



**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**  
**WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI,**  
**INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ**

KATEDRA AUTOMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ

Praca dyplomowa magisterska

*Dwuczęściowa aplikacja sterowania czaso optymalnego w systemie  
zbiorników*

*A two-part application of time-optimal control in a system of tanks*

Autor:	<i>Łukasz Dudek</i>
Kierunek studiów:	<i>Automatyka i Robotyka</i>
Opiekun pracy:	<i>dr hab. inż. Adam Piłat</i>

Kraków, 2017

*Uprzedzony o odpowiedzialności karnej na podstawie art. 115 ust. 1 i 2 ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (t.j. Dz.U. z 2006 r. Nr 90, poz. 631 z późn. zm.): „Kto przywłaszcza sobie autorstwo albo wprowadza w błąd co do autorstwa całości lub części cudzego utworu albo artystycznego wykonania, podlega grzywnie, karze ograniczenia wolności albo pozbawienia wolności do lat 3. Tej samej karze podlega, kto rozpowszechnia bez podania nazwiska lub pseudonimu twórcy cudzy utwór w wersji oryginalnej albo w postaci opracowania, artystycznego wykonania albo publicznie zniekształca taki utwór, artystyczne wykonanie, fonogram, wideogram lub nadanie.”, a także uprzedzony o odpowiedzialności dyscyplinarnej na podstawie art. 211 ust. 1 ustawy z dnia 27 lipca 2005 r. Prawo o szkolnictwie wyższym (t.j. Dz. U. z 2012 r. poz. 572, z późn. zm.): „Za naruszenie przepisów obowiązujących w uczelni oraz za czyny uchybiające godności studenta student ponosi odpowiedzialność dyscyplinarną przed komisją dyscyplinarną albo przed sądem koleżeńskim samorządu studenckiego, zwanym dalej «sądem koleżeńskim».”, oświadczam, że niniejszą pracę dyplomową wykonałem(-am) osobiście i samodzielnie i że nie korzystałem(-am) ze źródeł innych niż wymienione w pracy.*

*Serdecznie dziękuję mojemu promotorowi, dr hab.  
inż. Adamowi Piłatowi za cierpliwość.*



## Spis treści

<b>Wstęp.....</b>	<b>7</b>
<b>1. Matematyczny opis zagadnienia .....</b>	<b>9</b>
1.1. Wprowadzenie z zakresu dynamiki płynów .....	9
1.1.1. Równanie Bernoulliego i prawo Torricellego .....	9
1.1.2. Przepływ laminarny i nielaminarny .....	10
1.2. Model matematyczny zestawu zbiorników .....	10
1.3. Regulacja czasooptymalna .....	11
1.3.1. Ogólna definicja zagadnienia .....	11
1.3.2. Wyznaczanie sterowania czasooptymalnego.....	11
1.3.3. Nieliniowość układu a sterowanie czasooptymalne .....	11
1.3.4. Numeryczne metody wyznaczania sterowania czasooptymalnego.....	11
1.4. Regulacja liniowo - kwadratowa .....	11
1.4.1. Ogólna definicja zagadnienia .....	11
1.4.2. Linearyzacja modelu .....	11
1.4.3. Wyznaczanie regulatora liniowo - kwadratowego .....	11
1.4.4. Dobór wag w zagadnieniu liniowo - kwadratowym .....	11
<b>2. Architektura zaproponowanego rozwiązania.....</b>	<b>13</b>
2.1. Podział zadań między elementami oprogramowania .....	13
2.2. Część obliczeniowa („wyższego poziomu”) .....	13
2.2.1. Wybór pakietu do optymalizacji dynamicznej.....	13
2.2.2. Opis pakietu Modelica .....	13
2.2.3. Opis systemu Tango Controls .....	13
2.2.4. Architektura klasy urządzeń systemu Tango.....	13
2.2.5. Środowisko testowe części obliczeniowej .....	13
2.3. Część realizująca sterowanie („niższego poziomu”).....	13
2.3.1. Pakiet Simulink jako narzędzie realizujące sterowanie .....	13
2.3.2. Komunikacja z urządzeniem wykonawczym i czujnikami .....	13

2.4. Komunikacja między elementami oprogramowania .....	13
<b>3. Badania symulacyjne .....</b>	<b>15</b>
3.1. Optymalizacja przy użyciu pakietu JModelica.org .....	15
3.1.1. Inicjalizacja optymalizacji dynamicznej .....	15
3.1.2. Dokładność wyznaczania rozwiązania .....	15
3.2. Symulacja i weryfikacja .....	15
3.2.1. Przy użyciu pakietu JModelica.org .....	15
3.2.2. Przy użyciu oprogramowania MATLAB/Simulink .....	15
<b>4. Badania eksperymentalne .....</b>	<b>17</b>
4.1. Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacyjnymi .....	17
4.1.1. Ocena jakości rozwiązania .....	17
4.2. Badanie wpływu zakłóceń na sterowanie .....	17
4.2.1. Wpływ czasu dyskretyzacji .....	17
4.2.2. Wpływ zakłóceń w ruchu sieciowym .....	17
4.3. Możliwe kierunki dalszego rozwiązania zaproponowanego rozwiązania .....	17
<b>Zakończenie .....</b>	<b>19</b>
<b>List of Figures .....</b>	<b>20</b>

**Wstep**

Wstęp!





# 1. Matematyczny opis zagadnienia

Rozważany układ składa się z trzech zbiorników połączonych szeregowo, czy też kaskadowo. W związku z tym płyn, którym jest napełniony pierwszy zbiornik - woda - przepływa przez otwór o zadanym oporze wypływu do drugiego zbiornika. Stamtąd znowu wypływa do przez otwór o zadanym oporze do trzeciego zbiornika, skąd przez kolejny taki otwór wypływa do zewnętrznego naczynia. Stamtąd woda jest pompowana z powrotem do pierwszego zbiornika. Całość układu jest przedstawiona na rys. 1.1.

## 1.1. Wprowadzenie z zakresu dynamiki płynów

W niniejszym podrozdziale zostaną przypomniane podstawowe prawa fizyki związane w przepływem cieczy oraz jego związkiem z jej poziomem w zbiorniku.

### 1.1.1. Równanie Bernoulliego i prawo Torricellego

Równanie Bernoulliego jest jednym z podstawowych praw termodynamiki płynów idealnych. Mówi ono, że wzrost prędkości przepływu cieczy musi wiązać się ze spadkiem ciśnienia lub energii potencjalnej. Ma kilka postaci - najpopularniejszą jest tzw. szczególne równanie Bernoulliego, które wiąże energię mechaniczną płynu z jego prędkością w danym miejscu, wysokością w układzie odniesienia służącym do wyznaczania energii potencjalnej, ciśnieniem i gęstością. W takiej formie można je stosować tylko do cieczy nieściśliwych i nielepkich, jednocześnie zakładając stacjonarność i bezwirowość przepływu.

Ta szczególna postać równania Bernoulliego jest przedstawiona jako równanie 1.1, gdzie:

- $e_m$  - energia jednostki masy cieczy,
- $v$  - prędkość cieczy w danym miejscu,
- $g$  - przyspieszenie grawitacyjne,
- $h$  - wysokość w układzie odniesienia, w którym jest wyznaczana energia potencjalna,
- $p$  - ciśnienie cieczy w danym miejscu,
- $\rho$  - gęstość cieczy.

$$e_m = \frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = \text{const} \quad (1.1)$$

Z równania Bernoulliego można wyprowadzić bezpośrednią zależność między prędkością cieczy a jej poziomem w zbiorniku. Jest ona znana pod nazwą prawa Torricellego i przedstawiona jako równanie 1.2 (przyjęto oznaczenia takie, jak w przypadku równania 1.1).

$$v = \sqrt{2gh} \quad (1.2)$$

Można owo prawo zapisać w bardziej ogólnej formie słownej: prędkość wypływu cieczy jest proporcjonalna do pierwiastka z poziomu cieczy w zbiorniku. Takie jego sformułowanie będzie istotne przy wyznaczaniu modelu matematycznego rozważanego układu.

### 1.1.2. Przepływ laminarny i nielaminarny

## 1.2. Model matematyczny zestawu zbiorników

$$\begin{cases} \frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{u - C_1 \sqrt{h_1}}{aw} \\ \frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{C_1 \sqrt{h_1} - C_2 \sqrt{h_2}}{cw + \frac{h_2}{h_{max}} bw} \\ \frac{\partial h_3}{\partial t} = \frac{C_2 \sqrt{h_2} - C_3 \sqrt{h_3}}{w \sqrt{R^2 - (R - h_3)^2}} \end{cases} \quad (1.3)$$

Model matematyczny zestawu zbiorników jest dany równaniem 1.3, gdzie:

- $a$  - szerokość pierwszego zbiornika,
- $b$  - szerokość trójkątnej części drugiego zbiornika,
- $c$  - szerokość prostopadłościowej części drugiego zbiornika,
- $R$  - promień trzeciego zbiornika,
- $w$  - głębokość zbiorników,
- $h_{max}$  maksymalna wysokość słupa wody w zbiornikach,
- $C_1$  - współczynnik wypływu z pierwszego zbiornika,
- $C_2$  - współczynnik wypływu z drugiego zbiornika,
- $C_3$  - współczynnik wypływu z trzeciego zbiornika.

Wszystkie wymiary w powyższym wzorze zostały przedstawione na rys. 1.1.

### 1.3. Regulacja czasooptymalna

#### 1.3.1. Ogólna definicja zagadnienia

#### 1.3.2. Wyznaczanie sterowania czasooptymalnego

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = \psi_1 \frac{C_1}{2aw\sqrt{h_1}} - \psi_2 \frac{C_1}{2\sqrt{h_1}(cw + \frac{h_2}{h_{max}}bw)} \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = -\psi_2 \frac{1}{cw + \frac{h_2}{h_{max}}bw} \left( \frac{b(C_1\sqrt{h_1} - C_2\sqrt{h_2})}{ch_{max} + bh_2} - \frac{C_2}{2\sqrt{h_2}} \right) - \psi_3 \frac{1}{w\sqrt{h_3(2R-h_3)}} \\ \frac{\partial \psi_3}{\partial t} = \psi_3 \frac{-C_3(3R-2h_3)}{wh_3(2R-h_3)^{\frac{3}{2}}} \end{cases} \quad (1.4)$$

Równania sprzężone zestawu zbiorników (przy założeniu przepływu laminarnego) są dane wzorem 1.4.

#### 1.3.3. Nieliniowość układu a sterowanie czasooptymalne

#### 1.3.4. Numeryczne metody wyznaczania sterowania czasooptymalnego

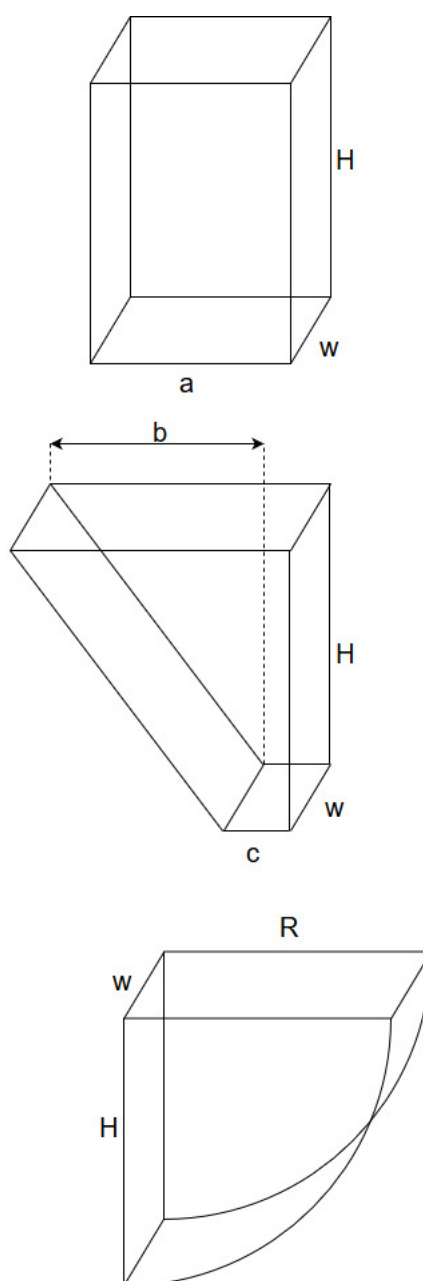
### 1.4. Regulacja liniowo - kwadratowa

#### 1.4.1. Ogólna definicja zagadnienia

#### 1.4.2. Linearyzacja modelu

#### 1.4.3. Wyznaczanie regulatora liniowo - kwadratowego

#### 1.4.4. Dobór wag w zagadnieniu liniowo - kwadratowym



**Rys. 1.1.** Kształty zbiorników

## **2. Architektura zaproponowanego rozwiązania**

### **2.1. Podział zadań między elementami oprogramowania**

### **2.2. Część obliczeniowa („wyższego poziomu”)**

#### **2.2.1. Wybór pakietu do optymalizacji dynamicznej**

#### **2.2.2. Opis pakietu Modelica**

#### **2.2.3. Opis systemu Tango Controls**

#### **2.2.4. Architektura klasy urządzeń systemu Tango**

##### **2.2.4.1. Interfejs dla systemu Tango**

##### **2.2.4.2. Problem dostępności interfejsu**

#### **2.2.5. Środowisko testowe części obliczeniowej**

### **2.3. Część realizująca sterowanie („niższego poziomu”)**

#### **2.3.1. Pakiet Simulink jako narzędzie realizujące sterowanie**

#### **2.3.2. Komunikacja z urządzeniem wykonawczym i czujnikami**

### **2.4. Komunikacja między elementami oprogramowania**



### **3. Badania symulacyjne**

#### **3.1. Optimalizacja przy użyciu pakietu `JModelica.org`**

##### **3.1.1. Inicjalizacja optymalizacji dynamicznej**

##### **3.1.2. Dokładność wyznaczania rozwiązania**

#### **3.2. Symulacja i weryfikacja**

##### **3.2.1. Przy użyciu pakietu `JModelica.org`**

##### **3.2.2. Przy użyciu oprogramowania MATLAB/Simulink**





## **4. Badania eksperymentalne**

### **4.1. Porównanie wyników eksperymentalnych z symulacyjnymi**

#### **4.1.1. Ocena jakości rozwiązania**

### **4.2. Badanie wpływu zakłóceń na sterowanie**

#### **4.2.1. Wpływ czasu dyskretyzacji**

#### **4.2.2. Wpływ zakłóceń w ruchu sieciowym**

### **4.3. Możliwe kierunki dalszego rozwiązania zaproponowanego rozwiązania**



## **Zakończenie**

Zakończenie!

# Spis rysunków

1.1	Kształty zbiorników . . . . .	12
-----	-------------------------------	----