# 运筹学教程第五章作业

20123101 李昀哲

## 5.1, 5.4(1)

5.1 下列说法正确的有：

(1) 用分枝定界法求解一个极大化的整数规划问题时，任何一个可行解的目标函数值是该问题目标函数值的下界。✓

(2) 用割平面法求解整数规划时，构造的平面有可能切去一些不属于最优解的整数值。 错误，只会切去非整数解。

(3) 指派问题可用求解运输问题的表上作业法求解，反过来运输问题经处理后也可用匈牙利法求解。✓

(4) 一个整数规划问题如存在两个以上最优解，则一定有无穷多最优解。

×.

5.4(1) $\max\ z = 2x_1 + x_2$

$$
\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 \le 5 \\ -x_1 + x_2 \le 0 \\ 6x_1 + 2x_1 \le 21 \\ x_1, x_2 \ge 0 \text{ 且为整数} \end{cases}
$$

割平面法：

| | $c_j$ | | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_B$ | $X_B$ | $b$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | | |
| 0 | $x_3$ | 5 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 5 | |
| 0 | $x_4$ | 0 | -1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| 0 | $x_5$ | 21 | 6 | 2 | 0 | 0 | 1 | 7/2 | → |
| | $c_j - z_j$ | | 2 △ | 1 | 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | $x_3$ | 3/2 | 0 | 2/3 | 1 | 0 | -1/6 | 9/4 | → |
| 0 | $x_4$ | 7/2 | 0 | 4/3 | 0 | 1 | 1/6 | 21/8 | |
| 2 | $x_1$ | 7/2 | 1 | 1/3 | 0 | 0 | 1/6 | 21/2 | |
| | | | 0 | 1/3 △ | 0 | 0 | $-\frac{1}{3}$ | | |

$2\ \frac{1}{4}\ \frac{3}{4}\ 2\frac{3}{4}\ \frac{14}{4} - \frac{3}{4}$ $\quad -\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}$ $\quad \frac{1}{6}+\frac{1}{12}$ $\quad \frac{1}{6}+\frac{2}{6}$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_2$ | 9/4 | 0 | 1 | 3/2 | 0 | -1/4 |
| 0 | $x_4$ | 1/2 | 0 | 0 | -2 | 1 | 1/2 |
| 2 | $x_1$ | 11/4 | 1 | 0 | -1/2 | 0 | 1/4 |
| | $\sigma_j$ | | 0 | 0 | -1/2 | 0 | -1/4 |

$$\frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{4}x_5 \le -\frac{3}{4}$$

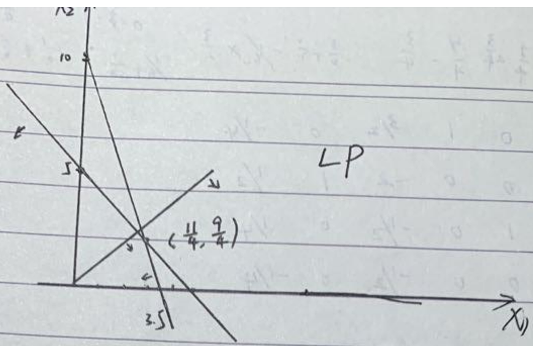
引入松弛变量$x_6$ $\quad \frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{4}x_5 + x_6 = -\frac{3}{4}$

| | $c_j$ | | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_B$ | $X_B$ | b | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
| 1 | $x_2$ | 9/4 | 0 | 1 | 3/2 | 0 | -1/4 | 0 |
| 0 | $x_4$ | 1/2 | 0 | 0 | -2 | 1 | 1/2 | 0 |
| 2 | $x_1$ | 11/4 | 1 | 0 | -1/2 | 0 | 1/4 | 0 |
| 0 | $x_6$ | $-\frac{3}{4}$ | 0 | 0 | 1/2 | 0 | [-1/4] | 1 |
| | | | 0 | 0 | -1/2 | 0 | -1/4 | 0 |
| 1 | $x_2$ | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | $x_4$ | -1 | 0 | 0 | [-1] | 1 | 0 | 2 |
| 2 | $x_1$ | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | $x_5$ | 3 | 0 | 0 | -2 | 0 | 1 | -4 |
| | | | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | -1 |
| 1 | $x_2$ | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | $x_4$ | 1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | -2 |
| 2 | $x_1$ | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | $x_5$ | 5 | 0 | 0 | 0 | -2 | 1 | -8 |
| | | | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | -1 |

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$
$= (2, 2, 0, 1, 5, 0)$
$\max z = 6$

$\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \quad -\frac{1}{2}$

分支定界法：




$x_1=\frac{11}{4}$ $x_2=\frac{9}{4}$ $Z=7.75$

对于 $x_1=\frac{11}{4}\approx 2.75$

取值 $x_1\le 2$ $x_1\ge 3$

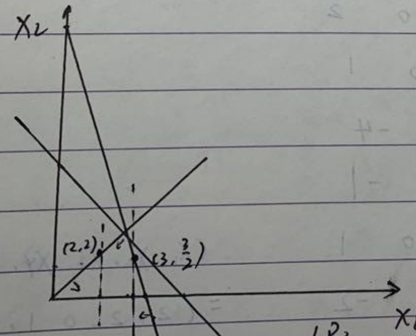
LP 划分为 $LP_1$、$LP_2$，取 $x_1\le 2$ $x_1\ge 3$

分支：

$$\max Z=2x_1+x_2 \qquad \max Z=2x_1+x_2$$

$$\text{s.t.}\ (LP_1)\begin{cases}x_1+x_2\le 5\\ -x_1+x_2\le 0\\ 6x_1+2x_2\le 21\\ x_1\le 2\end{cases} \qquad \text{s.t.}\ (LP_2)\begin{cases}x_1+x_2\le 5\\ -x_1+x_2\le 0\\ 6x_1+2x_2\le 21\\ x_1\ge 3\end{cases}$$

$x_1,x_2\ge 0$ 且为整数 $\qquad$ $x_1,x_2\ge 0$ 且为整数




$LP_1$ $\qquad$ $LP_2$

$x_1=2$ $x_2=2$ $Z_{(1)}=6$

找到整数解，此支停止。

$x_1=3$ $x_2=\frac{3}{2}$ $Z=7.5>Z_{(1)}$

∴原问题有比 6 更大的解，

故继续。

分支. $x_2 \le 1$ $x_2 \ge 2$

LP21. $x_1 = \frac{1}{6}$ $x_2 = 1$ $z = 7.3$ LP22 停.

~~停止~~.

分支. $x_1 \le 3$ $x_1 \ge 4$.

LP211 停. LP212 无可行解.

∴ 最优解为 $x_1 = 2$ $x_2 = 2$ $z = 6$.