



Practice

1.399

Стержень движется равномерно в продольном направлении мимо двух меток A и B , расположенных на расстоянии Δx друг от друга. Сначала в момент t_1 напротив метки A оказался передний конец стержня. Затем напротив метки B в моменты t_2 и t_3 оказались соответственно передний и задний концы стержня. Найти его собственную длину.

杆沿纵向均匀移动经过两个标记 A 和 B ，它们之间的距离为 Δx 。首先，在 t_1 时刻，杆的前端与标记 A 相对。然后，分别在 t_2 和 t_3 时刻与标签 B 相对的是杆的前端和后端。找到自己的长度。

Решение

в К системе отчёта, по отношению к которой стержень движется со скоростью v , 4-мерные координаты переднего и заднего концов стержня равны:

$$(t, x_A + v(t - t_1), 0, 0)$$

$$(t, x_B + v(t - t_3), 0, 0)$$

Расстояние между метками AB равно

$$x_B - x_A = \Delta x = v(t_2 - t_1)$$

Таким образом

$$l = x_A - x_B + v(t_3 - t_1) = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$l = -v(t_2 - t_1) + v(t_3 - t_1) = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Заменим $v = \frac{\Delta x}{t_2 - t_1}$, получим

$$\frac{\Delta x}{t_2 - t_1}(t_3 - t_2) = l_0 \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\Delta x}{t_2 - t_1}\right)^2}{c^2}}$$

откуда

$$l_0 = \Delta x \frac{t_3 - t_2}{\sqrt{(t_2 - t_1)^2 - \left(\frac{\Delta x}{c}\right)^2}}$$

1.284

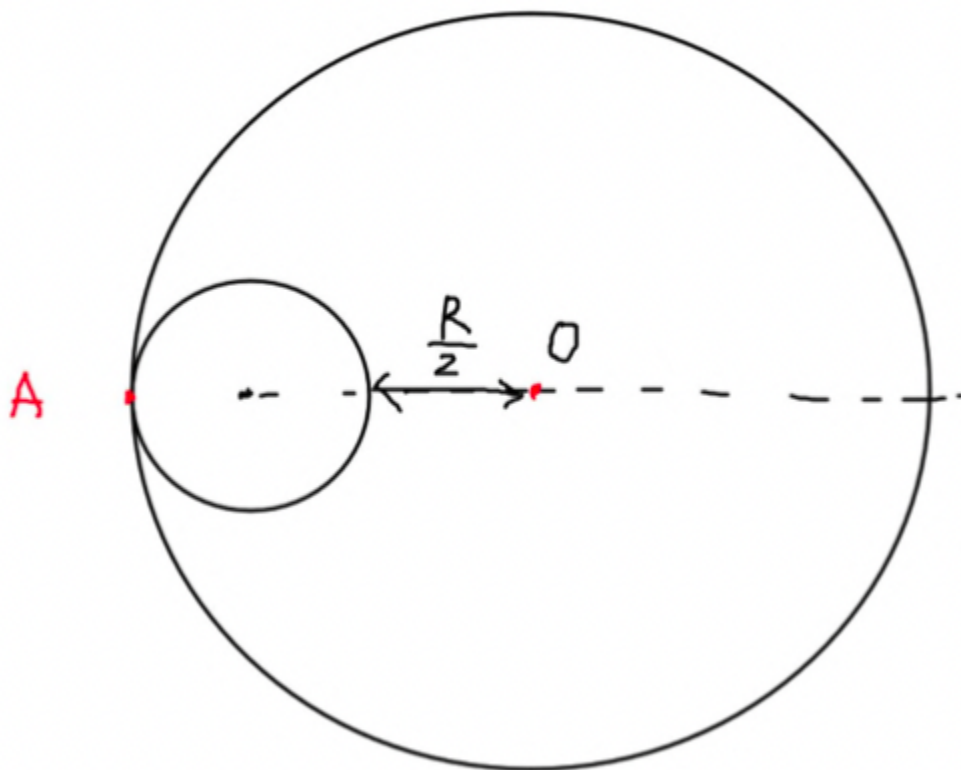


рис. 1

Однородный диск радиуса R имеет круглый вырез (рис. 1). Масса оставшейся (заштрихованной) части диска равна m . Найти момент инерции такого диска относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей:

- а) через точку O ;
- б) через его центр масс.

一个半径为 R 的均匀圆盘有一个圆形缺口（图 1）。圆盘剩余（阴影部分）的质量为 m 。求这

样一个圆盘绕垂直于圆盘平面并通过的轴的转动惯量：

- a) 通过点 O ；
- b) 通过其质心 。

Решение

- a)

Пусть

- S_B - площадь большого диска
- S_S - площадь маленького диска
- m_B - масса большого диска
- m_S - масса маленького диска

Очевидно, что

$$\begin{cases} S_B = \pi R^2 \\ S_S = \frac{1}{16} \pi R^2 \\ \frac{m_B}{m_S} = \frac{S_B}{S_S} = 16 \\ m_B - m_S = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_B = \frac{16m}{15} \\ m_S = \frac{m}{15} \end{cases}$$

Тогда момент инерции через точку O

$$\begin{aligned} J_{BO} &= \frac{1}{2} m_B R^2 = \frac{16}{30} m R^2 \\ J_{SO} &= \frac{1}{2} m_S \frac{1}{16} R^2 + m_S \left(\frac{3}{4} R\right)^2 = \frac{1}{480} m R^2 + \frac{3}{80} m R^2 = \frac{19}{480} m R^2 \\ J_{\Delta} &= J_{BO} - J_{SO} = \frac{16}{30} m R^2 - \frac{19}{480} m R^2 = \frac{79}{160} m R^2 \end{aligned}$$

- b)

Пусть

- x_c - координат центра масса

$$x_c = \frac{m_S d_S}{m_{\Delta}} = \frac{\frac{m}{15} \cdot \frac{3R}{4}}{m_B - m_S} = \frac{R}{20}$$

Тогда момент инерции через центр масс

$$J_{BC} = \frac{1}{2}m_B R^2 + m_B \left(\frac{R}{20}\right)^2 = \frac{16}{30}mR^2 + \frac{1}{375}mR^2 = \frac{67}{125}mR^2$$

$$J_{SC} = \frac{1}{2}m_S \frac{1}{16}R^2 + m_S \left(\frac{3}{4}R + \frac{R}{20}\right)^2 = \frac{1}{480}mR^2 + \frac{16}{375}mR^2 = \frac{179}{4000}mR^2$$

$$J_{\Delta} = J_{BO} - J_{SO} = \frac{67}{125}mR^2 - \frac{179}{4000}mR^2 = \frac{393}{800}mR^2$$

1.383

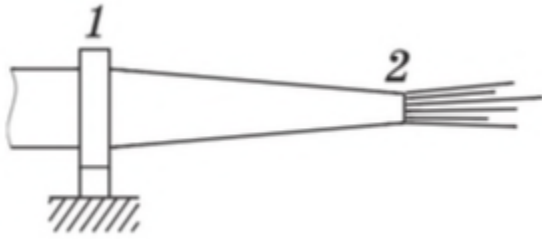


рис. 2

Сечение ствола гидромонитора (рис. 2) меняется от $S_1 = 50 \text{ см}^2$ до $S_2 = 5.0 \text{ см}^2$. Найти модуль и направление горизонтальной силы, возникающей в креплении ствола (сечение 1), если скорость струи на выходе $v_0 = 25 \text{ м/с}$. Вязкостью пренебречь.

水力监测筒的截面（图 2）从 $S_1 = 50 \text{ cm}^2$ 到 $S_2 = 5.0 \text{ cm}^2$ 。如果出口处的射流速度为 $v_2 = 25 \text{ m/s}$ ，则求出在枪管附件（1 部分）中产生的水平力的模量和方向。忽略粘度。

Решение

$$vS = \text{Const}$$

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$v_1 = \frac{v_2 S_2}{S_1} = 2.5 \text{ м/с}$$

4)

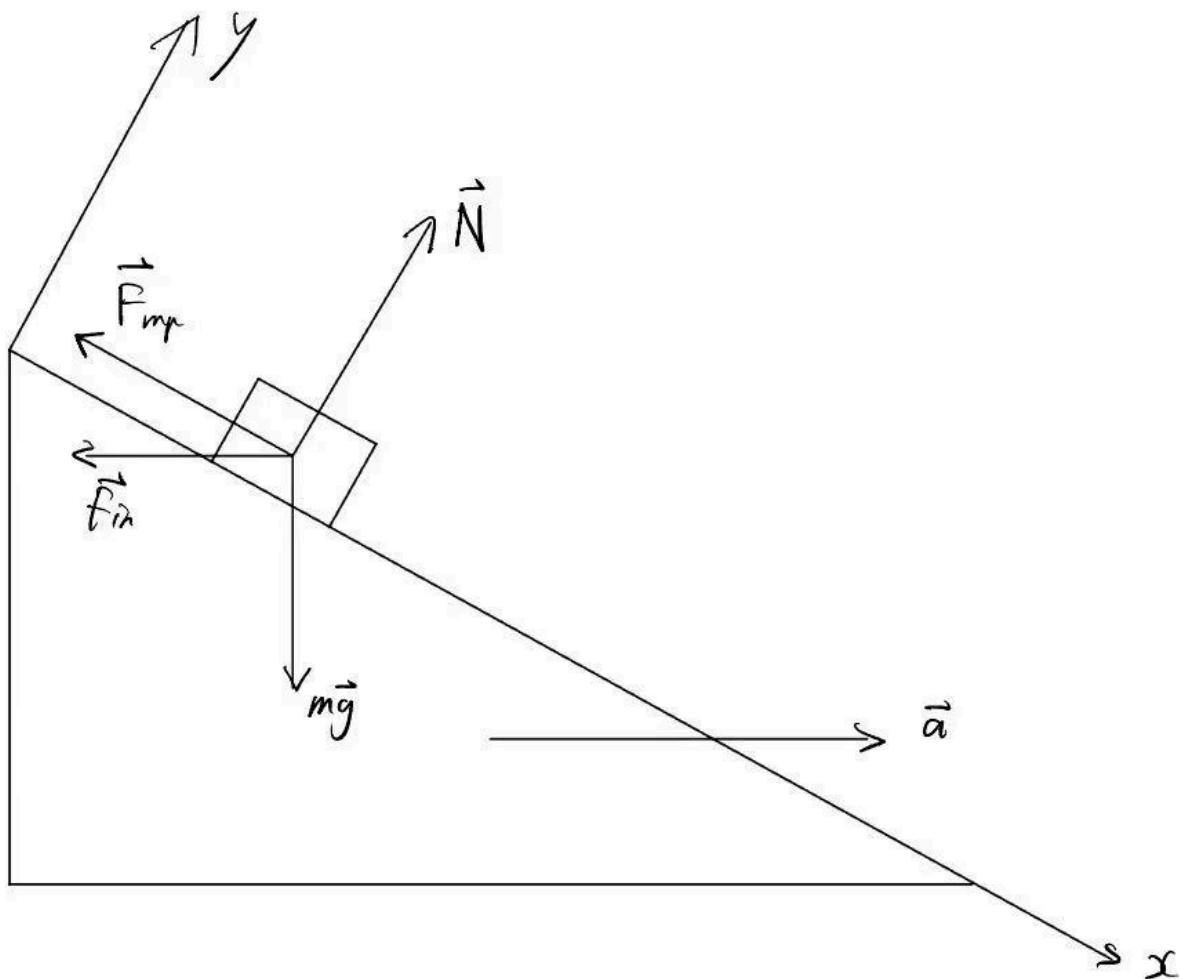


рис. 3

Тело находится в покое на вершине наклонной плоскости. За какое время тело соскользнет с плоскости, если плоскость в момент времени $t_0 = 0$ начнет двигаться вправо в горизонтальном направлении с ускорением $\vec{a} = 1 \text{ м/с}^2$? Высота плоскости $h = 1 \text{ м}$, угол наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$, коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0.6$.

身体静止在一个斜面的顶部。如果斜面在时间 $t_0 = 0$ 开始以加速度 $\vec{a} = 1 \text{ м/с}^2$ 向右水平方向移动，物体滑离斜面需要多长时间？斜面的高度为 $h = 1 \text{ м}$ ，与地平线的倾角为 $\alpha = 30^\circ$ ，物体与斜面的摩擦系数为 $\mu = 0.6$ 。

Решение

для тела:

$$m\vec{a}_T = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_{in}$$

где

- \vec{a}_T - ускорение тела
- $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}$ - сила инерции

$$\begin{cases} X : ma_T = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} - ma \cos \alpha \\ Y : 0 = -mg \cos \alpha + N - ma \sin \alpha \end{cases}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$a_T = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - a(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)$$

$$t = \sqrt{\frac{l}{a_T}} = \sqrt{\frac{2h}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - a(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}}$$

5)

Частица массы m находится в одномерном силовом поле, где ее потенциальная энергия зависит от координаты следующим образом $U = \frac{a}{x^{\frac{3}{2}}} - \frac{b}{x^{\frac{1}{2}}}$. Найти период малых колебаний (выполняется Закон Гука $dF = -k \cdot dx$ - сила возвращающая тело в **положение равновесия**).

一个质量为 m 的粒子在一维力场中，其势能取决于坐标 $U = \frac{a}{x^{\frac{3}{2}}} - \frac{b}{x^{\frac{1}{2}}}$ 。找到小振荡的周期（胡克定律 $dF = -k \cdot dx$ 满足 - 使物体回到**平衡位置**的力）。

Решение

$$U(x) = \frac{a}{x^{\frac{3}{2}}} - \frac{b}{x^{\frac{1}{2}}}$$

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} = \frac{3}{2}ax^{-\frac{5}{2}} - \frac{1}{2}bx^{-\frac{3}{2}}$$

$$F(x) = -m\omega^2 x$$

$$\omega^2 = -\frac{F(x)}{mx} = \frac{b}{2m}x^{-\frac{5}{2}} - \frac{3a}{2m}x^{-\frac{7}{2}}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{b}{2m}x^{-\frac{5}{2}} - \frac{3a}{2m}x^{-\frac{7}{2}}} = \sqrt{\frac{bx - 3a}{2mx^{\frac{7}{2}}}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2mx^{\frac{7}{2}}}{bx - 3a}}$$

6)

Над шоссе висит источник звуковых сигналов с частотой $\nu = 2.3$ кГц. К нему со скоростью $v = 54$ км/ч приближается мотоциклист, ветер дует противоположно его движению со скоростью $u = 5$ м/с. Считая скорость звука $v_0 = 340$ м/с, найти частоту сигнала, воспринимаемую мотоциклистом.

高速公路上方悬挂着一个频率为 $\nu = 2.3$ kHz 的声音信号源。一个摩托车手以 $v = 54$ km/h 的速度接近他，风以 $u = 5$ m/s 的速度与他的运动相反。假设声速 $v_0 = 340$ m/s，求摩托车手感知到的信号频率。

Решение

За время t мотоциклист проедет путь $S = vt$.

За это время мотоциклист "услышит" все звуковые импульсы испущенные источником

$$t_1 = \frac{S}{v_0 + u}$$

т.е

$$N = \nu(t + \frac{S}{v_0 + u})$$

Следовательно, мотоциклист будет воспринимать сигнал частотой

$$f = \frac{N}{t} = \frac{\nu(t + \frac{S}{v_0 + u})}{t} = \frac{\nu(t + \frac{vt}{v_0 + u})}{t} = \nu(1 + \frac{v}{v_0 + u}) = \nu(\frac{v_0 + u + v}{v_0 + u}) = 2300(\frac{345 + 15}{345})$$

