实验二

姓名：李昀哲　学号：20123101

1 题目和数据：

题目： multiple_linear_regression

实验描述

实验 1：用线性回归找到最佳拟合直线
实验 2：局部加权线性回归找到最佳拟合直线
实验 3：使用 scikit-learn 实现线性回归算法

2 算法：

A.线性回归

线性回归方程的最小平方函数对一个或多个自变量和因变量之间关系进行建模的一种回归分析。这种函数是一个或多个称为回归系数的模型参数的线性组合。只有一个自变量的情况称为简单回归，大于一个自变量情况的叫做多元回归。

线性回归模型经常用最小二乘逼近来拟合，但他们也可能用别的方法来拟合，比如用最小化“拟合缺陷”在一些其他规范里（比如最小绝对误差回归），或者在桥回归中最小化最小二乘损失函数的惩罚.相反,最小二乘逼近可以用来拟合那些非线性的模型.因此,尽管“最小二乘法”和“线性模型”是紧密相连的，但他们是不能划等号的。

这里使用的方法正是**最小二乘法**:

一般来说，线性回归都可以通过最小二乘法求出其方程，可以计算出对于 y=bx+a 的直线。

一般地，影响 y 的因素往往不止一个，假设有 x1，x2，…，xk，k 个因素，通常可考虑如下的线性关系式:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

对 y 与 x1，x2，…，xk 同时作 n 次独立观察得 n 组观测值（xt1，xt2，…，xtk），t=1,2,…,n（n>k+1），它们满足关系式:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \cdots + \beta_k x_{tk} + \varepsilon_t$$

回归系数的计算如下所示:

回归系数的最小二乘估计（least square estimator of regression coefficient）简称 LS 估计。参数估计的一种方法。线性回归模型中，未知参数β的最小二乘估计为满足:

$$\min_{\beta} \|Y - X\beta\|^2$$

β是方程$(X^T X)\beta = X^T Y$的解。此方程称为正规方程。由于线性回归模型中，X 矩阵列满秩，故β可解除，记为$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y$。

B. 局部线性回归

线性回归的一个问题是有可能出现欠拟合现象，因为它求的是具有小均方误差的无偏估计。显而易见，如果模型欠拟合将不能取得好的预测效果。所以有些方法允许在估计中引入一 些偏差，从而降低预测的均方误差。

其中的一个方法是局部加权线性回归（Locally Weighted Linear Regression，LWLR）。在该方法中，我们给待预测点附近的每个点赋予一定的权重。与 kNN 一样，这种算法每次预测均需要事先选取出对应的数据子集。

C. scikit-learn 实现线性回归算法

sklearn.linear_model 模块提供了很多集成操作，线性回归、岭回归、贝叶斯回归等.

参数说明如下:

fit_intercept: 可选参数，布尔值，默认为 True。是否对数据进行中心化。如果该变量为 false，则表明数据已经进行了中心化，在下面的过程中不进行中心化处理，否则对输入数据进行中心化处理。

normalize: 可选参数，布尔值，默认为 False。是否对数据进行标准化处理。当 fit_intercept 设置为 false 时，该参数会被忽略。如果该变量为 true，则对数据进行标准化处理。需要在使用 normalize=False 的 estimator 调用 fit 之前使用 sklearn.preprocessing.StandardScaler。

copy_X:可选参数，布尔值，默认为 True。该值为 true，复制 X；否则，重写 X。

n_jobs:可选参数，整型，默认为 1。计算时设置的任务个数(number of jobs)。如果选择 -1 则代表使用所有的 CPU。这一参数的对于目标个数>1（n_targets>1）且足够大规模的问题有加速作用。

返回值：

coef_ :数组型变量，shape 为（n_feature）或者(n_targets,n_features)。线性回归问题中的回归系数。如果输入为多目标问题，即 fit 二维数据，则返回一个二维数组，shape 为（n_targets,n_features）；如果输入为单目标问题，返回一个一维数组。

intercept_：数组型变量。线性模型中的独立项。

方法：

decision_function(X) 对训练数据 X 进行预测

fit(X, y[, n_jobs]) 对训练集 X, y 进行训练。是对 scipy.linalg.lstsq 的封装

get_params([deep]) 得到该估计器(estimator)的参数。

predict(X) 使用训练得到的估计器对输入为 X 的集合进行预测（X 可以是测试集，也可以是需要预测的数据）。

score(X, y[,]sample_weight) 返回对于以 X 为 samples，以 y 为 target 的预测效果评分。

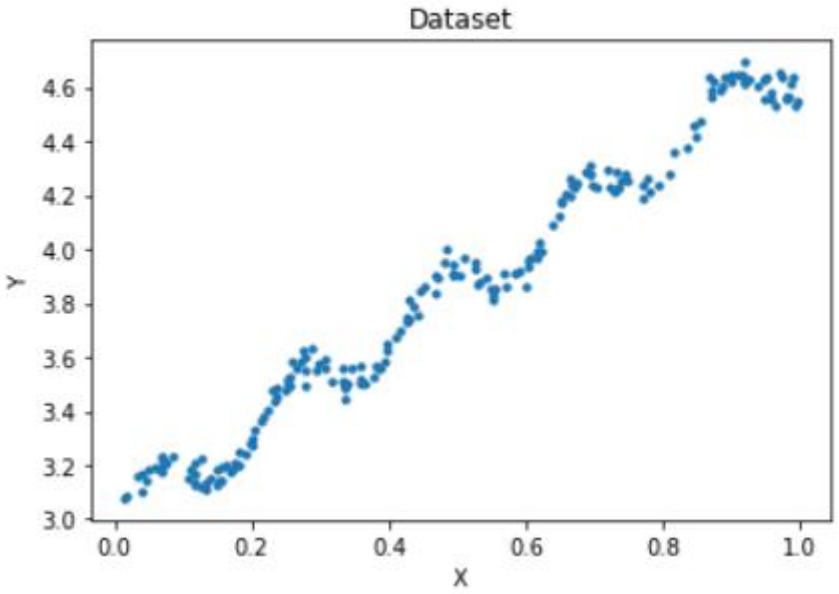
set_params(**params) 设置估计器的参数

3 代码及结果

数据读入及预处理

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def loadDataSet(filename):
    """
    函数说明:加载数据
    Parameters:
        fileName - 文件名
```

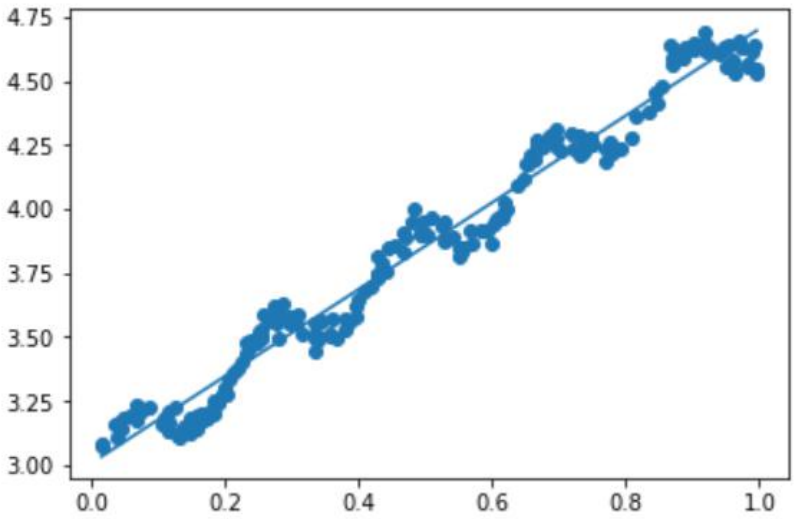
```
    Returns:
        xArr - x 数据集
        yArr - y 数据集
    '''
#     with open('./multiple_linear_regression/ex0.txt') as f:
#         dataset = f.read()

    xArr, yArr = [], []
    for line in open(filename):
        line = line.strip().split()

        # 这一步中加 float 非常重要！！！！
        xArr.append([1.0, float(line[1])])
        yArr.append(float(line[2]))
    return xArr, yArr

def plotDataSet():
    '''
    函数说明:绘制数据集
    Parameters:
        无
    Returns:
        无
    '''
    filename = './multiple_linear_regression/ex0.txt'
    xArr, yArr = loadDataSet(filename)
    X = np.array(xArr)
    Y = np.array(yArr)
    amount = np.shape(X)[0]
    print(amount)
    x, y = [],[]
    for i in range(amount):
        x.append(X[i, 1])
        y.append(Y[i])

    plt.scatter(x, y, s=10)
    plt.xlabel('X')
    plt.ylabel('Y')
    plt.title('Dataset')
    plt.show()

if __name__ == '__main__':
    xArr, yArr = loadDataSet('./multiple_linear_regression/ex0.txt')
    plotDataSet()
```



最小二乘法拟合曲线

```
from numpy import *
import matplotlib.pyplot as plt

def standRegres(xArr,yArr):
    """
    计算最佳拟合直线
    parameters:
        xArr -给定的输入值
        yArr -给定的输出值
    return:
        ws -回归系数
    """
    xMat=mat(xArr)#转化为矩阵
    yMat=mat(yArr).T#求转置
    xTx=xMat.T*xMat
    #判断是否行列式为 0
    if linalg.det(xTx) == 0.0:
        print("This matrix is singular")
        return
    #行列式不为 0，可逆，根据公式计算回归系数
    ws=xTx.I*(xMat.T*yMat)
    return ws


def showLinerRegre():
    """
    绘制最佳拟合直线
    parameters:
```

```
            null
        return:
            null
        """
        xArr ,yArr = loadDataSet('multiple_linear_regression/ex0.txt') #加载数据集
        ws = standRegres(xArr,yArr)                #得到回归系数
        xMat=mat(xArr)
        yMat=mat(yArr)
        yHat=xMat*ws
        plt.scatter(xMat[:,1].flatten().A[0],yMat.T[:,0].flatten().A[0])
        xCopy=xMat.copy()
        xCopy.sort(0)
        yHat=xCopy*ws
        plt.plot(xCopy[:,1],yHat)
        plt.show()
#         ...
#         plt.show()

if __name__ =='__main__':
        showLinerRegre()
```



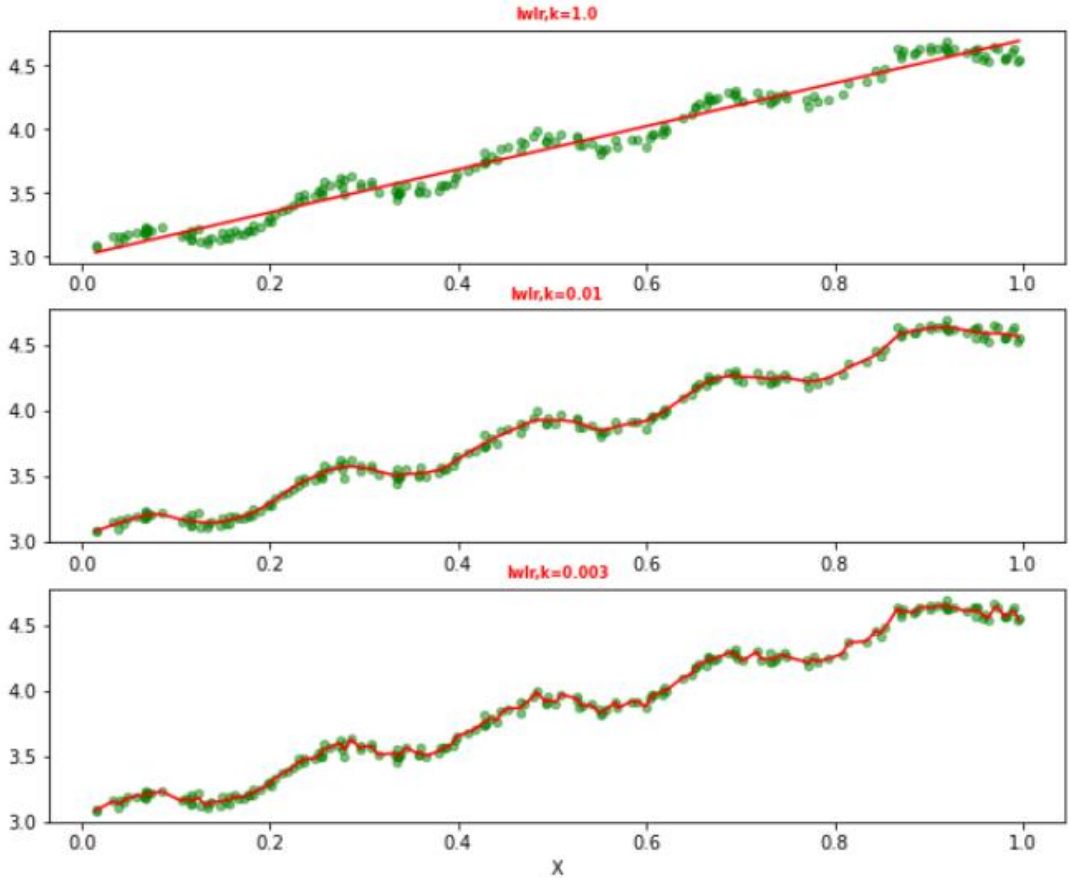
局部线性回归

```
def lwlr(testPoint, xArr, yArr, k=1.0):
        """
        计算回归系数
        parameters:
            testPoint -待预测数据
            xArr -给定输入值
```

```
        yArr -给定输出值
        k -高斯核的 k 值，决定对附近的点赋予多大的权重
    return:
        testPoint * ws -回归系数的估计值
    """
    #转为矩阵形式
    xMat = mat(xArr); yMat = mat(yArr).T
    #样本个数
    m = shape(xMat)[0]
    weights = mat(eye((m)))   #创建 m*m 的单位矩阵，作为初始化对角权重矩阵
    for j in range(m):                                      #遍历数据集计算每个样本的权重
        #计算预测点与该样本的偏差
        diffMat =testPoint-xMat[j, :]
        #根据偏差利用函数赋予该样本相应的权重
        weights[j, j] = exp(diffMat * diffMat.T/(-2.0 * k**2))
    #将权重矩阵应用到公式中
    xTx = xMat.T * (weights * xMat)                          #m*m 矩阵
    #计算行列式值是否为 0，即确定是否可逆
    if linalg.det(xTx) == 0.0:
        return
    ws = xTx.I * (xMat.T * (weights * yMat))                 #计算回归系数，m*1 矩阵
    #返回测试点的预测值
    return testPoint*ws


def lwlrTest(testArr, xArr, yArr,k=1.0):
    """
    测试函数
    parameters:
        testArr -测试数据集
        xArr -给定输入值
        yArr -给定输出值
        k -高斯核的 k 值
    return:
        yHat -预测值
    """
    m=np.shape(testArr)[0]
    yHat=np.zeros(m)#用于存储预测结果
    for i in range(m):
        yHat[i]=lwlr(testArr[i],xArr,yArr,k)
    return yHat


def plotlwlrRegression():
```

```
    """
    绘制多条局部加权回归曲线
    parameters:
            无
    returns:
            无
     """
    xArr, yArr = loadDataSet('multiple_linear_regression/ex0.txt')
#加载数据集
    yHat_1 = lwlrTest(xArr, xArr, yArr, 1.0)                    #根据局部加权
线性回归计算 yHat
    yHat_2 = lwlrTest(xArr, xArr, yArr, 0.01)                   #根据局部加权
线性回归计算 yHat
    yHat_3 = lwlrTest(xArr, xArr, yArr, 0.003)                  #根据局部加
权线性回归计算 yHat
    xMat = mat(xArr)                                            #创建
xMat 矩阵
    yMat = mat(yArr)                                            #创建
yMat 矩阵
    srtInd = xMat[:, 1].argsort(0)                              #排序，返回
索引值
    xSort = xMat[srtInd][:,0,:]
    fig, axs = plt.subplots(nrows=3, ncols=1,sharex=False, sharey=False, figsize=(10,8))
    axs[0].plot(xSort[:, 1], yHat_1[srtInd], c = 'red')         #绘制回归曲
线
    axs[1].plot(xSort[:, 1], yHat_2[srtInd], c = 'red')         #绘制回归曲
线
    axs[2].plot(xSort[:, 1], yHat_3[srtInd], c = 'red')         #绘制回归曲
线
    axs[0].scatter(xMat[:,1].flatten().A[0], yMat.flatten().A[0], s = 20, c = 'green', alpha = .5)
#绘制样本点
    axs[1].scatter(xMat[:,1].flatten().A[0], yMat.flatten().A[0], s = 20, c = 'green', alpha = .5)
#绘制样本点
    axs[2].scatter(xMat[:,1].flatten().A[0], yMat.flatten().A[0], s = 20, c = 'green', alpha = .5)
#绘制样本点
    #设置标题,x 轴 label,y 轴 label
    axs0_title_text = axs[0].set_title(u'lwlr,k=1.0')
    axs1_title_text = axs[1].set_title(u'lwlr,k=0.01')
    axs2_title_text = axs[2].set_title(u'lwlr,k=0.003')
    plt.setp(axs0_title_text, size=8, weight='bold', color='red')
    plt.setp(axs1_title_text, size=8, weight='bold', color='red')
    plt.setp(axs2_title_text, size=8, weight='bold', color='red')
    plt.xlabel('X')
    plt.show()
```

```
if __name__ == '__main__':
    plotlwlrRegression()
```



Scikit-learn 包算法调用

```
#!/usr/bin/env python
#-*- coding:utf-8 -*-
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy import *
from sklearn import datasets, linear_model
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score


def loadDataSet(fileName):
    numFeat=len(open(fileName).readline().split('\t'))-1
    with open(fileName) as fr:
        #~ numFeat=len(fr.readline().split('\t'))-1
        dataMat=[];labelMat=[]
        for line in fr.readlines():
            lineArr=[]
            curLine=line.strip().split('\t')
            for i in range(numFeat):
```

```
                    lineArr.append(float(curLine[i]))
                dataMat.append(lineArr)
                labelMat.append(float(curLine[-1]))
            return dataMat,labelMat
    return dataMat,labelMat

if __name__ =='__main__':
    dataX, dataY =loadDataSet('multiple_linear_regression/ex0.txt')
    matX=mat(dataX);matY=mat(dataY).T #将数据保存到矩阵中
    regr = LinearRegression()   #生成线性回归模型
    regr.fit(matX,matY)#对训练集 X, y 进行训练。
    #填充训练数据  matX(n_samples,n_features);matY(n_samples,n_targets)

    xCopy = matX.copy()
    xCopy.sort(0)
    predictY = regr.predict(xCopy) #得到模型预测值  predict 使用训练得到的估计器对输入为 X 的集合进行预测

    plt.scatter(matX[:,1].flatten().A[0],matY[:,0].flatten().A[0],s=20,color='green',alpha=.5)  # 绘制散点图
    plt.plot(xCopy[:,1],predictY,color='red',linewidth=1) #绘制最佳拟合直线

    plt.xticks(())
    plt.yticks(())

    plt.show()
```