

无刷电机原理及应用

1.无刷电机基础

1.1 无刷电机基本结构

无刷电机由电动机主体和驱动器组成，是一种典型的机电一体化产品。无刷电机通常用于航模，工业等场景，有着低干扰、噪声低、寿命长的优点。

首先我们介绍一下无刷电机的具体结构，图 1.1.1 所示为常用的无刷电机照片，它的具体内部结构如图 1.1.2 所示，缠绕的线圈在外部，称作“定子”，永磁体在内部，称作“转子”，线圈分为三相，每一相相隔的角度为 120° ，三相在线圈的末端是相连的。这样在外部线圈通电的条件下，即可产生磁场，内部的永磁体在外部磁场的带动下即可开始旋转。

如图 1.1.2，在描述时，我们将三个线圈分别命名为 A、B 和 C 相。



图 1.1.1 常用无刷电机示意图

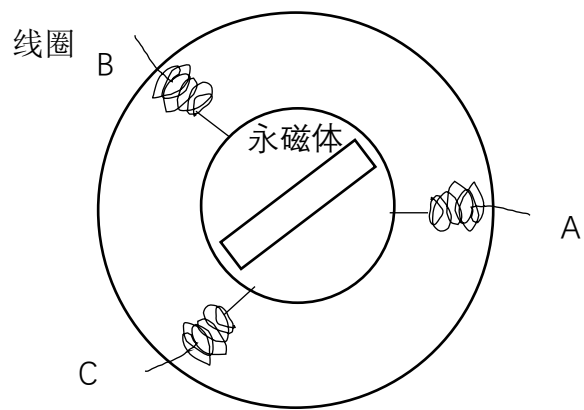


图 1.1.2 无刷电机内部结构示意图

1.2 六步换向法

我们再来看看怎么才能让这个电机转动起来。当电机 A 相通入 12V 电压，

B 和 C 相都接地时，线圈中的等效电路如图 1.2.1 所示。由于有电流才会产生磁场，电机中的磁场方向如图 1.2.2 所示。转子也将在磁场的作用下转动到如图的位置，图中红色轮廓为磁场方向。

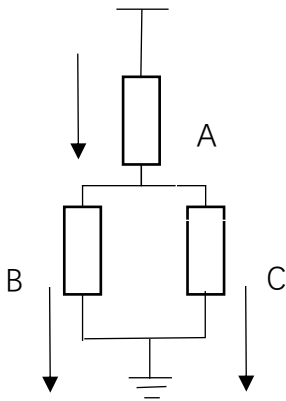


图 1.2.1 等效电路示意图

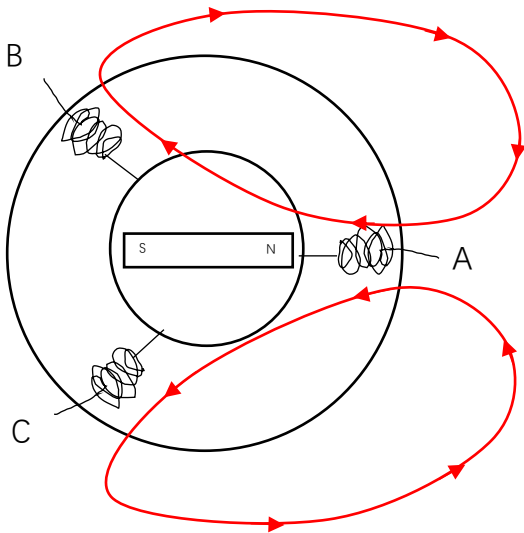


图 1.2.2 电机线圈磁场示意图

当 A、B 相置 12V 电压，C 相接地时，通过图 1.2.3 我们不难看出，磁场的合力方向逆时针转动了 60° ，此时虽然磁场合力变化了，但是转子还是停留在 0° 的位置，所以会形成如图 1.2.4 所示的状态，合力会给转子一个转动的力，故转子在磁场的作用下也逆时针转动 60° 。

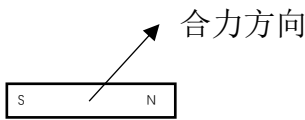


图 1.2.3 转子与合力方向示意图

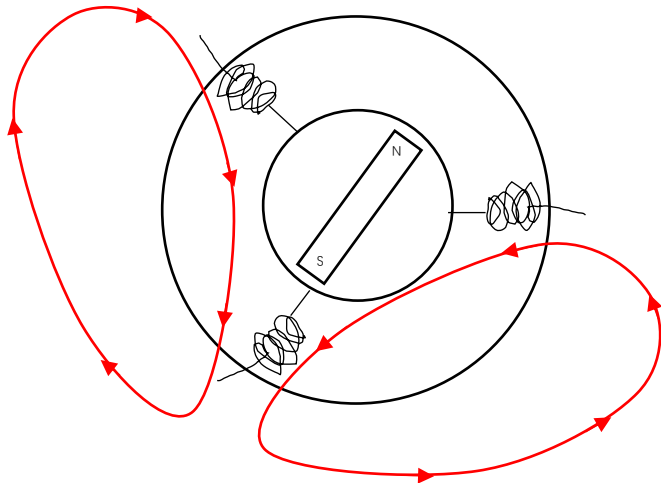


图 1.2.4 转动后电机磁场与转子示意图

综上所述，只需要不断的切换加到三相的电压，就能够使得磁场不断的旋转。我们将所有的情況列出来

表 1.2.1 所有情况下转子转动角度

转子状态	A 相	B 相	C 相	合力转动角度
状态 1 (0~60°)	12V	0V	0V	0°
状态 2 (60~120°)	12V	12V	0V	60°
状态 3 (120~180°)	0V	12V	0V	120°
状态 4 (180~240°)	12V	12V	0V	180°
状态 5 (240~300°)	0V	0V	12V	240°
状态 6 (300~360°)	12V	0V	12V	300°

不难看出，只需要在转子转动到某一状态后，将电压切换为下一状态，就能够使得电机转动。

例如：当转子在 0°（即状态 1）时，线圈状态需要转换到状态 2，使得合力转动 60°，从而利用转子与合力的角度偏差驱动转子转动，当转子转动到 60°时（即状态 2），线圈状态则需要转换到状态 3，使得合力转动到 120°，如此往复。

以上所述，就是驱动电机时常用的“六步换向法”。

但是，我们也能够很明显的看出这种方法存在的问题：无法精确的控制转动角度和转动速度。例如，在状态 1 时，转子的角度为 0°，在状态 2 时，转子的角度为 60°，倘若我们需要使得转子保持在 30°时，六步换向法就不再有效。并且，在转子转动的过程中，合力的方向与大小不变，但是转子的位置在变化，所以转子在转动的过程中受到的力大小并不是恒定的。尽管这种情况在转动时很难被察觉到，但在精度要求较高时这种影响也不可被忽视。

1.3 正弦波驱动

那么，我们能不能找到一种方法使得无刷电机平稳地运行，还能控制转动角度呢？

我们先来总结一下我们已经知道的知识：

- 1.线圈产生的磁场强度与通过电流的大小成正比。
- 2.无刷电机的三个线圈相隔 120°，每个线圈只能产生平行于这个方向上的磁场。
- 3.无刷电机线圈安装在外部，在电机工作时是不会转动的（定子）。转动的是内部的永磁体（转子）。

为了之后的叙述简便，我们先定义一下部分标准。

以下是无刷电机的结构简图，我们定义电流从外向内流动为正方向。当电流向正方向流动时，产生磁场的方向平行于电流向外。

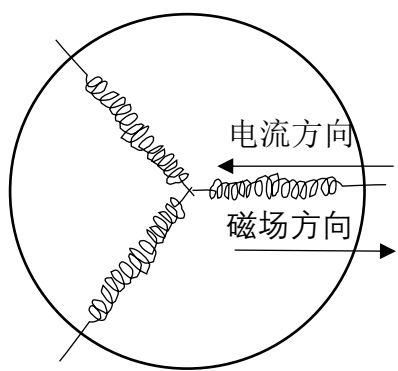


图 1.3.1 无刷电机结构简图

当电流从外向内流动时，产生一个向外的磁场。我们将这个磁场用向量进行表示，而磁场的方向与磁场加在转子上的力方向一致，故我们可以用电流矢量来代替力的矢量，并且电流大小与磁力大小成正比。通过将电流矢量进行合成，我们可以得到磁力的合力，就是这个合力驱动电机转动。

例如，当 A 线圈上加上单位为 1 的电流时，由于线圈可以等效的看作电阻且阻值大小相等，所以整个电机的等效电路如图 1.3.3 所示，B 线圈上和 C 线圈上分别流过 0.5 单位的电流，那么如图 1.3.4 所示，3 个线圈产生磁力的示意图就可以如图 1.3.5 所示，再将 3 个线圈产生的合力进行合成，就能得到转子的受力示意图。由于电流大小与磁力大小成正比，所以我们假设：当线圈上流入单位电流时，产生 k 单位的磁力。

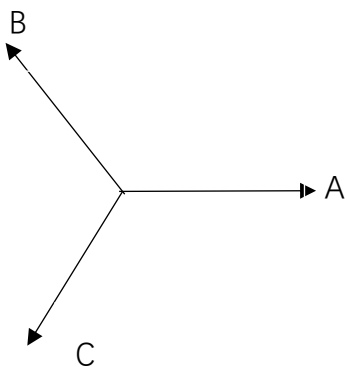


图 1.3.2 三相坐标示意图

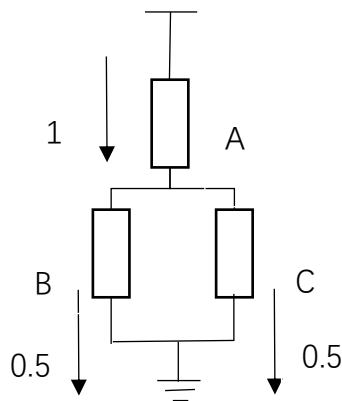


图 1.3.3 等效电路示意图

通过合成后可以知道，整体的合力为 $1.5k$ 方向朝向 A 线圈正方向。

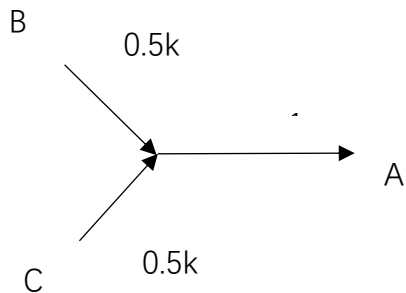


图 1.3.4 合成前矢量示意图

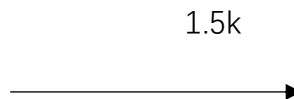


图 1.3.5 合成后矢量示意图

所以在计算合力时，只需要知道每个线圈上流过的电流就能够计算出产生的合力。

那么，我们通过第一节的分析就已经知道，只需要合力矢量不断的转动，就能够驱动电机转动。那我们就用最直观的方法来看一下究竟什么驱动信号才能驱动电机转动。

我们知道三相上的力能够合成为一个力，那么这个合力也能够分解到三个方向上。当一个旋转的矢量被分解时，如图 x 所示：

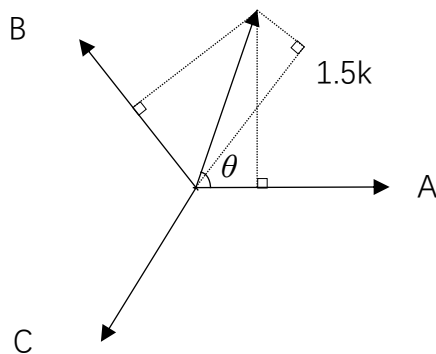


图 1.3.6 矢量分解示意图

可以得到在 A、B 和 C 相上的分量为

$$F_A = F * \cos(\theta)$$

$$F_B = F * \cos\left(\frac{2}{3}\pi - \theta\right)$$

$$F_C = F * \cos\left(\frac{4}{3}\pi - \theta\right)$$

其中， F_A 为合力在 A 相上的分量， F_B 为合力在 B 相上的分量， F_C 为合力在 C 相上的分量， θ 为合力转动的角度， F 为合力。

其中 $\theta = \omega t$ ， ω 为合力转动的角速度， t 为合力转动的时间。通过变换后可将公式转化为

$$F_A = F * \cos(\omega t)$$

$$F_B = F * \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$F_C = F * \cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$$

通过观察我们不难发现：A、B 和 C 相上的分力为相位差为 120° 的正弦波时，通过合成，可以合成为一个角速度为 ω 的旋转矢量，当合力的方向与电机的角度不一致时，会给转子一个横向的力，从而可以驱动转子随着合力的转动而转动。

我们回顾一下第一节中提出的“六步换向法”缺点：1.不能任意控制转动角度，2.不能精确控制转动速度。我们再用第二节中提出的正弦波驱动方法进行尝试，可以发现：当电机内磁场的合力在均匀旋转时，可以通过控制合力旋转的速度来控制电机的转动速度。也可以控制信号输出为某一时刻三个正弦信号的瞬时值来控制电机的转动角度（即合力方向与转子方向相同）。

至此，我们就已经了解了无刷电机的基本控制方法，但是我们不难看出，这

距离真正的实际运用还相去甚远，下面我们就来看一下上面提到的控制方法有什么问题：1.不能进行负反馈调节。在上面的控制方法中，只能对电机进行粗略的控制，倘若我们把电机堵转，产生的合力方向依然在按设定的速度在旋转，而转子由于堵转并没有旋转。2.上文提到的合力是用电流来表示的，但是我们知道，在实际的工程运用中，我们只能够通过控制电压来控制电流，而电机中含有电感、反电动势、内阻等多种影响因素，不能直接使用欧姆定律来进行计算。所以我们还需要找到一种控制电流的方法来解决以上两个问题。

1.4 现有无刷电机分类

我们在上面的分析中可以看到，无刷电机用正弦波驱动，但是这只是无刷电机中的一种，叫做“直流永磁同步电机”(PMSM)，无刷电机分为 PMSM 和 BLDC。那么为什么要有 PMSM 和 BLDC 的分类呢？BLDC 发明的初衷就是为了简化无刷电机的驱动方式。比如说航模上的电机，如果采用正弦波的方式进行驱动，将会增加驱动的复杂度，所以就诞生了方波驱动方式的无刷电机。这样，采用较为简单的驱动电路并且不需要位置传感器就能进行 BLDC 的驱动。

但是，在实践中发现，BLDC 通常也能够通过正弦波的方式进行驱动。下文中，我们着重介绍 PMSM 的驱动方式，也就是正弦波驱动。

2.clarke 变换与 park 变换

2.1 clarke 变换

对于 1.3 节中提出的问题 1，如果需要进行负反馈调节，那么将会需要控制三个变量。这对于实际运用上来说是很繁琐的，而且很难确定负反馈调节的对应关系。那么我们需要一种方法，将原先需要控制的三个变量，通过某种变换，转换成一个变量，而且这个变量能够清晰明了的反映当前的控制状态。

在上文中我们已经用到过类似的方法，将三个线圈上的力合成为一个合力。这三个分力来自于三个互为 120° 线圈产生的磁力。在上文中我们建立了一个三坐标轴、坐标轴互为 120° 的二维坐标（如图 2.1.1a），而我们常用的坐标是双坐标轴，坐标轴互为 90° （如图 2.1.1b），本节所述的 clarke 变换目的就是将三坐标轴的矢量转换到双坐标轴上来。

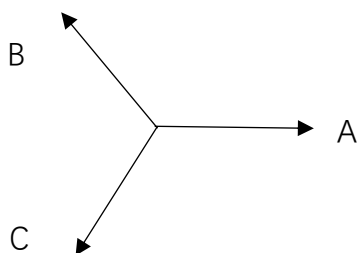


图 2.1.1a 三坐标轴示意图



图 2.1.1b 双坐标轴示意图

接下来我们来推导一下，这两个坐标轴之间如何进行变换。

如图 2.1.2 所示，通过三角函数变换可以求出三坐标中每条坐标轴上的变量合成到双坐标轴上的大小。

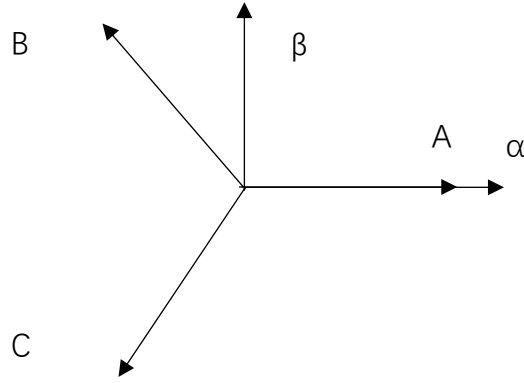


图 2.1.2 坐标变换示意图

$$I_{\beta} = I_B * \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + I_C * \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$I_{\alpha} = I_A + I_B * \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + I_C * \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

经过化简后用矩阵表示为：

$$\begin{bmatrix} I_{\alpha} \\ I_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix}$$

通过简单的矩阵运算，我们就能将三坐标的矢量转换到双坐标上。但是我们之前讲到，最理想的环境是将三个变量转换到一个变量，所以我们还需要进行一次变换。

2.2 park 变换

在 Clarke 变换中我们已经将三坐标轴的值转换成双坐标轴的矢量了，接下来，为了便于控制，我们需要知道在转子旋转的方向上，我们究竟加上了多大的力。

如图 2.2.1，我们以转子为基准建立坐标轴，也就是说这个坐标轴会随着转子的转动而改变，其中，平行于转子方向的坐标轴称为 D 轴，垂直于转子方向的轴称为 Q 轴。

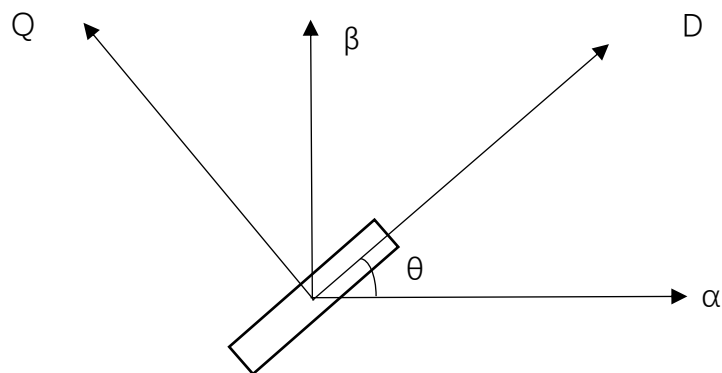


图 2.2.1 park 变换示意图

从图中可以看出，在变换之后， θ 是转子当前转动的角度，这个角度在工程上通过角度传感器测量出来。Q 轴上的分量就是加在转子上横向的力，D 轴上的分量是平行于转子的力，D 轴上这个力对于转子的旋转并没有任何的作用，还会浪费能源，所以这个力在控制电机的时候需要尽力的消除掉。

下面是坐标变换的公式推导：

$$I_d = I_\alpha * \cos(\theta) + I_\beta * \sin(\theta)$$

$$I_q = -I_\alpha * \sin(\theta) + I_\beta * \cos(\theta)$$

化为矩阵形式后可以得到：

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix}$$

通过这样的变换，我们就能将曾经的三个变量的控制，化简为主要对一个变量的控制（D 轴上的分量可以控制也可以不控制，在此我们忽略不计）。

例如：我们在控制时如果需要电机转动的更快，就加大 Q 轴上的值，如果需要电机匀速转动，就保证 Q 轴上的分量与电机的阻力相等。需要减速就控制 Q 轴上的分量与电机转动的方向相反。这样，就能通过更加直观的方法简便和精确的控制电机转动的速度和力矩了（Q 轴上的分量可以等效的看作电机的力矩）。就如图 2.2.2 所示，控制吊在猪前面萝卜的远近就能够控制猪跑得快还是跑得慢。



图 2.3.2 用萝卜钓竿驯服猪

但是，我们之前的变换只是将三个坐标轴的矢量转换成了旋转坐标轴的矢量，控制的是 Q 轴上的值。在真正驱动电机的时候，还是需要三坐标矢量，也就是三

相电流去驱动电机。所以，在确定了 Q 轴上分量的大小后，还需要将旋转坐标上的矢量转换成为三坐标轴上的矢量，从而对电机进行驱动。

2.3 反 Clarke 变换与反 park 变换

上文中已经说到，我们需要控制的是 Q 轴上的分量，设定好 Q 轴上的分量后需要将旋转坐标轴上的矢量转换成为电机上三相电流的大小。所以，我们需要进行 clarke 变换与 park 变换的逆变换：也就是反 clarke 变换与反 park 变换。这两个变换也很简单，只需要通过三角函数将矢量分解就好，在此不再赘述，直接列出公式：

反 Park 变换：

$$\begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

反 clarke 变换：

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix}$$

至此，通过以上的两正两负的变换，就能够简便、精准的控制无刷电机的力矩。

3.无刷电机控制方法

3.1 整体控制思路

在之前的章节中，我们介绍了：控制电机的转动只需要控制 Q 轴上力矢量的大小。但是，我们在实践中常用到的是控制电机转动的速度和转动的角度。那么，我们就需要应用到常用的 PID 控制。

我们可以直接控制的变量就是作用在转子上的力矩。我们既然要控制当前的力矩，那么必须要用传感器来监测当前的力矩究竟是多少，在这里，我们使用电流传感器（在之后的文章中我们将会介绍它的具体构造，在这里我们只需要知道这个可以监测）、位置传感器监测转子当前转动的角度（park 变换中需要使用到当前转子转动的角度），进而用 PID 算法完成我们的控制操作（如果了解 PID 算法和串级 PID 算法，建议对其稍加了解后再看本节）。由于在控制时需要三相的矢量进行变换，所以对力矩的控制思路如图 3.1.1 所示。

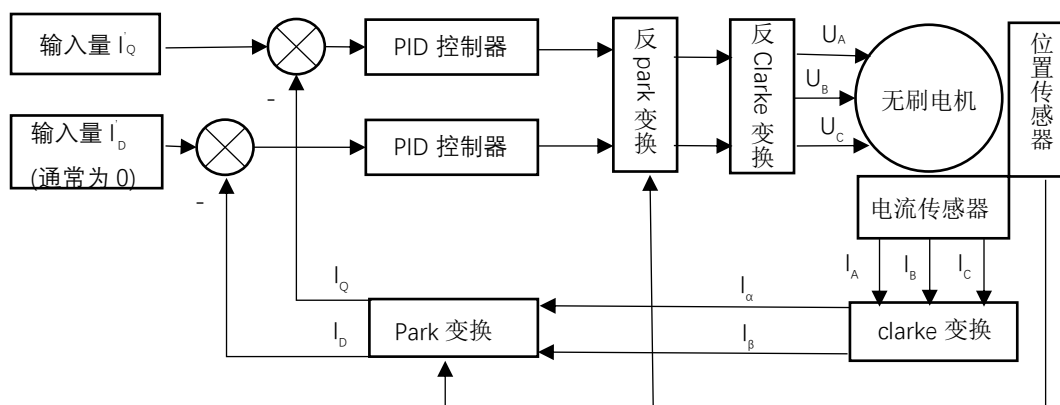


图 3.1.1 力矩控制示意图

从图中我们可以看到，在控制电机转动的过程中，输入为力矩的目标大小，在通过与电流传感器的输出值 **clarke** 变换与 **park** 变换后，进行相减，然后通过 PID 控制器进行比例、微分、积分的调节，之后将 PID 控制器的输出值进行反 **park** 变换与反 **clarke** 变换，最后这些输出值输入到无刷电机中，从而控制电机的转动。

在这里我们需要注意一点，即无刷电机的输入。在之前第 2 节中我们提到过，Clarke 变换和 **park** 变换中，都是用的电流进行变换。但在最终控制无刷电机时，我们唯一能够控制电机转动的方法是控制加在电机上的电压大小。所以在这里，我们需要控制三相电压的大小来完成电机的转动控制。

从电路的角度来分析，加在电机上的电压与电流大小并不成正比，具体的计算公式如下所示：

$$u_{\alpha} = R_s i_{\alpha} + L \frac{di_{\alpha}}{dt} - \Psi \omega \sin \theta$$

$$u_{\beta} = R_s i_{\beta} + L \frac{di_{\beta}}{dt} - \Psi \omega \cos \theta$$

式中： u_{α} 、 u_{β} 、 i_{α} 、 i_{β} 分别为 α - β 坐标系下定子电压和电流； R_s 、 L 、 Ψ 为定子电阻、定子电感和转子永磁体磁链； ω 、 θ 为电机角速度和转子位置。

从式子中不难看出，电压也是可以进行 **Park** 变换与 **Clarke** 变换的，可以将电流矢量与电压矢量放在同一个坐标系下进行比较。虽然电流与电压并不成正比关系，但总体来说电压越大，电流越大。比如在 Q 坐标系下，我们需要将电流增大，那么只需要控制 Q 方向上的电压增大，就能达到控制电流增大的效果。

控制电压的方法，常用 PWM 脉宽调制技术。

3.2 SPWM 技术

之前我们说到过，电压的大小也能够通过 **Park** 变换与 **Clarke** 变换转换到旋转坐标上。当某个坐标轴上的电流需要改变时，只需要增加或者减少那个坐标轴上的电压大小即可。

那么，我们如何去控制电压的大小呢？首先我们来看一下无刷电机驱动的具体电路是怎么样的。

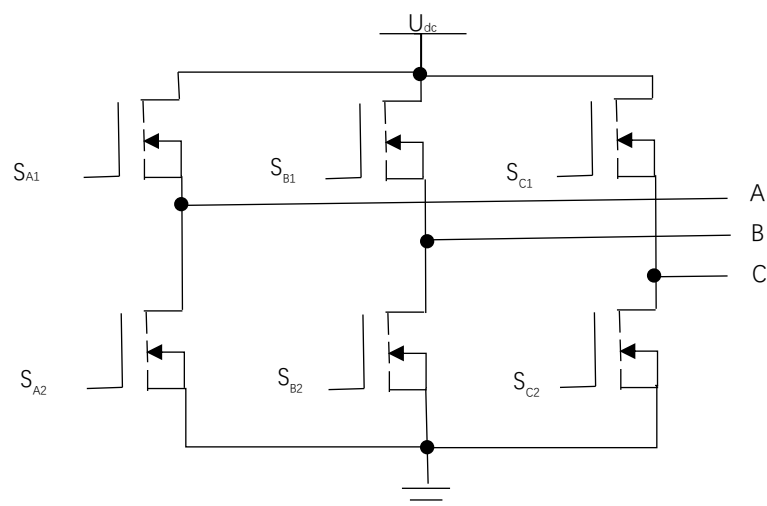


图 3.2.1 无刷电机控制电路示意图

在图 3.2.1 中， S_{A1} 、 S_{A2} 等以 S 开头的标志为 N 型 MOS 管，在这里我们将其当作电子开关，即当 A 相需要为高电平时： S_{A1} 打开、 S_{A2} 关闭，A 相需要为低电平时 S_{A1} 关闭、 S_{A2} 打开。具体的运行原理和电路图我们将会在之后的文章中讲到。

A、B、C 为接无刷电机的三根电源线， U_{dc} 为加在母线上的电压。通过以上的描述，我们可以得出：1. 我们只能控制某相的电源线输出 U_{dc} 电压或者输出 0V，这是由电路结构决定的。2. 在控制时，同一相的两个开关管不能同时打开，否则将会发生短路。例如 S_{A1} 和 S_{A2} 不能同时打开，否则电源上的电流将会直接接通到地上，发生“串洪”现象，烧掉驱动板。

如果我们想要一相输出 $U_{dc}/2$ 的电压，只需要在一个较短的时间内，一半的时间输出低电压，另一半的时间输出高电压。这样，在外部看来就可以等效为 $U_{dc}/2$ ，这种方法叫做 PWM 调制。

如图 3.2.2 所示，这就是 PWM 调制的基本方法

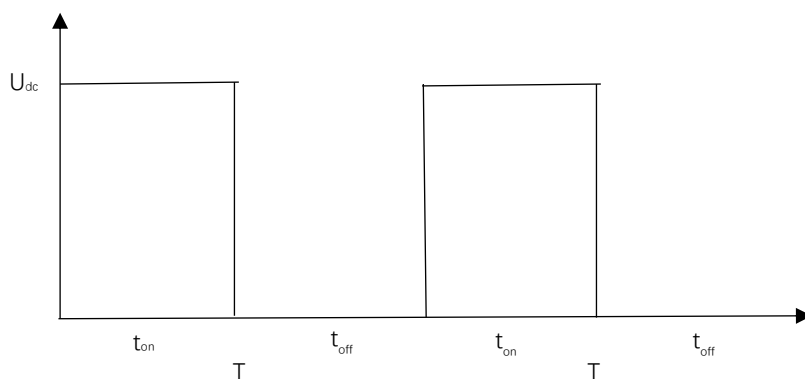


图 3.2.2 PWM 调制示意图

图中， T 为 PWM 波的周期， t_{on} 为置高电平的时间， t_{off} 为置低电平的时间，可以得出公式：

$$U = U_{dc} * \frac{t_{on}}{T}$$

式中， U 为 PWM 波的等效电压， U_{dc} 为电路的母线电压， t_{on} 为置高电平时间， T 为 PWM 波周期。

在实际的工程中，产生 PWM 波的方法通常是使用比较器。如图 3.2.3 所示，其中 T 为三角波信号的周期， U' 为直流信号，我们能够通过调节 U' 大小，从而产生不同等效电压的 PWM 波。

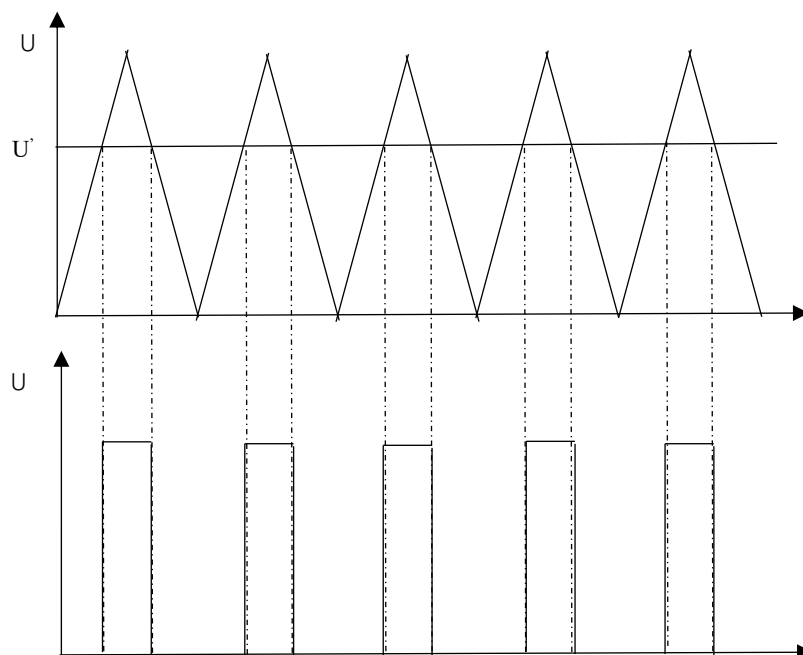


图 3.2.3 PWM 波调制示意图

当三角波的值大于 U' 的值时，对应的 PWM 波信号上的值将会置高，当三角波的值小于 U' 的值时，对应的 PWM 波信号上的值将会置低。

我们之前提到过，如果想要让电机转动，可以在三相上加上正弦波，我们现在来看看如何让电路通过 PWM 产生正弦波。

首先我们需要对工程上几个数值进行确定：由于单片机性能的限制，PWM 波的频率一般不会超过 $20K \sim 30K$ Hz，而电机的转速一般不会超过 $20\pi/s$ 。所以三角波的周期对于正弦波来说非常小，以至于在这个周期内正弦波的值可以视作不变的量，我们将这个不变的量当作 U' 进行处理。

之后通过与上图相似的方法进行调制，这样，就产生了 SPWM(Sine PWM)，这种 PWM 信号可以等效的看作是正弦波信号，但是在工程应用上更加适合数字设备进行控制。在我们的控制中，经过 PID 算法后的变量，依旧为一个合力，这个合力分解到三相上，还是相位为 120° 正弦信号的某个瞬间，所以，我们可以用 SPWM 来控制电机的转动。

3.3 速度控制环

在上面的章节中，我们已经了解了控制无刷电机转动的基本方法，简单来说就是将电流传感器检测到的三相电流进行 park 与 clarke 变换得到垂直于转子的力 I_q 与平行于转子的力 I_d ，通过 PID 控制器调节这两个力的大小来控制电机的扭矩。之后将这调节后的值通过反 park 变换与反 clarke 变换转换为三相上的电压，从而完成对无刷电机的力矩控制。

在之前的控制中，我们只能控制通过电机的电流大小（即扭矩），无法控制无刷电机的速度与转动的角度。对此我们需要使用串级 PID 进行控制，如果要

控制电机转动的速度，那么则需要加上速度环。具体的控制流程如图 3.3.1 所示。

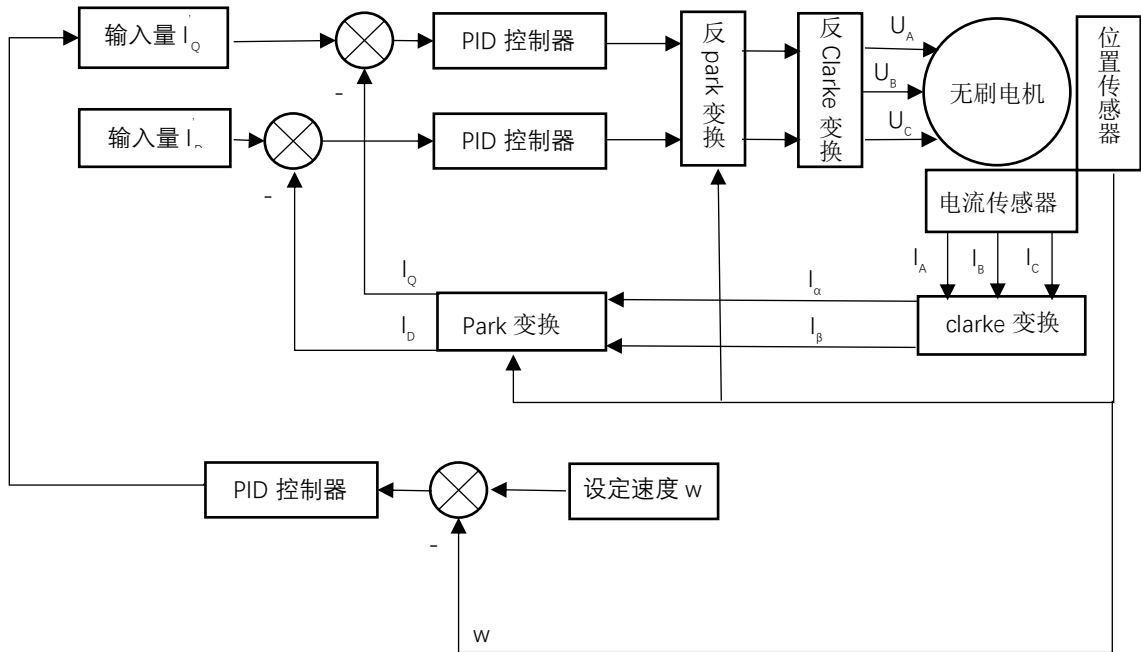


图 3.3.1 速度控制环示意图

w 是电机转动的角速度，只需要将位置传感器获得的角度求导就能得到。
图中将设定的速度与当前速度进行比较，再将其差值输入 PID 控制器，PID 控制器输出的值即为力矩的设定值。

3.4 位置控制环

如图 3.4.1 所示，控制流程与之前类似，加上了位置环，此处不再赘述。

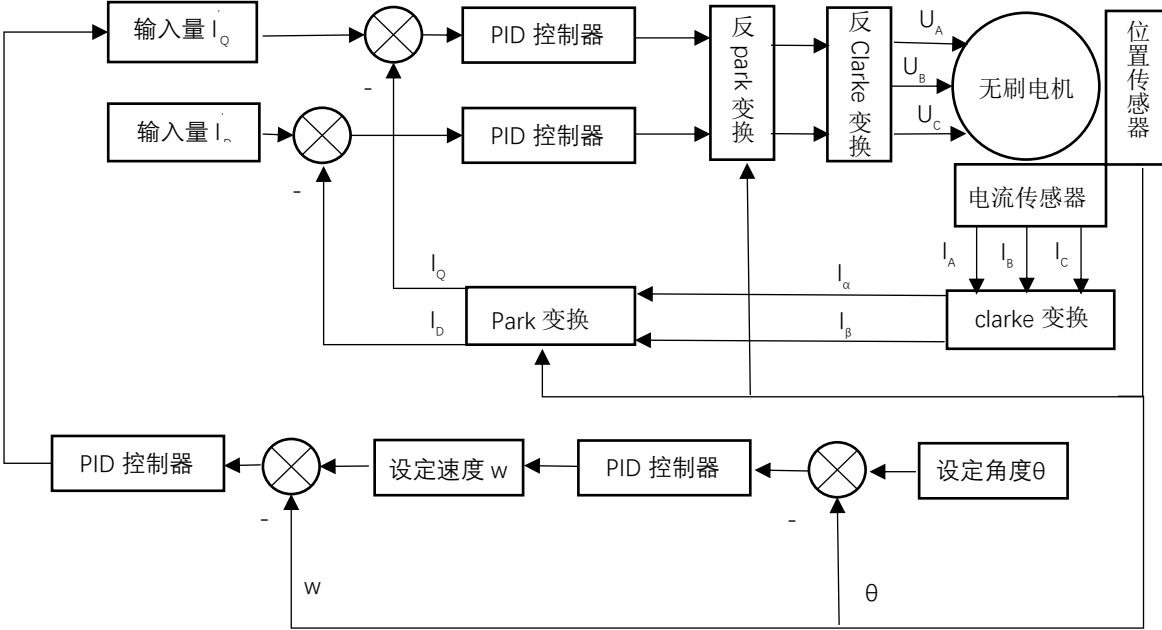


图 3.4.1 位置控制示意图

4.SVPWM

4.1 SVPWM 的定义

使用第 3 节讲到的方法，已经完全可以驱动无刷电机完成定角度，定速度的旋转，使用 SPWM 已经完全可以满足我们的需求。但是 SVPWM 方法从能耗、计算复杂度等角度来说都更优于 SPWM，所以这节我们就一起来看一下 SVPWM 的工作流程，以及为什么 SVPWM 要优于 SPWM。

SVPWM 称作 Space Vector Pulse Width Modulation，中文名为空间矢量脉宽调制。

我们在之前的章节讲到过，加在电机三相上的电压也能够当作矢量来合成，在使用 SPWM 时，我们将合力分解到三相上，每相上是相位 120° 正弦波的某一时刻。

我们来看一下，这样的做法有什么缺点。倘若我们需要产生一个向右的电压矢量，如图 4.1.1 所示，红色为 A 相电压、黄线为 B 相电压、蓝线为 C 相电压。图中绿线标注的时刻为产生向右电压的时刻。此时 A 相的电压已经等于 U_{dc} ，但 B 相和 C 相上的电压并不为 0，从而导致在与 A 相反的方向上会产生部分矢量，减小了 A 方向上矢量的大小，如图 4.1.2 所示。而 SVPWM 则解决了这个问题。



图 4.1.1 三相电压正弦波示意图（图片有误，y 轴-1 处应该为 0）

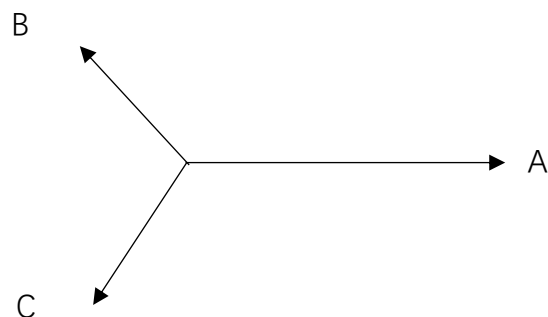


图 4.1.2 电压合成示意图

4.2 电压矢量的产生

对于上面提到的问题，如何不让 B、C 两相上的电压矢量减弱 A 相上的矢量呢？最直观的方法就是将 B、C 两相上的电压设定为 0。在工程运用上，只需要将 B、C 两相的 MOS 管下管接通，上管关闭，A 相上管接通，下管关闭即可。我们设通高电压表示为 1，接地表示为 0，那么上面所说的接通情况可以表示为 (100)。

将这种情况拓展到整个平面上，就可以得到如图 4.2.1 所示的矢量图。

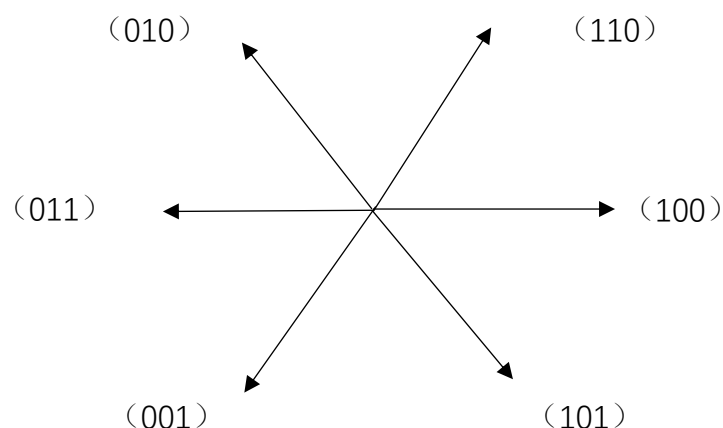


图 4.2.1 所有情况下电压矢量图

这样，每个电压矢量中就不会存在反向电压矢量导致的矢量抵消问题。同时，我们将这六个矢量和 (000)、(111) 总共八个矢量称为基本矢量。通过矢量的合成，我们可以通过这几个基本矢量来合成这个平面上的所有矢量。

例如，我们如果想要得到一个与 (100) 夹角为 30° 的矢量，则可以通过这个矢量相邻的两个基本矢量来合成，即 (100) 与 (110) 来合成。使得 (100) 与 (110) 的矢量大小相等，就能合成出与 (100) 夹角为 30° 的矢量。

同样的，我们将这种合成方式推广到整个平面，就能得到这个平面上可以合成矢量的平面图。如图 4.2.2 所示。

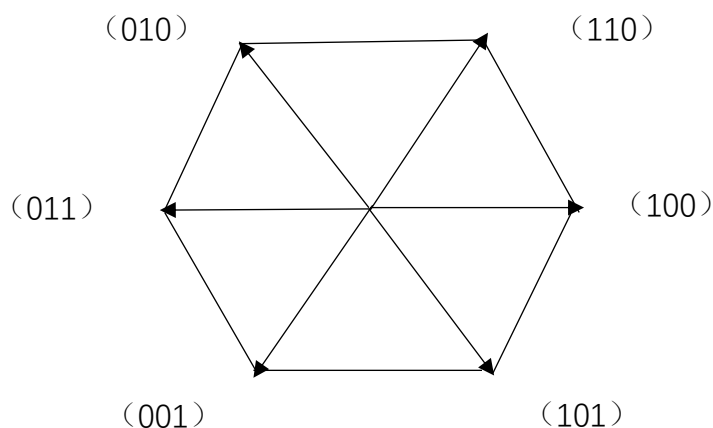


图 4.2.2 平面矢量范围图

我们可以看出，通过这些基本矢量，能够合成的矢量范围是一个正六边形，在工程中，我们为了使得电机的转动更加平滑，所以我们需要使得能够合成的矢量范围是一个圆。对此，我们对改图进行修改，如图 4.2.3 所示，该图中矢量合成范围是一个圆形，这个圆是上图中正六边形的内切圆，圆中所有的矢量都能被基本矢量合成，而圆外，正六边形内这部分区域，则是“浪费”掉的电压。

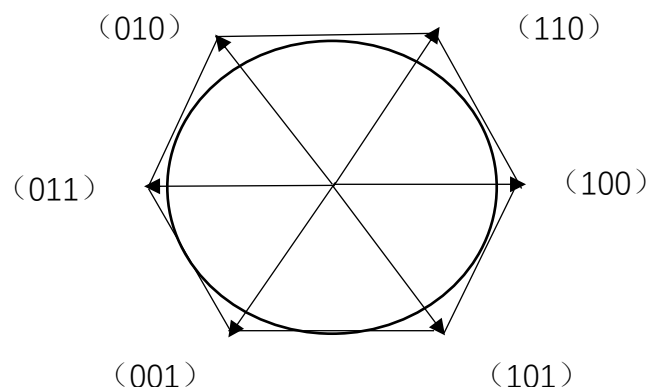


图 4.2.3 修正后矢量范围

故综上所述，我们需要找到一种方法，使得合成电压矢量在圆形范围内。

4.3 电压矢量的合成

在之前的章节中，我们提到改变 PWM 的占空比可以产生不同的电压。在这里，我们可以通过调整每个电压矢量在 PWM 中的占空比来达到合成不同电压矢量的效果。例如在上一节中提到的合成与 (100) 成 30° 角的矢量，在一个 PWM 周期内，50% 的时间产生 (100)，50% 的时间产生 (110)，这样两个基本矢量合成后就能达到目标。

我们将这种合成方法推广到一般情况上。如图 4.3.1 所示

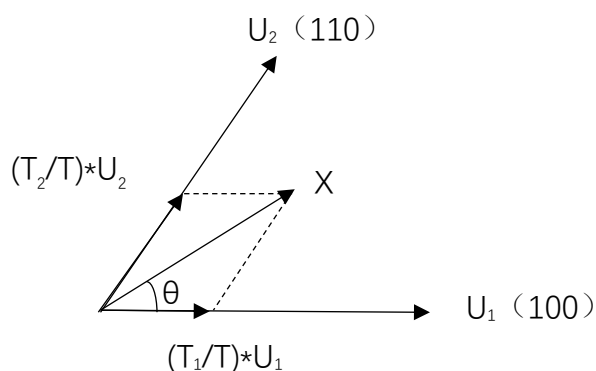


图 4.3.1 电压矢量合成示意图

要合成图中所示的 X 向量， T_1 为 U_1 在一个周期 T 中的持续时间， T_2 为 U_2 在一个周期 T 中的持续时间，由正弦定理可以得到 T_1 、 U_1 、 T 、 X 之间的关系。

$$\frac{|X|}{\sin(\frac{2\pi}{3})} = \frac{|\frac{T_1}{T} * U_1|}{\sin(\theta)} = \frac{|\frac{T_2}{T} * U_2|}{\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)}$$

由于 $|U_{dc}|=|U_1|=|U_2|$ 化简后可得 T_1 与 T_2 的表达式：

$$T_1 = \frac{2|X|}{\sqrt{3}U_{dc}} * T \sin(\theta)$$

$$T_2 = \frac{2|X|}{\sqrt{3}U_{dc}} * T \sin(\frac{\pi}{3} - \theta)$$

这样，我们就获得了每个 PWM 周期中，两个向量的维持时间。剩下的时间由 0 矢量补齐就好了。

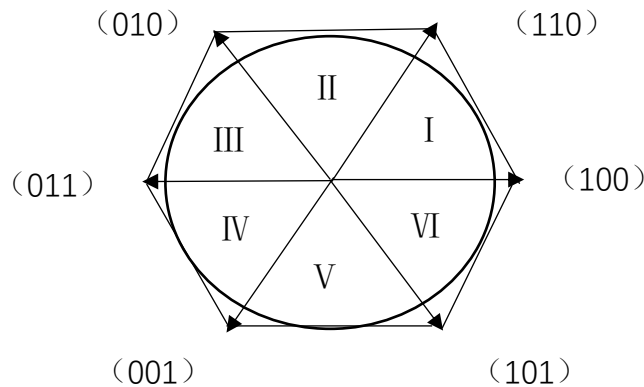
之前我们讲过，如果要保证电机平滑转动，则电压的合矢量必须位于正六边形的内切圆内，倘若给出的合力位于圆外时，即 $T_1+T_2>T$ 时，则需要进行归一化处理。否则无法完成 PWM 波的调制。

$$T'_1 = \frac{T_1}{T_1 + T_2} * T$$

$$T'_2 = \frac{T_2}{T_1 + T_2} * T$$

式中，我们将 T_1 、 T_2 进行等比例缩小， T'_1 与 T'_2 为归一化后的时间。这样保证了向量既在圆内，又使得合矢量的方向不变。

由于合矢量是由距离它最近的两个矢量合成的，所以在调制 PWM 波时，需要确定选用哪两个矢量。也就是我们需要知道这个矢量在哪个扇区里面。如图 4.3.2，对整个矢量空间标号，确定合矢量位于哪个扇区。



对于计算合矢量位于哪个扇区，我们可以采用反三角函数计算当前合力的角度，但是这种方法在数字设备中代价过高，给设备造成很大的计算负担。于是提出了一种新的计算扇区的方法。

对于我们 PID 控制器计算出来的 U_Q 以及 U_D ，我们对其进行反 Clarke 变换得到 U_α 以及 U_β ，通过这两个值我们计算

$$A = U_\beta$$

$$B = \frac{\sqrt{3}}{2}U_{\alpha} - \frac{1}{2}U_{\beta}$$

$$C = -\frac{\sqrt{3}}{2}U_{\alpha} - \frac{1}{2}U_{\beta}$$

若 $A > 0$ 则 $a=1$ 否则 $a=0$ ，若 $B > 0$ 则 $b=1$ 否则 $b=0$ ，若 $C > 0$ 则 $c=1$ 否则 $c=0$

$$N = 4c + 2b + a$$

通过表 4.3.1 可以得到当前合矢量所在的扇区。

表 4.3.1 N 与扇区的对应关系

N	3	1	5	4	6	2
扇区	I	II	III	IV	V	VI

通过这样的变换，我们就能够确定当前的合力位于哪一个扇区内，从而确定应该使用哪两个矢量进行合成。

4.4 七步换向法

我们已经讲完了 SVPWM 的基本原理，现在只剩下最后一部分：如何调制 PWM 波了。

在之前的章节里，我们已经讲过了无刷电机驱动电路。在使用 SVPWM 时，我们只需要在一个 PWM 周期内把三个基本矢量设定为计算出的时间即可。但是在工程应用中，MOS 管在开启与关闭时会有较大的损耗，所以在设计时希望能够尽可能多的减少 MOS 管开关的次数。在进行 PWM 调制时，我们需要对于每一种矢量合成的模式，制定一个专门的转换顺序，使得每个周期中每相 MOS 的切换只产生两次。

电压矢量名字的定义如图 4.4.1 所示，具体的换向方法如图 4.4.2 所示。

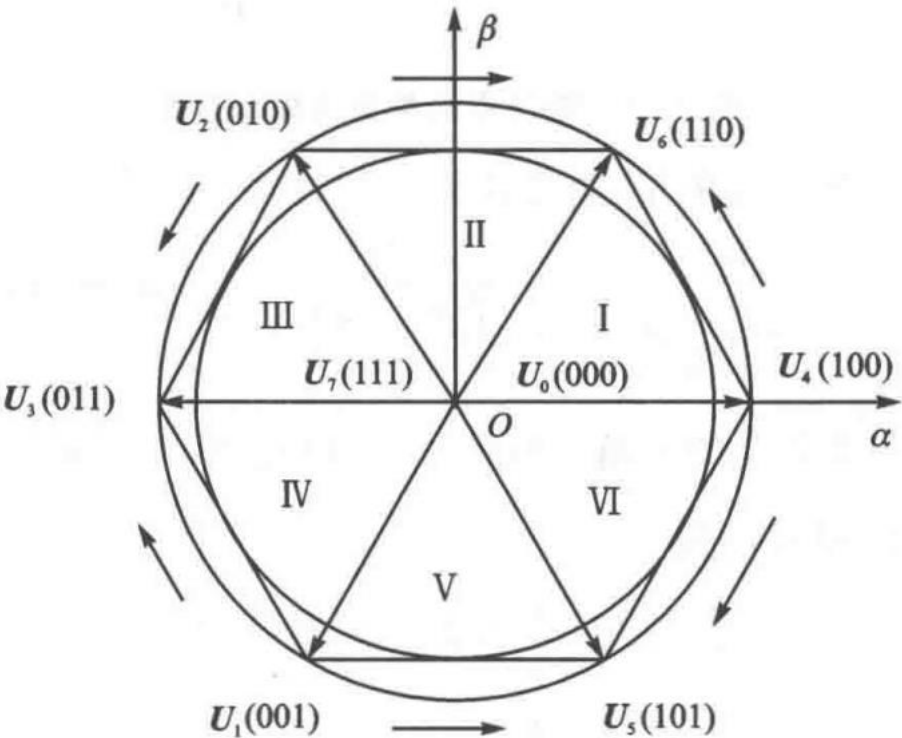


图 4.4.1 电压矢量名字定义

U_{out} 所在的位置	开关切换顺序	三相波形图
I 区 ($0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$)	$0 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 0$	
II 区 ($60^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$)	$0 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 0$	
III 区 ($120^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$)	$0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 0$	
IV 区 ($180^\circ \leq \theta \leq 240^\circ$)	$0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 0$	
V 区 ($240^\circ \leq \theta \leq 300^\circ$)	$0 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 0$	
VI 区 ($300^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$)	$0 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 0$	

图 4.4.2 换向方法

最后，我们来看一下为什么说 SVPWM 的电压利用率高。在图 4.1.2 中，最后合成出来的电压矢量大小为 $\frac{3}{4}U_{dc}$ ，而 SVPWM 中电压矢量的大小为正六边形内切圆的半径，计算出来 $\frac{\sqrt{3}}{2}U_{dc}$ ，将两者进行比较， $\frac{\sqrt{3}}{2}U_{dc} : \frac{3}{4}U_{dc} = 1.1547$ ，所以说，SVPWM 的电压利用率相比于 SPWM 高了大约 15.47%，

5.工程运用

通过之前的讲解，我们已经对无刷电机的运行方式有了较为清晰的认识，但是这离工程运用还有一段距离。

对于无刷电机，现在有较多的开源方案，例如 SimpleFOC、ODrive 等，每种开源方案都有各自的优缺点。在之后的文章中，我们将使用 matlab 对无刷电机的驱动进行仿真，然后使用 ESP32 编写属于自己的一套无刷电机方案，还会对 SimpleFOC 的源码进行解读。未完待续...