

DOI: 10.7500/AEPS201207070

基于马尔可夫链的电力系统连锁故障预测

吴文可¹, 文福拴², 薛禹胜³, 赵旋宇⁴, 胡 荣⁴

(1. 华南理工大学电力学院, 广东省广州市 510640; 2. 浙江大学电气工程学院, 浙江省杭州市 310027;
3. 南瑞集团公司, 江苏省南京市 210003; 4. 中国南方电网电力调度控制中心, 广东省广州市 510623)

摘要:近年来,国内外发生了多起连锁故障引起的大面积停电事故,因此对连锁故障的预测就成了电力系统领域内受到普遍关注的重要问题。现有的连锁故障预测方法未能把网络拓扑结构、前后级故障间的关联、系统不确定性等因素系统而综合地利用起来。在此背景下,提出基于马尔可夫链的连锁故障预测方法,其能够计及系统前后级故障视在功率转移关系、保护/断路器不正确动作的可能性、系统硬件失效率等因素。首先,根据系统初始故障概率和各级故障之间的状态转移概率,预测系统连锁故障的发展趋势,预测出下一级可能的故障集,得到具有时间先后顺序的连锁事故路径。之后,提出了 3 个脆弱性指标来评估后续故障对系统的影响,以便对可能的连锁故障加以监视和快速控制。最后,用 IEEE 10 机 39 节点系统说明了所发展的模型和方法的基本特征。

关键词:连锁故障; 马尔可夫链模型; 潮流转移; 不确定性; 脆弱性

0 引言

随着电力系统规模的逐步扩大,单一故障对系统稳定性的威胁变得越来越小。近年来,美加“8·14”大停电、瑞典-丹麦“9·23”大停电、意大利“9·28”大停电、欧洲“11·4”大停电等事故^[1-2]的频发引起了国际社会的普遍关注。这些大停电事故多数是由连锁故障引发的。系统正常运行时线路带有一定的初始负荷,当某条或某几条线路被切除而停运后,这(些)条停运线路上的负荷就会转移到其他线路上,引起系统负荷重新分配。一旦这些正常运行的线路不能承载这部分转移潮流,就会因过负荷而停运,导致连锁故障发生,紧接着发生新一轮的负荷重新分配。如果不及时采取有效措施,就有可能导致大面积停电^[3]。因此,开展连锁故障预测研究对于防御大停电事故、降低故障扩大的风险、保障电力系统安全稳定运行具有重要意义。

作为一种低概率、高风险的故障类型,预测连锁故障比故障发生后检测和隔离故障源显得更为困难。单个元件故障无法完全杜绝,但系统性的连锁故障则须尽可能避免。为此,就需要对连锁故障预测进行深入研究。在过去的十多年间,国内外在这方面做了较多的研究工作,提出了一些方法。

从总体上讲,现有的连锁故障预测方法可分为

基于人工智能的方法和基于复杂网络理论的方法两大类。在基于人工智能的方法范畴内,文献[4-7]分别发展了 OPA 模型、CASCADE 模型和隐含故障模型等,可以较为简洁地刻画电力系统的演化过程,但在线路停运状态更新时对潮流等方面的模拟与实际电力系统运行不尽相符。另一方面,基于复杂网络理论的连锁故障预测模型,例如文献[8-10]中的小世界模型等,则主要是从网络结构角度来研究电力网络对于各种攻击的承受能力以及是否有可能发生连锁故障等问题。

此外,国内外也开展了故障路径搜索策略方面的研究工作,并提出了一些方法,包括 $N-1$ (或 $N-m$)判据、启发式搜索方法、随机模拟法或蒙特卡洛(Monte Carlo)抽样法等^[11-13]。文献[11]中介绍的 $N-1$ 判据法较难处理连锁故障或多重故障;文献[12]中提出了采用启发式搜索方法来确定系统的自组织临界状态;随机模拟则主要是基于蒙特卡洛抽样确定初始故障等不确定性事件^[13]。

上述模型都没有系统地考虑网络拓扑结构、前后级故障间的关联、保护/断路器动作的不确定性、系统元件故障率等影响下一级故障发生概率的因素,而潮流转移、保护/断路器动作错误、系统硬件失效等均为导致连锁故障的主要原因。在上述背景下,本文提出基于马尔可夫链(Markov chain)的电力系统连锁故障预测模型。这种方法可以考虑被切除线路引起的潮流转移对其他线路的影响,以系统拓扑和网络参数为基础建立前后级连锁故障间的关

收稿日期: 2012-07-10; 修回日期: 2012-09-20。

国家科技支撑计划资助项目(2011BAA07B02);南方电网公司重点科技项目(K-ZB2011-012,K201029.2)。

系,同时计及保护/断路器不正确动作概率、系统硬件失效率,预测出连锁故障的路径及相关线路切除后对剩余系统所造成的影响,有助于预防和控制连锁故障。

本文所发展的连锁故障预测模型的预测结果为具有时间先后次序的连锁故障路径列表,比较直观,对系统的故障发展趋势具有较好的预见性。同时,通过预测线路切除后对系统可能产生的影响,有助于运行人员提前确定事故预案,采取适当措施对系统状态进行控制,防止造成大停电事故。最后,采用IEEE 10机39节点系统对所发展的模型与方法作了验证,说明了其可行性和有效性。

1 连锁故障传播机理概述

连锁故障引起电力系统崩溃事故一般可分为如图1所示的4个阶段^[3]:第1阶段为连锁故障阶段,在此阶段中单一故障切除一般不会直接导致系统崩溃,而是引起系统潮流的重新分配;第2阶段是快速连锁故障阶段,即短时间内大量元件快速过载引起保护动作而停运,系统很快进入崩溃状态;第3阶段为系统停电阶段,部分地区或全系统停电;第4阶段为系统恢复阶段,通过采用恢复控制措施,由点及面,使整个系统逐渐恢复供电。

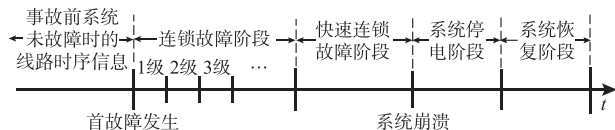


图1 电力系统崩溃事故的4个阶段

Fig.1 Four stages in a power system collapse

连锁故障的一般发展过程大致如图2所示^[3]。

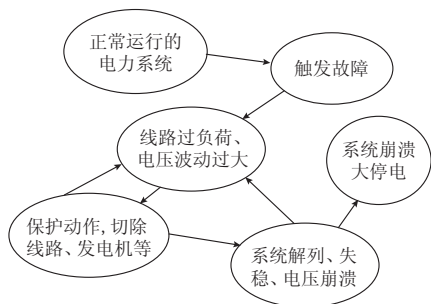


图2 连锁故障的一般发展过程

Fig.2 General development procedure of a cascading failure

实际电力系统发生连锁故障时,每一级故障时间很短,但相邻两级故障间的时间跨度较长,一般长达数分钟甚至数十分钟。这样,连锁故障前后级故障之间的时间一般长于保护动作的整定时间^[14]。以美加“8·14”大停电为例^[1],连锁故障发展初始阶

段长达2个多小时,相邻故障之间的时间跨度都在数分钟甚至数十分钟,时间间隔较长,其间系统暂态基本结束。本文的研究重点在于相邻故障之间的关系,主要分析每级故障的暂态过程消失后线路潮流情况,没有考虑暂态电压突变,故采用稳态模型进行分析,同时假设系统电压恒定。连锁故障的各级故障之间具有很强的相关性,如果能够根据前一级故障快速预测可能出现的后续故障,进一步采取相应补救措施,就有可能避免大规模停电事故发生。

图3为连锁故障的时间进程,系统发生的任一级前后级连锁故障分别用 m 级和 $m+1$ 级故障表示。本文着重以线路为研究对象,假设系统中线路总数为 l 。 t_m 和 t_{m+1} 分别为第 m 级和第 $m+1$ 级故障时刻; t_a 和 t_b 分别为 m 级故障切除前和切除后的某一时刻。设系统第 m 级故障为线路 i 开断,这里以故障后系统剩余线路中任一线路 k 为研究对象代入所提出的预测模型,预测第 $m+1$ 级故障中可能的故障线路。

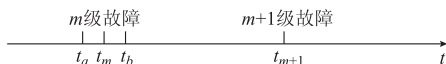


图3 连锁故障时间进程

Fig.3 Time process of a cascading failure

2 基于马尔可夫链的连锁故障预测模型

连锁故障可以看做是一系列条件概率事件的发展过程。马尔可夫过程(Markov process)研究随机事件状态变化及其之间的转移规律,根据系统初始状态和可能状态之间的转移概率预测事件发展趋势概率,适合描述和分析具有随机性和相关性特点的连锁故障事件。

2.1 马尔可夫链的数学描述

马尔可夫过程是具有无后效性的随机过程,其参数和状态空间可以是离散的也可以是连续的。具有离散参数和离散状态空间的马尔可夫过程称为马尔可夫链^[15]。对离散空间 B 中的马尔可夫链 $\{X_t, t=1, 2, \dots\}$,随机状态发生概率如式(1)所示, $t=n$ 时刻随机变量的值 x_n 只与 $t=n-1$ 时刻随机变量的取值 x_{n-1} 有关^[16]。

$$P(X_n = x_n | (X_1 = x_1) \cap (X_2 = x_2) \cap \dots \cap$$

$$(X_{n-1} = x_{n-1})) = P(X_n = x_n | X_{n-1} = x_{n-1}) \quad (1)$$

定义 $P(X_n = j | X_{n-1} = i) = p_{ij}$ ($p_{ij} \geq 0$)为状态 i 到状态 j 的一步转移概率,且对于 $i \in B$,

$$\sum_{j \in B} p_{ij} = 1.$$

2.2 连锁故障马尔可夫链模型

在连锁故障中每一级的故障只与上一级故障有

关,而与系统之前的故障无关,所以连锁故障过程属于马尔可夫链过程。连锁故障发展到第 $m+1$ 级时,连锁故障由 $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_{m+1}\}$ 故障事件构成,此时连锁故障事件的概率为^[17]:

$$\begin{aligned} P_{Z_1 Z_2 \dots Z_{m+1}} &= P(Z_1 = z_1) P(Z_2 = z_2 | Z_1 = z_1) \dots \\ &P(Z_{m+1} = z_{m+1} | Z_1 = z_1, Z_2 = z_2, \dots, \\ &Z_m = z_m) = P(Z_1 = z_1) P(Z_2 = z_2 | Z_1 = \\ &z_1) \dots P(Z_{m+1} = z_{m+1} | Z_m = z_m) \end{aligned} \quad (2)$$

式中: z_i 为每一级故障时的故障线路。

3 连锁故障状态转移概率分析

电力系统连锁故障发生的主要原因是潮流转移引发的线路过载,而保护/断路器的不正确动作、系统硬件失效等小概率事件也有可能引起系统状态加速恶化,最终导致大停电事故。

令线路状态 $s_j \in \{0, 1\}$, $s_j = 1$ 和 0 分别表示线路运行和停运。线路 i 断开后系统任一剩余线路 k 由状态 $s_k(t) = 1$ 转为状态 $s_k(t) = 0$ 的转移概率^[18]为:

$$p_k(t) = \begin{cases} p_{\text{flow}_k} & t_{\text{dk}}(j) < t \leq t_{\text{uk}}(j) \\ p_{\text{line}_k} & t_{\text{dk}}(j-1) < t \leq t_{\text{uk}}(j) \end{cases} \quad (3)$$

式中: p_{flow_k} 为潮流转移引起线路 k 的状态转移概率,其不仅取决于潮流数值,还与线路对应保护/断路器动作正确率有关; p_{line_k} 为系统硬件失效率,一般作为常数处理^[15]。对于同一条线路而言,潮流转移概率一般比硬件失效率高很多,即 $p_{\text{line}_k} < p_{\text{flow}_k}$ 。

图 4 反映了系统状态转移率情况,其中: $[t_{\text{dk}}(j-1), t_{\text{uk}}(j)]$ 为系统正常运行时段; $(t_{\text{uk}}(j), t_{\text{dk}}(j))$ 为系统因潮流转移而影响潮流重新分布时段。

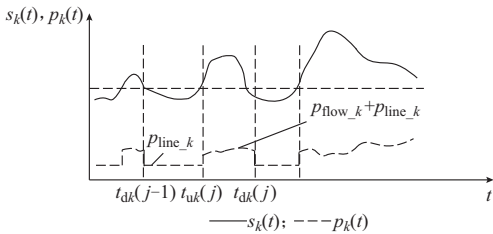


图 4 线路潮流变化以及相对应的状态转移概率
Fig. 4 Change of power flow and its transition rate

线路 i 断开后,若线路 k 满足式(4)的约束,则线路 k 不会过载;否则,将线路 k 列入下一级可能的故障线路考虑,这就需要考虑潮流转移引起线路的状态转移概率。

$$S_{k(t_b)} = S_{k(t_a)} + \lambda_{ki} S_{i(t_a)} \leq S_{k_{\max}} \quad (4)$$

式中: $S_{i(t_a)}$ 为线路 i 断开前的潮流(S 在本文中均表示视在功率); $S_{k(t_a)}$ 和 $S_{k(t_b)}$ 分别为线路 k 断开前后

线路 k 的潮流; $S_{k_{\max}}$ 为线路 k 的允许潮流极限,即线路对应保护的動作整定值; λ_{ki} 为线路 i 相对于线路 k 的潮流转移因子。

连锁故障转移概率包括潮流转移引起的状态转移概率和系统硬件失效引起的状态转移概率。其中,前者指上一级故障的切除导致系统潮流再分布,线路可能由于过负荷或者潮流急速变化而导致连锁故障发生的概率;系统硬件失效率引起的线路故障概率体现在电气设备固有的故障风险方面。因此,线路 k 由 m 级故障时的状态转为 $m+1$ 级故障时的状态的综合状态转移概率 p_{m_k} 可表述为:

$$p_{m_k} = p_{\text{flow}_k} + p_{\text{line}_k} \quad (5)$$

连锁故障预测模型用于预测故障发展趋势。当发生 m 级连锁故障时,可以计算系统剩余线路的综合状态转移概率,并通过对其进行顺序筛选预测最可能发生的第 $m+1$ 级故障。 p_{m_k} 的值越大,表示系统剩余线路 k 受上一级故障线路 i 切除的影响越大,发生连锁故障的危险性也就越大。

3.1 潮流转移引起的状态转移概率

潮流转移引起的状态转移概率 p_{flow_k} 随系统运行状态的变化而变化,与系统实时潮流分布、网络拓扑、系统状态、保护/断路器动作有关。即

$$p_{\text{flow}_k} = p_{ik_ori} [(1 - p_{\text{inact}_r})(1 - p_{\text{inact}_c}) + p_{\text{err}}] \quad (6)$$

式中: p_{ik_ori} 为不计及保护/断路器不正确动作的原始状态转移概率; p_{inact_r} 为线路过载保护的拒动概率; p_{inact_c} 为线路过载保护对应断路器的拒动概率; p_{err} 为线路在保护/断路器不正确动作状态下断开的概率。

3.1.1 前后级连锁故障之间的关联

前后级故障时的系统潮流分布之间存在关联关系。由于前一级故障切除导致网络拓扑结构变化,被切除线路的潮流将转移到其他正常运行的线路上,如此引起的潮流波动可能导致某些非故障线路过载,进而发生连锁故障。基于系统拓扑结构和系统参数,可以用潮流转移因子描述前后级连锁故障时系统潮流分布之间的联系。

对于拓扑结构和网络参数给定的电力系统,设线路 i 切除前后系统中各节点注入网络的电流不变。根据叠加原理,线路 i 切除后网络中的潮流分布可看成由故障切除前的潮流和线路 i 切除所引起的转移潮流分量 2 部分组成。其中,后者可通过下述的潮流转移分量等值网络获得。

线路 i 切除后的潮流转移分量等值网络是将原系统网络的线路 i 以一个电流源 $\dot{I}_{i(t_a)}'$ (与故障前电流大小相等、方向相反) 代替,变换后得到等值无源

二端口网络,如图5所示。其中,从线路*i*转移到线路*k*上的潮流可看成 $\dot{I}_{i(t_a)}'$ 在线路*k*上产生的响应。



图5 转移潮流分量等值网络

Fig. 5 Equivalent network of transferring power flow components

由定义可知 $\lambda_{ki} = \dot{I}_{k(t_b)} / \dot{I}_{i(t_a)}'$ 。 λ_{ki} 表示网络中非故障线路的电流增加量与线路*i*被切除前的线路电流的比例关系,表征非故障线路*k*受线路*i*开断事故的影响程度,仅与网络拓扑结构和参数相关。可以在故障发生前离线得到网络的转移因子矩阵如下:

$$\lambda_{l \cdot l} = [\lambda_{ki}] = \begin{bmatrix} & \lambda_{12} & \cdots & \lambda_{1l} \\ \lambda_{21} & & \cdots & \lambda_{2l} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda_{l1} & \lambda_{l2} & \cdots & \end{bmatrix} \quad (7)$$

线路*i*相对于网络中其他线路的转移因子列向量如下^[19]:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{1i} \\ \vdots \\ \lambda_{ki} \\ \vdots \\ \lambda_{li} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \mathbf{Y} \mathbf{A}^T \left(\begin{bmatrix} \Delta_{g1} \\ \vdots \\ \Delta_{gm} \\ \vdots \\ \Delta_{gn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta_{h1} \\ \vdots \\ \Delta_{hm} \\ \vdots \\ \Delta_{hn} \end{bmatrix} \right) \quad (8)$$

式中: \mathbf{Y} 为线路*i*切除情况下的潮流转移等值网络的支路导纳矩阵; \mathbf{A} 为等值网络的关联矩阵; Δ 为等值网络的节点导纳矩阵 \mathbf{Y}_n ($\mathbf{Y}_n = \mathbf{A} \mathbf{Y} \mathbf{A}^T$)的行列式; Δ_{gm} 为 \mathbf{Y}_n 中第*g*行、第*m*列元素的代数余子式; Δ_{hm} 为 \mathbf{Y}_n 中第*h*行、第*m*列元素的代数余子式;*g*和*h*均为线路*i*的两端节点所对应的节点编号。

一旦网络结构或运行方式发生变化,就需要根据实际状态重新计算相匹配的新转移因子矩阵。

3.1.2 不计保护/断路器不正确动作时的转移概率

线路状态之间的转移概率取决于线路的负载率以及该线路潮流变化对其他线路功率的影响。

给定: D_i 为线路*i*的负载率; S_i 为线路*i*通过的实际潮流。这样,线路*i*的负载率为:

$$D_i = \left| \frac{S_i}{S_{imax}} \right| \quad (9)$$

定义 D_{ik_flow} 表示线路*i*切除对线路*k*的潮流影响,其由线路潮流变化率 $\alpha_{ik(m)}$ 、过负荷严重程度 $\beta_{ik(m)}$ 和潮流变化量以及线路原有潮流之间的耦合关系 $\gamma_{ik(m)}$ 决定,如式(10)所示:

$$D_{ik_flow} = \alpha_{ik(m)} \beta_{ik(m)} \gamma_{ik(m)} \quad (10)$$

用 $\alpha_{ik(m)}$ 反映线路*k*在上一级故障线路*i*切除后的视在功率变化量与线路*k*原来视在功率的比例,该指标值越大,则该线路潮流波动越大,即

$$\alpha_{ik(m)} = \left| \frac{S_{k(t_b)} - S_{k(t_a)}}{S_{k(t_a)}} \right| = \left| \frac{\lambda_{ki} S_{i(t_a)}}{S_{k(t_a)}} \right| \quad (11)$$

用 $\beta_{ik(m)}$ 表示在*m*级连锁故障中线路*i*切除后线路*k*过负荷的严重性指标:

$$\beta_{ik(m)} = \left| \frac{S_{k(t_b)}}{S_{kmax}} \right| = \left| \frac{S_{k(t_a)} + \lambda_{ki} S_{i(t_a)}}{S_{kmax}} \right| \quad (12)$$

$\beta_{ik(m)} > 1$ 表示线路*k*上的潮流已经超过了极限,而 $0 \leq \beta_{ik(m)} \leq 1$ 则表示线路*k*运行在可行范围内。

用 $\gamma_{ik(m)}$ 表示*m*级连锁故障中线路*i*切除导致的线路*k*的潮流变化量与线路*i*原有潮流之间的耦合关系,该指标值越大,则说明线路*i*切除对线路*k*上的潮流变化影响越大:

$$\gamma_{ik(m)} = \left| \frac{S_{k(t_b)} - S_{k(t_a)}}{S_{i(t_a)}} \right| = \left| \frac{\lambda_{ki} S_{i(t_a)}}{S_{i(t_a)}} \right| = |\lambda_{ki}| \quad (13)$$

用权重因子 ω_k 表示线路*k*上的潮流在系统总潮流中所占比重,定义为:

$$\omega_k = \frac{|S_{k(t_b)}|}{\sum_{i'=1}^l |S_{i'(t_b)}|} = \frac{|S_{k(t_a)} + \lambda_{ki} S_{i(t_a)}|}{\sum_{i'=1}^l |S_{i'(t_a)} + \lambda_{i'i} S_{i(t_a)}|} \quad (14)$$

定义前后级连锁故障关联度 D_{ik} 为:

$$D_{ik} = \omega_k D_i D_{ik_flow} = \omega_k D_i \alpha_{ik(m)} \beta_{ik(m)} \gamma_{ik(m)} = \left| \omega_k \frac{S_i}{S_{imax}} \frac{\lambda_{ki} S_{i(t_a)} S_{k(t_a)} + \lambda_{ki} S_{i(t_a)} \lambda_{ki}}{S_{kmax}} \right| \quad (15)$$

D_{ik} 的值越大,则该非故障线路*k*受到系统前一级故障事件的影响越大。

这样,不计及保护/断路器不正确动作时,线路*k*由连锁故障潮流转移引起的状态转移概率可用式(16)计算:

$$p_{ik_ori} = \frac{D_{ik}}{\sum_{j=1}^l D_{ij} - D_{ii}} \quad (16)$$

3.1.3 计及保护/断路器不正确动作时的转移概率

在上一级故障切除后的潮流重新分配过程中,可能发生保护/断路器动作不正确等不确定性事件,这里采用概率方法评估它们拒动和误动的可能性。

保护和断路器不正确动作状态空间^[20]如式(17)所示:

$$\mathbf{U} = [\mathbf{W} \quad \mathbf{F}] \quad (17)$$

式中: $\mathbf{W} = [w_{r_1}, w_{r_2}, \dots, w_{r_{n_r}}, w_{c_1}, w_{c_2}, \dots, w_{c_{n_c}}]$, $w_{r_i} = 1$ 或0分别表示保护 r_i 误动或正常, $w_{c_j} = 1$ 或0分别表示保护相对应的断路器 c_j 误动或正常; $\mathbf{F} = [f_{r_1}, f_{r_2}, \dots, f_{r_{n_r}}, f_{c_1}, f_{c_2}, \dots, f_{c_{n_c}}]$, $f_{r_i} = 1$ 或0

分别表示保护拒动或正常, $f_{c_j} = 1$ 或 0 分别表示断路器拒动或正常。

保护和断路器不正确动作对线路的影响如表 1 所示。

表 1 保护和断路器不正确动作对线路的影响
Table 1 Impacts of malfunctions of protective relays and circuit breakers on lines

| w_{r_i} | f_{r_i} | w_{c_j} | f_{c_j} | 对线路的影响 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 线路不受影响 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 线路不断开 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 线路断开 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 矛盾状态 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 线路不断开 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 线路不断开 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 线路断开 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 矛盾状态 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 线路断开 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 线路不断开 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 线路断开 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 矛盾状态 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 矛盾状态 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 矛盾状态 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 矛盾状态 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 矛盾状态 |

这样,线路在保护和断路器不正确动作状态下断开的概率为:

$$\begin{aligned}
 p_{err} = & P(w_{r_i}=0, f_{r_i}=0, w_{c_j}=1, f_{c_j}=0) + \\
 & P(w_{r_i}=0, f_{r_i}=1, w_{c_j}=1, f_{c_j}=0) + \\
 & P(w_{r_i}=1, f_{r_i}=0, w_{c_j}=0, f_{c_j}=0) + \\
 & P(w_{r_i}=1, f_{r_i}=0, w_{c_j}=1, f_{c_j}=0) = \\
 & P(w_{r_i}=1, f_{r_i}=0, w_{c_j}=0, f_{c_j}=0) + \\
 & P(w_{c_j}=1, f_{c_j}=0) = \\
 & p_{mis_r}(1 - p_{mis_c} - p_{inact_c}) + p_{mis_c}
 \end{aligned} \quad (18)$$

式中: p_{mis_r} 为线路保护误动概率; p_{mis_c} 为断路器误动概率。

在过负荷或潮流转移等情况下,主要由过载保护动作。以过载保护为全阻抗保护为例进行研究。图 6 所示为全阻抗继电器的动作特性。图中: Z_{set} 为整定阻抗; Z_k 为测量阻抗。

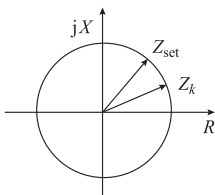


图 6 全阻抗继电器动作特性
Fig. 6 Operating characteristics of an impedance relay

由图 6 可知,若测量阻抗位于圆内(即动作区),则继电器动作,否则不动作。假设保护误动概率

和拒动概率在圆的径向上呈线性变化,即圆心处的拒动概率最小,圆周处误动概率最大。保护误动概率 p_{mis_r} 和拒动概率 p_{inact_r} 与测量阻抗的关系如图 7 所示^[21]。

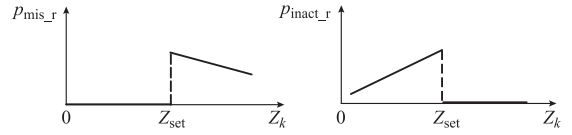


图 7 过载保护误动/拒动概率与测量阻抗的关系
Fig. 7 Relationship between malfunctioning probability of an overload protective relay and measured impedance

断路器误动概率 p_{mis_c} 和拒动概率 p_{inact_c} 与断路器元件物理特性有关,可视为常数。在现有文献中,常根据样本数据对保护误动和拒动概率、断路器误动和拒动概率进行统计。

3.2 系统硬件失效引起的线路状态转移概率

系统状态向量用 $s = [s_1, s_2, \dots, s_l]$ 表示,其状态空间一共包括 2^l 种情况。在由系统硬件失效引起的线路状态转移过程中,用 ν_k 和 μ_k 分别表示线路故障率和修复率。通常假定系统元件故障和修复时间呈指数分布,则 ν_k 和 μ_k 皆为常数^[15]。在实际系统中,线路故障率和修复率是与设备年龄、操作环境、天气等因素有关的时变量。本文的研究着重分析故障可能性,暂不考虑修复率因素,故假设 $\mu_k = 0$ 。这样,系统硬件失效引起的线路状态转移概率可表示为:

$$p_{line_k} = P(s_k(t') = 0 | s_k(t) = 1) = \nu_k \quad (19)$$

由上一级故障线路 i 切除引起的任一剩余线路 k 的状态转移概率为:

$$\begin{aligned}
 P(s_k(t')) = & P(s_k(t') = 0 | s_k(t) = 1)P(s_k(t) = 1) + \\
 & P(s_k(t') = 1 | s_k(t) = 1)P(s_k(t) = 1) = \\
 & \nu_k P(s_k(t) = 1) + (1 - \nu_k)P(s_k(t) = 1)
 \end{aligned} \quad (20)$$

4 线路脆弱性指标

电力系统脆弱性描述系统承受干扰或故障的能力,以及系统不能维持正常运行的可能趋势及其影响。在故障发生后,运行人员往往希望对系统由于故障引起的负荷损失、输电能力变化、网络拓扑变化等方面的指标有比较清楚的了解。下面定义 3 个脆弱性指标来评估由上述方法预测得到的下一级故障线路,并评估切除该故障线路将会对系统产生的影响,即此时系统的稳健水平。

1) 负荷损失度指标

负荷损失度指标 $C_{m+1,k}$ 表示假设的第 $m+1$ 级

故障发生且线路 k 切除后系统负荷的损失程度, 评估整个系统输电能力以及故障传播的广度:

$$C_{m+1,k} = \left| \frac{\sum_{j'=1}^{n_{load}} S_{j'(t_{m+1})} - \sum_{j'=1}^{n_{load}} S_{j'(t_m)}}{\sum_{j'=1}^{n_{load}} S_{j'(t_m)}} \right| \quad (21)$$

式中: $\sum_{j'=1}^{n_{load}} S_{j'(t_m)}$ 和 $\sum_{j'=1}^{n_{load}} S_{j'(t_{m+1})}$ 分别为第 m 级故障中的线路 i 切除后和第 $m+1$ 级故障中的线路 k 切除后的系统负荷视在功率总量; n_{load} 为负荷节点数。

2) 输电能力下降指标

输电能力下降指标 $E_{m+1,k}$ 用于评估连锁故障传播深度, 其与拓扑结构相关。用输电路径阻抗倒数的和表示系统的输电能力:

$$E_{m+1,k} = \frac{E_{(t_m)} - E_{(t_{m+1})}}{E_{(t_m)}} \quad (22)$$

式中: $E_{(t_m)}$ 和 $E_{(t_{m+1})}$ 分别为第 m 级故障中线路 i 切除和第 $m+1$ 级故障中的线路 k 切除后输电路径阻抗倒数和。

3) 最大连通域比率指标

最大连通域比率指标 $G_{m+1,k}$ 用于表示假设的第 $m+1$ 级故障发生且线路 k 切除后, 系统最大连通域规模与切除前规模的比值。最大连通域是指所有连通区域中包含节点数最大的区域, 最大连通域规模是指其中包括的节点数目。

$$G_{m+1,k} = \frac{G_{(t_{m+1})}}{G_{(t_m)}} \quad (23)$$

式中: $G_{(t_m)}$ 和 $G_{(t_{m+1})}$ 分别为第 m 级故障时线路 i 切除后和第 $m+1$ 级故障时线路 k 切除后的系统最大连通域规模。

对于上述 3 个脆弱性指标, 表 2 中给出了优、良、中、差 4 个评价等级的取值范围。

表 2 脆弱性指标评价等级

Table 2 Evaluation levels of vulnerability indices

| 指标 | 优 | 良 | 中 | 差 |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $C_{m+1,k}$ | [0, 0.02) | [0.02, 0.05) | [0.05, 0.15) | [0.15, 1.00] |
| $E_{m+1,k}$ | [0, 0.02) | [0.02, 0.05) | [0.05, 0.15) | [0.15, 1.00] |
| $G_{m+1,k}$ | [0.98, 1.00] | [0.95, 0.98) | [0.85, 0.95) | [0, 0.85) |

表 2 中: “优”表示系统在故障切除后强健性较好, 受影响不显著; “良”表示系统在故障发生后尚能保持在稳定运行范围, 有待继续观察; “中”表示系统受故障切除影响显著, 需采取相应措施; “差”表示系统受故障切除影响, 已经造成严重损失, 此时只能通过采用紧急措施尽量降低损失, 并控制连锁故障蔓延。

5 基于马尔可夫链的连锁故障预测流程

综上所述, 所提出的基于马尔可夫链的连锁故障预测模型的流程如图 8 所示。

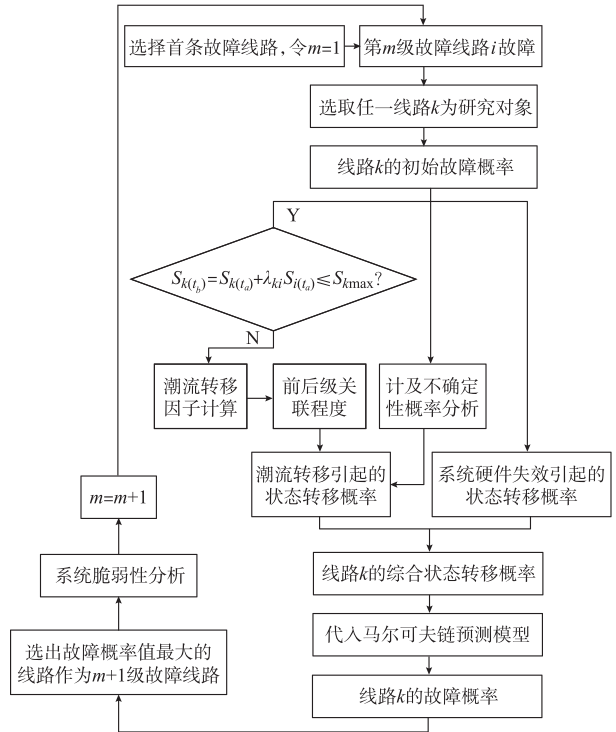


图 8 基于马尔可夫链的连锁故障预测流程
Fig. 8 Flow chart of a Markov chain based forecasting method for a cascading failure

由图 8 可知, 逐一扫描上一级线路切除后剩余线路发生连锁跳闸的概率并排序, 选取概率值最大的线路为下一级故障线路, 记录此故障路径并计算该下一级故障线路断开后系统脆弱性指标, 预测线路切除后系统的性能。也可同时选取概率值较大的线路作为可能的连锁故障, 得出各自的连锁故障路径, 对路径概率进行综合评价。

6 算例分析

以图 9 所示的 IEEE 10 机 39 节点系统为例来说明所提出的方法。线路输电阻抗、线路保护/断路器的误动/拒动概率、各线路故障率等参数详见附录 A。节点 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39 为发电机所在节点, 共有 46 条线路。取故障级数为 8。假设由于某种原因, 线路 13-14 发生故障并退出运行, 其负荷被转移到剩余 45 条线路上。

采用所提出的马尔可夫链预测模型可以得出 m 级故障发生后, 剩余线路的综合状态转移概率 $p_{m,k}$ 。在前面故障路径一致的情况下, 转移概率值越大的

线路成为下一级连锁故障线路的概率也就越大,故而选择综合状态转移概率 $P_{m,k}$ 最大的线路为下一级路径。

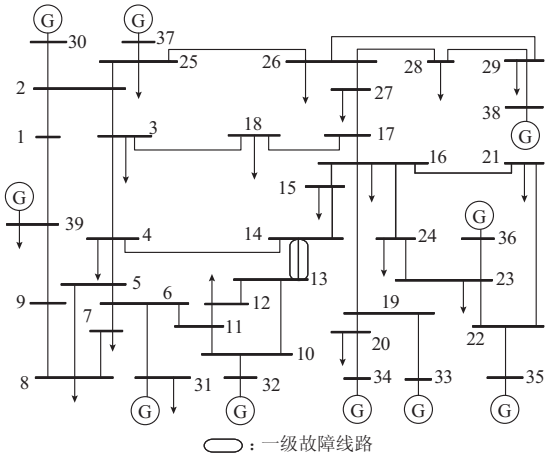


图9 IEEE 10机39节点系统
Fig. 9 IEEE 10-unit 39-bus power system

表3列出了 $m=1$ 级故障发生后,剩余部分线路的转移概率和各条可能的下级故障线路所对应的系统脆弱性指标。

表3 线路13-14切除后的部分线路状态转移概率
Table 3 Transition probabilities of some lines after line 13-14 is out of service

| 线路 | $p_{m,k}$ | $C_{m+1,k}$ | $E_{m+1,k}$ | $G_{m+1,k}$ | 脆弱性指标评价 ($C_{m+1,k}, E_{m+1,k}, G_{m+1,k}$) |
|-------|-----------|-------------|-------------|-------------|--|
| 4-5 | 0.398 5 | 0 | 0.021 0 | 1.000 0 | (优,良,优) |
| 6-11 | 0.331 0 | 0 | 0.183 2 | 0.871 8 | (优,差,中) |
| 10-11 | 0.282 8 | 0 | 0.062 4 | 1.000 0 | (优,中,优) |
| 5-6 | 0.191 3 | 0 | 0.103 2 | 1.000 0 | (优,中,优) |
| 3-4 | 0.027 2 | 0 | 0.012 6 | 1.000 0 | (优,优,优) |

考虑到实际发生故障的线路未必是故障率最大的线路,这样在对实际系统进行连锁故障预测时,宜将故障率较大的一些线路都列入考虑范围。

因篇幅所限,这里只给出以 $m=2$ 级故障可能性最大的2条线路为前一级故障,分别求取可能性最大的2条连锁故障发展路径,结果如表4所示。

表4 2条连锁故障预测路径
Table 4 Forecasted cascading failure paths

| 连锁故障发展级数 m | 线路 | $p_{m,k}$ | $C_{m+1,k}$ | $E_{m+1,k}$ | $G_{m+1,k}$ | 脆弱性指标评价($C_{m+1,k}, E_{m+1,k}, G_{m+1,k}$) | 线路 | $p_{m,k}$ | $C_{m+1,k}$ | $E_{m+1,k}$ | $G_{m+1,k}$ | 脆弱性指标评价($C_{m+1,k}, E_{m+1,k}, G_{m+1,k}$) |
|--------------|-------|-----------|-------------|-------------|-------------|--|-------|-----------|-------------|-------------|-------------|--|
| 1 | 13-14 | | | | | | 13-14 | | | | | |
| 2 | 4-5 | 0.398 5 | 0 | 0.021 0 | 1.000 0 | (优,良,优) | 6-11 | 0.331 0 | 0 | 0.183 2 | 0.871 8 | (优,差,中) |
| 3 | 1-39 | 0.556 9 | 0.308 6 | 0.446 7 | 0.692 3 | (差,差,差) | 6-31 | 0.985 1 | 0.001 6 | 0.013 1 | 0.970 6 | (优,优,良) |
| 4 | 16-24 | 0.863 7 | 0 | 0.083 9 | 1.000 0 | (优,中,优) | 3-18 | 0.976 5 | 0 | 0.025 0 | 1.000 0 | (优,良,优) |
| 5 | 1-2 | 0.973 1 | 0 | 0.013 1 | 0.963 0 | (优,优,良) | 9-39 | 0.984 6 | 0 | 0.296 0 | 1.000 0 | (优,差,优) |
| 6 | 22-23 | 0.683 0 | 0 | 0.050 2 | 1.000 0 | (优,中,优) | 16-19 | 0.905 8 | 0.109 7 | 0.086 4 | 0.878 8 | (中,中,中) |
| 7 | 15-16 | 0.843 4 | 0 | 0.050 4 | 1.000 0 | (优,中,优) | 29-38 | 0.983 1 | 1.000 0 | 0.024 3 | 0.965 5 | (差,良,良) |
| 8 | 4-14 | 0.702 5 | 0.015 4 | 0.066 3 | 0.923 1 | (优,中,中) | 3-4 | 0.862 4 | 1.000 0 | 0.018 2 | 1.000 0 | (差,优,优) |

由此得出在线路13-14发生故障并退出运行后,线路4-5→线路1-39→线路16-24→线路1-2→线路22-23→线路15-16→线路4-14,以及线路6-11→线路6-31→线路3-18→线路9-39→线路16-19→线路29-38→线路3-4成为可能性较大的2条连锁故障路径。表4中也列出了不同故障路径对应的系统脆弱性指标值,可作为辅助判据,以利于运行人员对可能发生的连锁故障在整体上进行把握。图10用图示方式给出了连锁故障的预测路径。

在假定系统初始条件相同的情况下,进行多次连锁故障预测所得到的结果是相同的。这是因为系统状态预测是以潮流转移和系统硬件失效引起的综合状态转移概率及其脆弱性指标为基础的,如果网络拓扑结构、初始故障概率、保护/断路器不正确动作的可能性和系统硬件失效率等初始条件不变,则由所提出的基于马尔可夫链的连锁故障预测方法得

到的连锁故障路径不会发生变化。

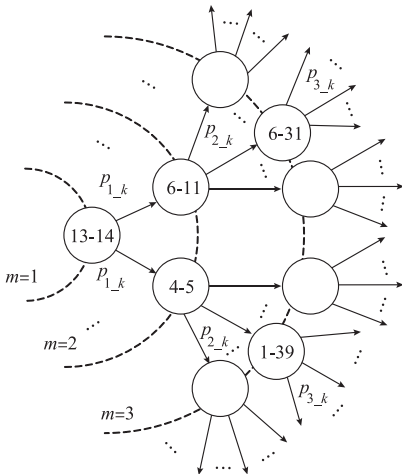


图10 连锁故障预测路径
Fig. 10 Forecasted cascading failure paths

7 结语

电力系统连锁故障中的上下级故障间有着固有的关联,可以利用前后级故障之间的状态转移关系预测下一级可能发生的故障。本文提出的基于马尔可夫链的连锁故障预测模型能够较好地计及由于连锁故障过程中潮流转移引起的状态转移概率、保护/断路器不正常动作概率和系统硬件失效引起的线路状态转移概率,在此基础上得出的线路综合状态转移概率能够较好地对系统下一级可能发生故障的线路作出判定。构造了3个指标,即负荷损失度、输电能力下降和最大连通域比率指标,可以在一定程度上表征和评估所预测故障线路切除后系统的脆弱性。所得到的连锁故障路径和脆弱性指标有助于运行人员从系统整体的角度把握发生连锁故障的可能性,以便及时采取有效的预防措施。

附录见本刊网络版(<http://aeaps.sgepri.sgcc.com.cn/aeaps/ch/index.aspx>)。

参考文献

- [1] 甘德强,胡江溢,韩祯祥. 2003年国际若干停电事故思考[J]. 电力系统自动化, 2004, 28(3): 1-4.
GAN Deqiang, HU Jiangyi, HAN Zhenxiang. After the 2003 blackouts across several continents[J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(3): 1-4.
- [2] 陈向宜,陈允平,李春艳,等. 构建大电网安全防护体系——欧洲大停电事故的分析及思考[J]. 电力系统自动化, 2007, 31(1): 4-8.
CHEN Xiangyi, CHEN Yunping, LI Chunyan, et al. Constructing wide-area security defensive system in bulk power grid—a pondering over the large-scale blackout in the European power grid on November 4[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(1): 4-8.
- [3] 于会泉,刘文颖,温志伟,等. 基于线路集群的连锁故障概率分析模型[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(10): 29-33.
YU Huiquan, LIU Wenying, WEN Zhiwei, et al. A probabilistic assessment model for power system cascading failure based on line clusters method[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(10): 29-33.
- [4] 梅生伟,何飞,张雪敏,等. 一种改进的 OPA 模型及大停电风险评估[J]. 电力系统自动化, 2008, 32(13): 1-5.
MEI Shengwei, HE Fei, ZHANG Xuemin, et al. An improved OPA model and the evaluation of blackout risk[J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(13): 1-5.
- [5] 曹一家,王光增,韩祯祥,等. 考虑电网拓扑演化的连锁故障模型[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(9): 5-10.
CAO Yijia, WANG Guangzeng, HAN Zhenxiang, et al. A cascading failures model in power grid considering topology evolution[J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(9): 5-10.
- [6] KIM J, DOBSON I. Approximating a loading-dependent cascading failure model with a branching process[J]. IEEE Trans on Reliability, 2010, 59(4): 691-699.
- [7] ZIN A A M, ABDUL K S P. The utilization of digital fault recorders in protection system analysis on Tenaga Nasional Berhad transmission system[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2007, 22(4): 2040-2046.
- [8] 丁明,韩平平. 小世界电网的连锁故障传播机理分析[J]. 电力系统自动化, 2007, 31(18): 6-10.
DING Ming, HAN Pingping. Study of failure spreading mechanism in the small world power grid[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(18): 6-10.
- [9] WANG Z F, SCAGLIONE A, THOMAS R J. Generating statistically correct random topologies for testing smart grid communication and control networks[J]. IEEE Trans on Smart Grid, 2010, 1(1): 28-39.
- [10] BABAEI M, GHASSEMIEH H, JALILI M. Cascading failure tolerance of modular small-world networks[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2011, 58(8): 527-531.
- [11] 肖俊,谷文卓,郭晓丹,等. 配电系统供电能力模型[J]. 电力系统自动化, 2011, 35(24): 47-52.
XIAO Jun, GU Wenzhuo, GUO Xiaodan, et al. A supply capability model for distribution systems[J]. Automation of Electric Power Systems, 2011, 35(24): 47-52.
- [12] 易俊,周孝信,肖逾男. 用连锁故障搜索算法判别系统的自组织临界状态[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(25): 1-5.
YI Jun, ZHOU Xiaoxin, XIAO Yunan. Determining the self-organized criticality state of power systems by the cascading failures searching method[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(25): 1-5.
- [13] 易俊,周孝信,肖逾男. 具有不同拓扑特征的中国区域电网连锁故障分析[J]. 电力系统自动化, 2007, 31(10): 7-10.
YI Jun, ZHOU Xiaoxin, XIAO Yunan. Analysis on cascading failures in several Chinese regional power grids with different network characteristics[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(10): 7-10.
- [14] 宋毅,王成山. 具有时序特征的相继故障演变模型[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(22): 29-34.
SONG Yi, WANG Chengshan. A kind of continual fault evolution model with temporal characteristic[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(22): 29-34.
- [15] IYER S M, NAKAYAMA M K, GERBESSIOTIS A V, et al. A Markovian dependability model with cascading failures[J]. IEEE Trans on Computers, 2009, 58(9): 1238-1249.
- [16] 高亚静,周明,李庚银,等. 基于马尔可夫链和故障枚举法的可用输电能力计算[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(19): 41-46.
GAO Yajing, ZHOU Ming, LI Gengyin, et al. Available transfer capability calculation based on Markov chain and enumeration method[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(19): 41-46.
- [17] ZOU X, CHENG L, SUN Y Z. Evaluation of cascading failure in power system based on the operational reliability theory

- [C]// Proceedings of the IEEE 11th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, June 14-17, 2010, Singapore; 184-189.
- [18] WANG Z F, SCAGLIONE A, THOMAS R J. A Markov-transition model for cascading failures in power grids[C]// Proceedings of the 45th Hawaii International Conference on System Sciences, January 4-7, 2012, Maui, HI, USA; 2115-2124.
- [19] 马瑞,陶俊娜,徐慧明. 基于潮流转移因子的电力系统连锁跳闸风险评估[J]. 电力系统自动化, 2008, 32(12): 17-21.
MA Rui, TAO Junna, XU Huiming. Power flow transfer factor based risk assessment of power system cascading trips [J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(12): 17-21.
- [20] 郭文鑫,文福拴,廖志伟,等. 计及保护和断路器误动与拒动的电力系统故障诊断解析模型[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(24): 6-10.
GUO Wenxin, WEN Fushuan, LIAO Zhiwei, et al. An analytic model for power system fault diagnosis with malfunctions of protective relays and circuit breakers taken into account[J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(24): 6-10.
- [21] 戴志辉,王增平,焦彦君,等. 继电保护原理性运行失效概率模型[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(23): 16-20.
DAI Zhihui, WANG Zengping, JIAO Yanjun, et al. An operation failure probability model for power system protection [J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(23): 16-20.
- 吴文可(1988—),女,硕士研究生,主要研究方向:电力系统故障诊断与电力经济。E-mail: wingke. wu@gmail. com
- 文福拴(1965—),男,通信作者,特聘教授,博士生导师,主要研究方向:电力系统故障诊断与系统恢复、电力经济与电力市场、智能电网与电动汽车。E-mail: fushuan. wen@gmail. com
- 薛禹胜(1941—),男,中国工程院院士,博士生导师,国网电力科学研究院名誉院长,主要研究方向:电力系统自动化。E-mail: xueyusheng@sgepri. sgcc. com. cn

(编辑 孔丽蓓)

A Markov Chain Based Model for Forecasting Power System Cascading Failures

WU Wenke¹, WEN Fushuan², XUE Yusheng³, ZHAO Xuanyu⁴, HU Rong⁴

(1. School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

3. NARI Group Corporation, Nanjing 210003, China;

4. Power Dispatching Control Center, China Southern Power Grid, Guangzhou 510623, China)

Abstract: Several blackouts and large-area outages around the globe were caused by cascading failures in the past several years. The ability to forecast cascading failures has become one of the most important research topics in power systems. The existing methods of forecasting cascading failures do not systematically and comprehensively address some important influencing factors such as the network topology, the relevance between two consecutive failures, and the uncertainties in the system operations. Given this background, based on the initial failure probabilities of lines and the transition probability between two consecutive failures, a Markov chain based model for forecasting cascading failures is presented. In this model, the transferring power flow, malfunctions of protective relays and circuit breakers, and the failure rates of components are considered. At first, the next failure is forecasted by the Markov chain based method, and the set of possible failures is identified, followed by the paths of cascading failures with the time sequence determined. Then, three criteria used to evaluate the vulnerability of follow-up failures are presented, and employed to monitor and quickly control possible cascading failures. Finally, the IEEE 10-unit 39-bus system is used for demonstrating the essential features of the developed model and method.

This work is supported by National Key Technology Research and Development Program of China (No. 2011BAA07B02) and a Key Project from China Southern Power Grid Corporation (No. K-ZB2011-012, No. K201029.2).

Key words: cascading failures; Markov chain model; power flow transfer; uncertainty; vulnerability

附录 A

表 A1 IEEE 10 机 39 节点系统线路输电路径阻抗
Table A1 Impedances of transmission lines in IEEE 10-unit 39-bus power system

| 线路 | 线路阻抗/p.u. | 线路 | 线路阻抗/p.u. |
|-------|-----------|-------|-----------|
| 1-2 | 4.11 | 14-15 | 2.17 |
| 1-39 | 2.5 | 15-16 | 0.94 |
| 2-3 | 1.51 | 16-17 | 0.89 |
| 2-25 | 0.86 | 16-19 | 1.95 |
| 2-30 | 1.81 | 16-21 | 1.35 |
| 3-4 | 2.13 | 16-24 | 0.59 |
| 3-18 | 1.33 | 17-18 | 0.82 |
| 4-5 | 1.28 | 17-27 | 1.73 |
| 4-14 | 1.29 | 19-20 | 1.38 |
| 5-6 | 0.26 | 19-33 | 1.42 |
| 5-8 | 1.12 | 20-34 | 1.8 |
| 6-7 | 0.92 | 21-22 | 1.4 |
| 6-11 | 0.82 | 22-23 | 0.96 |
| 6-31 | 2.5 | 22-35 | 1.43 |
| 7-8 | 0.46 | 23-24 | 3.5 |
| 8-9 | 3.63 | 23-36 | 2.72 |
| 9-39 | 2.5 | 25-26 | 3.23 |
| 10-11 | 0.43 | 25-37 | 2.32 |
| 10-13 | 0.43 | 26-27 | 1.47 |
| 10-32 | 2 | 26-28 | 4.74 |
| 12-11 | 4.35 | 26-29 | 6.25 |
| 12-13 | 4.35 | 28-29 | 1.51 |
| 13-14 | 1.01 | 29-38 | 1.56 |

注：电压基准值为 345 kV；视在功率基准值为 100 MVA。

表 A2 IEEE 10 机 39 节点系统线路保护/断路器的误动/拒动概率

Table A2 Malfunction probabilities of protective relays/circuit breakers of lines in IEEE 10-unit 39-bus power system

| 线路 | 保护误动概率 p_{mis_r} | 保护拒动概率 p_{inact_r} | 断路器误动概率 p_{mis_c} | 断路器拒动概率 p_{inact_c} |
|-------|---------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|
| 1-2 | 0.00641 | 0.00044 | 0.02681 | 0.01451 |
| 1-39 | 0.01062 | 0.00027 | 0.04418 | 0.00880 |
| 2-3 | 0.01745 | 0.00016 | 0.07294 | 0.00533 |
| 2-25 | 0.02383 | 0.00012 | 0.09970 | 0.00390 |
| 2-30 | 0.01465 | 0.00019 | 0.06108 | 0.00636 |
| 3-4 | 0.01246 | 0.00023 | 0.05180 | 0.00750 |
| 3-18 | 0.01987 | 0.00014 | 0.08284 | 0.00469 |
| 4-5 | 0.02064 | 0.00014 | 0.08620 | 0.00451 |
| 4-14 | 0.02044 | 0.00014 | 0.08553 | 0.00454 |
| 5-6 | 0.10123 | 0.00003 | 0.04239 | 0.00092 |
| 5-8 | 0.02354 | 0.00012 | 0.09845 | 0.00395 |
| 6-7 | 0.02862 | 0.00010 | 0.11990 | 0.00324 |
| 6-11 | 0.03217 | 0.00009 | 0.13432 | 0.00289 |
| 6-31 | 0.01062 | 0.00027 | 0.04422 | 0.00879 |
| 7-8 | 0.05721 | 0.00005 | 0.23942 | 0.00162 |
| 8-9 | 0.00733 | 0.00039 | 0.03039 | 0.01279 |
| 9-39 | 0.01066 | 0.00027 | 0.04418 | 0.00880 |
| 10-11 | 0.06114 | 0.00005 | 0.25598 | 0.00152 |
| 10-13 | 0.06116 | 0.00005 | 0.25598 | 0.00152 |
| 10-32 | 0.01327 | 0.00021 | 0.05527 | 0.00703 |
| 12-11 | 0.00613 | 0.00046 | 0.02540 | 0.01530 |
| 12-13 | 0.00615 | 0.00046 | 0.02540 | 0.01530 |
| 13-14 | 0.02606 | 0.00011 | 0.10902 | 0.00356 |
| 14-15 | 0.01217 | 0.00023 | 0.05077 | 0.00765 |
| 15-16 | 0.02804 | 0.00010 | 0.11707 | 0.00332 |
| 16-17 | 0.02962 | 0.00010 | 0.12383 | 0.00314 |
| 16-19 | 0.01353 | 0.00021 | 0.05650 | 0.00688 |
| 16-21 | 0.01955 | 0.00014 | 0.11707 | 0.00475 |
| 16-24 | 0.04474 | 0.00006 | 0.12383 | 0.00208 |
| 17-18 | 0.03216 | 0.00009 | 0.05650 | 0.00289 |
| 17-27 | 0.01527 | 0.00019 | 0.08171 | 0.00610 |
| 19-20 | 0.01918 | 0.00015 | 0.18713 | 0.00486 |
| 19-33 | 0.01869 | 0.00015 | 0.13432 | 0.00500 |
| 20-34 | 0.01463 | 0.00019 | 0.06372 | 0.00634 |
| 21-22 | 0.01885 | 0.00015 | 0.08000 | 0.00493 |
| 22-23 | 0.02746 | 0.00010 | 0.07776 | 0.00338 |
| 22-35 | 0.01853 | 0.00015 | 0.11493 | 0.00503 |
| 23-24 | 0.00755 | 0.00037 | 0.07731 | 0.01233 |
| 23-36 | 0.00975 | 0.00029 | 0.03152 | 0.00956 |
| 25-26 | 0.00812 | 0.00035 | 0.04064 | 0.01141 |
| 25-37 | 0.0114 | 0.00025 | 0.03406 | 0.00816 |
| 26-27 | 0.0179 | 0.00016 | 0.04763 | 0.00519 |
| 26-28 | 0.0055 | 0.00051 | 0.07486 | 0.01673 |
| 26-29 | 0.0042 | 0.00067 | 0.02323 | 0.02206 |
| 28-29 | 0.0174 | 0.00016 | 0.01761 | 0.00533 |
| 29-38 | 0.0169 | 0.00017 | 0.07077 | 0.00549 |

表 A3 IEEE 10 机 39 节点系统线路故障率
Table A3 Failure rates of lines in IEEE 10-unit 39-bus power system

| 线路 | 故障率 | 线路 | 故障率 |
|-------|----------|-------|---------|
| 1-2 | 0.00582 | 14-15 | 0.00656 |
| 1-39 | 0.00438 | 15-16 | 0.00434 |
| 2-3 | 0.00438 | 16-17 | 0.00321 |
| 2-25 | 0.00324 | 16-19 | 0.00465 |
| 2-30 | 0.00582 | 16-21 | 0.00365 |
| 3-4 | 0.00265 | 16-24 | 0.00521 |
| 3-18 | 0.00235 | 17-18 | 0.00445 |
| 4-5 | 0.00781 | 17-27 | 0.00611 |
| 4-14 | 0.00445 | 19-20 | 0.00125 |
| 5-6 | 0.00445 | 19-33 | 0.00232 |
| 5-8 | 0.00445 | 20-34 | 0.00445 |
| 6-7 | 0.00445 | 21-22 | 0.00445 |
| 6-11 | 0.00438 | 22-23 | 0.00121 |
| 6-31 | 0.00465 | 22-35 | 0.00111 |
| 7-8 | 0.00445 | 23-24 | 0.00234 |
| 8-9 | 0.00445 | 23-36 | 0.00582 |
| 9-39 | 0.00582 | 25-26 | 0.00438 |
| 10-11 | 0.00582 | 25-37 | 0.00438 |
| 10-13 | 0.00325 | 26-27 | 0.00324 |
| 10-32 | 0.001653 | 26-28 | 0.00582 |
| 12-11 | 0.001653 | 26-29 | 0.00265 |
| 12-13 | 0.001653 | 28-29 | 0.00235 |
| 13-14 | 0.001653 | 29-38 | 0.00212 |