

DS 证据理论研究进展及相关问题探讨

韩德强^a, 杨 艺^b, 韩崇昭^a

(西安交通大学 a. 智能网络与网络安全教育部重点实验室, 电子与信息工程学院,

b. 机械结构强度与振动国家重点实验室, 航天航空学院, 西安 710049)

摘 要: 在对证据理论的建模、推理、决策到评估各层面最新进展梳理的基础上, 针对证据理论现有研究中存在的一些问题、混淆和误解, 结合仿真算例进行了分析和探讨, 包括证据理论与概率论的关系, 证据冲突与反直观结果的关系, 证据距离的定义以及证据理论的评价准则问题等. 最后对证据理论的发展方向进行了展望. 该研究旨在为人们正确理解和使用证据理论提供参考和借鉴作用.

关键词: 证据理论; 反直观; 冲突; 证据距离; 概率论

中图分类号: TP181

文献标志码: A

Advances in DS evidence theory and related discussions

HAN De-qiang^a, YANG Yi^b, HAN Chong-zhao^a

(a. Ministry of Education Key Lab for Intelligent Networks and Network Security, School of Electronic and Information Engineering, b. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China. Correspondent: YANG Yi, E-mail: jiafeiyi@mail.xjtu.edu.cn)

Abstract: Based on the review of the development and recent advances in model, reasoning, decision and evaluation in evidence theory, some analyses and discussions on some problems, confusions and misunderstandings in evidence theory are provided together with some related numerical examples. The relations between evidence theory and probability theory, the evidence conflict and related counter-intuitive results, some definitions on distance of evidence and the evaluation criteria in evidence theory are covered in this paper. The future developing trends of evidence theory are also analyzed. This research aims to provide reference for the correctly understanding and using of evidence theory.

Key words: evidence theory; counter-intuitive; conflict; distance of evidence; probability theory

0 引 言

Dempster-Shafer (DS) 证据理论产生自上世纪 60 年代. Dempster^[1]提出了集值映射的概念, 并诱导和定义了上、下概率. 随后, Shafer^[2]用信度函数对上、下概率重新进行诠释, 创立了“证据的数学理论”. Dempster 还定义了著名的 Dempster 证据组合规则, 该理论中的最基本概念之一是信度函数, 因此也被称为信度函数理论.

上世纪七八十年代, DS 证据理论被引入人工智能领域^[3], 涌现了许多相关的理论和应用研究. 其中 Smets 等^[4]提出了推理与决策双层结构的可传递信任模型 (TBM), 切断了概率与信度函数之间的关联, 完

全基于信度函数描述不确定性. 近年来又出现了许多其他相关理论与方法, 如 DS^mT 理论等^[5]. 还有学者将模糊集与证据理论相结合进行了研究^[6]. 我国从上世纪 80 年代也逐步开展了证据理论的研究工作^[7-8], 后续出版的多部信息融合专著^[9-12]都对证据理论做了专门介绍.

证据理论作为一种不确定性推理方法, 为决策级不确定信息的表征与融合提供了强有力的工具, 在信息融合、模式识别和决策分析等领域得到了广泛应用^[13-15]. 在目前随机集理论^[9], 特别是其方法层面还远未完善的情况下, 证据理论是未来研究随机集的重要方法和途径之一.

收稿日期: 2013-04-26; 修回日期: 2013-10-17.

基金项目: 国家973计划项目(2013CB329405); 国家自然科学基金项目(61104214, 61203222); 国家自然科学基金创新群体基金项目(61221063); 教育部博士点基金项目(20120201120036); 中国博士后科学基金特别资助项目(201104670); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(xjj2012104); 陕西省科技计划项目(2013KJXX-46).

作者简介: 韩德强(1980—), 男, 副教授, 博士后, 从事信息融合、不确定性推理与模式识别等研究; 韩崇昭(1943—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统理论、控制理论、非线性系统理论以及信息融合等研究.

本文首先对证据理论从建模、推理、决策到评估各层面最新进展进行梳理;然后,对现有研究中存在的种种误解、混淆等进行了分析与探讨,并结合一些简明算例对相关问题进行分析,旨在为证据理论的正确理解和应用提供一定的借鉴作用;最后对未来的发展方向进行了展望。

1 证据理论概要

辨识框架是证据理论中最基本的概念,取决于人们能知道什么和想知道什么.任一关注命题都对应于辨识框架 Θ 的一个子集.若下式成立^[2,9]:

$$m(\emptyset) = 0, \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1, \quad (1)$$

则称 $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 为 Θ 上的基本信度赋值(BBA),也称为 mass 函数. 2^Θ 表示 Θ 的幂集,即 Θ 所有子集所构成的集合.信任函数(Bel)和似真函数(Pl)定义为^[2,9]

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B), \forall A \subseteq \Theta; \quad (2)$$

$$\text{Pl}(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B). \quad (3)$$

对于辨识框架 Θ 中的命题(或事件) A ,可构成信度区间 $[\text{Bel}(A), \text{Pl}(A)]$ 用于描述命题 A 发生可能性的取值范围.即证据理论是利用信度区间来描述命题的不确定性.证据理论中的 $m(\Theta) \in [0, 1]$,即全集的 mass 赋值用于描述未知性(不知道).因此证据理论能够区分“不确定”和“不知道”.需要指出的是依据概率公理,全集的总概率为 $P(\Theta) = 1$.

基于 Dempster 规则^[2,9]可获取独立证据 m_1, m_2 的组合或融合结果,即

$$m(A) = \begin{cases} 0, & A = \emptyset; \\ \frac{\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i)m_2(B_j)}{1 - K}, & A \neq \emptyset. \end{cases} \quad (4)$$

其中 $K = \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 为冲突项.多个证据组合时, Dempster 规则满足结合律和交换律,这有利于信息融合系统的分布式实现.该规则有时被误称为 Dempster-Shafer 组合规则.实际上该规则是 Dempster 最先独立提出的,准确的名称应为 Dempster 组合规则,这也是国际上通用的称呼。

2 证据理论研究进展

以下按照证据理论中不确定推理流程,即:1)证据建模(BBA生成、近似计算);2)证据组合与推理(冲突证据组合、条件证据);3)证据决策(BBA至概率的转换);4)证据评价(证据距离)的顺序对证据理论中的既有研究成果进行综述。

2.1 证据建模研究进展

2.1.1 证据函数生成方法研究进展

基于证据理论进行不确定性表示和推理,首先要解决不确定性信息的表示问题,即 mass 函数(BBA)生成问题. BBA 本质上是一种集值随机变量(随机集)^[9],因此其生成问题本质上是有关集值随机变量的分布建模问题(这一问题在数学领域仍然是一个未能很好解决的难题),这也是其难度的根源所在.在证据理论的实用过程中, BBA 生成往往与具体应用密切相关. Selzer 等^[16]依据目标类型数和环境加权系数生成 BBA. Shafer^[2]曾基于统计证据获取 BBA. Bi 等^[17]针对文本分类问题设计了三焦元组 BBA. Valente 等^[18]针对声音识别问题,基于隶属度设计了生成 BBA 的多种方法. Zhu 等^[19]利用模糊 c -均值聚类实现了 BBA 的获取. Szlzenstein 等^[20]则利用基于高斯模型假设的迭代估计来实现 BBA 的获取. Deng 等^[21]提出了基于回转半径而得到相似度,进而得出了 BBA 的方法. 康兵义等^[22]基于区间数理论和方法生成 BBA. Dezert 等^[23]利用证据理论对阈值选取的不确定性进行建模,实现了彩色图像边缘检测. 李世诚等^[24]借鉴马尔可夫随机场(MRF)生成 BBA,建立了图像证据场. Han 等^[25]基于多属性的不确定性区间生成 BBA. 邓鑫洋等^[26]面向决策问题设计并提出了基于信度马尔可夫模型的 BBA 生成和推理方法. 邱望仁等^[27]针对模糊时间序列预测问题设计了 BBA 生成方法。

另外,也出现了一些一般性的通用方法.如 Boudraa 等^[28]、Florea 等^[29]基于隶属度的 BBA 生成方法、Han 等^[30]基于隶属度与广义熵优化的方法等。

就目前的研究趋势而言, BBA 生成越来越注重于利用问题本身内在的不确定性,特别是对概率无法描述的不确定性进行建模,以充分发挥证据理论的优势。

2.1.2 证据近似计算研究进展

Dempster 组合规则最直观的一个缺陷是证据组合时会引起“焦元爆炸”问题.焦元数目随着辨识框架元素数目以指数形式递增,造成计算量激增.若辨识框架有 n 个元素,则可能的焦元数目为 $2^n - 1$ 个.以 20 个元素的辨识框架为例,所有可能焦元数目为 1.048576×10^7 .

现有的证据近似计算研究主要有两个分支:设计快速组合规则以及对 BBA 的近似(简化).快速组合规则方面: Kennes^[31]提出了 Dempster 规则的一种优化算法; Barnett^[3]的工作以及 Shafer 等^[32]的层次化计算方法也是快速组合方法的代表; Moral 等^[33]基于

Monte-Carlo方法实现了证据组合; Wickramaratne等^[34]提出了基于Monte-Carlo和统计采样方法实现证据组合的简化计算。

在证据函数近似研究工作方面: Voorbraak^[35]做了开创性的工作; Tessem^[36]提出了著名的 $k-l-x$ 方法; Grabisch^[37]提出了有关BBA与其他一些测度函数(如可能性、概率)之间关系的一系列方法,以简化BBA; Burger等^[38]受Pignistic概率转换的启发,提出两种 k -additive BBA; Denoeux^[39]提出了层次化聚类方式以实现BBA内层近似和外层近似; Dezert等^[40]提出了层次化mass分配的方法以实现BBA近似(近似度可控); Han等^[41]还综合利用证据距离和不确定度量,以优化方式实现BBA近似。

2.2 证据组合与推理研究进展

2.2.1 冲突证据组合的研究进展

自上世纪70年代, Zadeh^[42]开始了对证据理论的质疑,随后出现了越来越多有关证据理论的争议,其中最引起人们研究兴趣的是高冲突证据组合时的反直观结果问题。一种观点认为反直观结果是由Dempster规则造成的,特别是其在处理冲突时的丢弃式处理方式。持该观点的学者认为需要修改组合规则(特别是冲突的处理方式)。另外一些学者认为,反直观结果来自于证据源而非证据组合规则,在组合之前应对证据进行修正,使其从物理、数学和逻辑上更加合理^[43-45]。更为重要的是,修改证据并不会破坏Dempster规则的交换律、结合律等良好的数学特性。此外,还存在一种观点,认为反直观结果来自于辨识框架的不完整。如Smets等^[4]提出的开放世界假设,邓勇等^[46]设计的非完备框架及相应组合方法。

上述方法大都属于组合式证据融合方法。杨艺等^[47]利用多因素排序融合方式实现了证据的选择性融合。权文等^[48]基于最大熵方法实现了证据组合。随着研究的深入,有关冲突证据组合问题的新思路、新方法将不断涌现。当前有关证据理论的研究(特别是国内)主要集中在冲突证据组合方面。相关研究工作的梳理可参见文献[49-50]。

相比修改组合规则而言,笔者更认同修正证据体的方式,因为对规则的修改往往会破坏Dempster规则本身的交换律、结合律等优良性质。实际上,如果是传感器失效或传感器报告不准确带来的证据冲突,此时将反直观结果完全归咎于组合规则并不合理。

2.2.2 条件证据研究进展

Dempster规则本质是对称的,并不区分所谓先验知识和作为证据的知识。条件化(conditioning)与

更新本质上是非对称的。在概率框架内的条件化以及更新问题,包括条件概率定义、Bayes公式等已经相对成熟。而在证据理论框架内当新的信息到来时,如何条件化以及更新一个证据体具有重要意义^[9,51],但目前尚未形成成熟、统一的条件化及证据更新方法。很多学者也纷纷致力于此,如Dempster条件规则及TBM模型^[4]就是用来实现新到证据是完全确知情况下的证据更新; Jeffrey条件规则^[52]是在新到证据具有不确定性的情况下实现概率更新; Dubois等^[53]在证据理论框架内重新解释并推广了Jeffrey条件规则,实现了对mass函数及信度函数的更新,同时他们还提出了强、弱两种条件规则来实现证据更新^[54]; Ichihashi等^[55]、Wagner^[56]以及Smets^[57]也推广了Jeffrey规则。韩德强等^[58]定义了新的条件BBA,并基于此实现了类Jeffrey规则更新。

上述研究工作中均是首先构造一个条件信度函数或条件BBA,然后根据新到证据及类Jeffrey规则实现证据更新。还有学者把初始证据和新到证据看作是两个独立的随机集,构造了可递推实现的更新规则^[59]。文献[60]将既有证据和所定义的条件证据进行线性组合,实现了证据更新。证据更新实际上是一种细致的逻辑及代数操作,无法简单判断其优劣^[51]。

2.2.3 相关证据组合研究进展

使用Dempster规则时,待组合证据间应彼此独立。对独立性的要求可以从两个角度来理解。首先,从数学角度上Dempster规则本质上是一个伪“积”规则。从随机集角度,证据组合相当于两个独立随机集的交运算^[9]。比照概率框架来理解,积事件的概率相当于独立事件概率的积。其次,从实际信息融合角度来看,如果被组合证据相关性过大,则融合的必要性将大打折扣。融合冗余性过大的信息并无太大实际价值。

相关证据组合的研究主要分为两个流派:其一,对证据源进行分析,分离并去除相关部分后再进行组合^[61-62];其二,定义可以适用于部分相关(或相关程度不明的)证据的新组合规则^[63-64],如基于最小承诺准则(least commitment principle)的各类谨慎组合规则等。相关证据组合的研究对于证据理论的实用化而言具有重要的意义。随着研究的深入,会有更多有价值的成果相继涌现。

2.3 证据决策研究进展

基于证据理论完成不确定推理之后,将面临最终的决策问题。此时往往需要将BBA转换为概率。这个问题从本质上看是如何将复合焦元上的mass赋值汇聚到单点命题上。本节将总结既有的由BBA至概率的转换方法。

最为常用的概率转换方法即为 Smets 等^[4]提出的 Pignistic 概率转换, 对符合焦元的 mass 赋值采用了平均分配的策略. Sudano^[65]基于单点信任函数与似真度函数提出了一系列的概率转换方法. Cuzzolin^[66]也做了类似的工作. 上述研究中, 复合焦元的分配主要依赖于 mass 赋值及单点信任、似真度函数的取值. Smarandache 等^[5]利用焦元势与 mass 赋值的信息构造了 DSmp 转换方法. Dezert 等^[40]还提出了层次化的概率转换方法.

除了将 BBA 转换至概率之外, 也有直接基于证据函数进行决策的方法, 详见文献 [67].

2.4 证据评价研究进展

有关证据评价方面的研究主要涉及不确定度量、证据距离、证据组合评价等. 本节仅对证据距离研究进行综述. 不确定度量研究进展可参见文献 [9, 30, 68], 证据组合评价的研究进展可参见文献 [49].

证据距离^[69]用于描述 BBA 间的差异性, 在聚类、分类、证据修正等领域都有重要的应用. 从构造方式上可以分为两类.

1) 证据距离的间接定义.

基于证据函数对应的其他测度 (如概率、模糊隶属度等) 间接定义, 如图 1 所示.

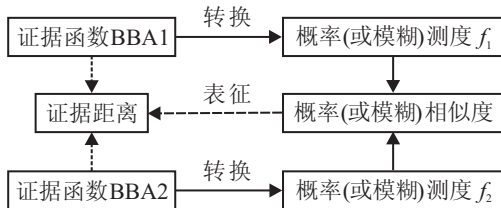


图 1 证据距离的间接定义

1993 年, Tessem^[36]基于 Pignistic 概率设计了 Pignistic 概率距离来描述证据相似性, 用于对证据组合近似计算算法的有效性评估. Bauer^[70]也做了类似的工作. Pignistic 距离已得到了较多的应用, 但对其定义和使用中还存在着误解和误区^[71]. Han 等^[72]通过模糊距离间接定义了证据距离; Liu 等^[73]基于 DSmp 概率间接定义了证据距离.

2) 直接基于证据函数定义.

Cuzzolin^[74]设计并提出了证据理论的几何解释. 在此基础上, Jousselme 等^[75]定义了 Jousselme 证据距离, 即

$$d_J(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(m_1 - m_2)D(m_1 - m_2)}. \quad (5)$$

其中: D 是一个 $2^n \times 2^n$ 的矩阵, n 为辨识框架元素个数. D 中的元素 D 定义为

$$D(B, C) = |B \cap C| / |B \cup C|.$$

两个证据间距离越小, 相似度越大. 2013 年 Bouchard 等^[76]证明了 Jaccard 矩阵的正定性, 从而印证了 Jousselme 距离是严格的距离, 满足非负性、对称性、自反性和三角不等式. 基于证据理论几何解释, Wen 等^[77]提出了角距离形式的定义.

随后涌现了许多证据距离的应用研究. Deng 等^[44]利用 Jousselme 证据距离定义了证据体间的相似度, 并由此生成权重修正待组合证据. Liu^[78]利用 Pignistic 概率距离和 Dempster 组合冲突系数 K 构成二元素, 用以描述证据体间的冲突. Ristic 等^[79]利用证据距离在 TBM 框架中实现了基于多个不确定信息源的目标身份关联. Zouhal 等^[80]基于 BBA 对应的 Pignistic 概率引入了一种均方距离, 有效提升了证据 k -近邻分类器的正确率. Schubert^[81]利用证据距离进行聚类分析, 取得了理想的聚类性能. Florea 等^[82]基于证据距离描述信息源的可靠性, 用于突发事件管理. 韩德强等^[83]利用证据距离定义了证据方差, 应用于加权证据组合. 杨艺等^[84]基于证据距离构造了多分类器系统差异性度量. Han 等^[41]基于 Jousselme 距离与不确定度相结合以优化方式实现对 BBA 的近似计算.

3 证据理论中易混淆问题及误解探讨

3.1 证据理论与概率论的关系

如引言中所述, 证据理论源于概率论并与之存在着千丝万缕的联系. 但许多文献中对概率论与证据理论之间的关系都存在着理解误区.

3.1.1 证据函数与概率之间的关系

有不少国内文献 (如文献 [85-89]) 指出, BBA 在满足一定条件时可以退化成概率, 即当 BBA 仅在单点子集上定义时将退化为概率. 但事实并非如此, 如下面例子所示.

例 1 设 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, 在单点子集上定义的 BBA 为

$$m(\{\theta_1\}) = 0.2, m(\{\theta_2\}) = 0.3, m(\{\theta_3\}) = 0.5.$$

定义如下的概率:

$$P(\{\theta_1\}) = 0.2, P(\{\theta_2\}) = 0.3, P(\{\theta_3\}) = 0.5.$$

问题是 $P(\cdot)$ 与 $m(\cdot)$ 是否等同. 由概率可列可加性^[90-91], 可得

$$P(\{\theta_1, \theta_2\}) = P(\{\theta_1\}) + P(\{\theta_2\}) = 0.5.$$

同时根据确定事件概率与可列可加性, 有

$$P(\{\Theta\}) = P(\{\theta_1\}) + P(\{\theta_2\}) + P(\{\theta_3\}) = 1.0.$$

$m(\cdot)$ 在 Θ 的幂集上归一, 除 $\{\theta_1\}$ 、 $\{\theta_2\}$ 、 $\{\theta_3\}$ 之外的任何焦元对应的 mass 赋值均为 0. 因此有

$$\begin{aligned}
m(\{\theta_1, \theta_2\}) &= 0 \neq \\
m(\{\theta_1\}) + m(\{\theta_2\}) &= 0.5, \\
m(\{\emptyset\}) &= 0 \neq \\
m(\{\theta_1\}) + m(\{\theta_2\}) + m(\{\theta_3\}) &= 1.
\end{aligned}$$

图2给出了BBA与概率的区别. 可以看出, 即使是在单点集上定义的BBA也并不满足可列可加性和全集赋值为1的性质, 因而单点BBA也不是概率. 单点BBA只是因为形式上与概率近似才被称作Bayesian证据函数^[92], 但它并非概率.

$P(\theta_1 \cup \theta_2) = P(\theta_1) + P(\theta_2) = 0.5$	
$\theta_1 \cap \theta_2 = \emptyset$ $P(\theta_1) = 0.2$	$P(\theta_2) = 0.3$
$P(\theta_3) = 0.5$	
$P(\Theta) = 1$	
(a) 概率	
$m(\Theta) = 0$	
$\theta_1 \cap \theta_2 = \emptyset$ $m(\{\theta_1\}) = 0.2$	$m(\{\theta_2\}) = 0.3$
$m(\{\theta_3\}) = 0.5$	
$m(\{\theta_1 \cup \theta_2\}) = 0 \neq m(\{\theta_1\}) + m(\{\theta_2\}) = 0.5$	
(b) BBA	

图2 BBA与概率的区别

需要指出的是, 虽然BBA不等于概率, 但证据理论从思想方法上可以看作是一种基于不精确概率(imprecise probability)^[93]进行推理的理论与方法. 所谓不精确概率是指对所关注命题的概率以区间形式描述(上、下概率构成区间), 可类比于证据理论中的信度区间 $[\text{Bel}(A), \text{Pl}(A)]$. 相较于证据理论, 不精确概率理论与方法所涵盖的内容更广, 相关的数学约束更为严格^[94]. 将证据理论与不精确概率进行结合以更好地处理不确定性信息是当前研究的热点之一^[95].

3.1.2 Dempster证据组合公式与Bayes公式的关系

在一些国内文献中, 如文献[86, 89], 可以发现这样的论述, 当mass函数为单点集上定义时(“退化”为概率), Dempster组合公式将退化为Bayes公式. 果真如此吗? 下面给出的例子将给予说明.

例2 针对空中目标识别问题, 可能的目标类型包括 A : F15及 B : J10. 依据目标类型设定辨识框架为 $\Theta = \{A, B\}$. 基于防空雷达观测到的目标特征为 E .

相应空域出现F15的先验概率为60% ($P(A) = 0.6$). 基于雷达观测获取特征 E , 有 $P(E|A) = 0.8$,

$P(E|B) = 0.2$. 依据Bayes公式, 有

$$\begin{aligned}
P(A|E) &= \\
\frac{P(E|A) \cdot P(A)}{P(E|A) \cdot P(A) + P(E|B) \cdot P(B)} &= \\
\frac{0.8 \times 0.6}{0.8 \times 0.6 + 0.2 \times 0.4} &= 0.86, \\
P(B|E) &= \\
\frac{P(E|B) \cdot P(B)}{P(E|B) \cdot P(B) + P(E|A) \cdot P(A)} &= \\
\frac{0.2 \times 0.4}{0.8 \times 0.6 + 0.2 \times 0.4} &= 0.14.
\end{aligned}$$

如果用单点BBA描述上述证据, 可得

$$\begin{aligned}
m_1(A) &= 0.6, m_1(B) = 0.4, \\
m_2(A) &= 0.8, m_2(B) = 0.2;
\end{aligned}$$

基于Dempster组合规则 $m_{12} = m_1 \oplus m_2$, 可得

$$m_{12}(A) = 0.86, m_{12}(B) = 0.14.$$

据此, 似乎可以推断出Dempster规则与Bayes公式得到的结果是一致的. 但实质上这里存在两个误区. 首先Dempster公式中参与组合的证据是对等的, 不存在先验与似然之分. 本例中将先验和似然函数当作两个独立证据看待, 显然是不恰当的.

其次, 本例中在构造似然函数时暗含了很强的假设, 即 $P(E|A) + P(E|B) = 1$, 这对于Bayes公式而言并非必要条件. 如果将似然函数视为BBA, 则其必须满足和为1. 此外, 似然函数是以条件概率的形式出现的, 但证据理论中如何定义条件BBA还没有统一的认识. 不能将概率中的似然函数等同于BBA使用.

此外, 如前所述, 单点BBA并非概率, 因此说相应的Dempster组合规则退化为Bayes公式将无从谈起. 可见Bayes公式并非Dempster组合规则的特例.

综上, 概率论与证据理论是两套不同的理论框架. 可以认为证据理论是对概率论的一种扩展, 但这种扩展并不完备, 不可退化. 证据理论实际上是对概率论的不严谨或不成功的拓展, 特别是在统计信息完备或者可精确获取时, 基于证据理论的推理结果往往与概率统计的结果不一致, 如例3所示.

例3 设口袋里一共有8个球(4个红球和4个黑球). 4个红球分别为 R_1, R_3, R_5, R_7 (球体以奇数标注), 4个黑球分别为 B_2, B_4, B_6, B_8 (球体以偶数标注). 设 $E_1 = \{c_i, i = 1, 3, 5, 7\}$ (奇数编号), $E_2 = \{c_i, i = 2, 4, 6, 8\}$ (偶数编号), E_1 和 E_2 可认为是两种不同的观测或考察方式. 设事件 C 为看到 B_8 , \bar{C} 为看不到 B_8 . 辨识框架为 $\Theta = \{C, \bar{C}\}$, 计算在所有球当中看到 B_8 的可能.

首先生成单点 BBA 如下:

$$E_1: \begin{cases} m_1(C) = P(B_8|E_1) = 0/4 = 0, \\ m_1(\bar{C}) = 1 - P(P(B_8|E_1)) = 1; \end{cases}$$

$$E_2: \begin{cases} m_2(C) = P(B_8|E_2) = 1/4, \\ m_2(\bar{C}) = 1 - P(P(B_8|E_1)) = 3/4. \end{cases}$$

由 Dempster 规则可得 $m_{12}(C) = 0, m_{12}(\bar{C}) = 1$. 而在所有球中看到 B_8 的概率为 $P(B_8|E_1 \cup E_2) = 1/8$. 显然二者所得结果不一致.

由上述例题可知, DS 证据理论并不是概率论的一种严谨或成功的推广.

3.2 证据冲突与反直观结果的关系

如前所述, 高冲突证据利用 Dempster 规则进行组合时, 会出现反直观的结果. 较高的冲突程度真是这种反直观结果的起因吗? 下面的例子将给出说明.

例 4 设辨识框架为 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, 其上定义了如下 2 个 BBA^[96]:

$$m_1(\{\theta_1\}) = a, m_1(\{\theta_1, \theta_2\}) = 1 - a;$$

$$m_2(\{\theta_1, \theta_2\}) = b_1, m_2(\Theta) = b_2,$$

$$m_2(\{\theta_3\}) = 1 - b_1 - b_2.$$

由 Dempster 组合公式可得冲突系数 $K = m_{12}(\emptyset) = 1 - b_1 - b_2$ 以及组合后的 BBA 为

$$m_{12}(\{\theta_1\}) = a = m_1(\{\theta_1\}),$$

$$m_{12}(\{\theta_1, \theta_2\}) = 1 - a = m_1(\{\theta_1, \theta_2\}) = b_2.$$

只要 $K > 0$, 结果将总是 $m_{12}(\cdot) = m_1(\cdot)$. 这样的结果显然是反直观的, 因为后续的证据 m_2 根本无法影响到组合的结果, 而 m_2 本身并非空信度函数 ($m(\Theta) = 1$).

实际上可以调节 b_1 和 b_2 的取值来获取不同的冲突系数 K . 即 K 的取值可以很高, 也可以很低. 像例 4 中的情形还可以举出很多, 因此无论冲突高低与否^[96], 基于 Dempster 规则进行证据组合都有可能获得反直观的结果.

3.3 证据距离与证据冲突的关系

有学者质疑 K 无法很好地刻画证据间的冲突程度, 并且引入了证据距离来共同刻画冲突. 在 Liu^[78]的工作中, 设计了二元组 $\langle K, d_J \rangle$ 来描述证据间冲突 (其中 d_J 为 Jousselme 证据距离^[75]). 许多学者都以此为基础, 将各种证据距离与冲突系数 K 相结合来描述冲突, 并应用于改进的证据组合. 但证据距离真的适合于描述证据冲突吗?

例 5 设辨识框架为 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, 其上定义了 2 个 mass 函数, 分别为

$$m_1(\{\theta_1\}) = m_1(\{\theta_2\}) = m_1(\{\theta_3\}) = 1/3,$$

$$m_2(\{\theta_1\}) = m_2(\{\theta_2\}) = m_2(\{\theta_3\}) = 1/3.$$

按照任意证据距离计算, 取值均为 0. 计算其冲突系数 $K = 2/3$. 这两个完全一样的证据并非没有冲突. BBA 本身就具有不确定性, 即自冲突 (auto-conflict 或 self-conflict)^[97]. 如果用证据距离来描述冲突显然是不合理的. 证据距离本质上描述的是证据体间的差异度 (或相似度). 冲突在某种程度上能够反映差异, 但二者并非同一概念. 如下例所示.

例 6 设辨识框架为 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, 其上定义了 2 个 mass 函数, 分别为

$$m_1(\{\theta_1\}) = m_1(\{\theta_2, \theta_3\}) = 1/2,$$

$$m_2(\{\Theta\}) = 1.$$

本例中 m_1 和 m_2 (空信度函数) 间的冲突系数 $K = 0$, 而其距离 d_J 却并非为 0.

从例 5 和例 6 可知, 距离与冲突是两个不同的概念. Destercke 等^[98]在新近的工作中定义了冲突度量应满足的一系列条件, 而证据距离并不总能满足这些条件 (详见文献 [98]).

综上, 描述证据差异性的证据距离虽然与证据冲突有一定的关联, 但本质上是两个概念, 距离并不适宜作为冲突度量.

3.4 由证据至概率转换方法的评价

基于 BBA 可以完成证据的描述与推理融合. 在进行决策时往往需要先将 BBA 函数转换为概率. 最常用的是 Pignistic 概率转换方法^[4], 即

$$\text{Bet}P_m(\theta_i) = \sum_{\theta_j \in B} m(B)/|B|, \forall B \subseteq \Theta. \quad (6)$$

本质上是将某一个焦元上的 mass 赋值平均分配给其包含的单点命题. 由于采用的是不偏不倚的平均分配方式, Pignistic 概率转换方法的信息损失较小.

在现有的针对概率转换方法的研究中, 如文献 [5, 65-66, 99-101], 往往采取 Shannon 信息熵作为准则, 即转换后得到的 Shannon 熵越小, 决策会越清晰, 代表概率转换效果越好. 但需要注意的是, 信息熵小代表由证据函数至概率的转换过程中信息损失较大, 这将是一个负面的因素. 实际上, Shannon 信息熵并不足以评估概率转换方法的优劣. 如果片面强调信息熵的取值小, 也会导致极端的结果.

例 7 设辨识框架为 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$, 而

$$m(\{\theta_1\}) = 0.200\,000\,01,$$

$$m(\{\theta_2\}) = 0.199\,999\,99,$$

$$m(\{\theta_1, \theta_2\}) = 0.6$$

为 Θ 上定义的 mass 函数. 依据信息熵最小化原则, 得到的概率转换结果为

$$P(\theta_1) = 0.800\,000\,01, P(\theta_2) = 0.199\,999\,99.$$

图3给出了概率差异极端放大的情况. 可以看出, 仅仅因为 $m(\{\theta_1\}) > m(\{\theta_2\})$, 混合焦元的 mass 赋值 $m(\{\theta_1, \theta_2\}) = 0.6$ 被全部分配给了 θ_1 , 从而导致最终决策结果为 θ_1 . 实际上, 对于 θ_1 和 θ_2 的 mass 赋值非常接近, 而转换后的概率差异却极大. 可见过分强调信息熵的“小”是危险的. 单纯依靠信息熵不足以评价概率转换方法^[102].

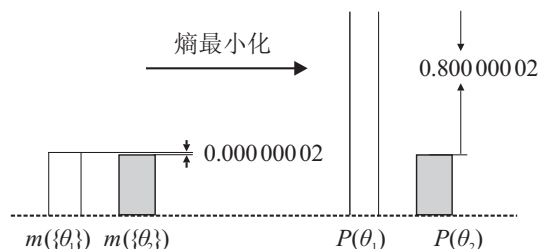


图3 差异极端放大

4 结论与展望

在对证据理论新近发展的综述的基础上, 针对证据理论研究中存在的诸多误解和混淆, 结合具体算例进行了分析和探讨, 试图为研究人员正确使用DS证据理论提供借鉴. 证据理论本身在描述和刻画不确定性上是具有优势的, 但由于其是概率论的理论框架的不完备的拓展, 仍然存在诸多问题有待解决.

对未来证据理论的重点研究方向展望如下:

1) 证据理论属于随机集的一种形式. 概率论已经有了很成熟的统计学方法与工具. 而随机集目前虽然也是很好的描述工具, 但缺乏类似于统计学的工具. 证据理论中诸如BBA生成等问题的解决, 本质上属于集值随机变量分布建模的问题; 组合规则的设计本质上是随机集间的代数操作(运算)设计问题. 这些都依赖于随机集(特别是其方法论层面)研究的深入. 这也是推进证据理论走向成熟与深入的关键所在.

2) 证据理论中的评价准则研究至关重要, 是上述证据理论领域诸项研究能否取得实质进展的瓶颈所在. 有了客观合理、体系化的评价准则, 方法的设计才有更严谨的参照标准, 从而跳出启发式设计的泥潭. 因此有关评价准则的研究将成为重点研究方向, 也是难点之所在.

3) 在随机集理论与方法成熟之前, 建立体系化的评价准则时, 结合实际应用中的不确定性, 针对概率论无法描述和解决的应用问题, 采用证据理论描述、分析和解决, 从而拓展证据理论的应用范围也是一个很重要的研究方向. 更多具体问题的解决将为一般性理论与方法的构建提供借鉴和支撑.

相信随着研究的深入, 证据理论会在理论和应用各个层面都得到进一步改进和提升, 从而进一步完善和丰富决策级信息融合理论与方法.

参考文献(References)

- [1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multiple valued mapping[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38(2): 325-339.
- [2] Shafer G. A mathematical theory of evidence[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [3] Barnett J A. Computational methods for a mathematical theory of evidence[C]. Proc of the 7th Int Joint Conf on Artificial Intelligence. Vancouver: William Kaufmann, 1981: 868-875.
- [4] Smets P, Kennes R. The transferable belief model[J]. Artificial Intelligence, 1994, 66(2): 191-234.
- [5] Smarandache F, Dezert J. Applications and advances of DSmt for information fusion[M]. Rehoboth: American Research Press, 2009, 3: 3-32.
- [6] Aminravan F, Sadiq R, Hoorfar M, et al. Evidential reasoning using extended fuzzy Dempster-Shafer theory for handling various facets of information deficiency[J]. Int J of Intelligent Systems, 2011, 26(8): 731-758.
- [7] 段新生. 证据理论与决策、人工智能[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1990: 13-35.
(Duan X S. Evidence theory and decision, artificial intelligence[M]. Beijing: Renmin University Press, 1990: 13-35.)
- [8] 戴冠中, 潘泉, 张山鹰, 等. 证据推理的进展及存在问题[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(4): 465-469.
(Dai G Z, Pan Q, Zhang S Y, et al. The developments and problems in evidence reasoning[J]. Control Theory & Applications, 1999, 16(4): 465-469.)
- [9] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合[M]. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2010: 86-87.
(Han C Z, Zhu H Y, Duan Z S. Multi-source information fusion[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2010: 86-87.)
- [10] 王润生. 信息融合[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 74-80.
(Wang R S. Information fusion[M]. Beijing: Science Press, 2007: 74-80.)
- [11] 何友, 王国宏, 关欣. 信息融合理论及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010: 57-68.
(He Y, Wang G H, Guan X. Information fusion theory with applications[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010: 57-68.)
- [12] 文成林, 徐晓滨. 多源不确定信息融合理论及应用——故障诊断与可靠性评估[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 41-86.
(Wen C L, Xu X B. Theories and applications in multi-source uncertain information fusion — Fault diagnosis and reliability evaluation[M]. Beijing: Science Press, 2012: 41-86.)

- [13] Sevastianov P, Dymova L, Bartosiewicz P. A framework for rule-base evidential reasoning in the interval setting applied to diagnosing type 2 diabetes[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(4): 4190-4200.
- [14] Mokhtari K, Ren Jun, Roberts C, et al. Decision support framework for risk management on sea ports and terminals using fuzzy set theory and evidential reasoning approach[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(5): 5087-5103.
- [15] 姚爽, 郭亚军, 黄玮强. 基于证据距离的改进 DS/AHP 多属性群决策方法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(6): 894-898. (Yao S, Guo Y J, Huang W Q. An improved method of aggregation in DS/AHP for multi-criteria group decision-making based on distance measure[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(6): 894-898.)
- [16] Selzer F, Gutfinger D. LADAR and FLIR based sensor fusion for automatic target classification[C]. *Proc of SPIE*. Montreal, 1988: 236-246.
- [17] Bi Y X, Bell D, Guan J W. Combining evidence from classifiers in text categorization[C]. *Proc of the 8th Int Conf on KES*. Wellington, 2004: 521-528.
- [18] Valente F, Hermansky H. Combination of acoustic classifiers based on Dempster-Shafer theory of evidence[C]. *Proc of IEEE Int Conf on Acoustics, Speech and Signal Processing*. 2007: IV-1129-IV-1132.
- [19] Zhu Y M, Dupuis O, Kaftandjian V, et al. Automatic determination of mass functions in Dempster-Shafer theory using fuzzy *c*-means and spatial neighborhood information for image segmentation[J]. *Optical Engineering*, 2002, 41(4): 760-770.
- [20] Salzenstein F, Boudraa A O. Iterative estimation of Dempster Shafer's basic probability assignment: Application to multisensor image segmentation[J]. *Optical Engineering*, 2004, 43(6): 1293-1299.
- [21] Deng Y, Jiang W, Xu X B, et al. Determining BPA under uncertainty environments and its application in data fusion[J]. *J of Electronics(China)*, 2009, 26(1): 13-17.
- [22] 康兵义, 李娅, 邓勇, 等. 基于区间数的基本概率指派生成方法及应用[J]. *电子学报*, 2012, 40(6): 1092-1096. (Kang B Y, Li Y, Deng Y, et al. Determination of basic probability assignment based on interval numbers and its application[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(6): 1092-1096.)
- [23] Dezert J, Liu Zhunga, Mercier G. Edge detection in color images based on DS_mT[C]. *The 14th Int Conf on Information Fusion*. Chicago, 2011: 969-976.
- [24] 李世诚, 韩德强, 杨艺, 等. 基于邻域证据场的图像分割算法[C]. *第 32 届中国控制会议*. 西安, 2013: 3828-3833. (Li S C, Han D Q, Yang Y, et al. An image segmentation algorithm based on neighborhood evidence field[C]. *The 32th Chinese Control Conf*. Xi'an, 2013: 3828-3833.)
- [25] Han D Q, Dezert J, Tacnet J M, et al. A fuzzy-cautious OWA approach with evidential reasoning[C]. *The 15th Int Conf on Information Fusion*. Singapore, 2012: 278-285.
- [26] 邓鑫洋, 邓勇, 章雅娟, 等. 一种信度马尔可夫模型及应用[J]. *自动化学报*, 2012, 38(4): 666-672. (Deng X Y, Deng Y, Zhang Y J, et al. A belief Markov model and its application[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(4): 666-672.)
- [27] 邱望仁, 刘晓东. 基于证据理论的模糊时间序列预测模型[J]. *控制与决策*, 2012, 27(1): 99-103. (Qiu W R, Liu X D. Fuzzy time series model for forecasting based on Dempster-Shafer theory[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(1): 99-103.)
- [28] Boudraa A O, Bentabet A, Salzenstein F, et al. Dempster-Shafer's basic probability assignment based on fuzzy membership functions[J]. *Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis*, 2004, 4(1): 1-9.
- [29] Florea M C, Jousselme A L, Grenier D, et al. Approximation techniques for the transformation of fuzzy sets into random sets[J]. *Fuzzy Sets Systems*, 2008, 159(3): 270-288.
- [30] Han Deqiang, Deng Yong, Han Chongzhao. Novel approaches for the transformation of fuzzy membership function into basic probability assignment based on uncertain optimization[J]. *Int J of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based Systems*, 2013, 21(2): 289-322.
- [31] Kennes R. Computational aspects of the Mobius transform of graphs[J]. *IEEE Trans on SMC*, 1992, 22(2): 201-223.
- [32] Shafer G, Logan R. Implementing Dempster's rule for hierarchical evidence[J]. *Artificial Intelligence*, 1987, 33(3): 271-298.
- [33] Moral S, Salmeron A. A Monte-Carlo algorithm for combining Dempster-Shafer belief based on approximate pre-computation[C]. *Proc of European Conf on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning and Uncertainty*. London, 1999: 305-315.
- [34] Wickramaratne T L, Premaratne K, Murthi M N. Monte-Carlo approximations for Dempster-Shafer belief theoretic algorithms[C]. *The 14th Int Conf on Information Fusion*. Chicago, 2011: 461-468.
- [35] Voorbraak F. A computationally efficient approximation of Dempster-Shafer theory[J]. *Int J of Man-Machine Studies*, 1989, 30(5): 525-536.
- [36] Tessem B. Approximations for efficient computation in the theory of evidence[J]. *Artificial Intelligence*, 1993, 61(2): 315-329.

- [37] Grabisch M. Upper approximation of nonadditive measures by k -additive measures — The case of belief functions[C]. Proc of the 1st Int Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications. Ghent, 1999: 1-7.
- [38] Burger T, Cuzzolin F. The barycenters of the k -additive dominating belief functions and the Pignistic k -additive belief functions[C]. Proc of Int Workshop on Belief Funcitons. Brest, 2010: 1-6.
- [39] Denoeux T. Inner and outer approximation of belief structures using a hierarchical clustering approach[J]. Int J of Uncertainty, Fuzziness, and Knowledge-based Systems, 2001, 9(4): 437-460.
- [40] Dezert J, Han D Q, Liu Z G, et al. Hierarchical DSmp transformation for decision-making under uncertainty[C]. The 15th Int Conf on Information Fusion. Singapore, 2012: 294-301.
- [41] Han D Q, Dezert J, Han C Z. New basic belief assignment approximations based on optimization[C]. The 15th Int Conf on Information Fusion. Singapore, 2012: 286-293.
- [42] Zadeh L A. A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination[J]. AI Magazine, 1986, 7(2): 85-90.
- [43] Haenni R. Are alternatives to Dempster's rule of combination real alternative? — Comments on "About the belief function combination and the conflict management problem"[J]. Information Fusion, 2002, 3(4): 237-239.
- [44] Deng Y, Shi W K, Zhu Z F, et al. Combining belief functions based on distance of evidence[J]. Decision Support Systems, 2004, 38(3): 489-493.
- [45] Han Deqiang, Deng Yong, Han Chongzhao, et al. Weighted evidence combination based on distance of evidence and uncertainty measure[J]. J of Infrared and Millimeter Waves, 2011, 30(5): 396-400.
- [46] 邓勇, 蒋雯, 韩德强, 广义证据理论的基本框架[J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(12): 119-124.
(Deng Y, Jiang W, Han D Q. Basic frame of generalized evidence theory[J]. J of Xi'an Jiaotong University, 44(12): 119-124.)
- [47] 杨艺, 韩德强, 韩崇昭. 基于多准则排序融合的证据组合方法[J]. 自动化学报, 2012, 38(5): 823-831.
(Yang Y, Han D Q, Han C Z. Evidence combination based on multi-criteria rank-level fusion[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(5): 823-831.)
- [48] 权文, 王晓丹, 王坚, 等. 一种基于置信最大熵模型的证据推理方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 899-903.
(Quan W, Wang X D, Wang J, et al. A combination rule of evidence theory based on brief max-entropy model[J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 899-903.)
- [49] 杨风暴, 王肖霞. D-S证据理论的冲突证据合成方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010: 95-155.
(Yang F B, Wang X X. Combination method of conflictive evidences in D-S evidence theory[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2010: 95-155.)
- [50] Yang Y, Han D Q, Han C Z. Discounted combination of unreliable evidence using degree of disagreement[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2013, 54(8): 1197-1216.
- [51] 韩德强. 基于证据推理的多源分类融合理论与方法研究[D]. 西安: 西安交通大学电子与信息工程学院, 2008.
(Han D Q. Research on theory and method of multi-source classification fusion based on evidential reasoning[D]. Xi'an: School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, 2008.)
- [52] Jeffrey R C. The logic of decision[M]. 2nd ed. Chicago: Chicago Press, 1983: 1-38.
- [53] Dubois D, Prade H. Updating with belief functions, ordinal conditional functions and possibility measures[C]. Proc of the 6th Annual Conf on Uncertainty in Artificial Intelligence. Amsterdam, 1990: 311-329.
- [54] Dubois D, Prade H. Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures[J]. Computational Intelligence, 1988, 4(3): 244-264.
- [55] Ichihashi H, Tanaka H. Jeffrey-like rules of conditioning for the Dempster-Shafer theory of evidence[J]. Int J of Approximate Reasoning, 1989, 3(2): 143-156.
- [56] Wagner C G. Generalizing Jeffrey conditionalization[C]. Proc of the 8th Annual Conf on Uncertainty in Artificial Intelligence. San Mateo, 1992: 331-335.
- [57] Smets P. Jeffrey's rule of conditioning generalized to belief functions[C]. Proc of Int Conf on Uncertainty in Artificial Intelligence. Washington, 1993: 500-505.
- [58] 韩德强, 韩崇昭, 杨艺. 条件证据及证据更新研究[C]. 第4届中国信息融合大会论文集. 武汉, 2012: 32-38.
(Han D Q, Han C Z, Yang Y. Research on conditional evidence and evidence updating[C]. Proc of the 4th Chinese Information Fusion Conf. Wuhan, 2012: 32-38.)
- [59] Tang Y C, Sun S Q, Liu Y G. Conditional evidence theory and its application in knowledge discovery[C]. Lecture Notes in Computer Science — Advanced Web Technologies and Applications. Berlin/Heidelberg: Springer Verlag, 2004: 500-505.
- [60] Kulasekera E C, Premaratne K, Dewasurendra D A, et al. Conditioning and updating evidence[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2004, 36(1): 75-108.
- [61] 孙怀江, 杨静宇. 一种相关证据合成方法[J]. 计算机学报, 1999, 22(9): 1004-1007.
(Sun H J, Yang J Y. A combination method for dependent

- evidences[J]. Chinese J of Computers, 1999, 22(9): 1004-1007.)
- [62] 肖文, 王正友, 王耀德. 一种相关证据的合成规则[J]. 控制与决策, 2011, 26(5): 773-776.
(Xiao W, Wang Z Y, Wang Y D. Combination rule for dependent evidences[J]. Control and Decision, 2011, 26(5): 773-776.)
- [63] Denoux T. Conjunctive and disjunctive combination of belief functions induced by non distinct bodies of evidence[J]. Artificial Intelligence, 2008, 172(2/3): 234-264.
- [64] Chao F, Yang S L. The combination of dependence-based interval-valued evidential reasoning approach with balanced scorecard for performance assessment[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(3): 3717-3730.
- [65] Sudano J. Yet another paradigm illustrating evidence fusion[C]. Proc of the 9th Int Conf on Information Fusion. Florence, 2006: 1-7.
- [66] Cuzzolin F. On the properties of the intersection probability[C]. Proc of 10th European Conf on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty. Verona, 2009: 287-298.
- [67] Lv W H. Decision-making rules based on belief interval with D-S evidence theory[C]. Proc of Int Conf on Fuzzy Information and Engineering. Guangzhou, 2007: 619-627.
- [68] Jousselme A L, Liu C S, Grenier D, et al. Measuring ambiguity in the evidence theory[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Part A, 2006, 36(5): 890-903.
- [69] Jousselme A L, Maupin P. Distances in evidence theory: Comprehensive survey and generalizations[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2012, 53(2): 118-145.
- [70] Bauer M. Approximation algorithms and decision making in the Dempster-Shafer theory of evidence—An empirical study[J]. Int J of Approximate Reasoning, 1997, 17(2/3): 217-237.
- [71] Han D Q, Deng Y, Han C Z, et al. Some notes on betting commitment distance in evidence theory[J]. Science China—Information Sciences, 2012, 55(3): 558-565.
- [72] Han D Q, Dezert J, Han C Z, et al. New dissimilarity measures in evidence theory[C]. Proc of Int Conf on Information Fusion. Chicago, 2011: 483-489.
- [73] Liu Z G, Dezert J, Pan Q, et al. Combination of sources of evidence with different discounting factors based on a new dissimilarity measure[J]. Decision Support Systems, 2011, 52(1): 133-141.
- [74] Cuzzolin F. A geometric approach to the theory of evidence[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 2008, 38(4): 522-534.
- [75] Jousselme A L, Grenier D, Bosse E. A new distance between two bodies of evidence[J]. Information Fusion, 2001, 2(2): 91-101.
- [76] Bouchard M, Jousselme A L, Dore P E. A proof for the positive definiteness of the Jaccard index matrix[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2013, 54(5): 615-626.
- [77] Wen C L, Wang Y, Xu X B. Fuzzy information fusion algorithm of fault diagnosis based on similarity measure of evidence[C]. Advances in Neural Networks Lecture Notes in Computer Science. Berlin/Heidelberg: Springer, 2008, 5264: 506-515.
- [78] Liu W R. Analyzing the degree of conflict among belief functions[J]. Artificial Intelligence, 2006, 170(11): 909-924.
- [79] Ristic B, Smets P. The TBM global distance measure for the association of uncertain combat ID declaration[J]. Information Fusion, 2006, 7(3): 276-284.
- [80] Zouhal L M, Denoeux T. An evidence-theoretic k -nn rule with parameter optimization[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, 1998, 28(2): 263-271.
- [81] Schubert J. Clustering decomposed belief functions using generalized weights of conflict[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2008, 48(2): 466-480.
- [82] Florea M C, Bosse E. Crisis management using Dempster-Shafer theory: Using dissimilarity measures to characterize sources' reliability[C]. Proc of C3I for Crisis, Emergency and Consequence Management. Bucharest, 2009: 17-1-17-14.
- [83] 韩德强, 邓勇, 韩崇昭, 等. 基于证据方差的加权证据组合[J]. 电子学报, 2011, 39(3A): 153-157.
(Han D Q, Deng Y, Han C Z. Weighted combination of conflicting evidence based on evidence variance[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(3A): 153-157.)
- [84] 杨艺, 韩德强, 韩崇昭. 一种基于证据距离的多分类器差异性度量[J]. 航空学报, 2012, 33(6): 1093-1099.
(Yang Y, Han D Q, Han C Z. A novel diversity measure of multiple classifier systems based on distance of evidence[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(6): 1093-1099.)
- [85] 辛玉林, 安成锦, 徐世友, 等. 一种结合证据理论和Vague集信息融合方法[J]. 宇航学报, 2011, 32(5): 1184-1189.
(Xin Y L, An C J, Xu S Y, et al. A new algorithm of information fusion combined evidential theory and Vague set[J]. J of Astronautic, 2011, 32(5): 1184-1189.)

- [86] 张强. 基于 D-S 证据理论的图像识别研究[D]. 北京: 华北电力大学控制与计算机工程学院, 2006.
(Zhang Q. Study on image recognition based on Dempster-Shafer evidence theory[D]. Beijing: School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, 2006.)
- [87] 肖明珠. 基于证据理论的不确定性处理研究及其在测试中的应用[D]. 成都: 电子科技大学自动化工程学院, 2008.
(Xiao M Z. Study on the uncertainty processing based on evidence theory and its application in test[D]. Chengdu: School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, 2008.)
- [88] 梁伟光. 基于证据理论的在轨航天器故障诊断方法研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学信息科学技术学院, 2011.
(Liang W G. Fault diagnosis of on-orbit spacecraft based on evidence theory[D]. Hefei: School of Information Science and Technology, University of Science and Technology of China, 2011.)
- [89] 冯楠, 解晶. 多重不确定环境下基于证据理论的 NIS 安全风险评估模型[J]. 管理学报, 2011, 8(4): 614-620.
(Feng N, Xie J. NIS security risk assessment model based on evidence theory in multi-uncertain environment[J]. Chinese J of Management, 2011, 8(4): 614-620.)
- [90] Kolmogorov A N. Foundations of the theory of probability[M]. 2nd ed. New York: Chelsea, 1956: 2-3.
- [91] 帕普利斯, 佩莱. 概率、随机变量与随机过程[M]. 第4版. 西安: 西安交通大学出版社, 2004: 4-5.
(Papoulis A, Pillai S U. Probability, random variables and stochastic processes[M]. 4th ed. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2004: 4-5.)
- [92] Quost B, Denoeux T, Masson M. Pairwise classifier combination in the transferable belief model[C]. Proc of the 7th Int Conf on Information Fusion. Philadelphia, 2012: 437-444.
- [93] Walley P. Towards a unified theory of imprecise probability[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2000, 24(2): 125-148.
- [94] Augustin T, Hable R. On the impact of robust statistics on imprecise probability models: A review[J]. Structural Safety, 2010, 32(6): 358-365.
- [95] Yu X, Ping Z, Li M. Dempster-Shafer theory as an applied approach to scenario forecasting based on imprecise probability[C]. IEEE the 12th Int Conf on Computer and Information Technology (CIT). Chengdu: IEEE, 2012: 975-980.
- [96] Dezert J, Wang P, Tchamov A. On the validity of Dempster-Shafer theory[C]. Proc of the 15th Int Conf on Information Fusion. Singapore, 2012: 655-660.
- [97] Osswald C, Martin A. Understanding the large family of Dempster-Shafer theory's fusion operators — A decision-based measure[C]. Int Conf on Information Fusion. Florence, 2006: 1-7.
- [98] Destercke S, Burger T. Revisiting the notion of conflicting belief functions[C]. Proc of the 2nd Int Conf on Belief Functions. Compiègne, 2012: 153-160.
- [99] Sudano J. The system probability information content (PIC) relationship to contributing components, combining independent multisource beliefs, hybrid and pedigree Pignistic probabilities[C]. Proc of the 5th Int Conf on Information Fusion. Annapolis, 2002: 1277-1283.
- [100] Sudano J. Belief fusion, Pignistic probabilities, and information content in fusing tracking attributes[C]. Proc of Radar Conf. Philadelphia, 2004: 218-224.
- [101] Pan W, Yang H J. New methods of transforming belief functions to Pignistic probability functions in evidence theory[C]. Proc of Int Workshop on Intelligent Systems and Applications. Wuhan, 2009: 1-5.
- [102] Han D Q, Dezert J, Han C Z, et al. Is entropy enough to evaluate the probability transformation?[C]. Proc of the 13th Int Conf on Information Fusion. Edinburgh, 2010: 1-7.

(责任编辑: 李君玲)