

CODIFICA DELL'ALTEZZA DELLE NOTE

L'ALTEZZA DELLE NOTE

- Si identificano principalmente 2 approcci:
 - Simbolico (teoria musicale)
nome della nota + stato di alterazione + ottava
Esempio: “Do dell’ottava centrale”, “C4” ecc.
 - Fisico (acustica)
frequenza della nota
Esempio: 440 Hz
- Esistono approcci intermedi, come nei cosiddetti linguaggi di performance (ad es. MIDI, Csound, MPEG)

NOTAZIONE DELL'ALTEZZA (IN AMBITO SIMBOLICO)

- A seconda dei periodi storici e dei Paesi, esistono metodi diversi per identificare l'altezza delle note musicali.
- Principali modi per indicare il nome delle note
 - Do/Ut · Re · Mi · Fa · Sol · La · Si (lingue neolatine e slave)
 - C · D · E · F · G · A · B (lingue anglosassoni)

ALTERAZIONI (IN AMBITO SIMBOLICO)

- Alterazioni più comuni:

- **bemolle** - altera l'altezza della nota abbassandola di un semitono
- **diesis** - altera l'altezza della nota alzandola di un semitono
- **bequadro** – annulla l'effetto di un'alterazione precedente



- Alterazioni doppie

- **Doppio bemolle** e **doppio diesis** alterano l'altezza della nota naturale rispettivamente abbassandola e alzandola di un tono



- Altre alterazioni (quarti di tono)



APPROFONDIMENTO SULLE ALTERAZIONI

- Prendendo in considerazione il linguaggio musicale microtonale, che utilizza intervalli minimi inferiori al semitono, esiste un gran numero di tipi di alterazione e un gran numero di varianti nella grafia.
- Si veda l'iniziativa SMuFL (Standard Music Font Layout), e in particolare i glifi dedicati agli accidentals del font Bravura
<http://www.smufl.org/version/latest/>

NOMI DELLE NOTE NELLA TEORIA MUSICALE

Do [#] Re _b Six	Re [#] Mi _b Fa _{bb}	Fa [#] Sol _b Mix	Sol [#] La _b	La [#] Si _b Dob _{bb}			
Re _{bb} DO Si [#]	Mib _b RE Do _x	Fab MI Rex	Sol _{bb} FA Mi [#]	La _{bb} SOL Fax	Si _{bb} LA Sol _x	Dob SI Lax	Re _{bb} DO Si [#]

Schema valido per il cosiddetto *temperamento equabile*, considerando le doppie alterazioni

NOTAZIONE SCIENTIFICA

- Si compone con il nome della nota, eventuali alterazioni, e un numero arabo indicante l'ottava
- La definizione seguita è quella proposta dall'Acoustical Society of America nel 1939
- **C0** è il Do posto nella regione della più bassa frequenza udibile (circa 16 Hz); **C4** è il Do centrale
- La notazione scientifica dell'altezza è una scala logaritmica delle frequenze

SCHEMA ISO DELLE FREQUENZE

Ottava → Nota ↓	Frequenza in hertz (tra parentesi il numero di semitonni di distanza dal Do centrale)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
C	16,352 (-48)	32,703 (-36)	65,406 (-24)	130,81 (-12)	261,63 (0)	523,25 (+12)	1046,5 (+24)	2093,0 (+36)	4186,0 (+48)	8372,0 (+60)
C♯/D♭	17,324 (-47)	34,648 (-35)	69,296 (-23)	138,59 (-11)	277,18 (+1)	554,37 (+13)	1108,7 (+25)	2217,5 (+37)	4434,9 (+49)	8869,8 (+61)
D	18,354 (-46)	36,708 (-34)	73,416 (-22)	146,83 (-10)	293,66 (+2)	587,33 (+14)	1174,7 (+26)	2349,3 (+38)	4698,6 (+50)	9397,3 (+62)
E♭/D♯	19,445 (-45)	38,891 (-33)	77,782 (-21)	155,56 (-9)	311,13 (+3)	622,25 (+15)	1244,5 (+27)	2489,0 (+39)	4978,0 (+51)	9956,1 (+63)
E	20,602 (-44)	41,203 (-32)	82,407 (-20)	164,81 (-8)	329,63 (+4)	659,26 (+16)	1318,5 (+28)	2637,0 (+40)	5274,0 (+52)	10548 (+64)
F	21,827 (-43)	43,654 (-31)	87,307 (-19)	174,61 (-7)	349,23 (+5)	698,46 (+17)	1396,9 (+29)	2793,8 (+41)	5587,7 (+53)	11175 (+65)
F♯/G♭	23,125 (-42)	46,249 (-30)	92,499 (-18)	185,00 (-6)	369,99 (+6)	739,99 (+18)	1480,0 (+30)	2960,0 (+42)	5919,9 (+54)	11840 (+66)
G	24,500 (-41)	48,999 (-29)	97,999 (-17)	196,00 (-5)	392,00 (+7)	783,99 (+19)	1568,0 (+31)	3136,0 (+43)	6271,9 (+55)	12544 (+67)
A♭/G♯	25,957 (-40)	51,913 (-28)	103,83 (-16)	207,65 (-4)	415,30 (+8)	830,61 (+20)	1661,2 (+32)	3322,4 (+44)	6644,9 (+56)	13290 (+68)
A	27,500 (-39)	55,000 (-27)	110,00 (-15)	220,00 (-3)	440,00 (+9)	880,00 (+21)	1760,0 (+33)	3520,0 (+45)	7040,0 (+57)	14080 (+69)
B♭/A♯	29,135 (-38)	58,270 (-26)	116,54 (-14)	233,08 (-2)	466,16 (+10)	932,33 (+22)	1864,7 (+34)	3729,3 (+46)	7458,6 (+58)	14917 (+70)
B	30,868 (-37)	61,735 (-25)	123,47 (-13)	246,94 (-1)	493,88 (+11)	987,77 (+23)	1975,5 (+35)	3951,1 (+47)	7902,1 (+59)	15804 (+71)

L'intonazione con il La corista a 440 Hz fu riconosciuta sul piano giuridico nel 1971 da una delegazione nominata dal Consiglio d'Europa

NOTAZIONE DI HELMHOLTZ

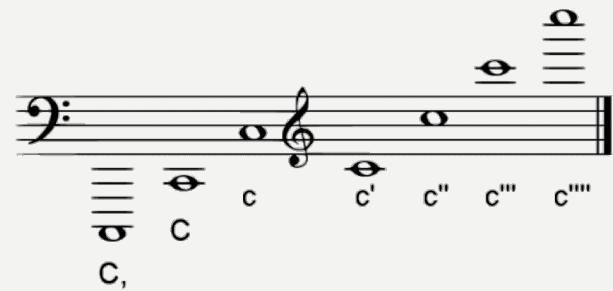
- Indica l'altezza di ogni singola nota facendo seguire al nome della stessa scritto in maiuscolo (per le tre ottave più gravi) o minuscolo (per le altre) uno o più apici ('), posti rispettivamente a deponente o ad esponente.
Proposta dallo scienziato tedesco Hermann von Helmholtz nel 1863

- Esempio: successione di do nelle varie ottave

... DO_{..} DO_. DO do do' do" do'" ...
... C_{..} C_. C c c' c" c'" ...

- Varianti

- inglese: pedici sostituiti da altrettante lettere maiuscole (C, diventa CC, C_{..} diventa CCC, ecc.)
- tedesca: apici sostituiti da altrettante barrette (c' diventa \overline{c} , c" diventa $\overline{\overline{c}}$, ecc.)



CODIFICA NUMERICA DEL PITCH

- Nei linguaggi di performance (ad esempio MIDI) spesso non interessa una descrizione completa del simbolo musicale, ma è sufficiente un'informazione aggregata
 - Ad esempio, in MIDI la «notazione» è finalizzata solo alla sintesi di frequenze.
- In tal caso, un numero intero è sufficiente allo scopo.
 - Vantaggi: compattezza, possibilità di utilizzare operatori aritmetici
 - Svantaggi: compromissione della semantica musicale (ad esempio, La diesis è rappresentato allo stesso modo del Si bemolle)

CODIFICA NUMERICA DEL PITCH

- Esistono codifiche numeriche del pitch che si basano su valori decimali anziché interi
- Ad esempio, la notazione **Octave Point Pitch Class** in uso in Csound prevede:
 - l'identificazione dell'ottava attraverso la parte intera. Conventionalmente, 8 rappresenta l'ottava centrale;
 - l'identificazione dello spiazzamento in semitonni rispetto l'origine dell'ottava (il Do) attraverso la parte decimale, espressa in centesimi.
- Esempio: Do centrale → 8.00; Re dell'ottava superiore → 9.02

TIPI PRIMITIVI JAVA

- Tipi interi primitivi in Java:

byte: intero a 8 bit con segno in complemento a 2 (-128 ... 127)

short: intero a 16 bit con segno in complemento a 2 (-32768 ... 32767)

int: intero a 32 bit con segno in complemento a 2 (- 2^{31} ... $2^{31}-1$)

long: intero a 64 bit con segno in complemento a 2 (- 2^{63} ... $2^{63}-1$)

- In Java non esistono tipi numerici primitivi «unsigned»

- Tipi a virgola mobile primitivi in Java:

float: floating point a 32 bit

double: floating point a 64 bit

- Altri:

char: singolo carattere Unicode a 16 bit

boolean: valori booleani **true** o **false**

String: stringhe di caratteri (in realtà non è un tipo primitivo)

APPROCCIO INFORMATICO

- Nell'attività di programmazione è necessario scegliere la codifica più adatta alle proprie esigenze
- Tra i tipi di dato definiti in Java:
 - per i nomi delle note neo-latini si può usare il tipo **String**
 - per i nomi delle note anglosassoni si può usare **String** o **char**
 - per la codifica assoluta del pitch si possono usare tipi numerici, interi o con virgola (**short** e **int; float**)
- Il confronto con gli operatori **<, >, <=, >=, ==, !=** non è utilizzabile con il tipo **String** (per l'uguaglianza si utilizza `str.equals ("abc")`)

ESEMPIO (NotePitchCharCompare.java)

- Ricevute in ingresso 2 note (formato: C,D,E,F,G,A,B) l'applicazione restituisce la nota più alta (non considerando ottave e alterazioni)
- **Input:**A B
Output: La nota più acuta è B
- **Input:**A
Output: Numero di argomenti errato: e' necessario inserire due valori
- **Input:**a k
Output:Valore dell'argomento errato: e' necessario che ogni nota abbia un valore tra i seguenti: C,D,E,F,G,A,B

ESERCIZIO (**MIDIPitch1.java**, **MIDIPitch2.java**)

La codifica MIDI associa un codice numerico crescente, compreso tra 0 e 127, alle note della scala, comprese quelle alterate.

A titolo di esempio, l'ottava centrale del pianoforte è numerata rispettivamente:

60 (Do), 61 (Do#), 62 (Re), 63 (Re#), 64 (Mi), 65 (Fa), 66 (Fa#), 67 (Sol), 68 (Sol#), 69 (La), 70 (La#), 71 (Si) e ogni multiplo di 12 è il Do di un'ottava via via crescente.

- Si scriva un algoritmo che – dato in ingresso un qualsiasi pitch maggiore o uguale a 0 – lo converta nel rispettivo nome in italiano, trascurando lo stato di alterazione
- Ad esempio,
57 → La 58 → La 59 → Si ecc.
- Si gestiscano le possibili situazioni di errore
- Hint: l'operatore $a \% b$ restituisce il resto della divisione intera tra a e b

ESERCIZIO (Helmholtz.java)

- Si scriva un'applicazione che accetti in ingresso una coppia di parametri corrispondenti rispettivamente al nome della nota in notazione anglosassone e al numero di ottava (4 = ottava centrale). Si trascuri l'informazione sullo stato di alterazione della nota
- Il software dovrà produrre in uscita la corrispondente notazione di Helmholtz
- Ad esempio:
 - **Input:** C 4
Output: c'
 - **Input:** E 2
Output: E

UTILIZZO DI TIPI INTERI PER LE ALTEZZE

- L'utilizzo di valori interi per codificare le altezze è estremamente compatto e di facile gestione
- Per rappresentare in modo esaustivo l'informazione è sufficiente un'unica variabile
- Su variabili di tipo intero si possono utilizzare gli operatori di confronto e aritmetici
- E' però necessario creare una corrispondenza tra valori numerici e pitch

PITCH CLASS (PC)

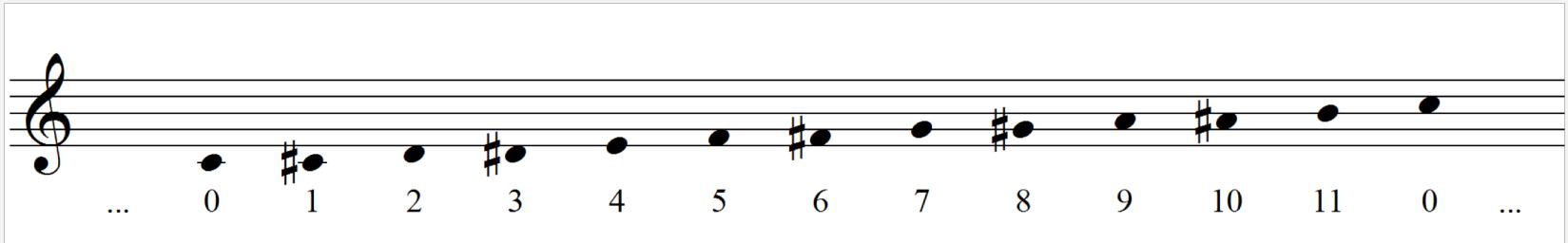
- Una **Pitch Class (PC)**, ossia classe di altezze, include tutti i possibili rappresentanti di una data altezza, trascurando gli aspetti di scrittura in partitura e di ottava
- Esempi:
 - Il Do della prima, della quarta (centrale) e della quinta ottava collassano sulla stessa PC quella del Do naturale, in quanto l'informazione di ottava viene ignorata
 - Il Do diesis e il Re bemolle di qualsiasi ottava collassano sulla stessa PC, in quanto il suono prodotto (nel sistema temperato) è identico, ed eventuali differenze di scrittura in partitura vengono ignorate per definizione

ORIGINI

- La nozione di pitch class, intesa come astrazione dell'altezza delle note che trascurasse gli aspetti di registro, notazione e realizzazione musicale, nasce nell'ambito della teoria musicale atonale e dodecafonica
- La prima definizione è di Milton Babbitt (1960)
M. Babbitt, «Twelve-Tone Invariants as Compositional Determinants», *The Musical Quarterly*, 46 (1960), p. 247

CODIFICA PITCH CLASS

- Riferendosi alla scala cromatica, è possibile rappresentare ogni valore di PC con un intero compreso tra 0 e 11. Si noti che il sistema è "modulo 12"
- Nell'immagine si è scelto di rappresentare le note alterate con i diesis, ma si sarebbero potuti usare i bemolli o altre alterazioni



- Convenzionalmente, 0 = C, ma il sistema può essere trasposto per assegnare lo 0 a qualsiasi PC

VANTAGGI

- La notazione basata su interi è compatta: per rappresentare un qualsiasi PC sarebbero sufficienti 4 bit
- Semplifica operazioni musicali quali la trasposizione e l'inversione, riducendoli a mere operazioni matematiche
- Può essere impiegata anche per rappresentare intervalli (vedi slide successiva)
- Per costruzione, le enarmonie di note (e di intervalli) hanno la stessa rappresentazione numerica
 - Enarmonia / omofonia: nel sistema tonale temperato, rapporto tra due suoni di nome diverso ma di altezza identica

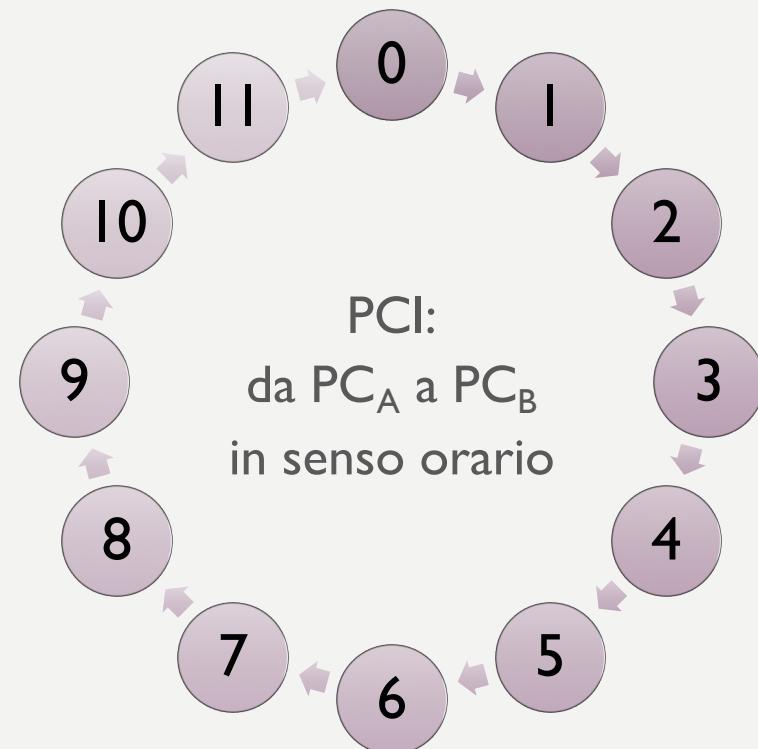
CODIFICA DEGLI INTERVALLI

- PCI (Pitch-Class Interval) è un singolo valore intero, al pari di PC, che rappresenta la distanza in semitonni tra due PC
- L'intervallo tra due PC qualsiasi, detti PC_A e PC_B , è
$$PCI_{AB} = (PC_B - PC_A) \bmod 12$$
- Il sistema è modulo 12, quindi qualsiasi operazione deve dare come risultato un intero compreso tra 0 e 11. Operativamente, se il risultato risulta negativo, è necessario sommare 12
- Nota: il segno dell'operatore Java % è uguale al segno del dividendo

ESEMPI



- PCI (Pitch-Class Interval) è sempre positivo e può essere visto come il numero di passi (semitoni) che occorre fare (aggiungere) per arrivare dal primo PC al secondo (sempre modulo 12)



INVERSIONE DEGLI INTERVALLI

- Ogni intervallo PCI_{AB} ha un inverso $\text{PCI}_{BA} = \text{PCI}'_{AB}$ tale che

$$(\text{PCI}_{AB} + \text{PCI}'_{AB}) \bmod 12 = 0$$

- Formulazione analoga:

$$\text{PCI}'_{AB} = (12 - \text{PCI}_{AB}) \bmod 12$$

- Esempi:

$$- \quad \text{PCI} = 4 \quad \rightarrow \quad \text{PCI}' = 8$$

$$- \quad \text{PCI} = 6 \quad \rightarrow \quad \text{PCI}' = 6$$

- Dalla formula sopra, si evince che $\text{PCI} = 0$ e $\text{PCI} = 6$ sono l'inverso di se stessi

TABELLA DEI PCI E LORO INVERSI

Nome	PCI	PCI	Nome
Unisono giusto	0	0	Ottava giusta
Seconda minore	1	11	Settima maggiore
Seconda maggiore	2	10	Settima minore
Terza minore	3	9	Sesta maggiore
Terza maggiore	4	8	Sesta minore
Quarta giusta	5	7	Quinta giusta
Quarta eccedente	6	6	Quinta diminuita

Per costruzione della tabella, la somma dei PCI modulo 12 sulla stessa riga dà sempre 0

I nomi degli intervalli (colonne 1 e 4) servono solo per creare una corrispondenza con la teoria musicale. In realtà, nella logica dei PCI conta solo la distanza tra pc, ossia il **numero di semitonni**. Infatti nei nomi attribuiti a ogni valore di PCI si ignorano ad esempio le enarmonie

TABELLA DEI PCI E LORO INVERSI

Nome	PCI	PCI	Nome
Unisono giusto	0	0	Ottava giusta
Seconda minore	1	11	Settima maggiore
Seconda maggiore	2	10	Settima minore
Terza minore	3	9	Sesta maggiore
Terza maggiore	4	8	Sesta minore
Quarta giusta	5	7	Quinta giusta
Quarta eccedente	6	6	Quinta diminuita

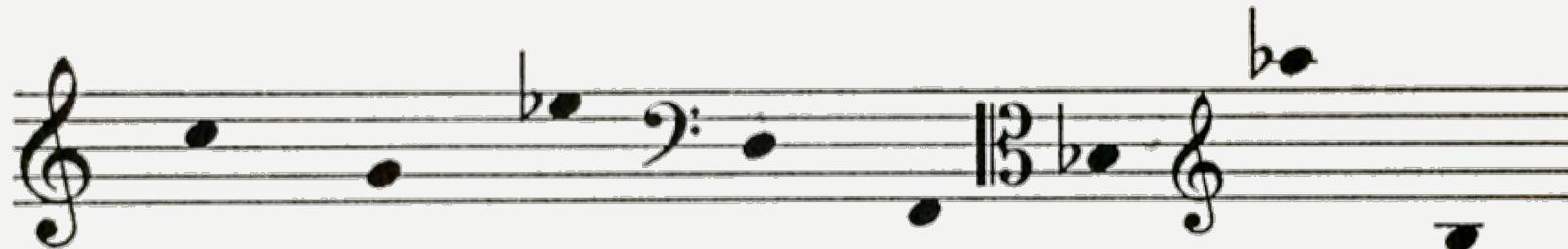
Intervalli enarmonici hanno lo stesso valore di PCI. Vedi ad esempio:

- quarta ecc. e quinta dim. in tabella
- seconda eccedente e terza minore. Infatti Fa – Sol# è enarmonico rispetto a Fa – Lab in quanto Sol# è l'enarmonico di Lab

CLASSI DI INTERVALLI IC

- Fino ad ora abbiamo definito:
 - **PC** (pitch class) – fa collassare su valori interi nell’intervallo [0..11] tutte le altezze ammesse dal sistema temperato
 - **PCI** (intervallo nel sistema pitch class) – fa collassare ogni possibile intervallo tra rappresentanti di PC nell’intervallo [0..11]
 - **PCI'** (intervallo inverso di PCI) – realizza la relazione $(PCI + PCI') \bmod 12 = 0$
- In alcune applicazioni può risultare utile considerare equivalenti gli intervalli e i loro inversi. Si definisce dunque il concetto di interval class **IC**. Operativamente, considerando le coppie di PCI e corrispondenti PCI' , le si fa collassare nell’intervallo [0..6] prendendo sempre il minore dei due valori

ESEMPIO



PC: 0 7 3 2 5 10 8 11

PCI: 7 8 11 3 5 10 3

IC: 5 4 1 3 5 2 3

- PCI: numero di semitonni da aggiungere (modulo 12) per passare da PC_A a PC_B
- IC: numero di semitonni di distanza minima tra PC_A e PC_B , ascendendo o discendendo (sul cerchio delle slide precedenti si usa il verso di percorrenza che minimizza la distanza)

TRASPOSIZIONE NEL SISTEMA PC

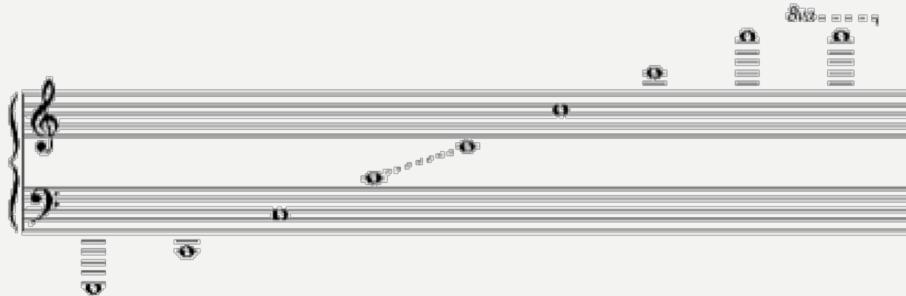
- In musica, il processo di trasposizione implica la traslazione (ascendente o discendente) di tutte le altezze di una collezione di note nella misura di un dato intervallo
 - Nel sistema PC l'intervallo è quantificato in numero di semitonni (la trasposizione è cromatica)
- Nel sistema PC, la trasposizione consiste nel sommare un dato PCI a ogni elemento di una collezione di PC

$$T_{PCI^*}(PC_A, PC_B, \dots) = ((PC_A + PCI^*) \bmod 12, (PC_B + PCI^*) \bmod 12, \dots)$$

- Esempio: $T_4(0, 7, 3, 2, 5, 10, 8, 11) = (4, 11, 7, 6, 9, 2, 0, 3)$
- Visto che PCI deve essere positivo, per abbassare di n semitonni devo trasporre di $PCI^*=12-n$
- Esempio: $T_{11}(0, 7, 3, 2, 5, 10, 8, 11) = (11, 6, 2, 1, 4, 10, 7, 10)$

CONTINUOUS PITCH CODE (CPC)

- Il **Continuous Pitch Code (CPC)** è un'estensione del sistema Pitch Class che tiene però conto dell'informazione di ottava
- Concettualmente è il sistema proposto dall'Acoustical Society of America (C0, C#0, ...)
- ... però viene mappato su una sequenza continua di numeri interi (in analogia con il MIDI, ma numerando le ottave in modo diverso)



Helmholtz
Acoustical Society of America
MIDI (Yamaha)

CC	C	c	c'	c'	c''	c'''	c''''	
C1	C2	C3	C4	C4	C5	C6	C7	C8
C0	C1	C2	C3	C3	C4	C5	C6	C7

CODIFICA E DECODIFICA DEL CPC

- Regola di codifica: moltiplicare il valore di ottava per 12 e sommare il valore intero di PC

$$\text{CPC} = (\text{oct} \cdot 12) + \text{PC}$$

- Per la decodifica:

$$\text{oct} = \text{CPC} \text{ div } 12$$

$$\text{PC} = \text{CPC} \text{ mod } 12$$

- Le note dell'ottava 0 vengono mappate su [0..11], quelle dell'ottava 1 su [12..23] ecc. Il Do dell'ottava centrale (quarta ottava) è codificato con il valore 48

INTERVALLI NEL SISTEMA CPC

- Gli intervalli si calcolano con semplici sottrazioni:

$$CPCI_{AB} = CPC_B - CPC_A$$

Questo modo per calcolare gli intervalli restituisce il numero di semitonni di distanza tra i CPC coinvolti

- Il sistema non è più modulo 12. Gli intervalli possono risultare composti, ossia superiori all'ottava
- Gli intervalli nel sistema CPC hanno segno. Risultati con segno positivo indicano intervalli ascendenti, risultati con segno negativo intervalli discendenti
- La trasposizione T si ottiene sommando a ogni CPC della collezione un valore fissato di CPCI (con segno)

ESEMPIO



CPC: 60

55

63

38

29

46

68

47

CPCL:

-5

+8

-25

-9

+17

+22

-21

ESERCIZIO (Cpc.java)

- Si scriva un'applicazione che, prendendo in ingresso due valori di CPC, ne decomponga l'informazione in termini di nome della nota, stato di alterazione e ottava. Infine deve essere calcolata la distanza in semitonni tra le due note

ESERCIZIO (CpcInversionRetro.java)

- L'obiettivo dell'esercizio è creare:
 - un'inversione speculare di una melodia rispetto a una data altezza
 - una retrogradazione della melodia inserita
- Esempio:
 - $I_{60}(60, 62, \dots, 69) = (60, 58, \dots, 51)$ $I_{56}(60, 62, \dots, 69) = (52, 50, \dots, 43)$
 - $R(60, 62, \dots, 69) = (69, \dots, 62, 60)$

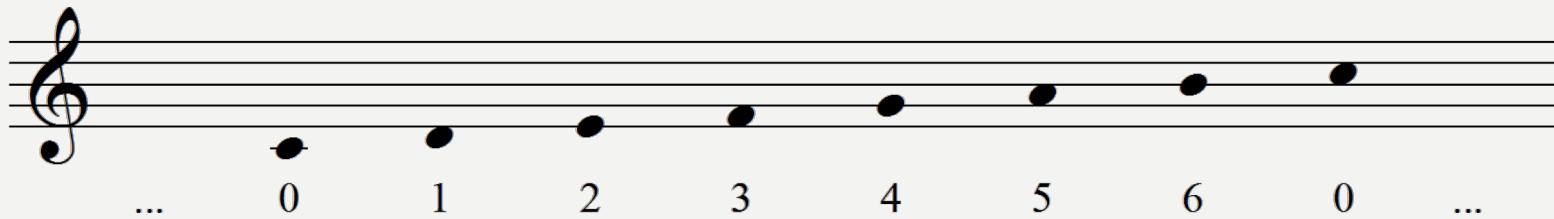
A musical staff with a treble clef and a key signature of one sharp. The staff shows a sequence of notes and their corresponding CPC values. The notes are: 60, 62, 64, 67, 62, 69, 60, 62, 64, 67, 62, 69. Below the staff, the CPC values are listed: 60, 58, 56, 53, 58, 51, 52, 50, 48, 45, 50, 43. The CPC values represent the inversion of the original note heights relative to a reference point of 60.

- Il primo argomento passato determina l'altezza rispetto a cui operare l'inversione speculare, dal secondo argomento in avanti si ha la sequenza di CPC da invertire e retrogradare

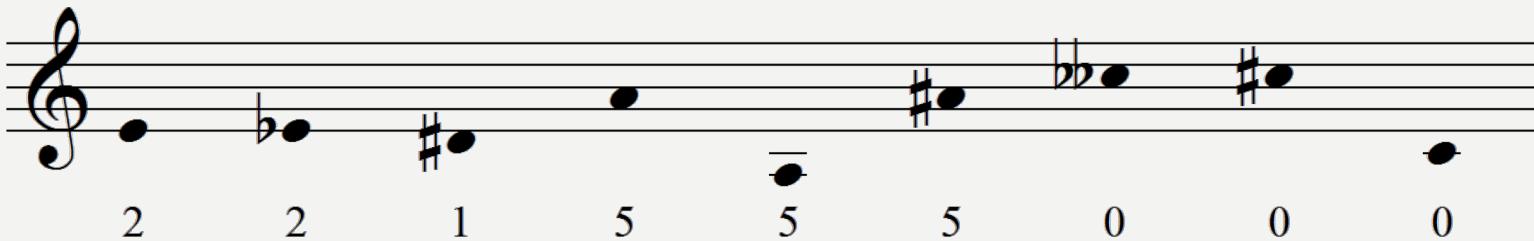
NAME CLASS (NC)

- Mentre per il PC si considerano i 12 valori corrispondenti alla scala cromatica del sistema temperato, NC rappresenta il solo nome delle note, quindi i valori ammissibili sono [0..6]
- Ciascun valore (lettere nel caso della denominazione anglosassone, stringhe nel caso delle lingue neo-latine e slave) è un **name class (NC)** e rappresenta tutte le istanze di una data nota ignorando l'informazione di ottava e lo stato di alterazione
- Su uno stesso NC collassano note che vengono scritte sulla stessa riga o sullo stesso spazio nel pentagramma, al netto di eventuali trasposizioni di ottava

ESEMPI



- D4 e D#4 collassano sullo stesso NC nonostante la frequenza diversa
- D4 e D#5 collassano sullo stesso NC perché l'ottava non conta
- D#4 e Eb4 ricadono su NC diversi nonostante l'omofonia



CONFRONTO TRA IL SISTEMA PC E IL SISTEMA NC

- Il sistema PC è modulo 12, il sistema NC è modulo 7
- I valori ammissibili sono rispettivamente [0..11] e [0..6]
- Calcolo degli intervalli:

$$PCI_{AB} = (PC_B - PC_A) \bmod 12$$

$$NCI_{AB} = (NC_B - NC_A) \bmod 7$$

- Inversione di un intervallo:

$$PCI'_{AB} = (12 - PCI_{AB}) \bmod 12$$

$$NCI'_{AB} = (7 - NCI_{AB}) \bmod 7$$

CONFRONTO TRA IL SISTEMA PC E IL SISTEMA NC

- Classe di intervalli:

$$IC = PCl_{AB} \text{ se } PCl_{AB} \leq 6, \quad 12 - PCl_{AB} \text{ altrimenti}$$

$$NIC = NCl_{AB} \text{ se } NCl_{AB} \leq 3, \quad 7 - NCl_{AB} \text{ altrimenti}$$

- Trasposizione (cromatica o diatonica):

$$T_{PCl^*}(PC_A, PC_B, \dots) = ((PC_A + PCl^*) \bmod 12, (PC_B + PCl^*) \bmod 12, \dots)$$

$$T_{NCl^*}(NC_A, NC_B, \dots) = ((NC_A + NCl^*) \bmod 7, (NC_B + NCl^*) \bmod 7, \dots)$$

INTERVALLI NEL SISTEMA NC

Nome	NCI	NCI	Nome
Unisono	0	0	Ottava
Seconda	1	6	Settima
Terza	2	5	Sesta
Quarta	3	4	Quinta

- Per costruzione, la somma degli NCI sulla stessa riga dà sempre 7, che in un sistema modulo 7 è: $7 \bmod 7 = 0$
- I nomi degli intervalli sono generici: ad esempio, tutte le seconde (maggiori, minori, eccedenti, diminuite, ecc.) collassano sul valore 1
- I nomi degli intervalli si ricavano mnemonicamente dai valori numerici sommando +1. Il sistema è modulo 7, quindi l'ottava corrisponde in realtà allo 0

ESEMPIO



NC: 0 4 2 | 3 6 5 6

NCI: 4 5 6 2 3 6 |

NIC: 3 2 | 2 3 | |

CONTINUOUS NAME CODE (CNC)

- Il **Continuous Name Code (CNC)** è un'estensione del sistema Name Class che tiene però conto dell'informazione di ottava
- Regola di codifica:

$$\text{CNC} = (\text{oct} \cdot 7) + \text{NC}$$

- Per la decodifica:

$$\text{oct} = \text{CNC div } 7$$

$$\text{NC} = \text{CNC mod } 7$$

- Le note dell'ottava 0 vengono mappate su [0..6], quelle dell'ottava 1 su [7..13] ecc. Il Do dell'ottava centrale (quarta ottava) è codificato con il valore 28

RAPPRESENTAZIONE BINOMIALE

- I sistemi PC e NC sono complementari: il primo determina l'altezza esatta della nota (quindi la sua frequenza), il secondo la sua scrittura in partitura
- Scritture enarmoniche della stessa nota presentano uguale PC ma diverso NC. Alterazioni cromatiche dello stesso nome di nota sono caratterizzate da un diverso PC ma un uguale NC
- La **rappresentazione binomiale** utilizza i due sistemi insieme consentendo di sfruttare i singoli vantaggi. Si rappresenta l'altezza di ciascuna nota attraverso coppie **<PC,NC>**, e convenzionalmente **<0,0>** rappresenta il Do naturale

TABELLA COPPIE <PC,NC>

Sulle colonne sono disposte le note con lo stesso nome e diverso stato di alterazione (sempre 5), sulle righe le enarmonie (sempre 3, tranne G#/Ab)

Quante sono le possibili combinazioni?

Teoricamente $12 \cdot 7 = 84$, ossia tutte le celle nella tabella a fianco

Considerando al più le doppie alterazioni, $7 \cdot 5 = 35$.

PC	NC	0	I	2	3	4	5	6
0		C	D _{bb}					B#
I		C#	D _b					B _x
2		C _x	D	E _{bb}				
3			D#	E _b	F _{bb}			
4			D _x	E	F _b			
5				E#	F	G _{bb}		
6				E _x	F#	G _b		
7					F _x	G	A _{bb}	
8						G#	A _b	
9						G _x	A	B _{bb}
10		C _{bb}					A#	B _b
11		C _b					A _x	B

GLI INTERVALLI NELLA TEORIA MUSICALE

- Date due note consecutive, per definire l'intervallo da esse formato sono necessarie due informazioni: **distanza** e **specie**
La **distanza** identifica quanti gradi intercorrono tra i due nomi delle note contando anche gli estremi in questione, attraverso un aggettivo numerale ordinale femminile (ad esempio: Do-Re = intervallo di seconda; Do-Mi = intervallo di terza; ecc.)
La **specie** è la caratteristica di un intervallo determinata dalla sua composizione in toni e semitonni
- Esempi: seconda maggiore, quinta giusta, settima minore
- Questi due aspetti nella definizione di un intervallo richiamano:
 - I. come si scrive l'intervallo, il che viene catturato dal concetto di **NC**
 2. come suona l'intervallo, il che viene catturato dal concetto di **PC**

GLI INTERVALLI NELLA TEORIA MUSICALE

Le note non alterate rispetto al riferimento del DO naturale quali intervalli generano? Generalizzando sono i gradi naturali di una scala maggiore rispetto alla tonica

Per comodità, useremo la scala di Do magg.

DO → DO unisono giusto

DO → RE seconda magg.

DO → MI terza magg.

DO → FA quarta giusta

DO → SOL quinta giusta

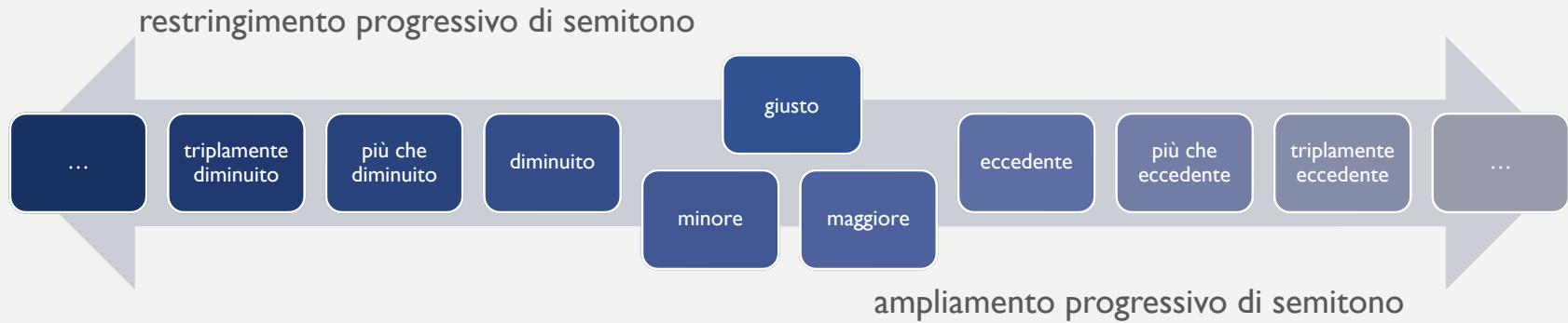
DO → LA sesta magg.

DO → SI settima magg.

DO → DO ottava giusta

GLI INTERVALLI NELLA TEORIA MUSICALE

Dato questo schema, è possibile ampliare o restringere l'intervallo alterando le note naturali con alterazioni ascensioni o discensioni. Mentre la **distanza** rimane fissa (è determinata dal nome delle note coinvolte), la **specie** dell'intervallo viene modificata come segue:



Un intervallo può essere ristretto alterando in senso ascendente la nota grave o in senso discendente la nota acuta, e ampliato in modo complementare

ESEMPI

- DO → Mi♭ terza min.

DO → MI determina la distanza: è una terza

DO♯ → MI♯ è una terza maggiore, secondo lo schema sopra esposto

L'alterazione di un semitono in senso discendente della nota acuta comporta un restringimento dell'intervallo, che quindi da maggiore diventa minore

- FA♯ → SI♭ quarta più che diminuita

FA → SI determina la distanza: è una quarta

FA♯ → SI♭ è una quarta giusta, secondo lo schema sopra esposto (in questo caso, la nota grave è FA quindi la tonalità di riferimento è Fa magg., in cui la sottodominante o quarto grado naturale è SI♭)

L'alterazione di un semitono in senso ascendente della nota grave e quella in senso discendente della nota acuta comporta un doppio restringimento dell'intervallo, che quindi da giusto diventa più che dim.

ESEMPI

- Avendo a disposizione i 5 stati di alterazione e partendo da un intervallo di per sé stretto o largo tra gradi naturali, è possibile arrivare a intervalli dalla specie assai atipica
- $MI_x \rightarrow FA_{\flat\flat}$ seconda quadruplicamente diminuita

$MI \rightarrow FA$ determina la distanza: è una seconda

$MI\sharp \rightarrow FA\sharp$ è una seconda magg.

Questo intervallo può essere ristretto di ben 5 semitonni, alterando di due semitonni ascendenti il $MI\sharp$ e di 3 semitonni discendenti il $FA\sharp$

- $FA_{\flat\flat} \rightarrow SI_x$ quarta quintuplicamente eccedente

$FA \rightarrow SI$ determina la distanza: è una quarta

$FA\sharp \rightarrow SI\flat$ è una quarta giusta

$FA\sharp \rightarrow SI\sharp$ è una quarta eccedente

Questo intervallo può essere ampliato ulteriormente di 4 semitonni

RAPPRESENTAZIONE BINOMIALE DEGLI INTERVALLI

NC specifica l'ampiezza dell'intervallo generico, e PC la dimensione in semitonni

Sulle colonne si trovano intervalli la cui dimensione generica è uguale (ad es., le terze, le quarte, ecc.) mentre sulle righe si trovano gli intervalli omofoni

Il sistema non è ambiguo fino agli intervalli quintuplicamente eccedenti (5A) o diminuiti (5d)

PC^{NC}	0	1	2	3	4	5	6
0	P1	d2	(3d)3				A7
1	A1	m2	(2d)3				(2A)7
2	(2A)1	M2	d3				
3	(3A)1	A2	m3	(2d)4			
4	(4A)1	(2A)2	M3	d4			
5	(5A)1	(3A)2	A3	P4	(2d)5		
6	?	(4A)2	(2A)3	A4	d5		
7	(5d)1	(5A)2	(3A)3	(2A)4	P5	d6	
8	(4d)1	(5d)2	(4A)3		A5	m6	
9	(3d)1	(4d)2	(5A)3		(2A)5	M6	d7
10	(2d)1	(3d)2	(5d)3			A6	m7
11	d1	(2d)2	(4d)3			(2A)6	M7

RAPPRESENTAZIONE BINOMIALE SU SINGOLO INTERO (BR)

- Obiettivo: “impacchettare” i due interi corrispondenti a PC e NC in un solo valore intero, mantenendo leggibilità e compattezza
- Dato che per rappresentare tutti i possibili NC è sufficiente una singola cifra in base 10, allora:

$$BR = (PC \cdot 10) + NC$$

- Decodifica di br:

$$NC = BR \bmod 10 \quad PC = BR \div 10$$

- E’ leggibile, perché è facile anche a occhio nudo scomporre le due parti costitutive; è compatto perché il massimo valore richiesto è 116

ESEMPIO

BR	PC	NC	Descrizione
116	11	6	B
31	3	1	D#
32	3	2	Eb
1	0	1	Dbb
10	1	0	C#

- Attenzione: BR è un valore intero in base 10. Per come è stato costruito, non tutte le combinazioni di 3 cifre risultano ammissibili. Infatti, la cifra meno significativa deve appartenere a [0..6], e le più significative a [0..11].
 - Ad esempio, 37 e 120 non sono valori ammissibili

RAPPRESENTAZIONE DELL'OTTAVA

- Se è necessario tenere conto anche dell'informazione di ottava, esistono due approcci
 - I. Inserire già nella rappresentazione binomiale le ottave, passando da coppie $\langle PC, NC \rangle$ a coppie $\langle CPC, CNC \rangle$, legate dalla relazione:
$$\langle CPC, CNC \rangle = \langle (poct \cdot 12) + PC, (noct \cdot 7) + NC \rangle$$
 - Questo consente di rappresentare note con un qualsiasi numero di alterazioni, e perfino combinazioni in cui il pitch notato (CNC) si trova in un'ottava differente rispetto al pitch audio (CPC)
 - Però spesso si tratta di un'inutile complicazione

CONTINUOUS BINOMIAL REPRESENTATION (CBR)

- Se si è disposti ad accettare la limitazione delle quintuple alterazioni, di intervalli al più quintuplicamente eccedenti e diminuiti, e si considera sufficiente il numero di ottava relativa al solo pitch notato (CNC), allora si può usare un secondo approccio:
2. Definiamo il parametro CBR come segue:

$$\text{CBR} = \text{oct} \cdot 1000 + \text{BR} = (\text{oct} \cdot 1000) + (\text{PC} \cdot 10) + \text{NC}$$

che può essere decodificato tramite divisioni int. e modulo:

$$\begin{aligned}\text{oct} &= \text{CBR} \text{ div } 1000; \text{BR} = \text{CBR} \text{ mod } 1000; \\ \text{PC} &= \text{BR} \text{ div } 10; \text{NC} = \text{BR} \text{ mod } 10\end{aligned}$$

- Questa stessa rappresentazione può essere utilizzata per gli intervalli, considerando anche l'eventuale segno. In tal caso, il segno rappresenta la direzione dell'intervallo e la/e cifra/e più significative consentono di rappresentare intervalli composti, cioè superiori all'ottava

ESERCIZIO (Cbr.java)

- Scrivere un'applicazione che, ricevendo in ingresso una sequenza di valori numerici interi codificati come Continuous Binomial Representation, li trasforma in una sequenza di simboli musicali in formato stringa quali C#4, Ebb5, ecc.

ESEMPIO

(**IntervalBuilder1.java**, **IntervalBuilder2.java**)

- Il software chiede in ingresso una nota base (espressa come nome e stato di alterazione) e un intervallo (ad es. 2m, 3M, 5P) e produce in uscita la nota alterata che forma tale intervallo
- Si propongono due soluzioni algoritmiche alternative

ESERCIZIO

(`Intervals.java`)

- Si scriva un semplice programma che chieda all'utente:
 - una nota di base, espressa come carattere
 - un intervallo, espresso come numero di semitonni $PC \in [0..11]$
- e produca in output tutti gli intervalli ascendenti omofoni che si possono produrre al variare di NC , includendo fino al più che eccedente (2A) e più che diminuito (2d)
- Ad esempio, agli input C e 7 corrisponderanno gli output:

• C > Fx	NC = 3	2A4
• C > G	NC = 4	P5
• C > Abb	NC = 5	d6

TRASPOSIZIONE CROMATICA E DIATONICA

- Nei software di editing digitale della partitura (ad es. Finale, MuseScore) si è soliti distinguere tra:
 - **trasposizione diatonica**: un certo numero di gradi sulla scala corrente
 - **trasposizione cromatica**: un certo numero di semitonni
- Nel primo caso, la trasposizione viene dimensionata attraverso il solo parametro di distanza dell'intervallo. Ad es., trasporre di una quinta significa traslare tutti i gradi della scala di +4
- Nel secondo caso, si usa la definizione completa di intervallo, ossia distanza più specie. Ad es., si traspone di una terza minore

ESEMPI DI TRASPOSIZIONE DIATONICA

Trasposizione diatonica di una quarta ascendente

La scala di Do magg. da tonica a tonica (I grado) diventa una scala di Do magg. da sottodominante a sottodominante (IV grado)



Trasposizione diatonica di una terza ascendente

Il IV grado alterato in senso ascendente diventa un sesto grado alterato in senso ascendente



ESEMPI DI TRASPOSIZIONE CROMATICA

Trasposizione cromatica di una quarta giusta ascendente

La scala di Do magg. diventa una scala di Fa magg.



Trasposizione cromatica di una terza minore ascendente

Ogni nota viene trasposta secondo un valore di name class e pitch class.



OPERATORE DI TRASPOSIZIONE

- Tutte le operazioni viste nei sistemi PC e NC sono possibili anche in rappresentazione binomiale: vengono eseguite separatamente sulle componenti PC in modulo 12 e NC in modulo 7
- La trasposizione corrisponde all'addizione. Trasporre una nota $\langle a, b \rangle$ di un intervallo $\langle c, d \rangle$ significa:

$$\langle a, b \rangle + \langle c, d \rangle = \langle (a + c) \bmod 12, (b + d) \bmod 7 \rangle$$

- Esempio: trasporre D (Re naturale) di una terza maggiore

$$\langle 2, 1 \rangle + \langle 4, 2 \rangle = \langle 6, 3 \rangle$$

$$D + M3 = F\#$$

- Nota: si ricordi che la stessa rappresentazione binomiale può essere usata sia per indicare una nota sia un intervallo
- La trasposizione può avvenire in senso discendente. Trasporre di una terza maggiore discendente implica sommare $\langle -4, -2 \rangle$

PROPRIETÀ DELLA TRASPOSIZIONE NEL SISTEMA BINOMIALE

- Sia U l'insieme universo costituito dalle 84 classi di altezze binomiali, ottenibili come combinazione dei 7 valori ammessi per NC e dei 12 valori ammessi per PC

Siano $A <PC_A, NC_A>$, $B <PC_B, NC_B>$ e $C <PC_C, NC_C>$ tre binomi qualsiasi $\in U$

- $(A + B) \in U$
- $A + B = B + A$ la somma è commutativa
- $(A + B) + C = A + (B + C)$ la somma è associativa
- $<0,0>$ è l'elemento neutro per l'addizione, in quanto $A + <0,0> = A$
- Per ogni A esiste un inverso A' tale che $A' + A = <0,0>$

L'inversione di $<a,b>$ è $<a,b>' = <0,0> - <a,b> = <(0 - a) \text{ mod } 12, (0 - b) \text{ mod } 7>$ e poiché $<0,0> = <12 \text{ mod } 12, 7 \text{ mod } 7>$ allora $<a,b>' = <(12 - a) \text{ mod } 12, (7 - b) \text{ mod } 7>$

CALCOLO DELL'INTERVALLO

- Per determinare l'intervallo tra due note, si sottrae la prima nota dalla seconda. Tale calcolo corrisponde all'operazione di sottrazione

- Calcolare l'intervallo tra le note $\langle c, d \rangle$ e $\langle a, b \rangle$ significa:

$$\langle c, d \rangle - \langle a, b \rangle = \langle (c - a) \bmod 12, (d - b) \bmod 7 \rangle$$

- Esempio: l'intervallo tra Eb (Mi bemolle) e A (La naturale) è

$$\langle 9,5 \rangle - \langle 3,2 \rangle = \langle 6,3 \rangle$$

A - Eb = A4 [quarta eccedente]

- Invertendo gli estremi dell'intervallo:

$$\langle 3,2 \rangle - \langle 9,5 \rangle = \langle 6,4 \rangle$$

Eb - A = d5 [quinta diminuita]

OPERATORE DI INVERSIONE DI INTERVALLO

- Come detto, l'inversione di una generica nota $\langle a,b \rangle$ è

$$\langle a,b \rangle' = \langle 12,7 \rangle - \langle a,b \rangle = \langle (12-a) \bmod 12, (7-b) \bmod 7 \rangle$$

- Lo stesso vale per l'inversione di un intervallo, dipende solo dal significato dei binomi: in questo caso la rappresentazione binomiale codifica intervalli e non altezze di note
- Esempio: l'inversione di una quarta giusta è

$$\langle 12,7 \rangle - \langle 5,3 \rangle = \langle 7,4 \rangle$$

P4 [4a giusta] P5 [5a giusta]

OPERATORE DI INVERSIONE MELODICA

- L'inversione melodica di una sequenza corrisponde a sottrarre da una costante binomiale ciascuna nota della sequenza
- In generale: inversione di interi n_1, n_2, \dots, n_N rispetto a una costante k :

$$\forall i \in [1..N], I_k(n_i) = k - (n_i - k) = 2k - n_i$$

- Nel caso binomiale, inversione rispetto a una nota $\langle PC^*, NCK^* \rangle$:

$$I_{\langle PC^*, NC^* \rangle}(\langle PC, NC \rangle) = \langle 2PC^*, 2NC^* \rangle - \langle PC, NC \rangle$$

OPERATORE DI INVERSIONE MELODICA

- Esempio: inversione melodica rispetto alla nota <2,1>

	D	E	F#	A	C
Note originali	<2,1>	<4,2>	<6,3>	<9,5>	<0,0>
2 * costante	<4,2> -	<4,2> -	<4,2> -	<4,2> -	<4,2> -
	<2,1> =	<4,2> =	<6,3> =	<9,5> =	<0,0> =
Note invertite	<2,1>	<0,0>	<10,6>	<7,4>	<4,2>
	D	C	Bb	G	E

OPERATORE DI PRODOTTO

- Si definisca ora l'operatore \times nel seguente modo:

$$\langle a, b \rangle \times \langle c, d \rangle = \langle (a \times c) \text{ mod } 12, (b \times d) \text{ mod } 7 \rangle$$

- $(A \times B) \in U$
- $A \times B = B \times A$ il prodotto è commutativo
- $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$ il prodotto è associativo
- $\langle 1, 1 \rangle$ è l'elemento neutro per il prodotto, in quanto $A \times \langle 1, 1 \rangle = A$
- La moltiplicazione è distributiva rispetto alla somma:
$$A \times (B + C) = (A \times B) + (A \times C)$$
$$(A + B) \times C = (A \times C) + (B \times C)$$
- Le proprietà qui elencate, più le proprietà della somma, sono sufficienti per dimostrare che si tratta di un **anello commutativo con identità**

ESERCIZIO

(**CbrStats.java**)

- Il software legge in ingresso una sequenza di valori numerici interi codificati come Continuous Binomial Representation, e calcola:
 - la frequenza (espressa in Hz) del pitch più acuto
 - la frequenza (espressa in Hz) del pitch più grave
 - la frequenza media dei pitch
- Osservazione: ci si sta concentrando sull'aspetto acustico delle note (le frequenze in Hertz)
- Suggerimenti:
 - Il La4 ha frequenza 440Hz
 - Innalzare una nota di un'ottava equivale a moltiplicare per 2 la sua frequenza