

# **Stark Effect**

**PPT制作：全员参与，但进行了分组。**

**历史与引入：冯定龙，高知远**

**理论的解释：李梓演，樊悦枫，郭孟博**

**实践与应用：付博文，韩增**

**Dec. 2020**





# 目录

- 1.历史的引入
- 2.理论的解释
- 3.实践的应用
- 4.参考文献



# 01

Part One

## 历史与引入

塞曼效应

斯塔克效应



1896



1913

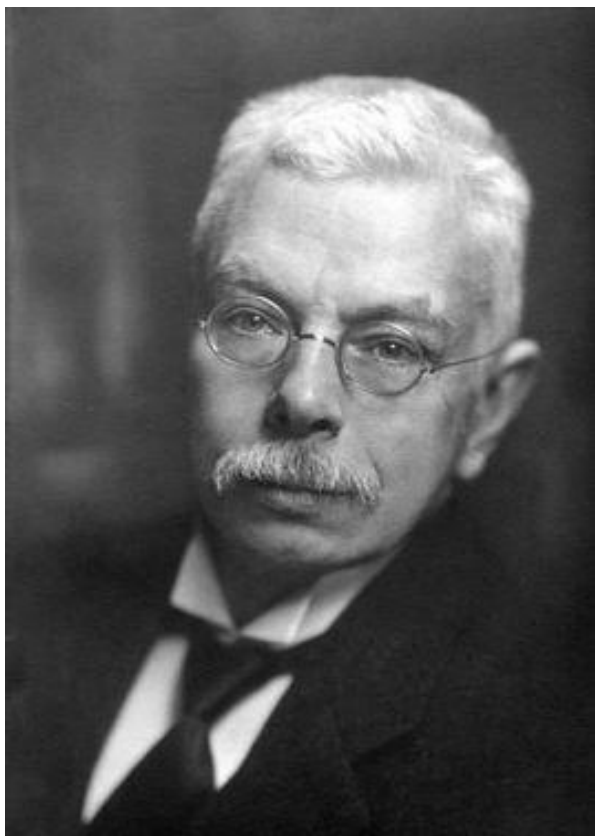


福格特的研究



武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

## Zeeman effect



荷兰物理学家塞曼在1896年发现把产生光谱的光源置于足够强的磁场中，磁场作用于发光体使光谱发生变化，一条谱线即会分裂成几条偏振化的谱线，这种现象称为塞曼效应。





武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

# Voigt的探索

德国的福格特(W.W.Voigt)试图从束缚电子发射光谱的理论推导电场对光谱的作用。

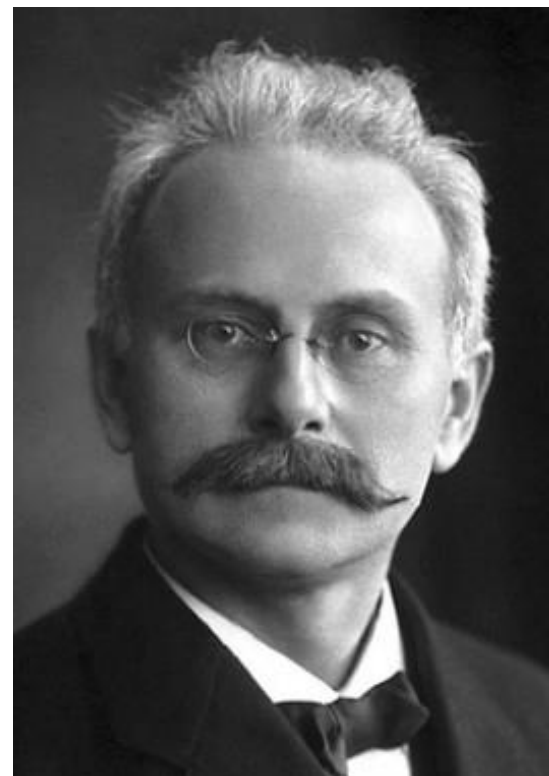
计算结果表明, 即使加 $300\text{V/cm}$ 的静电场, 光谱线的分裂也只有钠黄光的D双线间隔的 $5 \times 10^{-5}$ 。这一效应太小了, 实在难以观察。于是福格特认为, 这就解释了为什么以前没有人发现与塞曼效应对应的电现象。多年来, 他的解释妨碍了人们研究这一效应的积极性。



武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

# Stark effect

斯塔克效应（英语：Stark effect）是原子和分子光谱谱线在外加电场中发生位移和分裂的现象。分裂和位移量称为斯塔克分裂或斯塔克位移。斯塔克效应又可分为一阶和二阶斯塔克效应。一阶的情况下光谱分裂或位移是与电场强度呈线性关系，二阶则是和电场强度呈二次方关系。





武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

## Stark effect

斯塔克研究了含有氢气的管子中极隧射线通过强电场的情况。1913年他在研究过程中观察到氢谱线加宽了。他立即联想到十几年前塞曼(P.Zeeman)的发现。这会不会是与塞曼效应对应的一种电学现象？。在他看来，光谱的发射是由于价电子的跃迁，电场一定会改变原子内部电荷的分布，从而影响发射频率。。他在极隧射线管子中的阴极和另一辅助电极之间加上强电场，强度达到 $31\text{kV/cm}$ 。然后沿平行于或垂直于电场的方向用光谱仪进行观测。

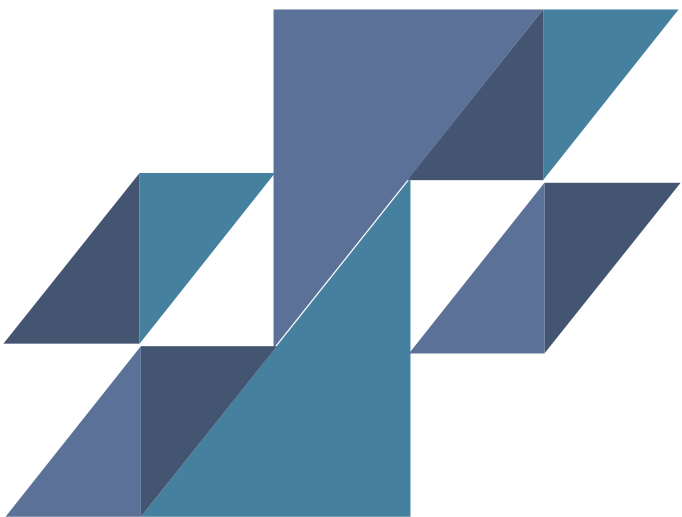




武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

## Stark effect

氢的极隧射线穿过电场，果然观测到了加宽。经过仔细调整，他终于获得了谱线分裂的证据，并且证明随着谱线序号的增大，分裂的数目也随之增多。他还发现，沿电力线成直角的方向观察，所有的分量都是平面偏振光，外面的两根较强，其电矢量与电场平行；中间的几根较弱，其电矢量与电场垂直。他的观测非常精细，得出了如下的结论：各分量到中心线的距离是最小位移的整数倍，而最小位移对所有谱线均相同；位移与电场强度直接成正比



# 02

Part Two

## 理论的解释



武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

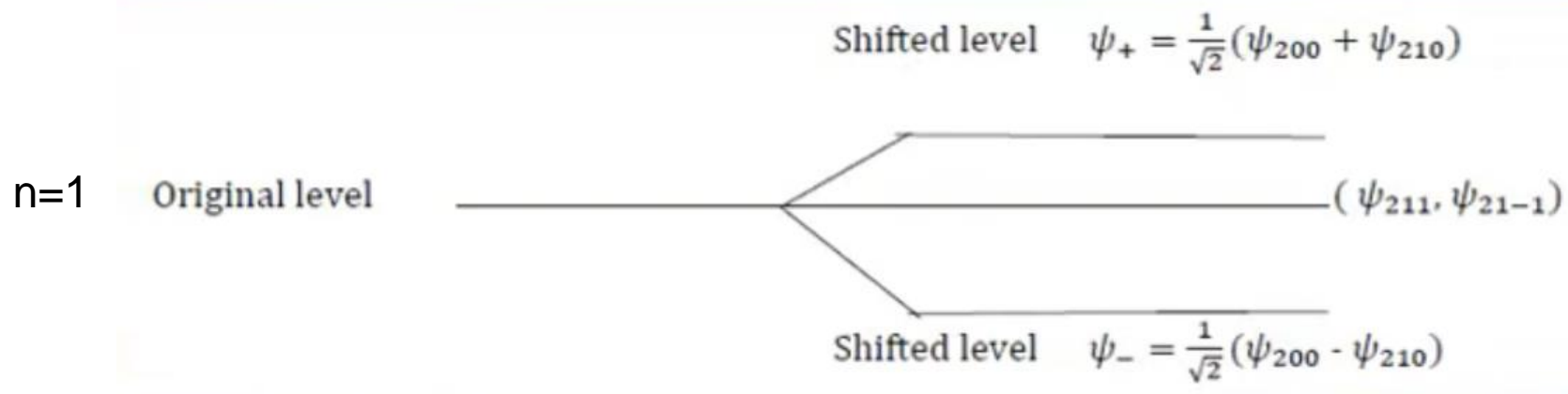
# 理论板块

- (Stark effect)



## 实例. 氢原子的莱曼线系下的第一条谱线的分裂

### Stark Effect



$n=1, l=0,1$   
 $m_l = 0; -1,0,1$   
四重简并态 (能量同  
但量子数不同)



简并态的减少, 其  
中两个保持不变,  
两个能级分裂。

疑问: 电场如何造成这种分裂?



## 波函数：永远滴神！

无电场

➤  $\widehat{H}_0 = \frac{\widehat{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{r}$  I (1)

➤ The eigenfunction of this Hamiltonian is given by

➤  $\psi_{nlm}(r) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$  (2)

➤ Where  $R_{nl}(r)$  is the radial wavefunction and  $Y_{lm}(\theta, \phi)$  is the spherical harmonic.

电场  
对应的  
波函数

➤ When external electric field  $\vec{E}$  is applied along the Z-axis, a dipole moment is induced and is given by

➤  $\vec{d} = -e\vec{r}$  I (3)

➤ The interaction between the atom and the field generates a perturbation Hamiltonian  $\widehat{H}_p$  such that

➤  $\widehat{H}_p = -\vec{d} \cdot \vec{E}$

➤  $\widehat{H}_p = e\vec{E} \cdot \vec{r}$

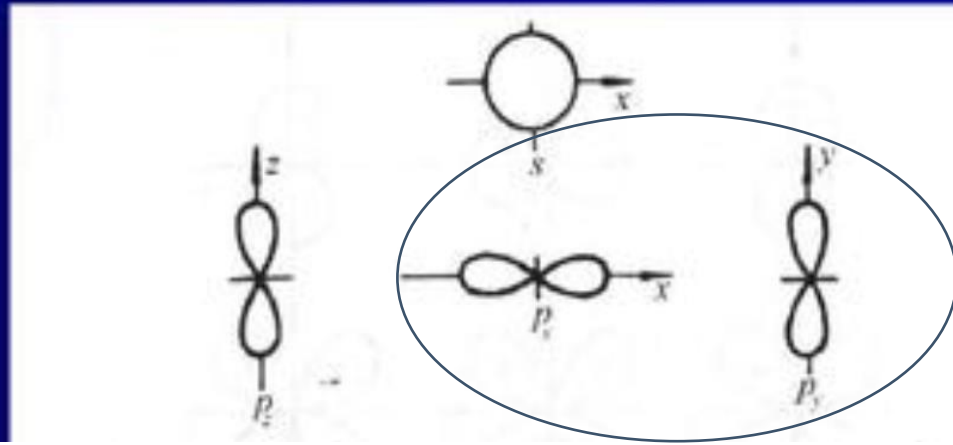
➤  $\widehat{H}_p = eE\hat{k} \cdot (\hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z) = eE\hat{z}$  (4)



所以，我们只需要考虑外加电场对应的波函数对于能级能量的影响

## 电子云角度分布图

$$Y^2_{l,m}(\theta, \varphi)$$



$\hat{H}_p = eE\hat{z}$  可视为  $z$  轴方向上的一种作用（电场方向沿  $z$  轴）。

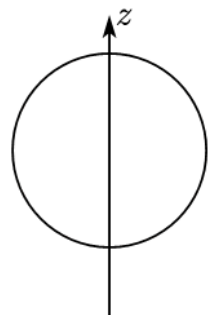
对于上图中沿  $x$ ,  $y$  方向的两种简并态，电偶极矩与电场方向垂直，无相互作用使能级保持不变。

对于剩下的沿  $z$  方向的两种简并态，电偶极矩与电场方向垂直，存在相互作用，具体分析如下：



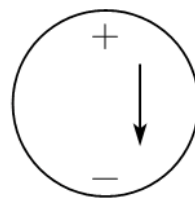
同向

$n=2, l=0$



$E_z$ 作用下极化

$E_z$



$\vec{P}_1$

$n=2, l=1$



$E_z$ 作用下极化

$E_z$



$\vec{P}_2$

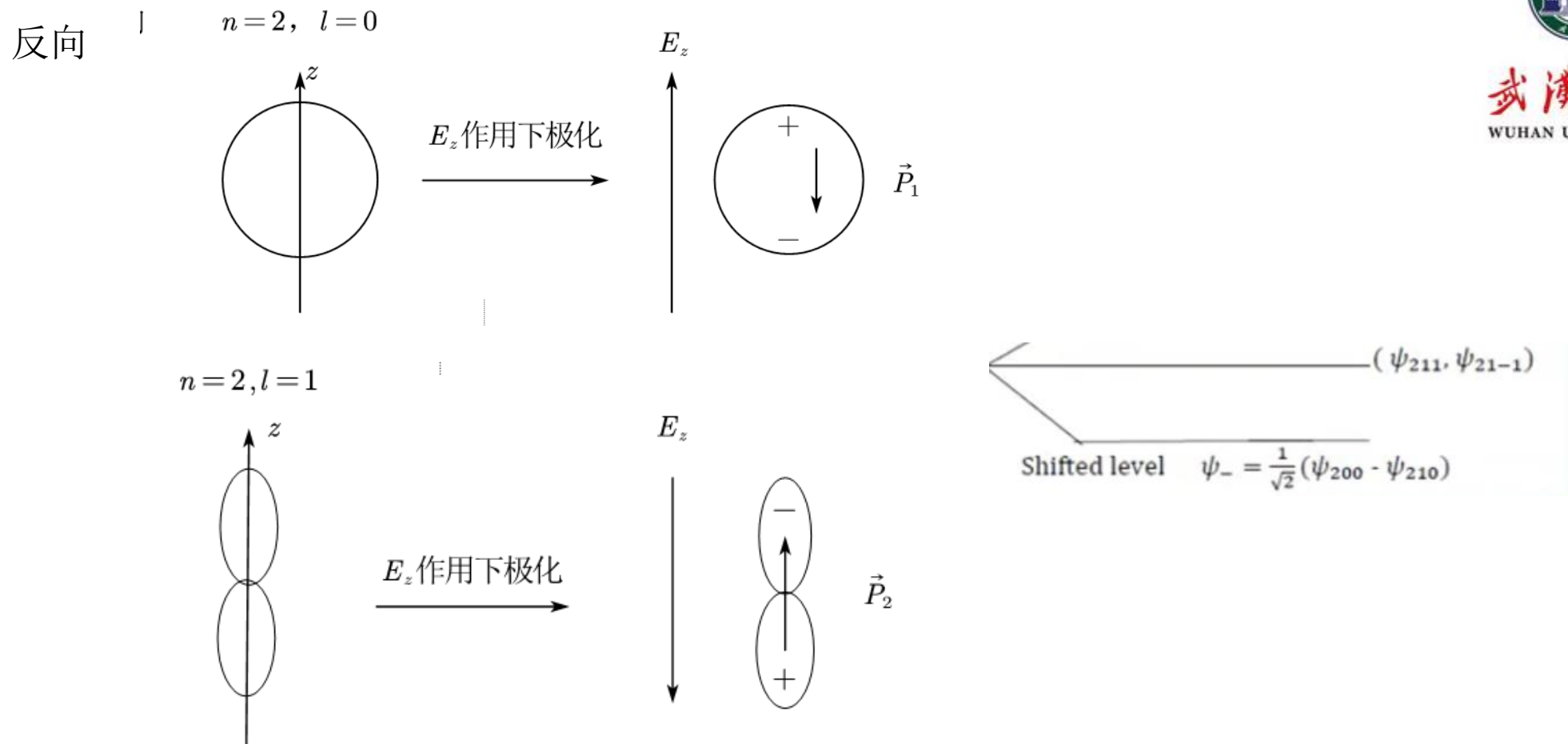
Shifted level  $\psi_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{200} + \psi_{210})$



极矩加强，正负电荷中心偏离更大，能量增加



武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

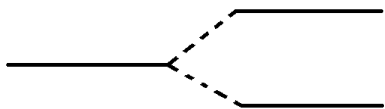


极矩减弱，正负电荷中心偏离更小，能量降低





## \*全量子力学方法求解：氢原子 $n=2$ 能级的斯塔克效应

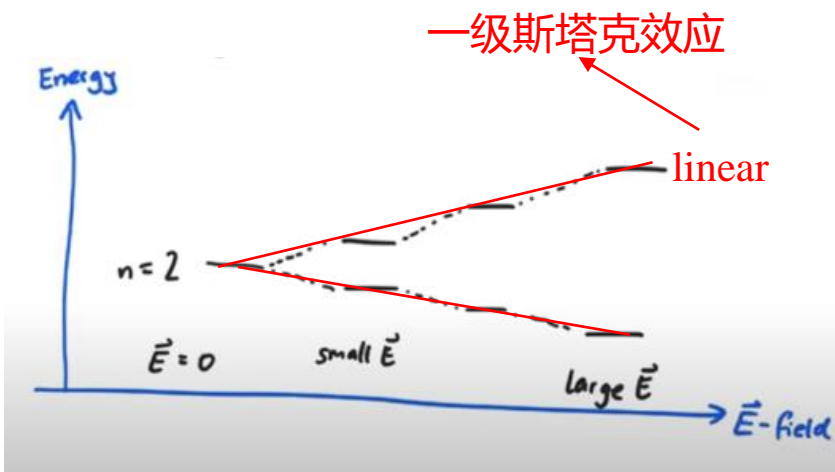


简并态：若体系的一个力学量（通常指其哈密顿量）有两个或两个以上线性无关的本征函数对应于同一本征值，则称此体系的量子态为简并态。

氢原子能级： $E_n = -13.6 \frac{1}{n^2}$ ，只与 $n$ 有关

氢原子光谱在电场作用下分裂——斯塔克效应  
(类比于塞曼效应——光谱在磁场作用下分裂)

若氢原子能级裂距正比于外电场，称为一级斯塔克效应。  
一级斯塔克效应能级 $n$ 分裂数为 $2n-1$ 。





## 氢原子n=2能级的斯塔克效应

氢原子在外电场中的哈密顿量（不计电子自旋和相对论效应）： $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$

其中： $\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu_B} \nabla^2 - \frac{e^2}{r}$   $\hat{H}' = e\vec{\varepsilon} \cdot \vec{r} = e\varepsilon r \cos \theta$  分别表示无外电场和有外电场时的哈密顿量

n=2时，本征值： $E_2^{(0)} = -\frac{e^2}{8a_0}$  其中： $a_0 = \frac{\hbar^2}{\mu_B e^2}$  是第一玻尔轨道半径

$\mu_B$  为玻尔磁子

$\vec{\varepsilon}$  为外电场电场强度并设其沿Z轴均匀分布

$\theta$  为矢径r与 $\varepsilon$ 的夹角

简并性： $n = 2; l = 0; m = 0;$

$l = 1; m = 1, 0, -1;$

若无外电场，则是简并的。简并度为  $n^2 = 2^2 = 4$ .

波函数： $\phi_1 = \psi_{200} = R_{20}(r)Y_{00}(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}},$

$$\phi_2 = \psi_{210} = R_{21}(r)Y_{10}(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}} \cos \theta,$$

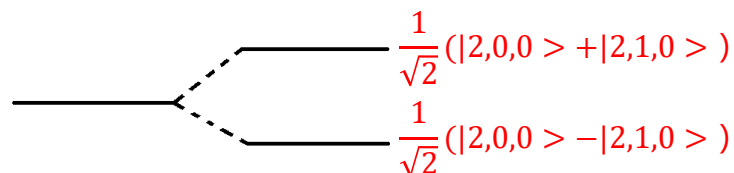
$$\phi_3 = \psi_{211} = R_{21}(r)Y_{11}(\theta, \varphi) = \frac{-1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}} \sin \theta e^{i\varphi},$$

$$\phi_4 = \psi_{21-1} = R_{21}(r)Y_{1-1}(\theta, \varphi) = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}} \sin \theta e^{-i\varphi}$$



# 氢原子n=2能级的斯塔克效应

解的过程：微扰理论



要计算能量的一级修正需解久期方程，为此要先求出不为零的微扰矩阵元，由球谐函数的奇偶性，可以得出不为零的矩阵元为<sup>[6]</sup>：

$$H'_{12} = H'_{21} = -3e\epsilon a_0$$

设零级近似波函数为： $\psi_2^{(0)} = \sum_{i=1}^4 c_i^{(0)} \phi_i$ ，

以  $c_i^{(0)}$  为未知量的一次齐次方程组为：

$$\sum_{i=1}^4 (\hat{H}'_{ii} - E_2^{(0)} \delta_{ii}) c_i^{(0)} = 0 \quad (3)$$

(3)式有非零解的条件是

$\det |H'_{ii} - E_2^{(0)} \delta_{ii}| = 0$ ，即：

$$\begin{vmatrix} -E_2^{(0)} & -3e\epsilon a_0 & 0 & 0 \\ -3e\epsilon a_0 & -E_2^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E_2^{(0)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -E_2^{(0)} \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

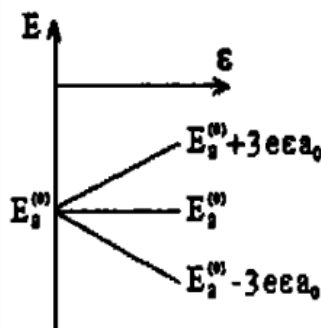
由(4)式解得：

$$E_{21}^{(1)} = 3e\epsilon a_0, E_{22}^{(1)} = -3e\epsilon a_0, E_{23}^{(1)} = E_{24}^{(1)} = 0. \quad (5)$$

由此可见，在一级修正下，原来4度简并的能级分裂为3个能级，简并被部分消除。

由(3)式可以求得属于这些能级的零级近似波函数，将  $H'_{12} = H'_{21} = -3e\epsilon a_0$  代入(3)式中得：

$$\begin{pmatrix} -E_2^{(0)} & -3e\epsilon a_0 & 0 & 0 \\ -3e\epsilon a_0 & -E_2^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E_2^{(0)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -E_2^{(0)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1^{(0)} \\ c_2^{(0)} \\ c_3^{(0)} \\ c_4^{(0)} \end{pmatrix} = 0 \quad (6)$$



即：

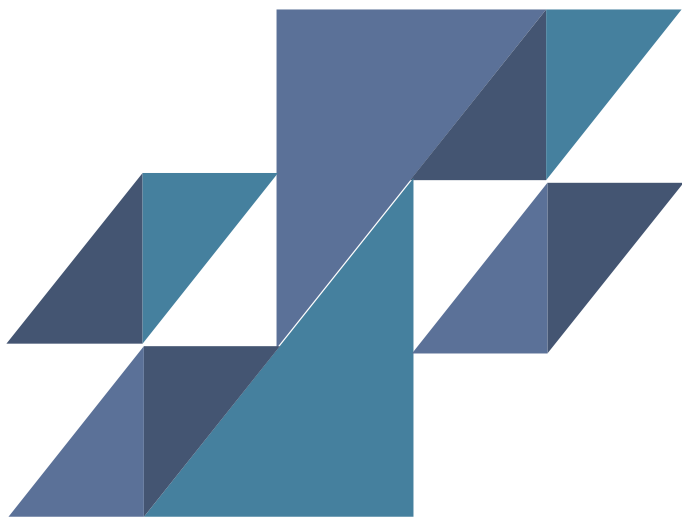
$$\begin{cases} -E_2^{(0)} c_1^{(0)} - 3e\epsilon a_0 c_2^{(0)} = 0, \\ -3e\epsilon a_0 c_1^{(0)} - E_2^{(0)} c_2^{(0)} = 0, \\ -E_2^{(0)} c_3^{(0)} = 0, \\ -E_2^{(0)} c_4^{(0)} = 0. \end{cases}$$

$$\psi_{21}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{200} - \psi_{210}),$$

$$\psi_{22}^{(0)} = \psi_{211},$$

$$\psi_{23}^{(0)} = \psi_{21-1},$$

$$\psi_{24}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{200} + \psi_{210}).$$



# 03

Part Three

## 实践与应用



武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

太阳耀斑爆发时，日冕中磁自由能通过磁重联在短时间内转换成其他形式的能量，并伴随等离子体的加速和加热，以及带电粒子的加速。在这些过程中，宏观电场的出现起到关键的作用。

在观测上，宏观电场的测量分为直接和间接测量两种。直接观测即是利用斯塔克效应判断太阳电场造成的偏振光信号，然后再反演成电场。到目前为止，直接测量电场能达到的灵敏度约为 $2 \text{ V / cm}$ 。

太阳耀斑是太阳色球层某些区域突然增亮的现象，是最剧烈的太阳活动。





武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

除了氢原子和类氢离子一次斯塔克效应以外，所有的原子和离子在电场的作用下表现的都是二次斯塔克效应，并且在相同电场作用下(小于 $10^3 \text{V/cm}$ )，氢原子和类氢离子一次斯塔克效应至少要比其他原子的二次斯塔克效应强100倍。对于氢原子谱线，上下能级量子数是 $n$ 和 $n'$ 。在电场中分裂子线裂距约为 $\Delta\lambda = \lambda^2 n^2 E$ ，这里 $\lambda$ 是波长(单位 $\text{cm}$ )，电场单位是 $\text{V/cm}$ ， $n$ 为上能级的量子数。由这个公式可知，斯塔克裂距与波长的平方成正比，和量子数的平方也成正比。通常氢原子高量子数 ( $n \geq 15$ )的帕邢线系斯塔克效应比对应的巴尔末线系强5倍还多。在观测中，常常使用 $n \geq 18$ ，波长在约 $8500 \text{ \AA}$ 的帕邢线系，和量子数 $n \geq 18$ ，波长约在 $3700 \text{ \AA}$ 的巴尔末线系。

电像仪利用此原理可测得太阳宏观电场。

# 利用斯塔克效应确定激光频率

- 斯塔克盒：盒内充有 $\text{NH}_2\text{D}$ 气体，在外电场作用下，氘代氨气体发生线性斯塔克效应。当外电场强度达到一定值时，氘代氨分子第一激发态与基态的一个能级间的跃迁对 $\text{CO}_2$ 激光发生共振吸收。
- 一束初始光强为 $I_0(\nu)$ 的激光通过长度为 $L$ 的斯塔克盒吸收后 $I(\nu) = I_0(\nu)e^{[-\alpha(\nu)L]}$
- 外电场为一直流电场迭加一交流电场。

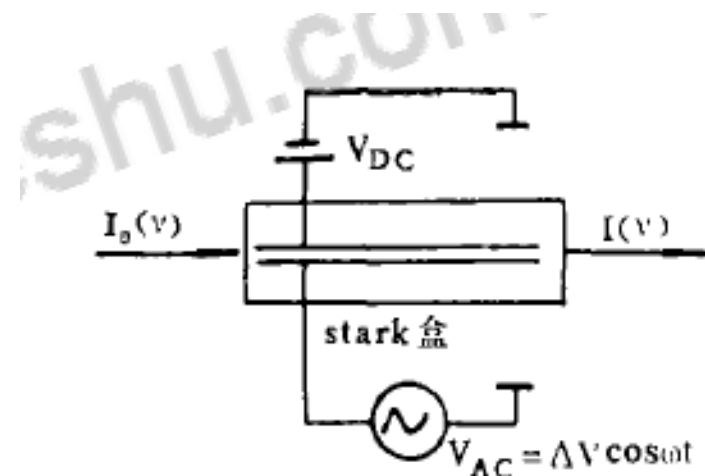


图 1 斯塔克盒接线电路





$$\alpha(\nu) = S \frac{2}{\Delta\nu_D} \left( \frac{\ln 2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left[ - \frac{4 \ln 2 (\nu - \nu_0')^2}{\Delta^2 \nu_D} \right] \quad (2)$$

式中  $S$  是吸收强度， $\Delta\nu_D$  是吸收物质分子的多普勒线型宽度， $\nu_0'$  是吸收物质分子的中心频率，式中的  $I_0(\nu)$  与激光输出线宽有关。但由于激光输出线宽极窄，因此，在频域上，它可以用  $\delta$  函数表示为：

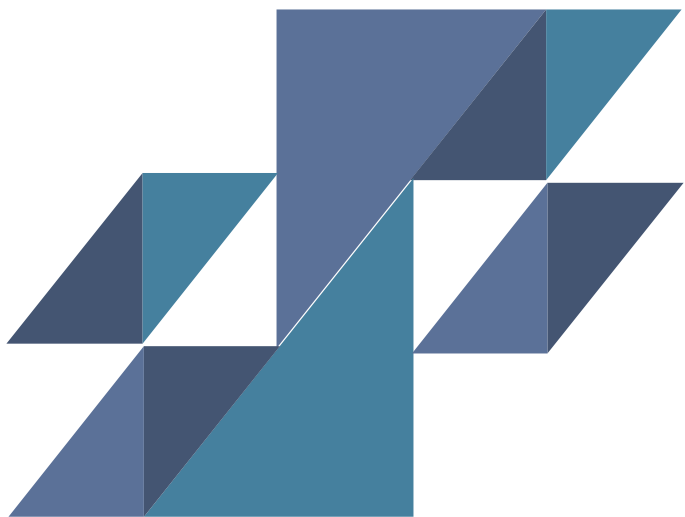
$$I_0(\nu) = I_0(0) \delta [\nu - \nu(t)] \quad (3)$$

利用线性斯塔克效应，假定  $\Delta V'$  对应的吸收物质频偏为  $\Delta\nu'$ ，则加电场后，吸收物质的中心频率  $\nu_0'$  可以表示为：

$$\nu_0' = \nu_0 - \Delta\nu' \cos\omega t \quad (6)$$



**检测到的 $I$ 为以 $2w$ 为周期的周期函数，可通过检测到的函数求得原来频率**



# 04

Part  
Four

## 参考文献

# 参考文献

【1】彭升阳, 胡渝, 冯志超, 《利用斯塔克效应的CO<sub>2</sub>激光稳频系统中的鉴频信号分析》, 《光学工程》1989年第1期

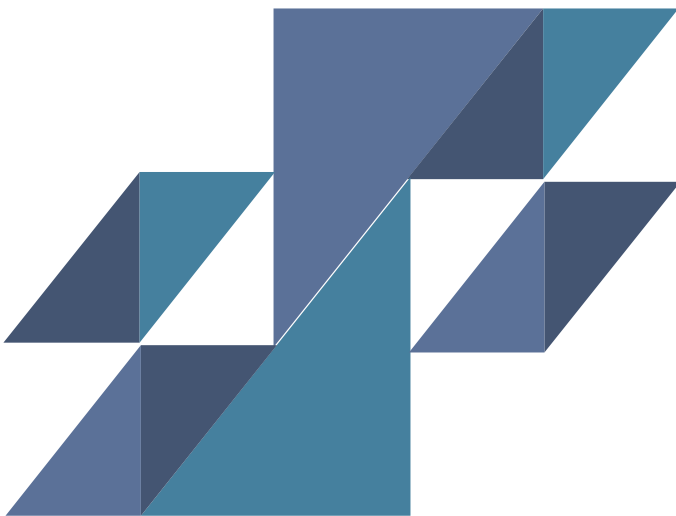
【2】苏江涛, 邓元勇, 王晓帆, 侯俊峰, 王东光, 《太阳宏观电场测量进展》, 《天文学进展》, 2011年第1期

【3】邓永菊. 氢原子的一级斯塔克效应的能级分裂和简并度[J]. 大学物理, 2015, 34(10):9-11.

【4】许新胜, 张先燧, 涂兴华. 氢原子低能级的Stark效应[J]. 安徽师范大学学报(自然科学版), 2001, 24(1):21-26.

【5】王燕锋. 氢原子 $n=2$ 能级的二级斯塔克效应[J]. 山西大同大学学报(自然科学版), 2016, 32(6):33-35.

【6】曾谨言. 量子力学[M]. 第四版卷II. 北京: 科学出版社, 2007:284-286.





武汉大学  
WUHAN UNIVERSITY

# 谢谢观看

---

