基于离差最大化和 OWGA 算子的多属性群决策方法

周荣喜,徐建荣

(北京化工大学 经济管理学院,北京 100029)

摘 要:本文将离差最大化法和有序加权几何平均(OWGA)算子相结合,先根据群决策者对方案属性的客观评价值,基于离差最大化法计算出属性的权重,然后利用 OWGA 算子对群体决策信息进行集结,据此给出了多方案间的排序,该方法充分发挥了离差最大法的客观赋权性和 OWGA 算子的有效集结性,最后将该方法应用于金融机构风险监管系统评价中,实例表明了该方法的可行性和实用性。

关键词:离差最大化;OWOA 算子;群决策;风险监管

中图分类号:0212 文献标识码:A 文章编号:1002-6487(2007)01-0132-02

1 基于离差最大化和 OWGA 算子的多属性群决策方法

1.1 基于离差最大化的多属性决策的赋权法

对于某个多属性决策问题,设其方案集为 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_m\}$,属性集为 $P=\{p_1,p_2,\cdots p_n\}$,第 i 个方案 s_i 对第 j 个属性 p_j 的属性值记为 $a_{ij}, i=1,2,\cdots,m, j=1,2,\cdots,n, A=(a_{ij})_{m\times n}$ 称为属性矩阵或决策矩阵。并假设属性权重向量 $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$, $\omega_j\geqslant 0$,且满足单位化约束条件 $\sum_{j=1}^{m}\omega_j^2=1$。通常属性可分为效益型或成本型等,采用文献[9]中的方法进行无量纲化处理可得规范化的决策矩阵 $R=(r_{ij})_{m\times n}$, r_{ij} 表示第 i 个方案 s_i 对第 j 个属性 p_j 的规范化属性值, 矩阵 R 的第 i 行表示第 i 个方案 s_i 对 n 个属性值的规范值。

在多属性决策中,如果第 j 个属性 p_j 对所有决策方案而言均无差别,则属性 p_j 对决策方案的排序将不起作用,这样的属性可令其权系数为 0;反之,如果 p_j 使所有决策方案的属性值有较大差异,这样的属性对决策方案的排序将起较大作用,此时应该给 p_j 赋予较大的权系数。对于属性 p_j,用 $V_{ij}(\omega)$ 表示方案 S_i 与其他所有方案之间的离差,则可定义 $V_{ij}(\omega)=\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}\omega_j-r_{kj}\omega_j|$,令 $V_j(\omega)=\sum_{i=1}^{n}V_{ij}(\omega)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}-r_{kj}|\omega_j$,则 $V_j(\omega)$ 表示对属性 p_j 而言,所有方案与其它方案的总离差。基于这种离差最大化思想,求解权重向量 ω 等价于求解如下最优化模型:

$$\begin{cases}\max V(\omega)=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}-r_{kj}|\omega_j \\ s.t.\ \omega_j\geqslant 0, \sum_{j=1}^{n}\omega_j^2=1\end{cases}$$

求解该模型并进行归一化处理,得到

$$\omega_j=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}-r_{kj}|}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}-r_{kj}|},\quad j=1,2,\cdots,n \tag{1}$$

1.2 0WGA 算子

下面,根据文献[5,6,10]给出 OWGA 算子定义,如下:

定义 1 设 OWGA: $R^+_n\to R^+$,若

$$OWGA_w(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)=\prod_{j=1}^{n}b_j^{w_j} \tag{2}$$

其中 $w=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$ 是与 OWGA 相关联的指数加权向量,且满足 $0\leqslant w_j\leqslant 1$, $j=1,2,\cdots,n$, $\sum_{j=1}^{m}w_j=1$, b_j 是一组数据 $(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$ 中第 j 大的元素,则称函数 OWGA 是有序加权几何平均算子,也称为 OWGA 算子。

1.3 基于离差最大化和 OWOA 算子的多属性群决策方法步骤

综上,我们给出基于离差最大化和 OWGA 算子的多属性群决策方法的具体步骤:

(1)对于某一多属性决策问题,属性权重信息完全未知,$\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_t)$ 为 t 位决策者的权重,其中 $0\leqslant\lambda_k\leqslant 1$, $\sum_{k=1}^{t}\lambda_k=1$. 设决策者 $d_k\in D$ 给出方案 $s_i\in S$ 在属性 $p_j\in P$ 下的属性值为 $a^{(k)}_{ij}$, $(a^{(k)}_{ij}>0)$,从而构成决策矩阵 A_k,假设 4 经过规范化处理后得到规范化矩阵 $R_k=(r_{ij}^{(k)})_{m\times n}$。

(2)利用离差最大法,根据公式(1)计算决策矩阵 R_k 的最优权重向量 $\omega_k, k=1,2,\cdots,t$。

(3)利用公式 $z^k_i(\omega_k)=\sum_{j=1}^{n}r_{ij}\omega^j_k$;计算出决策矩阵 R_k 中第 i

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70372011);北京化工大学青年教师基金项目资助(QN0521)

行的属性值，即为决策者 d_k 所给出的方案 s_i 的综合属性值。

(4)利用 OWGA 算子，即公式(2)对 t 位决策者给出的方案 s_i 的综合属性值 $z^k_i(\omega_k)$ 进行集结，得到方案 s_i 的群体综合属性值 $z_i(\lambda)$。

(5)利用 $z_i(\lambda)$ 对方案进行排序和择优。

2 实例分析

金融监管日益成为各国政府高度重视的问题。各国金融监管部门普遍建立了以计算机网络技术作支撑的先进、高效、安全和功能完善的金融监管信息系统，并采用人工智能技术、金融工程技术和各种数学模型与统计方法对监管数据进行科学的分析和评价。美联储于 1993 年开发了一种相对完善的新模型："美国金融机构监督体系"(Financial Institution Monitor System,简称 FIMS)。该体系在识别有问题银行上更精确、科学，更侧重于数理统计分析模型及预测银行倒闭的可能性，加强了非现场监督的早期预警作用。FIMS 体系是由 FIMS 评级和 FIMS 风险排列两套不同的经济计量模型组成。其中 FIMS 风险排列共有 9 个监管指标，分别是：P_1——逾期 30—89 天仍生息贷款率；p_2——逾期 90 天或 90 天以上仍生息贷款率； P_3——不生息贷款率；P_4——失去购回权的不动产比率；P_5——有形资本比率；P_6——挣收益率；p_7——储备率；p_8——证券投资率；F_9——10 万美元以上国内 CDs 比率。各指标权重信息完全未知.现有 4 位专家 $d_k(k=1,2,3,4)$，其权重向量为 $\lambda=(0.23,0.27,0.26,0.24)$，依据上述各项指标对 4 家银行风险状况(方案)$s_i(i=1,2,3,4)$进行打分(范围从 0 分到 100 分，这种打分方式总是可以实现的)，结果如表 1 一表 4，试确定这 4 家银行的风险优劣。

(1)无需规范化，直接根据 4 位专家的决策矩阵 d_k，利用公式(1)计算得

ω_1 =(0.1340，0.1237，0.1443，0.1649，0.1340，0.0619，0.0619，0.0722，0.1031)；

ω_2=(0.1，0.1286，0.1，0.1429，0.0571，0·1286，0.1，0.1429，0.1)；

ω_3 =(0.1168，0.0711，0.1726，0.0914，0.1015，0.1523，0.1421，0.0711，0.0812)；

ω_4 =(0.1132，0.1132，0.0881，0.1509，0.1132，0.1258，0.1258，0.0818，0.0881).

(2)利用公式 $z^k_i(\omega_k)=\sum_{j=1}^{n} r_{ij}\omega^j_k$ 计算决策者 d_k 所给出的方案 s_i 的综合属性值得

$z^1_1(\omega_1)=79.12$，$z^1_2(\omega_1)=80.05$，$z^1_3(\omega_1)=81.24$，$z^1_4(\omega_1)=79.02$;

$z^2_1(\omega_2)=78.5$，$z^2_2(\omega_2)=81.5$，$z^2_3(\omega_2)=76.29$，$z^2_4(\omega_2)=79.71$；

$z^3_1(\omega_3)=81.02$，$z^3_2(\omega_3)=82.31$，$z^3_3(\omega_3)=77.79$,$z^3_4(\omega_3)=80.46$；

$z^4_1(\omega_4)=79.84$，$z^4_1(\omega_4)=81.19$，$z^4_3(\omega_4)=79.97$，$z^4_4(\omega_4)=81.70$.

(3)根据公式(2)得到方案 s_i 的群体综合属性值

$z_1(\lambda)=79.60$，$z_2(\lambda)=81.25$，$z_3(\lambda)=79.66$，$z_4(\lambda)=80.79$.

(4)利用 $z_i(\lambda)$，i=1，2,3,4 对各个方案 s_i,i=1，2，3，4 进行排序

$s_2>s_4>s_3>s_1$。

故风险最低的银行为 s_2。

表 1　决策者 d_1 给出的决策矩阵 R_1

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9
s_1	85	95	65	80	70	80	65	80	90
s_2	70	80	70	85	90	75	65	85	95
s_3	80	75	80	90	85	80	70	75	85
s_4	90	80	85	65	80	85	60	85	80

表 2　决策者 d_2 给出的决策矩阵 R_2

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9
s_1	80	85	75	70	90	80	65	85	80
s_2	75	85	75	85	90	75	75	85	90
s_3	85	75	85	80	85	65	70	70	80
s_4	85	90	80	75	85	75	65	80	85

表 3　决策者 d_3 给出的决策矩阵 R_3

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9
s_1	80	75	85	75	85	85	75	80	85
s_2	85	80	75	85	90	75	85	85	90
s_3	65	75	85	90	80	65	80	80	85
s_4	80	85	60	85	75	85	95	90	80

表 4　决策者 d_4 给出的决策矩阵 R_4

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9
s_1	90	70	80	65	85	80	85	75	95
s_2	85	80	75	85	90	70	80	80	85
s_3	75	85	85	80	85	75	70	85	85
s_4	85	80	75	80	75	85	85	80	90

参考文献：

[1]王应明.运用离差最大化方法进行多指标决策与排序[J].系统工程与电子技术,1998,(7).

[2]王明涛.多指标综合评价中权数确定的离差、均方差决策方法[J].中国软科学,1999，(8).

[3]陈华友.多属性决策中基于离差最大化的组合赋权方法[J].系统工程与电子技术,2004，(2).

[4]李首伟,钱省三.基于演化网络的动态群决策模型[J].统计与决策,2005，(10).

[5]Herrera F. Herrera-Viedma E.Chiclana F.Multiperson Decision-making Based on Multiplicative Preference Relations[J].European of Operational Research,2001,129.

[6]Xu Z S,Da Q L The Orded Weighted Geometric Averaging Operators[J]. International Journal of Intelligent Systems,2002,17.

[7]许叶军,达应利.一种不确定型 OWGA 算子及其在决策中的应用[J].系统工程与电子技术,2005,27(6).

[8]周宏安,刘三阳.基于 OWGA 算子的偏好信息集结法及其在群决策中的应用[J].运筹与管理,2005,14(6).

[9]刘树林,邱菀华.多属性决策基础理论研究[J].系统工程理论与实践,1998,18(1).

[10]徐泽水.不确定多属性决策方法及应用[M].北京:清华大学出版社,2006.

[11]刘凤娟.基于 WebGIS 的金融监管系统的研究与开发[D].华北电力大学硕士学位论文,2004,2.

(责任编辑/亦　民)