

### 3.2 基于 BFGS 公式的拟牛顿法残余误差补偿

拟牛顿法是非线性问题优化求解中广泛使用的一类最优化方法。它适用于优化目标函数的海森矩阵(包含对目标函数的二阶微分)难以计算的场合。拟牛顿法的基本思想是对目标函数某个点附近做二次多项式近似, 求解该二次多项式的最低点作为目标函数的最小值, 然后重复迭代直至收敛到局部极小值。

设经过全局补偿后的 ISAL 图像为  $g_1$ , 图像的熵为拟牛顿法的目标函数  $\Phi_{g1}(X)$ , 残余误差补偿项  $\tilde{\phi}$  为优化解  $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$ 。目标函数的梯度为

$$\nabla \Phi_{g1} = \left( \frac{\partial \Phi_{g1}}{\partial x_1}, \frac{\partial \Phi_{g1}}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \Phi_{g1}}{\partial x_N} \right)^T, \quad (20)$$

式中  $\Phi_{g1}$  的第  $i$  个偏导数可由下式确定:

$$\frac{\partial \Phi_{g1}}{\partial x_i} = -\frac{2}{E} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left[ (1 + \ln |g_1|^2) \cdot \operatorname{Re} \left( g_1^* \frac{\partial g_1}{\partial x_i} \right) \right], \quad (21)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial x_i} = \sum_{n=1}^N j A_i g_1 \exp(jX) \exp \left( j 2 \pi \frac{nm'}{N} \right), \quad (22)$$

$\operatorname{Re}(\cdot)$  为取实部操作,  $g_1^*$  为  $g_1$  的共轭,  $A_i$  为第  $i$  行为 1, 其余行全为 0 的  $N \times M$  矩阵。

优化解  $X$  的迭代更新可通过线搜索方法计算:

$$X_{u+1} = X_u + \alpha_u p_u, \quad (23)$$

式中  $\alpha_u$  和  $p_u$  分别为搜索步长和搜索方向。 $\alpha_u$  可由 Wolfe 条件<sup>[17]</sup>得到, 而  $p_u$  通过求解下式获取:

$$B_u p_u = -\nabla \Phi_{g1}. \quad (24)$$

Hessian 矩阵  $B_u$  可通过 BFGS 近似公式计算,

$$B_{u+1} = B_u - \frac{(B_u p_u)(B_u p_u)^T}{s_u^T B_u s_u} + \frac{y_u y_u^T}{y_u^T s_u}, \quad (25)$$

式中  $s_u = X_{u+1} - X_u$ ,  $y_u = \nabla \Phi_g(X_{u+1}) - \nabla \Phi_g(X_u)$ 。

基于 BFGS 公式的拟牛顿法流程为: 1) 确定优化问题解的初值  $X_0$  和初始海森矩阵近似  $B_0$ 。2) 对  $u = 0, 1, 2, \dots$ 。①判断  $X_u$  是否是最优解? 如果最优, 终止迭代过程。②由(24)式求解搜索方向  $p_u$ 。③由 Wolfe 条件确定搜索步长  $\alpha_u$ 。④采用线搜索方法更新解  $X_{u+1}$ 。⑤计算  $s_u$  和  $y_u$ 。⑥采用 BFGS 更新(25)式计算  $B_u$ 。

经过迭代优化搜索后, 得到残余误差补偿项  $\tilde{\phi}$ , 对  $g_1$  补偿残余误差, 得到最终的高分辨率 ISAL 二维图像。

## 4 仿真实验

### 4.1 ISAL 目标模型与系统参数设置

假设 ISAL 目标为缩小的 B727 飞机模型,如图 3(a)所示,图中不同点的分布代表目标上的不同散射点。若目标绕其  $z$  轴做水平旋转运动,所得到的 ISAL 图像是该目标在由距离向  $x$  轴-旋

转中心-方位向  $y$  轴所构成的平面上的投影,如图 3(b)所示。该模型距离向长度约为 0.67 m,方位向宽度约为 0.44 m。点的颜色代表散射点对激光脉冲的不同反射率。表 1 给出了目标的几何尺寸和运动参数。表 2 为 ISAL 系统的工作参数,其中激光雷达采用 LFM 调制方式发射调频激光脉冲。

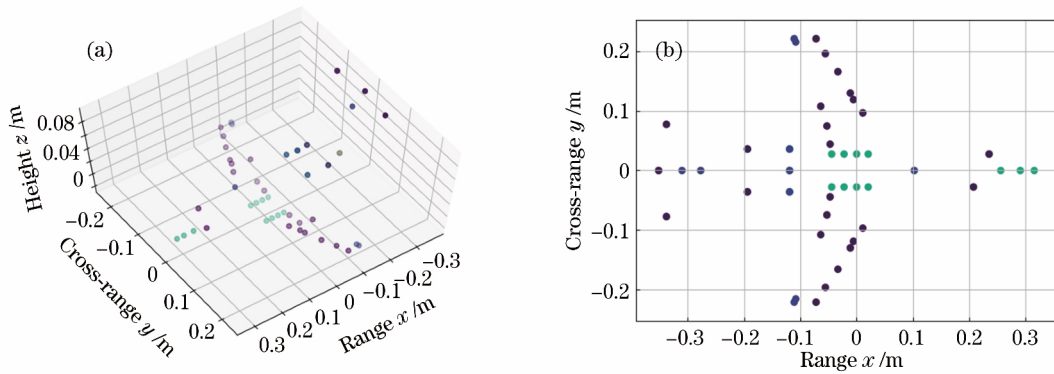


图 3 B727 模型。(a)三维坐标系;(b)二维坐标系

Fig. 3 B727 model. (a) 3D coordinate system; (b) 2D coordinate system

表 1 目标几何尺寸和运动参数

Table 1 Geometry and motion parameters of target

Parameter	Value
Length in the $x$ direction $\Delta x$ /m	0.67
Width in the $y$ direction $\Delta y$ /m	0.44
Velocity along the $x$ direction $v$ /(m·s <sup>-1</sup> )	100
Acceleration along the $x$ direction $a$ /(m·s <sup>-2</sup> )	20
Rotational angular velocity $\omega$ /(rad·s <sup>-1</sup> )	0.015

表 2 ISAL 系统工作参数

Table 2 Operating parameters of ISAL system

Parameter	Value
Initial wavelength $\lambda_c$ /nm	1550
Modulation bandwidth $B$ /GHz	150
Pulse width $T_w$ / $\mu$ s	3
Repetition interval $T_{PRI}$ / $\mu$ s	77.5
Sampling rate $f_s$ /MHz	333
Range cell $M$	1000
Pulse number $N$	1000

### 4.2 ISAL 成像仿真

根据 4.1 节介绍的 ISAL 目标参数和系统工作参数,利用(7)式生成回波信号和本振信号后,经过光外差探测得到光外差信号,并对其沿快时间做 IFT,得到原始的 ISAL 距离像,如图 4(a)所示。图中  $x$  轴代表距离向, $y$  轴代表方位向,每一个与  $x$  轴平行的图像代表对应不同慢时间(即方位向坐标)的一维 ISAL 距离像。由图 4 可知,包含 ISAL 目标信息的信号区间在不同的慢时间  $t_n$  上会出现

距离漂移现象,目标速度越快,加速度越大,在图中对应距离像越倾斜弯曲。经过对 RVP 项以其他两个误差项进行补偿后,通过距离对齐操作,得到距离对齐的 ISAL 距离像,如图 4(b)所示。此时 ISAL 图像在距离向上已经对齐,不同距离向上的点强度值代表了目标散射点对应的光强度。而在方位向上,由于平动误差、转动误差和“一步一停”模型误差的存在,无法通过沿慢时间做 FT 直接得到方位坐标,需要利用所提出的联合补偿成像算法完成运动补偿。

采用所提出的基于 Nelder-Mead 单纯形法和拟牛顿法分别对 ISAL 信号进行全局补偿和残余误差补偿,并利用图像的熵作为提出算法的评价函数。图 5 展示了全局补偿和残余误差补偿过程中图像熵随着优化迭代次数的变化情况。从图 5(a)可以看到,图像的熵在经过大约 150 次迭代后开始逼近全局最优值。在逼近全局最优值之前,尤其是前 50 次迭代过程,熵变化较大,这是因为采用 Nelder-Mead 单纯形法在搜索迭代解的过程中会采取不同策略更新单纯形的点集。在此过程中允许出现暂时的评价函数恶化,但随着迭代的进行,解将逐渐逼近全局最优解。图 5(b)展示了利用拟牛顿法补偿残余误差时图像熵的变化情况。仿真过程中未考虑大气湍流、系统抖动等随机误差的影响,因此该图像熵进一步减小说明了所提出的 ISAL 成像模型存在着未在



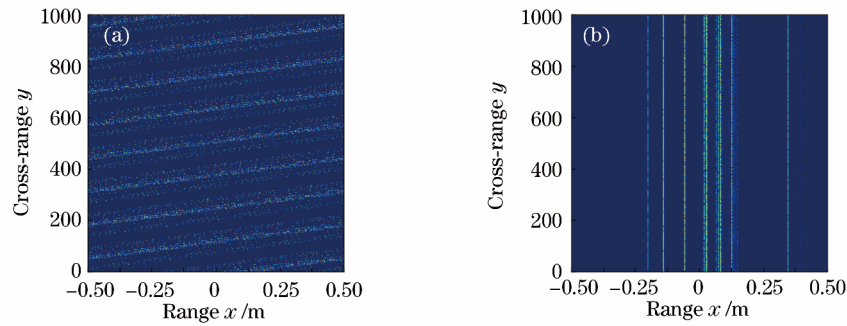


图 4 (a)原始的 ISAL 距离像;(b)距离对齐的 ISAL 距离像

Fig. 4 (a) Initial ISAL range image ; (b) ISAL range image after range alignment

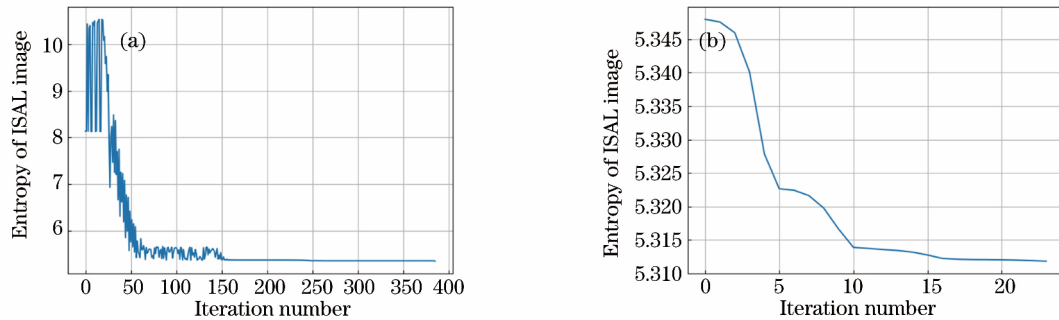


图 5 (a)全局补偿和(b)残余误差补偿图像熵随迭代次数的变化

Fig. 5 Entropy of ISAL image against iteration number for (a) global compensation and (b) residual error compensation

全局优化过程中补偿掉的高阶运动模型误差,这部分误差可以通过残余误差补偿过程得到补偿。

对经过补偿后的 ISAL 信号沿慢时间  $t_n$  方向做 FT,得到距离向和方位向均聚焦的 ISAL 二维图像,如图 6(a)所示。作为算法比较结果,图 6(b)展示了采用传统的平动、转动分离补偿算法<sup>[18]</sup>得到的 ISAL 图像。图中的 ISAL 图像是以分贝为单位的灰度图像展示的。两类算法计算得到的 ISAL 图像

的熵分别为 5.31 和 5.67。由于平动误差和转动误差相互耦合,平动误差校正效果不理想,残余误差影响转动误差补偿精度,从而无法准确计算转动角速度参量,对 ISAL 图像的方位向坐标完成单位变换。仿真对照实验说明了本文提出的基于 Nelder-Mead 单纯形法和拟牛顿法的联合补偿成像算法相比传统平动、转动分离补偿算法具有一定的优越性,所得到的 ISAL 图像品质更好。

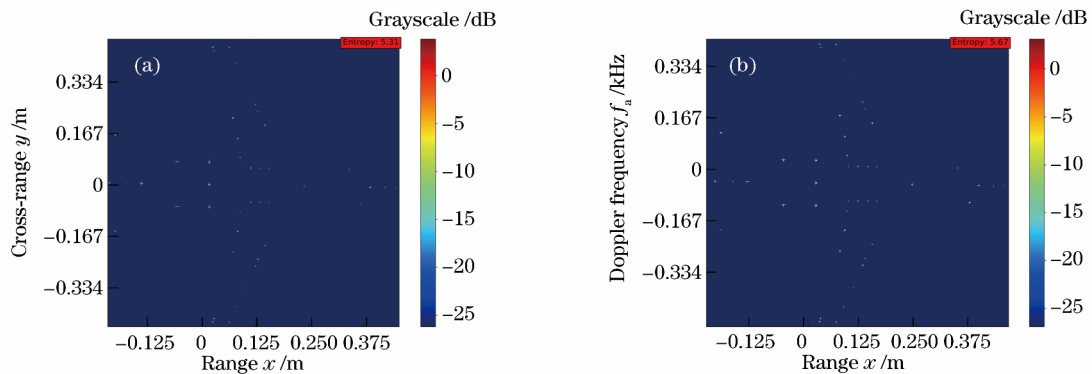


图 6 (a)本文算法和(b)传统成像算法得到的 ISAL 图像

Fig. 6 ISAL image obtain by (a) proposed method and (b) traditional method



### 4.3 ISAL 目标运动参数估计

传统 ISAL 成像算法在进行转动误差补偿时通常是对该误差进行估计,没有准确计算相应的转动参数,从而无法实现方位向坐标单位变换,确定目标的方位坐标。因此介绍所提出的联合补偿成像算法对转动角速度  $\omega$  的估计结果和精度,其较为准确的估计精度可以为后续的 ISAL 方位向单位变换提供保证。

设置目标的平动参数为速度  $v = 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 加速度  $a = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。由于目标的速度和加速度两个运动参量可以由距离对齐估计得比较准确,因此仿真实验主要检验所提出算法对转动角速度  $\omega$  的估计精度。设置目标的转动角速度  $\omega \in [0.014, 0.03]$ , 重复随机实验 30 次, 计算全局优化补偿算法

对该参数的估计精度。计算结果如图 7 所示, 其中图 7(a) 展示了 30 次随机实验中转动角速度的估计情况, 图中的红圈和蓝星分别表示不同随机实验中转动角速度的真实值和估计值, 图 7(b) 则是对应的估计相对误差。从图 7 可以看出, 基于 Nelder-Mead 单纯形法的全局优化补偿算法对转动角速度的估计精度较高, 绝大多数情况下估计得到的转动角速度相对误差均在  $\pm 4\%$  以内, 由此可以对 ISAL 图像的方位向坐标进行高精度的单位变换, 即利用  $y_p = f_a \lambda_c / (2\omega)$  关系将 ISAL 图像的方位向坐标从多普勒频率域  $f_a$  转换到空间域  $y_p$ , 从而为目标的识别与分类提供便利。

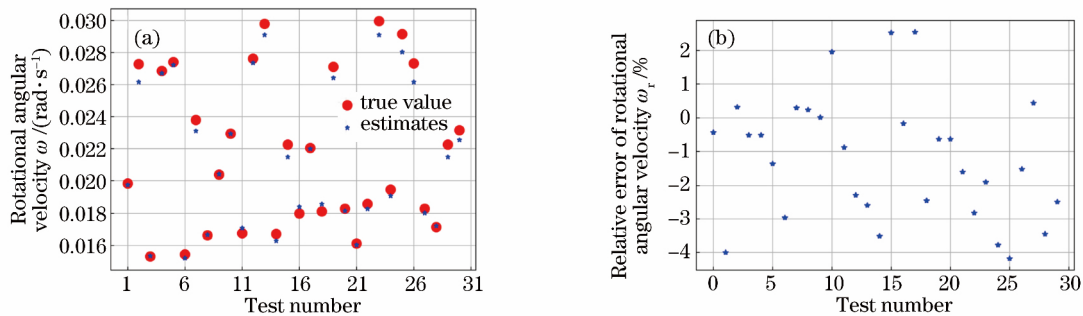


图 7 (a) 转动角速度的真实值和估计值随实验次数的变化; (b) 转动角速度的估计精度随实验次数的变化

Fig. 7 (a) True value and estimates of rotational angular velocity against test number ;  
(b) relative error of rotational angular velocity against test number

## 5 结 论

针对 ISAL 调制信号具有高频率、大带宽的特性, 建立了精确的成像模型, 推导并分析了影响 ISAL 成像质量的三类误差。分析传统 ISAL 成像算法采用平动误差和转动误差分离补偿时存在的问题, 提出了采用 Nelder-Mead 单纯形法对三类误差进行全局联合补偿, 然后利用拟牛顿法补偿残余误差的高分辨率 ISAL 成像算法。在仿真实验中, 利用 Nelder-Mead 单纯形法和拟牛顿法分别补偿 ISAL 信号的已知运动误差和残余误差, 获得清晰的 ISAL 二维图像。通过与传统平动、转动分离补偿算法得到的 ISAL 图像比较, 验证了所提出算法的有效性。在转动角速度参量估计仿真实验中, 计算得到的目标运动参数与真实值比较接近, 验证了算法的可靠性与准确性。

### 参 考 文 献

[1] Beck S, Buck J, Buell W, *et al.* Synthetic-aperture imaging laser radar: laboratory demonstration and

signal processing[J]. Applied Optics, 2005, 44(35): 7621-7629.

[2] Bashkansky M, Lucke R, Funk E, *et al.* Two-dimensional synthetic aperture imaging in the optical domain[J]. Optics Letters, 2002, 27(22): 1983-1985.

[3] Berizzi F, Corsini G. Autofocusing of inverse synthetic aperture radar images using contrast optimization[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(3): 1185-1191.

[4] He J, Zhang Q, Yang X Y, *et al.* Imaging algorithm for inverse synthetic aperture imaging LADAR[J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(4): 1094-1100.

何劲, 张群, 杨小优, 等. 逆合成孔径成像激光雷达成像算法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(4): 1094-1100.

[5] Ruan H, Wu Y H, Ye W, *et al.* Echo signal characteristics of inverse synthetic aperture radar[J]. Laser and Infrared, 2013, 43(4): 385-390.

阮航, 吴彦鸿, 叶伟, 等. 逆合成孔径激光雷达回波信号特征分析[J]. 激光与红外, 2013, 43(4): 385-390.

- [6] Ruan H, Wu Y H, Ye W, *et al.* Algorithm of phase error compensation for inverse synthetic aperture lidar [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(10): 102801.  
阮航, 吴彦鸿, 叶伟, 等. 逆合成孔径激光雷达相位误差补偿算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(10): 102801.
- [7] Guo L, Xing M D, Zeng X D, *et al.* Inverse synthetic aperture lidar imaging of indoor real data [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(4): 637-642.  
郭亮, 邢孟道, 曾晓东, 等. 室内实测数据的逆合成孔径激光雷达成像[J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(4): 637-642.
- [8] Ruan H, Wu Y H, Ye W. Inverse synthetic aperture lidar imaging algorithm for maneuvering target based on FRFT-CLEAN [J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2013, 35(7): 1540-1546.  
阮航, 吴彦鸿, 叶伟. 基于 FRFT-CLEAN 的机动目标逆合成孔径激光雷达成像算法[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(7): 1540-1546.
- [9] Wang H Y, Ruan H, Wu Y H. Fast azimuth imaging algorithm of inverse synthetic aperture lidar for maneuvering targets [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, 44(2): 118-123.  
王宏艳, 阮航, 吴彦鸿. 机动目标逆合成孔径激光雷达方位成像快速算法[J]. *光子学报*, 2015, 44(2): 118-123.
- [10] Zang B, Zhang L, Tang Y, *et al.* Novel imaging method using compressed sensing for the inverse synthetic aperture imaging lidar [J]. *Journal of Xidian University*, 2010, 37(6): 1027-1032.  
臧博, 张磊, 唐禹, 等. 利用压缩感知的逆合成孔径激光雷达成像新方法[J]. *西安电子科技大学学报(自然科学版)*, 2010, 37(6): 1027-1032.
- [11] Ren X, Sun X. An algorithm for inverse synthetic aperture imaging lidar based on sparse signal representation [J]. *Laser Physics*, 2014, 24(12): 125007.
- [12] Xu G, Xing M, Yang L, *et al.* Joint approach of translational and rotational phase error corrections for high-resolution inverse synthetic aperture radar imaging using minimum-entropy [J]. *Iet Radar Sonar and Navigation*, 2016, 10(3): 586-594.
- [13] Bao Z, Xing M D, Wang T. Radar imaging technology [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005: 25-28.  
保铮, 邢孟道, 王彤. 雷达成像技术 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 25-28.
- [14] Wang J, Liu X. Global range alignment for ISAR [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(3): 1070-1075.
- [15] Xi L, Liu G, Ni J. Autofocusing of ISAR images based on entropy minimization [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 35(4): 1240-1252.
- [16] Chong E K P, Zak S H. An introduction to optimization [M]. 3<sup>rd</sup> ed. New Jersey: Wiley Press, 2011: 273-298.
- [17] Griva I, Nash S G, Sofer A. Linear and nonlinear optimization [M]. 2<sup>nd</sup> ed. SIAM Press, 2009: 381-385.
- [18] Sheng J, Xing M, Zhang L, *et al.* ISAR cross-range scaling by using sharpness maximization [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(1): 165-169.