

基于指标权重分配的群决策赋权方法研究

王 斌¹, 李 刚^{1~3}, 曹 勇^{1,2}, 彭晓红¹, 陈 凯^{1,2}

(1. 东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 东北大学 秦皇岛分校 经济学院, 河北 秦皇岛 066004; 3. 中国科学院 科技战略咨询研究院, 北京 100190)

摘 要: 本文的主要工作是从指标层入手对群决策中的赋权方法进行研究。首先, 根据多位专家给出的某一指标的多个权重, 通过一致性检验确定该指标的合理取值区间; 然后, 以组合权重与通过一致性检验的专家权重之间的偏差最小为目标函数建立优化模型, 求解组合权重; 最后, 通过算例验证了模型的有效性和可行性。本文的主要创新与特色有两点: 一是从指标层面对专家权重的一致性进行检验, 与根据专家的权重向量的一致性检验相比, 更加灵活, 且避免了对有效信息的删除和无效信息的放大; 二是从指标层面确定指标的组合权重, 解决了群决策中的组合赋权问题, 改变了专家权重分配对组合权重的影响问题。

关键词: 群决策; 组合赋权; 指标层; 优化模型

中图分类号: C934 **文章标识码:** A **文章编号:** 1007-3221(2018)11-0022-04 **doi:** 10.12005/orms.2018.0252

Research on the Weighting Method for Group Decision Based on the Weighting of the Indices

WANG Bin¹, LI Gang^{1~3}, CAO Yong^{1,2}, PENG Xiao-hong¹, CHEN Kai^{1,2}

(1. School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. School of Economics, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China; 3. Institutes of Science and Development, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The main work of this paper is to determine the weights for Group Decision based on the weighting of the indices. Firstly, we get the reasonable range of the indices based on the weights of the expert. And then, this paper builds the optimization model to calculate the combination weight. At last, case studies testify the validity and feasibility of this method. The contribution characteristics lie on two aspects. Firstly, this paper makes the consistency test on the indicators take the place of the weight vector of the experts, and avoids the mistake of the effective information deleted and the amplification of invalid information. Secondly, this paper gets the combination weight based on the weighting of the indices and solves the weight problem in group decision-making.

Key words: group decision; combination weight; indicates; optimization model

0 引言

群决策中评价指标的组合权重一般是由多位专家分别计算的指标权重和专家自身分配的权重组合得到^[1~3]。现有研究中, 由单一专家计算指标

权重的方法已经比较成熟, 比如 AHP 方法、G₁ 法都可以根据专家意愿计算指标权重。但是群决策中, 多个决策专家自身权重的分配还没有一个十分理想的解决方案。现有研究中, 群决策中专家自身权重分配的相关研究大致可以分为主观分配法和客观分配法两类。基于主观分配思路的专家权重

收稿日期: 2016-09-09

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(71601041): “不完全信息下中小企业的信用评级与违约损失率匹配研究”; 河北省社会科学基金项目一般项目(HB15YJ117): “供应链金融视角下中小企业信用风险评价研究”; 中国博士后科学基金一等资助项目(2016M590130): “中小企业信贷决策的社会网络分析赋权方法研究”; 中国博士后科学基金特别资助项目(2017T100111): “考虑多源信息融合的中小企业信用风险评价研究”

作者简介: 王斌(1977-), 男, 汉族, 内蒙古海拉尔人, 博士研究生, 主要研究方向为多属性决策; 李刚(1981-), 男, 汉族, 山东莱芜人, 博士, 在站博士后, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为多属性决策理论方法及应用。

分配主要根据专家的名望、知识水平等先验信息为不同决策专家分配权重。这虽然可以解决专家的权重分配问题,但过于主观随意。基于客观分配思路的专家权重分配主要是依据该专家所给出的指标权重信息(指标偏好关系构成的判断矩阵)的质量进行分配,比如,依据该专家给定的判断矩阵的一致性程度,或者依据不同专家给出的判断矩阵之间的一致性程度。在实际的决策中,基于客观方法的专家权重分配比基于主观方法的权重分配更合理一些,应用也更为广泛,比较常用的专家权重的客观分配方法有判断矩阵元素加权平均法和排序向量加权平均法,排序向量加权平均法在保序性方面要比判断矩阵元素加权平均法更优,因此也得到了更为广泛的研究和应用。此外,有学者用聚类的方法对决策专家进行分类和权重的分配,也有学者提出了将专家分配的权重分为个体可信度权值和群体可信度权值^[3~8]。

综上所述,国内外很多学者对基于客观思路的专家权重分配方法进行了研究,但是仍然有以下两个问题没有得到很好的解决:

问题一:没有一个统一的标准权衡专家自身判断矩阵和其他多位专家的多个判断矩阵之间的关系,因此,很难给出多位专家权重分配的合理标准。

问题二:任何一种方法分配多位专家的权重都有可能是不合理的。当且仅当我们能够确定所有专家给出的指标权重都是合理的,才能保证为每一位专家分配一个固定的权重是合理的。

在有 n 位专家参与的群决策中,为每一位决策专家分配一个权重,也就是为每一位决策专家所计算的指标权重又分配了一个共同的权重 β_i ,假设第 i 位专家计算的 m 个指标的权重向量 $W_i = (W_{i1}, W_{i2}, \dots, W_{im})$, 则组合权重向量 $W = \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot W_i = (\sum_{i=1}^n \beta_i \cdot W_{i1}, \dots, \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot W_{im})$ 。根据这一法则,即使存在合理的 β_i ,也无法保证组合权重向量 W 的合理。

在实际群决策中,所邀请专家可能会存在两类特殊的专家,第一类特殊的专家是“优质专家”,该类专家对大部分指标的重要性判断都很准确,只是个别指标不准确;第二类特殊专家则刚好相反,对大部分指标的重要性判断都不太准确,但是对个别指标的重要性判断却非常准确。按照传统的群决策专家权重分配方法,合理的权重分配应该是给第一类专家分配较大权重,给第二类专家分配很小的

权重,甚至是剔除第二类专家的判断信息。但是这样做会导致较为严重的后果,一方面放大了第一类专家中的错误信息,另一方面也会损失第二类专家的有价值的信息,导致组合权重的不合理,评价结果的不合理性。由此可见,对于问题一和问题二,并不能按照传统的权重分配方法同时解决。

群决策的目的是为了得到更为合理的决策结果,而专家的权重分配只是其达到目的手段,为了有效避免群决策中对“无效信息”的放大和对“有效信息”的缩小,本文将避开专家权重分配,从指标层面入手,构造一套基于指标权重分配的群决策赋权模型,解决群决策中的组合赋权问题。

1 基于指标权重分配的群决策赋权模型

1.1 基于指标权重分配的群决策赋权思路

考虑到通过专家权重分配确定群决策中的指标权重会导致权重的不合理问题,在本文中,将采用基于指标层面的权重分配思路解决群决策中的指标赋权问题。

(1) 利用 AHP 方法计算每一位专家给出的指标权重。邀请 n 位专家参与决策,利用 AHP 方法,可以计算出 n 位专家给出评价指标的 n 个主观权重向量。

(2) 根据指标权重信息确定指标的合理取值区间。当计算出 n 位专家给出的权重向量后,每一个指标都会有 n 个权重,本文将利用指标 n 个权重的大小及密度分布,确定该指标的合理取值区间。

通过指标的多个权重确定该指标的合理取值区间是本文的主要特色。与传统研究中分析 n 个权重向量之间的关系确定专家的权重分配的思路不同,本文将重点放在指标层面,研究所有专家关于某一个指标的权重信息,在指标层面上对不同专家的一致性进行检验,剔除未通过一致性检验的指标权重,构造合理的指标权重区间。

(3) 通过优化模型求解体现专家群体智慧的组合权重。以组合权重与通过一致性检验的专家的权重偏差最小为目标,以组合权重的合理取值区间为约束,建立优化模型,求解群决策的组合权重。

优化模型的特色:该赋权模型对对权重向量的一致性检验,变为对指标多个权重的一致性检验,这样做一一是无需分配专家权重;二是模型计算的组合权重可以兼顾所有专家关于指标的有用信息,更

有利于保证群决策的有效性。

1.2 基于指标权重分配的群决策赋权模型建立

(1) 决策专家给出的指标权重矩阵

不妨假设邀请 n 位专家参与一个拥有 m 个指标的决策。首先,利用 AHP 方法计算该专家给出的指标权重^[9]。 n 位专家给出的关于 m 个指标的权重矩阵 $A_{m \times n} = (a_{ij})_{m \times n}$ 由式(1)所示。

$$A_{m \times n} = (a_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 a_{ij} 第 j 位专家给出的关于第 i 个指标的权重。矩阵 A 中,每一列代表一位专家给出的关于 m 个指标的权重向量,而每一行则代表每一个指标的 n 个权重。

(2) 指标合理区间的确定

① 确定指标组合权重的取值范围。根据 AHP 赋权的原理可知,指标权重代表了决策专家对该指标重要性的认可度。也可以理解为该权重的极小的 δ 邻域也属于专家的认可范围。对于第 j 个指标来说,所有专家所能接受的指标的取值范围在区间 $[a_j^-, a_j^+]$ 上。其中:

$$a_j^- = \min(a_{j1}, a_{j2}, \cdots, a_{jn}) \quad (2)$$

$$a_j^+ = \max(a_{j1}, a_{j2}, \cdots, a_{jn}) \quad (3)$$

需要说明的是,区间 $[a_j^-, a_j^+]$ 还不能直接作为群决策中指标组合权重的合理区间,还要进一步分析该指标所有 n 个权重之间的内在一致性,或者说是否有奇异点的存在。

② 根据取值范围确定组合权重的合理区间。组合权重合理区间的确定依据主要是剔除不能通过一致性检验的专家权重。区间上有 n 位专家给出的 n 个指标权重,区间的左右端点表示该指标的最小权重和最大权重,而奇异点只可能出现在左右端点上。第 j 个指标的区间的长度 d_j 如式(4)所示:

$$d_j = a_j^+ - a_j^- \quad (4)$$

区间的长度 d_j 代表了专家意见的一致性大小,长度越小,表明专家关于该指标的意见越统一,一致性越好。所以,本文根据区间的长度确定指标组合权重的合理取值区间。具体做法是检验左右端点是否为奇异点,采用排除奇异点的方法确定合

理取值区间。

为了叙述问题的方便,假设第 j 个指标按照大小关系重新排序后为:

$$x_{j1} < x_{j2} < \cdots < x_{j(n-1)} < x_{jn} \quad (5)$$

首先检验 x_{j1} 和 x_{jn} 是否为奇异点。检验某点是否为奇异点的方法是看该点的 δ 邻域内其他点的分布情况,或者说密度的大小。 δ 的取值越小,表明对奇异点的要求越高。本文的 δ 取值是区间长度的一半($d_j/2$)。如果 x_{j1} 的 $\delta(d_j/2)$ 邻域内不含其他的点,则判定 x_{j1} 为奇异点,需要删除。同理判定 x_{jn} 是否为奇异点。如果二者均不是奇异点,则区间 $[x_{j1}, x_{jn}]$ 即为组合权重的合理取值区间。如果 x_{j1} 是奇异点,删除权重 x_{j1} ,进一步检验 x_{j2} 是否为奇异点。直到确定出最后的合理区间 $[x_{jk}, x_{jl}]$ 。

(3) 组合权重优化模型的建立

优化模型构建的思路:组合权重应该是最大限度的兼顾通过一致性检验的专家给出的指标权重大小信息,保证群决策能够体现少数服从多数的群体智慧。所以,优化模型的目标函数用指标的组合权重与通过一致性检验的专家给定指标权重的偏差最小表示。设 w_i 表示第 i 个指标的群决策组合权重,则目标函数如下:

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_1} (a_{ij} - w_i)^2 \quad (6)$$

说明:目标函数中的指标权重 a_{ij} 仅仅包含通过一致性检验的指标权重,并不是专家求出的所有指标权重,保证了组合权重兼顾的是所有通过一致性检验的指标权重。

用指标的合理取值区间和权重之和为 1 作为优化模型的两个约束条件,如式(7)~(8)所示:

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad (7)$$

$$x_{ik} \leq w_i \leq x_{il} \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (8)$$

以式(6)为目标函数,以式(7)~(8)为约束条件,建立优化模型,求解评价指标的组合权重。

2 实例检验

(1) 单一专家权重计算

拟邀请 7 位专家参与群决策,利用 AHP 方法给出的 5 个指标的权重信息如表 1 所示。

表 1 群决策权重

指标	7 位专家给出的指标权重							第一次检验		第二次检验		群决策权重	
								δ ($\frac{d_i}{2}$)	奇异点	δ ($\frac{d_i}{2}$)	奇异点	合理 区间	权重
	1	2	3	4	5	6	7						
X1	0.24	0.22	0.31	0.25	0.6	0.23	0.19	0.205	0.60	0.06	无	[0.19 0.31]	0.298
X2	0.19	0.16	0.09	0.38	0.15	0.17	0.13	0.145	0.38	0.05	无	[0.09 0.19]	0.190
X3	0.16	0.33	0.18	0.17	0.11	0.21	0.13	0.110	0.33	0.05	无	[0.11 0.21]	0.210
X4	0.12	0.18	0.37	0.13	0.08	0.25	0.51	0.215	0.51	0.145	无	[0.08 0.37]	0.162
X5	0.29	0.11	0.05	0.07	0.06	0.14	0.04	0.125	0.29	0.05	无	[0.04 0.14]	0.140

(2) 基于指标权重的一致性检验

本文从指标层对专家的权重进行一致性检验, 将指标多个权重中的奇异权重剔除。

以第一个指标为例, 7 位专家给出的权重, 最大值是专家 5 给出的 0.6, 最小值是专家 7 给出的 0.19, 这说明所有的专家均同意该指标的权重大小应该介于 0.19 - 0.6 中间。首先检验 0.19 和 0.6 是否为奇异点。区间长度 = 0.6 - 0.19 = 0.41, 以区间长度的一半 (0.205) 作为半径, 判断 0.6 与 0.19 的邻域 $[0.6 - 0.205, 0.6 + 0.205]$ 和 $[0.19 - 0.205, 0.19 + 0.205]$ 内是否包含其他权重。经检验 0.19 非奇异点, 保留; 0.6 为奇异点, 删除。经过第一次检验, 第一个指标的新权重区间 $[0.19, 0.31]$, 继续重复以上步骤判断 0.31 和 0.19 均不是奇异点, 故该指标的合理权重区间为 $[0.19, 0.31]$ 。以上结果列入表 1。

同理, 对其他指标的权重进行一致性检验, 得到所有 5 个指标的合理取值区间, 如表 1 所示。

(3) 组合权重计算及分析

利用表 1 中的相关数据和公式 (6) ~ (8) 计算 5 个指标的组合权重, 列入表 1。

由计算过程和表 1 中的相关数据看出: 首先, 由于目标函数和约束条件保证了组合权重兼顾了群决策的专家意愿。其次, 通过指标层对决策专家的一致性检验, 并没有删除任何一位专家的数据信息, 从某种程度上讲, 也保证了该方法会把任何一位专家的有价值的信息保留, 同时也尽可能将专家无价值的信息删除。最后, 通过奇异点的删除过程发现, 通过第二次一致性检验, 除了第四个指标, 区间长度已经较小, 说明专家的决策的一致性程度非常好, 对于第 4 个指标的组合权重也较为真实的反映了其余 6 位专家的意愿。

通过以上分析, 验证了本文提出的群决策赋权模型的有效性和可行性。在不需要计算专家权重分配的前提下, 通过本文模型计算的指标组合权重不但保留了所有专家的有效信息, 还剔除了所有专家的无效信息, 保证了组合权重充分体现群决策专

家的集体智慧。

3 结论

本文的主要工作就是要解决群决策中指标的组合赋权问题。与以往通过判断决策专家的可信度, 并根据专家的可信度分配权重的思路不同。本文主要是从指标层面, 综合群决策专家的意愿, 确定指标的组合权重, 一方面是尽最大可能的体现群体智慧, 另一方面避免了专家群决策过程中权重分配难的问题。通过实际算例验证了本文建立的优化模型求解的组合权重可以兼顾所有决策专家的有效信息, 剔除了所有专家的无效信息, 较好地解决了群决策中的指标赋权问题。

参考文献:

[1] 周任军, 陈瑞先, 陈跃辉等. 基于 EMD 提取专家语言评价信息的群决策方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(1): 1-7.

[2] 何立华, 王栋绮, 张连营. 基于聚类的多属性群决策专家权重确定方法 [J]. 运筹与管理, 2014, 23(6): 65-72.

[3] 闫书丽, 刘思峰, 方志耕, 吴利丰. 区间灰数群决策中决策者和属性权重确定方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(9): 2372-2378.

[4] 孙晓东, 冯学钢. 群决策中基于判断相似度的专家聚类及群体意见集结方法 [J]. 运筹与管理, 2014, 23(1): 51-58 + 79.

[5] 彭勃, 叶春明. 区间直觉纯语言信息的集结方法及其在群决策中的应用 [J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(6): 1526-1535.

[6] 李琳, 刘雅奇, 李双刚. 一种群决策专家客观权重确定的改进方法 [J]. 运筹与管理, 2011, 20(4): 77-81 + 99.

[7] 冯建岗, 魏翠萍. 语言分布评估信息下的群决策方法及其群体一致性分析 [J]. 运筹与管理, 2014, 23(5): 120-127.

[8] 高先务, 刘心报, 刘林. 基于方差分析方法的群决策专家估值偏差的一致性检验 [J]. 统计研究, 2011, 28(8): 111-112.

[9] Saaty T. L. The Modern Science of Multicriteria Decision Making and Its Practical Applications: The AHP/ANP Approach [J]. Operations Research, 2013, 61(5): 1101-1118.