得分	评卷人

一. 单项选择题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

1.如果$\lim\limits_{x\to a}|f(x)|=1$，则在$x\to a$时，$f(x)$的极限（　　）.

A. 等于1　　B.等于-1　　C. 不一定存在　　D. 一定不存在

2.当$x\to 0$时，如果x^{α}是$\sin(x^2)$的高阶无穷小，$1-\cos(x^2)$的低阶无穷小，则正整数$\alpha=$(　　).

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

3.过曲线$y=f(x)$上点$(1,-1)$的切线方程为$y=-2x+1$，则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x^2+1)-f(1)}{x\ln(1+2x)}=$(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. -1

4.如果二阶可导函数$f(x)$在x_0处满足$f'(x_0)=0$，且$f(x)$在x_0处取极大值，则(　).

A. $f''(x_0)<0$　　B. $f''(x_0)>0$　　C. $f''(x_0)$可能为零　　D. $f''(x_0)$一定不为零

5. $\int f(\sqrt{x})\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$，则 $f'(x) = ($　A　$)$.

A. $2x\mathrm{e}^{x^2}$　　B. $2x\mathrm{e}^x$　　C. e^x　　D. e^{x^2}

得分	评卷人

二. 填空题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设 $f(x) = \dfrac{\sin x}{x} + \dfrac{1}{x-1}$ 则 $f(x)$ 可去间断点为______.

7. 设 $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$，则 $f^{(2016)}(x) =$______.

8. 函数 $f(x) = 9x^3 + 9x^2 - 1$ 在闭区间 $[-2, 2]$ 上的最大值为_____.

9. 若 $f(x) = \dfrac{ax^3 + x - 1}{x^2 + 1}$ 存在水平渐近线，则 $a =$_____.

10. 曲线 $\begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t^4 \end{cases}$ 在 $t = 1$ 处的切线方程为______.

得分	评卷人

三. 计算题 (5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

11. (6 分) 计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x-\sin(2x)}{x^2\ln(1+x)}$.

12. (6 分) 计算 $\lim\limits_{x\to 0}(x^2+1)^{\frac{2}{\ln\cos x}}$.

13. (6 分) 设 $y=\operatorname{arc}\cot\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$, 求 $\mathrm{d}y$.

14. (6 分) 设函数 $f(x)$ 有一阶连续导数，如果 $y=x^{f(x)}+\arcsin f(x)$，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

15. (6 分) 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $x\mathrm{e}^{f(y)}=\mathrm{e}^{y}\ (x>0)$ 所确定，其中 f 二阶可导，且 $f'\neq 1$，求 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

得分	评卷人

四. 计算题 (3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分)

16. (6 分) 计算 $\int \frac{\sqrt[4]{x}}{1-\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

17. (6 分)计算 $\int \frac{1}{\sqrt{(x^2+2x+2)^3}}\mathrm{d}x$.

18. (6 分) 计算 $\int x\tan^2 x\mathrm{d}x$.

得分	评卷人

五. 综合题（2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

19. 设 $f(x)=\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$. 试在由 $y=f(x)(x>0)$ 的切线与两坐标轴所围成的一切三角形中，求出面积最小时切点的坐标.

20. 设 $f(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{ax}, & x\le 0,\\ b+\sin 3x, & x>0.\end{cases}$ 问 a,b 取何值时，$f(x)$ 为可导函数，并求 $f'(x)$.

得分	评卷人

六. 证明题（1 小题，共 6 分）

21. (6分) 设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上有二阶导数，且 $f(0)>0, f(1)<0, f(2)=0$. 又 $F(x)=(x-1)f(x)$，求证：在 $(0,2)$ 内至少有一个 ξ，使得 $F''(\xi)=0$.