

电压安全域的最小负荷裕度计算

苗峰显¹, 郭志忠²

(1. 国家电网公司交流建设分公司, 北京 100052 2 哈尔滨工业大学 电气工程及自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要: 为了评估系统电压稳定性, 提出电压安全域的最小负荷裕度算法。该方法在压缩网络的基础上利用降阶雅可比矩阵最小特征模式的参与因子得到最薄弱的负荷节点。利用矩阵部分求逆算法得到对薄弱负荷节点电压灵敏度最小的发电机节点, 并将其作为新增负荷的功率平衡节点, 利用选出的最薄弱负荷节点和发电机节点形成初始的功率增长方向, 通过连续潮流算法得到电压安全域的最小负荷裕度。无功不足引起电压崩溃这一重要因素在算法中得以体现。通过 IEEE 多个算例仿真以及 与 相关文献算例结果对比验证了所提出算法的正确性和有效性。

关键词: 电压稳定; 安全域; 连续潮流; 灵敏度; 最小负荷裕度

中图分类号: TM 711 文献标志码: A 文章编号: 1007- 449X(2010) 10- 0068- 05

Calculation of the minimum load margin in voltage security region

MIAO Feng-xian¹, GUO Zhì-zhōng²

(1. State Grid AC Engineering Construction Company, Beijing 100052, China

2. School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract In order to evaluate voltage stability of system, a method of the minimum load margin in voltage security region is put forward. Based on reduced Jacobian matrix, the weakest load bus was obtained by using participation factors of the minimal eigenvalue model. The generator bus with the minimum voltage sensitivity to the weakest load was selected as the power balance bus of newly added load by using the algorithm of partial inverse matrix. The initial power increasing direction was formed based on the selected weakest load bus and generator bus, and the minimum load margin in voltage security region was obtained by using continuation power flow method. The important factor that voltage instability is caused by the deficiency of reactive power was considered in this method. The numerical examples of some standard tested IEEE systems and the comparison with the related literature demonstrate that the proposed method is accurate and efficient.

Key words voltage stability; security region; continuation power flow; sensitivity; minimum load margin

0 引 言

近年来, 世界上一些大电网相继发生了以电压崩溃为特征的严重事故并造成了巨大的经济损失, 电压稳定问题引起了学者的普遍关注^[1]。为评估

电压稳定性, 学者提出了一些判断指标: 裕度指标、L 指标、灵敏度指标、最小特征值/奇异值指标等。而负荷裕度指标被普遍认为是衡量静态电压稳定的有效手段。求取负荷裕度一般有连续潮流算法和原对偶内点法。文献[2] 比较了 2 种算法在求取负荷

裕度时的优缺点,指出利用连续潮流法获得的负荷裕度指标可以方便地考虑各种约束,其结果更接近实际情况。就电网安全角度来说,最薄弱的节点到安全域边界的最小负荷裕度对电网安全具有重要的意义。确定最小负荷裕度需要 2 个条件:①电压安全域边界;②系统薄弱节点及功率增长方式。

目前理论上完全解析地刻画出静态安全域尚不可能,而且安全边界的“凹凸性”尚无严格的理论证明。虽然多数情况下系统的安全边界都是“凸面的”,安全域为“凹面”的情况在实际中也较少出现,但文献[3]中已经在简单的系统中找到了安全边界的“凹面”情况,使得在求解安全域边界时应当考虑“凹面”情况对计算结果的影响。文献[4]提出了基于混合法的潮流可行域边界计算方法,它将安全域边界的求取转化为优化问题,采用改进的混合法来解决安全域边界的“凹面”问题。文献[5]分别对安全域的凹凸性提出了基于最优乘子的静态电压稳定点计算和分析方法。安全域切平面分析法是假设系统安全域是凸面的。文献[6]基于切平面算法给出了 3 种电压稳定裕度指标,但文中指出该指标不能提供全局信息,当安全域边界存在“凹面”时,指标失效。文献[6-7]的算法容易陷入负荷裕度局部最小的原因就是安全域边界存在局部“凹面”情况。

识别系统的薄弱节点是计算最小负荷裕度的一个重要部分。文献[8]比较了灵敏度法和奇异值参与因子法在识别系统薄弱节点的异同。指出了 2 种方法在距离安全域边界较近时会得到相同的薄弱节点排序,而远离安全域边界时可能排序不同。文献[9]提出了利用电压稳定量化指标的灵敏度识别系统最薄弱节点,并形成系统恶化最严重的功率增长方式,计算出最小安全裕度,对估算电压最小安全半径具有启发意义,但算法忽略了无功不足是引起电压失稳重要因素。

本文利用降阶雅可比矩阵最小特征模式的参与因子获得系统最危险的功率增长方向,然后,利用连续潮流法动态搜索电压恶化最严重的功率增长方向,并最终计算出系统静态电压稳定的最小负荷裕度。

1 最小负荷裕度

电力系统静态安全域问题在数学上可以归结为一个高维非线性代数方程的解关于其参数空间的存在性问题^[9-10]。安全域是潮流解空间的边界所围成的区域。利用连续潮流可以得到指定功率增长方向上由当前运行点到安全域边界的距离(称为负荷

裕度),该距离可作为衡量电压稳定性的指标^[2]。如图 1 所示,设 Σ 为潮流可行域与不可行域的分界超平面即安全域边界; O 点为当前运行点; n 为注入功率增长方向。如果能在当前运行点和参数空间中找到最小的安全裕度,则系统在安全域范围内,无论注入功率如何变化都能保持系统的安全运行,对获得更大的绝对安全域空间和提高系统安全性都具有重要意义。从图 1 中可以看出,功率增长方向不同,得到的负荷裕度也不同。边界超平面的凹面会使得基于切平面法向量搜索最小安全域陷入局部最小^[6]。如沿着 n_0 方向搜索最小负荷裕度,最后会陷入局部最小增长方向 n^* ,得到的最小安全域半径为 R_* 。而真正最小安全域半径却是沿 n_{min} 方向得到的 R_{min} 。

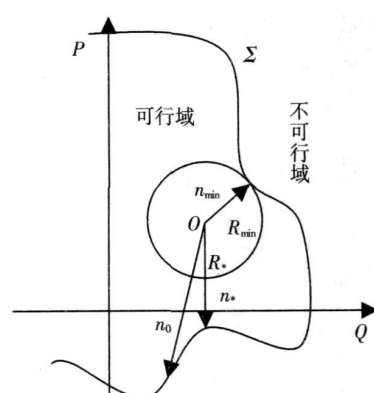


图 1 负荷参数空间最危险的功率增长方向
Fig 1 Insecure director of power growth in load power parameter space

在功率注入参数空间内,任意静态稳定运行状态或故障后状态的电压安全域可定义为

$$\Sigma = \left\{ \begin{matrix} P, Q \mid f(X, P, Q) = 0, g_{min} \leq g(X, P, Q) \leq g_{max} \\ P \in R^n, Q \in R^m, g_{min}, g_{max} \in R^n \end{matrix} \right\}, \quad (1)$$

式中: X 为电压状态向量,包括电压幅值和相角; P 为系统注入有功功率,包括负荷有功和发电机有功功率; Q 为系统注入负荷无功功率; $f(X, P, Q) = 0, g_{min} \leq g(X, P, Q) \leq g_{max}$ 分别为稳态或故障后运行点的等式约束和不等式约束方程,其中 g_{min}, g_{max} 分别为不等式约束中的上、下边界向量。有别于文献[9],本文将负荷无功单独列出来是为了寻找系统的无功薄弱节点,显示无功不足是引起电压崩溃的重要原因之一。

为获得最小负荷裕度,本文定义一个超球体,用 Ω 表示,即

$$\Omega = \{S \mid \|S - S_0\| \leq R_{min}(S, S_0)\}, \quad (2)$$

式中: S 、 S_0 分别为稳定域边界和当前运行点的视在功率; 超球半径用 $R_{m \text{ in}}(S, S_0)$ 表示, 它与当前运行状态和安全域边界有关。

2 网络压缩和降阶矩阵

将系统中的浮游节点 (既无发电机也无负荷的节点) 单独分为一组。于是, 系统的节点电压方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{3}$$

式中: V_1 为负荷和发电机节点电压向量; V_2 为浮游节点电压向量; I_1 为对应 V_1 的节点注入电流向量, 浮游节点没有功率注入, 其注入电流为 0; Y_{11} 、 Y_{12} 、 Y_{21} 、 Y_{22} 分别对应相应节点的分块导纳矩阵。

消去浮游节点, 将系统压缩为仅含负荷节点和发电机节点的网络, 即

$$(Y_{11} - Y_{12}Y_{22}^{-1}Y_{21})V_1 = I_1. \tag{4}$$

进一步, 将负荷节点和发电机节点再分组, 即

$$\begin{bmatrix} Y_{LL} & Y_{LG} \\ Y_{GL} & Y_{GG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_L \\ I_G \end{bmatrix}, \tag{5}$$

式中: V_L 、 V_G 分别为负荷和发电机节点电压; I_L 、 I_G 分别为负荷注入电流和发电机注入电流; Y_{LL} 、 Y_{LG} 、 Y_{GL} 、 Y_{GG} 分别为压缩后网络对应负荷和发电机的分块导纳矩阵。

假设系统网络压缩后发电机和负荷节点的个数分别为 $n + 1$ 和 m 。在运行点附近的线性化性方程为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}, \tag{6}$$

式中: ΔP 为具有 $n + m$ 个元素的有功偏差列向量; ΔQ 为具有 m 个元素的无功偏差量; $\Delta \theta$ 、 ΔV 分别为相角偏差和电压偏差; H 、 N 、 J 、 L 分别为雅可比矩阵的分块矩阵。

根据式 (6) 可以得到电压对功率的灵敏度方程, 即

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial P} & \frac{\partial \theta}{\partial Q} \\ \frac{\partial V}{\partial P} & \frac{\partial V}{\partial Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}, \tag{7}$$

式中 $\frac{\partial \theta}{\partial P}$ 、 $\frac{\partial \theta}{\partial Q}$ 、 $\frac{\partial V}{\partial P}$ 、 $\frac{\partial V}{\partial Q}$ 分别为全微分方程中的灵敏度分块矩阵。

由式 (6) 和式 (7) 可以得到

$$\frac{\partial V}{\partial P} = -M^{-1}JH^{-1}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial V}{\partial Q} = M^{-1}. \tag{9}$$

式中 $M = (L - JH^{-1}N)$ 。

文献 [11] 对 H 的可逆性进行了分析和探讨, 并证明在静态情况下其逆矩阵是存在的。

由式 (8)、式 (9) 可以看出, 节点电压对有功功率和无功功率的灵敏度均与矩阵 M 有关。当矩阵 M 奇异时, 节点电压对有功功率和无功功率均具有无穷大灵敏度, 轻微的扰动将致使系统崩溃。通过对矩阵 M 的特征结构分析可以获得负荷节点对注入功率最敏感的节点也就是系统最薄弱的节点。

3 最危险的功率增长方向

矩阵的特征结构分析实际上是对传统灵敏度数据在雅可比矩阵的特征空间的进一步解剖。与传统的 $\frac{dU_k}{dQ_k}$ 相比, 特征结构分析法更能反映电力系统的实际情况。当系统运行点接近静态稳定极限时, 有功和无功的解耦已经不再存在。随着负荷功率的增长, 系统总是以最小特征值所决定的特征模式发生电压失稳。在一定程度上左特征向量反映了系统的薄弱节点, 右特征向量反映了系统最容易失稳的功率增长方向。在特征模式分析中, 一般定义 $p_{ki} = u_{ki} v_{ki}$ 为对应特征模式的参与因子, u_{ki} 、 v_{ki} 分别为对应特征值 λ_i 的左右特征向量中第 k 个元素。在对矩阵 M 的特征结构分析中可以发现: p_{ki} 反映了节点电压对无功的灵敏度大小。同一种特征模式下, p_{ki} 越大, 节点 k 的电压对节点无功功率的灵敏度就越大, 即节点 k 就是该模式下系统的无功薄弱节点。

根据当前运行状态, 利用迭代原理^[12] 求出矩阵 M 对应最小特征值 $\lambda_{m \text{ in}}$ 的左右特征向量 $v_{m \text{ in}}$ 、 $u_{m \text{ in}}$, 并计算出参与因子向量 p 。在参与因子中选择最大的一个对应的负荷节点作为当前系统最薄弱节点。反映到灵敏度上也就是节点电压对无功最灵敏的节点被选择为最薄弱节点。

选择对提高最薄弱节点电压贡献最小的发电机节点作为新增负荷的功率平衡节点。假设根据参与因子方法选择的最薄弱负荷节点为 i , 则节点 i 的电压对有功注入的灵敏度即在 $\frac{\partial V}{\partial P}$ 的第 i 行 $\frac{\partial V_i}{\partial P}$ 中对应的行向量。根据式 (8) 可以看出, 对 $\frac{\partial V_i}{\partial P}$ 有贡献的 M 逆矩阵中, 只与 M 逆矩阵的第 i 行有关。使用矩阵部分求逆算法, 得到 M^{-1} 的第 i 行 (记为 β) 可以减小计算量。将式 (8) 中 JH^{-1} 写成负荷节点 (m 个)

和发电机节点 (n 个, 不包括平衡节点) 分块形式, 即

$$\frac{\partial V_i}{\partial P} = -\beta \begin{bmatrix} J_{mm} & J_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{in} \mathbf{H}_{mm} & \text{in} \mathbf{H}_{mn} \\ \text{in} \mathbf{H}_{nm} & \text{in} \mathbf{H}_{nn} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中: 下标 m 、 n 表示矩阵的行列数。 $\text{in} \mathbf{H}_{mm}$ 、 $\text{in} \mathbf{H}_{mn}$ 、 $\text{in} \mathbf{H}_{nm}$ 、 $\text{in} \mathbf{H}_{nn}$ 为矩阵 H 逆矩阵的对应下标行列数目的分块矩阵。 J_{mm} 、 J_{mn} 分别为矩阵 J 中对应下标的分块矩阵。

由于只求解与发电机有关的灵敏度, 可采用矩阵部分求逆算法得到 $\text{in} \mathbf{H}_{mn}$ 、 $\text{in} \mathbf{H}_{nn}$ 。在 $\frac{\partial V_i}{\partial P}$ 中选择最小值 $\frac{\partial V_i}{\partial P_j}$ 即对负荷节点电压 V_i 灵敏度最小的发电机节点 j 并将该节点作为新增负荷的功率平衡节点。

基于特征模式分析选出的薄弱负荷节点 i 和对薄弱节点电压灵敏度最小的发电机节点 j 形成最危险的功率增长方向。负荷节点 i 新增功率按基态负荷功率因数增长, 新增负荷有功功率由发电机节点 j 来平衡, 系统网络损耗变化由平衡节点承担。初始最危险的功率增长方向可以表示为

$$\mathbf{K}^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{PL}^0 & \mathbf{K}_{PG}^0 & \mathbf{K}_{QL}^0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中: \mathbf{K}_{PL}^0 为第 i 个元素为 1 其余元素为 0 的 m 维行向量; \mathbf{K}_{PG}^0 为第 j 个元素为 1 其余元素为 0 的 n 维行向量; \mathbf{K}_{QL}^0 为第 i 个元素为 1 其余元素为 0 的 m 维行向量。

由于雅可比矩阵是在运行点附近的线性化, 基于参与因子法选择出的最薄弱的负荷节点和发电机节点仅在运行点附近成立。因此, 在最危险的功率增长方向上的增长步长不能太大。

利用连续潮流算法, 按 \mathbf{K}^0 方向增长较小步长 (设步长为 h) 计算在注入功率为 \mathbf{P}^1 时潮流, 为

$$\mathbf{P}^1 = \mathbf{P}^0 + h\mathbf{K}^0, \quad (12)$$

式中 $\mathbf{P}^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_L^0 & \mathbf{P}_G^0 & \mathbf{Q}_L^0 \end{bmatrix}$ 。

为基态负荷有功功率形成的 m 维行向量; \mathbf{P}_G^0 为基态发电机有功功率形成的 n 维行向量; \mathbf{Q}_L^0 为基态负荷无功功率形成的 m 维行向量。

利用连续潮流重复计算新的运行点和最危险的功率增长方向。潮流不收敛时减小步长, 当步长减小到小于预定值 ε 时计算结束。最后得到的注入功率为

$$\mathbf{P}^l = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_L^0 & \mathbf{P}_G^0 & \mathbf{Q}_L^0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

于是, 最小安全域半径 R_{\min} 、最小有功注入量 P_{\min} 和最小无功注入量 Q_{\min} 分别为

$$R_{\min} = \|\mathbf{P}^l - \mathbf{P}^0\|, \quad (14)$$

$$P_{\min} = \|\mathbf{P}_L^l - \mathbf{P}_L^0\|, \quad (15)$$

$$Q_{\min} = \|\mathbf{Q}_L^l - \mathbf{Q}_L^0\|, \quad (16)$$

只要系统总的新增功率不超过由式 (14) ~ 式 (16) 所确定的电压安全域最小半径和最小负荷裕度, 无论负荷以何种方式增长, 发电机以何种方式调度, 总能保证系统是电压稳定的。

4 算例仿真

以 IEEE-30Bus 为例对本文方法得到的最小负荷裕度与文献 [9] 和文献 [7] 的结果进行了比较。本文基于特征模式下的参与因子法得到基态下无功最薄弱节点号为 30 改善薄弱负荷节点电压的最弱的发电机节点号为 2。而文献 [9] 基于量化指标对有功功率的灵敏度法得到的薄弱节点号为 21。文献 [8] 比较了灵敏度算法和最小特征模式的参与因子算法在选择薄弱节点的异同, 指出了 2 种方法在距离稳定边界较远时候会得到不同的薄弱节点, 越接近稳定边界两种方法越趋于一致。而对 2 种方法选出的薄弱节点分别实施控制优化, 在改善系统稳定性方面效果相同。在不考虑任何约束情况下文献 [9] 得到的最小负荷裕度为 31MW, 而文献 [7] 运用迭代型最近崩溃点算法得到最小负荷裕度为 41.5MW, 两者相差还是比较大的。本文运用特征模式的参与因子选择无功薄弱节点, 利用改善薄弱节点的灵敏度最小的发电机节点作为新增负荷的功率平衡节点, 得到最小负荷裕度为 38.796MW, 占总负荷的 13.689%。

参与因子向量中会出现与参与因子最大值相差很小的值, 通过分析网络架构可以发现, 这些参与因子对应的节点可能是电气上非常接近的节点。利用本文最小特征模式下的参与因子算法得到的 IEEE-57Bus 得到的系统最薄弱的负荷节点为 31 节点。按节点 31 的参与因子为 1 做为基准, 节点 32、33 的参与因子分别为 0.9118 和 0.9360 都与节点 31 的参与因子非常接近; 节点 30 和 25 的参与因子分别为 0.7007 和 0.5096, 相比其他节点的参与因子也比较大。从 IEEE57Bus 系统图中可以看出, 这几个节点相连。实际上这几个节点连起来就是一个无功薄弱的负荷区域。这个分析结果与文献 [14] 使用最小特征值对控制变量的灵敏度选择出的薄弱节点完全一致。说明了本文方法的正确性。

实际上, 在求电压安全域最小安全裕度时, 需要考虑各种约束条件对电压稳定最小裕度半径的影响。例如, 当系统中最低电压低于 0.7pu 持续 1s 的时间就可以认为系统电压失稳。本文对 IEEE-5Bus、IEEE-30Bus、IEEE-39Bus、IEEE-57Bus、IEEE-

118Bus算例进行了仿真计算。仿真中约束系统最低电压不能低于 0.7 pu, 不考虑发电机无功约束, 仿真结果由表 1 给出。表中: B_{Lin} 表示初始薄弱的负荷节点; B_{Gin} 表示对改善初始薄弱负荷节点电压最差的新增负荷的功率平衡节点; P_{min} 、 Q_{min} 分别为电压安全域最小有功负荷裕度和最小无功负荷裕度; V_{Low} 表示受到约束的最低电压。 R_{prop} 表示电压安全域最小有功负荷占初始总有功负荷的比率。

表 1 电压约束条件下的 IEEE 算例仿真结果

Table 1 The results of IEEE examples under voltage constraint

IEEE 算例	B_{Lin}	B_{Gin}	P_{min} (pu)	Q_{min} (pu)	V_{Low} (pu)	R_{prop} %
IEEE-5Bus	1	4	0.356 8	0.178 4	0.709 3	4.887 7
IEEE-30Bus	30	2	0.375 2	0.067 3	0.703 6	13.20 5
IEEE-39Bus	27	30	15.511 0	4.167 0	0.704 5	24.91 6
IEEE-57Bus	31	8	0.149 6	0.074 8	0.709 3	1.437 2
IEEE-118Bus	21	77	1.579 2	0.902 4	0.708 5	3.778 0

5 结 语

本文在压缩网络的基础上利用降阶雅可比矩阵最小特征模式的参与因子法得到无功最薄弱的负荷节点。通过矩阵部分求逆算法得到对改善薄弱负荷节点电压灵敏度最小的发电机节点并将其作为新增负荷的功率平衡节点, 形成最危险的功率增长方向, 通过连续潮流算法得到电压安全域的最小负荷裕度。本文方法概念清晰, 计算量小, 可以作为电压安全监视的重要指标, 对无功补偿和优化具有启示意义。通过 IEEE 多个算例仿真以及相应参考文献算例结果对比验证了所提出算法的正确性和合理性。

参 考 文 献:

[1] 甘德强,胡江溢,韩祯祥. 2003 年国际若干停电事故思考 [J]. 电力自动化, 2004 28(3): 1- 4, 9.
GAN Deqin HU Jiangyi HAN Zhenxian After the 2003 blackouts across several continentals [J]. *Automation of Electric Power Systems* 2004 28(3): 1- 4, 9.
[2] 文学鸿,袁越,鞠平. 静态电压稳定负荷裕度分析方法比较 [J]. 电力自动化设备, 2008, 28(5): 59- 62
WEN Xuehong YUAN Yue JU Ping Comparison between CPF and PDIP for voltage stability margin evaluation [J]. *Electric Power Automation Equipment* 2008 28(5): 59- 62
[3] H SKENS IA, MAKAROV Y V. Calculation of power system critical loading conditions [C] / *Electrical Engineering Congress* 1994 November 24- 30 1994 Sydney, Australia 1994 185- 190

[4] 余贻鑫,李鹏,贾宏杰. 基于混合法的潮流可行域边界计算 [J]. 电力系统自动化, 2004, 28(13): 18- 25.
YU Yixin LI Peng JIA Hongjie Computing the boundary of the power flow feasible region based on the hybrid method [J]. *Automation of Electric Power Systems* 2004, 28(13): 18- 25.
[5] 胡泽春,王锡凡. 基于最优乘子潮流确定静态电压稳定临界点 [J]. 电力系统自动化, 2006, 30(6): 6- 11
HU Zedun, WANG Xifan Determination of static voltage collapse critical point based on load flow method with optimal multiplier [J]. *Automation of Electric Power Systems* 2006, 30(6): 6- 11.
[6] 王刚,梅生伟. 静态电压稳定域边界的切平面分析 [J]. 电力系统自动化, 2007, 31(11): 6- 11.
WANG Gang MEI Shengwei A tangent plane analysis of the static voltage stability region boundary [J]. *Automation of Electric Power Systems* 2007, 31(11): 6- 11.
[7] DOBSON Ian, LIU Linling New methods for computing a closest saddle node bifurcation and worst case load power margin for voltage collapse [J]. *IEEE Transactions on Power System*, 1993, 8(3): 905- 913
[8] 徐志友,余贻鑫,于继来,等. 弱节点排序灵敏度法与奇异参与因子法的比较 [J]. 天津大学学报, 2008, 41(4): 389- 393.
XU Zhiyou YU Yixin, YU Jilai *et al*. Comparison between sensitivity method and singular participation factor method for weak buses of static voltage stability [J]. *Journal of Tianjin University* 2008, 41(4): 389- 393.
[9] 常乃超,何光宇,梅生伟,等. 注入空间中电压安全域最短半径的估计 [J]. 电力系统自动化, 2008 32(3): 1- 3.
CHANG Naichao HE Guangyu, MEI Shengwei *et al*. Estimation of the shortest radius of power system voltage security region in node injection space [J]. *Automation of Electric Power Systems* 2008, 32(3): 1- 3.
[10] WU F F, KUMAGAI S. Steady-state security regions of power systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 1982, 29(1): 703- 711.
[11] 曹国云,王强,刘丽霞. 电压稳定分析中降阶潮流雅可比矩阵的研究 [J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(4): 42- 46
CAO Guoyun, WANG Qiang LIU Lixia Research on power flow reduced Jacobian matrix for voltage stability analysis [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2008 28(4): 42- 46
[12] STEWART G W. *Introduction to Matrix Computation* [M]. New York: Academic Press, 1973
[13] 陈敏,张步涵,段献忠,等. 基于最小奇异值灵敏度的电压稳定薄弱节点研究 [J]. 电网技术, 2006 30(24): 36- 39.
CHEN Min ZHANG Buhuan, DUAN Xianzhong *et al*. Study on weak buses of voltage stability based on sensitivity of minimum singular value [J]. *Power System Technology*, 2006, 30(24): 36- 39.

(编辑: 张诗阁)