

8.2.1 拓扑排序

AOV (Activity On Vertex) 网络

拓扑序：如果图中从V到W有一条有向路径，则V一定排在W之前。满足此条件的顶点序列称为一个拓扑序。

获得拓扑序的过程叫拓扑排序。

AOV如果有合理的拓扑序，则必定是有向无环图。Directed Acyclic Graph, DAG

没有前驱结点的入度都为0

```
void TopSort()
{
    for(cnt=0; cnt<V; cnt++)
    {
        V=未输出的入度为0的顶点;
        if(这样的V不存在)
        {
            ERROR("图中有回路");
            break;
        }
        输出V, 或者记录V的输出序号;
        for(V的每一个邻接点W)
            Indegree[W]--;
    }
}
```

$$T = O(V^2)$$

聪明的算法

随时将入度变为0的顶点放到一个容器里。

```
void TopSort()
{
    for(图中的每个顶点V)
    {
        if(Indegree[V]==0)
        {
            Enqueue(V, Q);
        }
    }
    while(!IsEmpty(Q))
    {
        V=Dequeue(Q);
        输出V, 或者记录V的输出序号;
        cnt++;
        for(V的每个邻接点W)
            if(--Indegree[W]==0)
                Enqueue(W, Q);
    }
    if(cnt!=V)
        ERROR("图中有回路");
}
```

$$T = O(V + E)$$

此算法还可以用于检测是否为有向无环图

8.2.2 关键路径

AOE (Activity On Edge) 网络

1. 一般用于安排项目的工序

工期的推算应该找最大的那个

加快关键路径的完工速度，可以提高整个项目的完工速度

```
/* 邻接表存储 - 拓扑排序算法 */

bool TopSort( LGraph Graph, Vertex TopOrder[] )
{ /* 对Graph进行拓扑排序， TopOrder[]顺序存储排序后的顶点下标 */
    int Indegree[MaxVertexNum], cnt;
    Vertex V;
    PtrToAdjVNode W;
    Queue Q = CreateQueue( Graph->Nv );

    /* 初始化Indegree[] */
    for (V=0; V<Graph->Nv; V++)
        Indegree[V] = 0;

    /* 遍历图，得到Indegree[] */
    for (V=0; V<Graph->Nv; V++)
        for (W=Graph->G[V].FirstEdge; W; W=W->Next)
            Indegree[W->AdjV]++; /* 对有向边<V, W->AdjV>累计终点的入度 */

    /* 将所有入度为0的顶点入列 */
    for (V=0; V<Graph->Nv; V++)
        if ( Indegree[V]==0 )
            AddQ(Q, V);

    /* 下面进入拓扑排序 */
    cnt = 0;
    while( !IsEmpty(Q) ){
        V = DeleteQ(Q); /* 弹出一个入度为0的顶点 */
        TopOrder[cnt++] = V; /* 将之存为结果序列的下一个元素 */
        /* 对V的每个邻接点W->AdjV */
        for ( W=Graph->G[V].FirstEdge; W; W=W->Next )
            if ( --Indegree[W->AdjV] == 0 ) /* 若删除V使得W->AdjV入度为0 */
                AddQ(Q, W->AdjV); /* 则该顶点入列 */
    } /* while结束*/

    if ( cnt != Graph->Nv )
        return false; /* 说明图中有回路，返回不成功标志 */
    else
        return true;
}
```