# 基于能量耗散的疲劳损伤模型\* FATIGUE DAMAGE MODEL BASED ON ENERGY DISSIPATION

姚磊江\*\* 童小燕 吕胜利 (西北工业大学 飞行器结构完整性研究所,西安 710072) YAO LeiJiang TONG XiaoYan LU ShengLi

(Institute of Aerospace Structure Integrity, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

摘要 能量的耗散和晶体显微结构的运动与演变有关。根据金属显微结构稳定性原理 利用自由能的变化将微观角度的显微结构变化与宏观的疲劳损伤过程联系起来,并用储能定义损伤变量。提出获得储能的数值方法,建立基于不可逆能量耗散的疲劳损伤演化模型,并对该模型用 40CrNiMoA 的两级加载试验进行验证,预测结果与试验结果吻合较好。

关键词 疲劳 损伤 能量耗散

中图分类号 0346.2

Abstract The fatigue damage process dissipates energy. The energy dissipation is relevant to the motion and evolution of crystal microstructures. The stability of the microstructure decreases until reaches the critical state of failure. In this stage, the free energy increases monotonically. Thus, the fatigue damage process can be connected to the variation of microstructures during fatigue, utilizing the change of free energy. A damage variable was defined by the stored energy, which is approximately equal to the free energy. This damage variable has clear physical meaning. The equation of energy dissipation was derived by the first thermodynamic law. The stored energy was computed by the temperature response measured during fatigue test, utilizing the finite element method. On this foundation, a fatigue damage model based on the irreversible energy dissipation was established. The predicted result fits well with the two-level fatigue test result of 40CrNiMoA.

#### Key words Fatigue ;Damage ;Energy dissipation

Corresponding author :YAO LeiJing , E-mail :yao  $\_$  leijing@hotmail . com ,Fax :+ 86-29-8492031 Manuscript received 20030106 , in revised form 20030408 .

# 1 引言

Inglis<sup>[1]</sup>于 1927 年首先发布了滞回能与疲劳行为的 联系 人们逐渐注意到疲劳损伤的产生、累积以及疲劳 破坏都与疲劳过程中的能量吸收和累积有密切关系。 Bauschinger 效应和迟滞现象都证明疲劳过程中耗散了 能量 并且这种能量的耗散与晶体显微结构的运动和演 变有关。因此 人们希望用能量的累积过程来描述材料 的损伤过程 提出了许多能量损伤模型<sup>[2-4]</sup>。

但迄今为止的各种能量损伤模型都忽略了疲劳过程中各种形式的不可逆能量耗散,如热、显微结构演变、不扩展裂纹等,所以物理意义不够完整。本文在金属显微结构稳定性原理的基础上,通过疲劳能量耗散分析,建立基于不可逆能量耗散的疲劳损伤和寿命估算的评价方法。

## 2 基于能量耗散的损伤变量

## 2.1 显微结构稳定性分析

从显微结构稳定性的角度分析,金属疲劳过程中显微结构的变化过程可以概括为,应变能使得显微结构自由能升高,原始稳定结构失稳,材料进入亚稳定状态,显微结构重新组合与排列,达到新的相对稳定阶段,在宏观上表现为循环硬化/软化。随着疲劳过程的深入,当能量累积到一定状态时,显微结构发生失稳,疲劳宏观裂纹产生,材料进入不稳定阶段,裂纹不稳定扩展直至破断成两个独立的稳定件。

自由能的减少是显微结构变化的驱动力,但所有显微结构的变化需要原子迁移,为了这种迁移,需要激活能,以便提供原子由某一位置向另一位置移动所需的能量。在材料疲劳过程中,显微结构在亚稳定破坏达到新的稳定状态之前,必须获得所需的激活能。对应于显微结构由原始稳定态→亚稳定态→失稳→新的稳定态的变化规律,材料自由能变化过程可以描述为,应变能累积使材料自由能不断升高,材料内部发生位错增殖、位错组态演化等一系列非平衡自组织现象,在自由能升高到某一临界值,即亚稳定平衡态破坏所需

要的激活能时,宏观裂纹产生并快速扩展,材料失稳,形成两个分离的独立体,系统自由能降低到一个新的最小值,即材料发生破坏而出现新的稳定态,这个过程如图1所示。

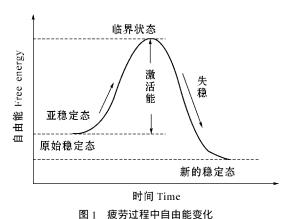


图 1 极为过程中日田能支化

Fig. 1  $\,$  Change of the free energy during fatigue

当材料处于由亚稳态向新的稳定态转变的临界状态时,对于实际结构,材料已不能安全服役,即在工程意义上材料已经破坏。在此前的过程中,材料自由能一直在增加,疲劳损伤一直在累积。因此,尽管疲劳过程中的显微结构变化、各种位错动力学过程不容易定量描述,但利用自由能的变化能够将微观角度的显微结构变化与宏观的疲劳损伤过程联系起来。

#### 2.2 损伤变量的定义

固态金属存在以下热力学关系

 $\Delta G = \Delta H - T\Delta S \approx \Delta E - T\Delta S \approx \Delta F$  (1) 其中 G 为 Gibbs 自由能 F 为 Helmholtz 自由能 E 为内能 H 为焓 S 为熵 T 为绝对温度。对于原子过程 总 熵变化包括组态熵和振动熵 D

$$\Delta S = \Delta S_{\text{High}} + \Delta S_{\text{High}} \tag{2}$$

Cottrelf  $^{51}$  利用 Boltzmann 方程估计了位错造成的组态 熵和振动熵 ,认为常温下位错引起的熵变非常小 ,与应变能相比可以忽略 ,可以认为自由能变化  $\Delta G$  基本上等于应变能或位错引起的内能变化  $\Delta E$ 。这种论点可以扩大到位错群。由于位错能量在各种缺陷中占主导地位 ,因此使自由能变化与内能变化相等 ,不会造成太大的误差。

用内能的变化定义损伤变量为

$$D = E_s/E_{cf} \tag{3}$$

其中  $E_s$  表示储能  $E_{s,t}$  表示累积储能。

#### 3 储能的计算

疲劳过程是一个能量耗散过程。它不仅仅指能量向周围介质的传递,而是指在整个过程中的所有的能量存在和转化的形式。总的能量耗散包括两部分,机械(C)1994-2024 China Academic Journal Electronic Pur 功和热流,即

$$\dot{E}_{d} = \rho \boldsymbol{h} + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{d} \tag{4}$$

其中 h 为热流矢量,在没有外热源的情况下 |h|=0;  $\sigma$  和  $\dot{\epsilon}_a$  分别为应力张量和不可逆应变率张量。疲劳过程的能量耗散形式主要包括两部分,内耗热和储能。储能大部分是由于点阵缺陷引起的,包括点缺陷、位错和面缺陷。各种缺陷之间还存在复杂的相互作用,因此从微观角度去研究储能或者说晶体的能量状态(场)是不现实的。

从宏观上讲 材料疲劳过程的能量耗散可以表示 为下面 的能量平衡方程

$$\dot{E}_{\rm d} = \dot{E}_{\rm s} + \dot{Q} \tag{5}$$

其中  $\dot{Q}$  表示热耗散 相当于由于内摩擦而引起的热源强度。在 较低的应力应变速率下,根据傅里叶热传导定律。得 到如下的疲劳能量耗散微分方程

$$\rho C_{p} \frac{\partial T}{\partial t} = K \nabla^{2} T + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{d} - \dot{E}_{s}$$
 (6)

公式(6)实际上是一个瞬态热传导微分方程,对于循环加载过程,采用循环周期  $\tau$  作为时间单位,塑性应变能和储能都采用在一个载荷循环内的平均值,则式(6)可改写为

$$\rho C_{p} \frac{\partial \mathcal{I}(N\tau)}{\partial N\tau} - k \nabla^{2} \mathcal{I}(N\tau) - (1 - \bar{\eta}_{N}) \frac{\Delta W_{p}(N)}{\tau} = 0(7)$$

其中  $_{\eta_N}^-$  表示第  $_N$  个循环的平均储能率  $_{
m c}$ 定义为

$$\bar{\eta}_N = \Delta E_{\rm s}(N)/\Delta W_{\rm p}(N) \qquad (8)$$

现在的问题是 ,已知一组  $N_i$   $-T_{N_i}^{\rm ep}$  的实验值 ,求解平均储能率  $\frac{1}{\eta_{N_i}}$ 。这是求解瞬态温度场的逆过程。需要利用迭代求得平均储能率  $\frac{1}{\eta_{N_i}}$  ,使其满足

$$\left| T_{N_i}^{\text{fea}} - T_{N_i}^{\text{exp}} \right| < \varepsilon$$

其中  $T_{N_i}^{\text{fea}}$  表示计算的第  $N_i$  循环的温度 , $T_{N_i}^{\text{exp}}$  表示试验 测得的第  $N_i$  循环的温度 , $\varepsilon$  表示误差。

## 4 试验过程

试验件为 40CrNiMoA 高强度合金钢无缺口平板试样(图 2),在 MTS810 材料实验机上进行。为了防止大应变试验中试样可能出现失稳,试验中自制防失稳夹具。试验过程中试样的温度变化测量利用  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  细小热 敏电阻计,该热敏电阻的采集速率可达  $0.01 \text{ s}^{-1}$ ,精度可达 0.001 K,能够快速准确地测量到细微的温度变化。经过八通道温度测试仪和微机控制 A/D 采 样与数据处理系统完成。两个电阻计分别贴在试样两侧的中心 取其平均值作为测量温度。

进行两级疲劳加载试验。两级应变水平分别为0.4% 和0.6%。试验方法是先在某应变水平下将试样循环 $N_1$  周,然后在另一个应变水平下将试样循环至

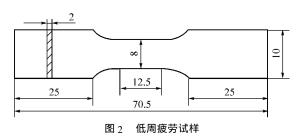


Fig.2 Specimen of the low cycle fatigue test

疲劳破坏,记录循环数  $N_2$ 。分别采用低 — 高(L—H) 和高 — 低(H—L)的加载次序。

# 损伤演化模型

#### 温度变化和储能率 5.1

在加载初期经历一个快速的升温过程后表面温度 逐渐趋 于稳定 进入中期温度才开始较快地上升直至 破坏,如图3所示。储能率的变化规律如图4所示。 在疲劳 过程的不同阶段 能量的累积及热耗散规律是 不一样的。在循环硬化/软化阶段,显微结构的变化比 较剧烈,产生大量不可逆的畸变组织,能量较多地储 存于晶格缺陷中。进入循环稳定阶段后,显微结构趋 于稳定变化 并且随着疲劳过程的深入 部分畸变组织 有可能在变形过程中湮灭,以热量的形式释放出自由

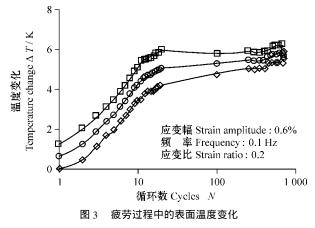
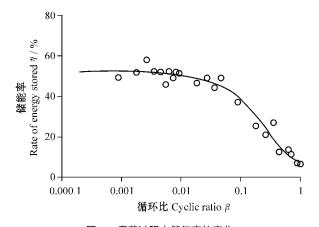


Fig.3 Surface temperature change during fatigue



疲劳过程中储能率的变化

能 ,当达到一种饱和状态 ,即新生的畸变组织与消失的 畸变组织数量相等 ,全部变形能转化为热。但由于微裂 纹的发展,完全饱和状态是不可能达到的。

#### 5.2 恒幅加载下的损伤

疲劳过程中材料的储能率与应变幅值和循环比有 关 并且存在如下的关系

$$\bar{\eta} = \frac{\Delta E_{\rm s}}{\Delta W_{\rm p}} = \eta_0 + \eta_1 e^{-\gamma \beta} \tag{9}$$

其中  $\beta$  为循环比  $\eta_0$  表示在微裂纹扩展导致系统原有 的能量平衡被破坏之前的储能率  $\eta$  表示在循环初期 的硬化软化阶段的储能率, y 则表征储能率在循环过 程中的衰减快慢程度。对于每个试样,采用高斯 - 牛顿 法估算参数  $\eta_0$ 、 $\eta_1$  和  $\gamma$  的最小二乘理论估计值 ,结果 发现 参数  $\eta_0$  为材料常数  $\eta_1$  和  $\gamma$  与疲劳寿命有关  $\dot{\mu}$ 用公式(10)描述

 $\eta_1 = \eta_1' + \eta_1'' \ln N_f \qquad \gamma = \gamma' + \gamma'' \ln N_f \quad (10)$ 式中  $\eta_1'$ 、 $\eta_1''$ 、 $\gamma'$  和  $\gamma''$  为材料常数 ,可由最小二乘法得

根据式(3)的损伤定义以及式(9)和式(10),得到 疲劳损伤为

$$D = \frac{E_{s}}{E_{sf}} = \frac{\gamma \eta_{0} \beta + \eta_{1} (1 - e^{-\gamma \beta})}{\gamma \eta_{0} + \eta_{1} (1 - e^{-\gamma})}$$
(11)

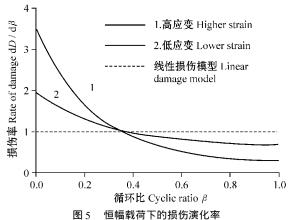
损伤演化率可表示为

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}N} = \frac{\gamma \eta_0 + \gamma \eta_1 \mathrm{e}^{-\gamma \beta}}{[\gamma \eta_0 + \eta_1 (1 - \mathrm{e}^{-\gamma})] N_{\mathrm{f}}}$$
(12)

图 5 是 40CrNiMoA 的损伤演化率曲线。可以看 出 在疲劳 初期损伤发展较快 随后变得缓慢 ,这是疲 劳初期 能量累积较快的缘故。疲劳初期损伤在高应变 (应力)水平下的变化比在低应变(应力)水平下快, 而到后期 则相反。

#### 试验验证 5.3

恒幅试验测得应变幅为0.4%和0.6%时的疲



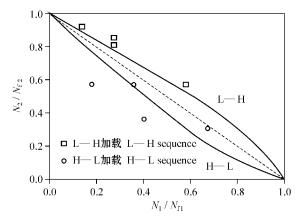


图 6 两级加载疲劳试验验证结果

Fig. 6 Results of the two-levels fatigue rest

表 1 两级加载疲劳试验结果及预测结果

Tab.1 Experimental and predictive results of the two-levels fatigue test

次序 -	两级加载试验					预测结果			
	试样号	$N_{\mathrm{f}1}$	$N_1$	$N_{\mathrm{f}2}$	$N_2$	EDBDM	误差 /%	Miner	误差 /%
L—Н	4cn-71	3 622	500	1 116	1 026	990	3.51	962	6.23
	4cn-72	3 622	1 000	1 116	904	862	4.65	818	9.51
	4cn-73	3 622	1 000	1 116	951	862	9.36	818	13.99
	4cn-74	3 622	2 100	1 116	641	555	13.42	468	26.99
н—г	4cn-76	1 116	200	3 622	2 087	2 833	35.74	2 974	42.50
	4cn-78	1 116	447	3 622	1 317	1 910	45.03	2 170	64.77
	4cn-79	1 116	400	3 622	2 065	2 076	0.53	2 324	12.54
	4cn-81	1 116	750	3 622	1 114	951	14.63	1 188	6.64

劳寿命分别为  $N_{f1} = 3622$  和  $N_{f2} = 1116$ 。两级加载试验结果如表 1 所示。可以看出,低 — 高加载次序的循环比之和大于 1 ,而高 — 低加载次序的循环比之和小于 1。用能量耗散的观点解释这一现象,就是在

高应力(应变)水平下开始阶段能量累积率比较高,导致高应力(应变)水平下的损伤发展始终快于低应力(应变)。

表 1 中对比了 Miner 线性累积损伤模型以及本文提出的基于能量耗散的累积损伤模型的预测结果,对比的结果还可见图 6。可以看出,基于能量耗散的疲劳累积损伤模型对两级加载情况的预测精度要好于线性累积损伤模型。由于缺乏必要的数据,本文没有与其他非线性累积模型进行比较。

## 6 结论

根据金属显微结构稳定性原理,用储能定义损伤变量,提出疲劳能量耗散微分方程,用数值方法获得储能的累积规律,建立基于能量耗散的疲劳损伤模型,该模型较以往的能量损伤模型具有更明确的物理含意。用两级加载试验对该模型进行验证,结果吻合较好。

#### References

- 1 Inglis N P. Hysteresis and fatigue of Wohler rotating cantilever specimen. The Metallurgist , 1927 , 1(1) 23.
- 2 Feltner C E Morrow J D. Microscopic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture. J Basic Engineering, ASME, 1961, 81(1): 16.
- 3 Martin D E. An energy criterion for low-cycle fatigue. J Basic Engineering, 1961, 81(12) 565.
- 4 Golos K Ellyin F. A total strain energy density theory for cumulative fatigue damage. J Pressure Vessel Tech , ASME , 1988 , 110(1) 36.
- 5 Cottrell A H. Dislocations and plastic flow in crystals. Oxford Oxford University Press , 1953.39.