Solution

ljfcnyali & CraZYali

2020 年 11 月 2 日

easiest

记 f_i 表示从 i 向右最近的为被删除的元素（初始为 i）

记 f_i 表示从 i 向右最近的为被删除的元素（初始为 i）

那么每次操作对存在的元素暴力修改，不存在的用并查集快速跳过即可做到线性

matrix

类比 $\frac{1}{1-x} = \sum_i x^i$，将 A 代入该式，发现当且仅当 A^∞ 收敛为 0 时满足该式

类比 $\frac{1}{1-x} = \sum_i x^i$，将 A 代入该式，发现当且仅当 A^∞ 收敛为 0 时满足该式

由给出的矩阵容易发现，该矩阵一定收敛，所以问题转化为若 $A_{i,j} > 0$，则连一条 $i \to j$ 的有向边，求连通的点对数

类比 $\frac{1}{1-x} = \sum_i x^i$，将 A 代入该式，发现当且仅当 A^∞ 收敛为 0 时满足该式

由给出的矩阵容易发现，该矩阵一定收敛，所以问题转化为若 $A_{i,j} > 0$，则连一条 $i \to j$ 的有向边，求连通的点对数

这是一个经典问题，可以在 $O(\frac{n^3}{\omega})$ 的时间内解决

hippocentaur

hippocentaur

观察题意，如果手玩一下 $n = 2$ 的情况或者观察 n^2 和 $4n^2$ 的关系，可以发现其实一个 2×2 的矩形只允许放一个 *hippocentaur*

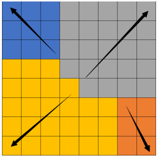
观察题意，如果手玩一下 $n = 2$ 的情况或者观察 n^2 和 $4n^2$ 的关系，可以发现其实一个 2×2 的矩形只允许放一个 *hippocentaur*

我们将一个 2×2 的矩形称为一个基本单元，而一个 *hippocentaur* 放置的位置按照从左上角开始顺时针方向称为 ABCD

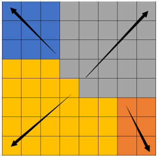
观察题意，如果手玩一下 $n=2$ 的情况或者观察 n^2 和 $4n^2$ 的关系，可以发现其实一个 2×2 的矩形只允许放一个 *hippocentaur*

我们将一个 2×2 的矩形称为一个基本单元，而一个 *hippocentaur* 放置的位置按照从左上角开始顺时针方向称为 ABCD

继续观察，发现横着的两个相邻的格子，如果右边的钦定为 A，那么左边的也一定为 A，否则会出现两个棋子互相攻击的情况，BCD 情况类似

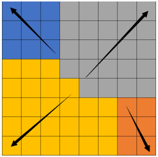


如图所示，那么可以枚举左上角和右下角的两个顶点，得到式子



如图所示，那么可以枚举左上角和右下角的两个顶点，得到式子

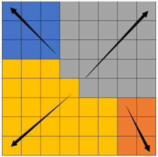
$$\sum_{a=0}^{n}\sum_{b=0}^{n}\sum_{c=a}^{n}\sum_{d=b}^{n}\binom{c-a+d-b}{c-a} \tag{1}$$



如图所示，那么可以枚举左上角和右下角的两个顶点，得到式子

$$\sum_{a=0}^{n}\sum_{b=0}^{n}\sum_{c=a}^{n}\sum_{d=b}^{n}\binom{c-a+d-b}{c-a} \tag{1}$$

但是注意到 $a=0, b=0$ 的时候会计算到 $a=0, b>0$ 时的情况，所以需要去重，修改式子后变为

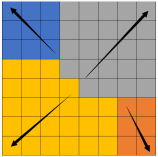


如图所示，那么可以枚举左上角和右下角的两个顶点，得到式子

$$\sum_{a=0}^{n}\sum_{b=0}^{n}\sum_{c=a}^{n}\sum_{d=b}^{n}\binom{c-a+d-b}{c-a} \tag{1}$$

但是注意到 $a=0,b=0$ 的时候会计算到 $a=0,b>0$ 时的情况，所以需要去重，修改式子后变为

$$\sum_{a=1}^{n-1}\sum_{b=1}^{n-1}\sum_{c=a}^{n-1}\sum_{d=b}^{n-1}\binom{c-a+d-b}{c-a}+2\times\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1}\binom{i+j}{i}+\binom{n+n}{n} \tag{2}$$



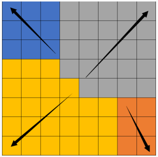
如图所示，那么可以枚举左上角和右下角的两个顶点，得到式子

$$\sum_{a=0}^{n}\sum_{b=0}^{n}\sum_{c=a}^{n}\sum_{d=b}^{n}\binom{c-a+d-b}{c-a} \tag{1}$$

但是注意到 $a=0,b=0$ 的时候会计算到 $a=0,b>0$ 时的情况，所以需要去重，修改式子后变为

$$\sum_{a=1}^{n-1}\sum_{b=1}^{n-1}\sum_{c=a}^{n-1}\sum_{d=b}^{n-1}\binom{c-a+d-b}{c-a}+2\times\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1}\binom{i+j}{i}+\binom{n+n}{n} \tag{2}$$

记（2）式的和为 sum，再注意到矩形可以旋转 90 度，而如果两个顶点重合旋转时会算重，所以最后答案为



如图所示，那么可以枚举左上角和右下角的两个顶点，得到式子

$$\sum_{a=0}^{n}\sum_{b=0}^{n}\sum_{c=a}^{n}\sum_{d=b}^{n}\binom{c-a+d-b}{c-a} \tag{1}$$

但是注意到 $a=0,b=0$ 的时候会计算到 $a=0,b>0$ 时的情况，所以需要去重，修改式子后变为

$$\sum_{a=1}^{n-1}\sum_{b=1}^{n-1}\sum_{c=a}^{n-1}\sum_{d=b}^{n-1}\binom{c-a+d-b}{c-a}+2\times\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1}\binom{i+j}{i}+\binom{n+n}{n} \tag{2}$$

记（2）式的和为 sum，再注意到矩形可以旋转 90 度，而如果两个顶点重合旋转时会算重，所以最后答案为

$$ans=2\times sum-(n+1)\times(n+1) \tag{3}$$

根据组合恒等式有:

根据组合恒等式有:

$$\sum_{a=0}^{n-1}\sum_{b=0}^{n-1}\binom{a+b}{a}=\binom{n+n}{n}-1 \tag{4}$$

根据组合恒等式有:

$$\sum_{a=0}^{n-1}\sum_{b=0}^{n-1}\binom{a+b}{a} = \binom{n+n}{n} - 1 \tag{4}$$

将（2）式的前半部分进行改写

根据组合恒等式有:

$$\sum_{a=0}^{n-1}\sum_{b=0}^{n-1}\binom{a+b}{a}=\binom{n+n}{n}-1 \tag{4}$$

将（2）式的前半部分进行改写

$$\begin{aligned}
&\sum_{a=1}^{n-1}\sum_{b=1}^{n-1}\sum_{c=a}^{n-1}\sum_{d=b}^{n-1}\binom{c-a+d-b}{c-a} \\
=&\sum_{a=1}^{n-1}\sum_{b=1}^{n-1}\sum_{c=0}^{n-a-1}\sum_{d=0}^{n-b-1}\binom{c+d}{c} \\
=&\sum_{a=1}^{n-1}\sum_{b=1}^{n-1}\binom{n+a+n-b}{n+a}-1 \\
=&\binom{n+n}{n}-2n-(n-1)^2 \\
=&\binom{n+n}{n}-(n+1)^2
\end{aligned} \tag{5}$$

所以答案可以化简为

所以答案可以化简为

$$ans = 8\binom{n+n}{n} - (3n^2 + 2n + 7) \tag{6}$$

所以答案可以化简为

$$ans = 8\binom{n+n}{n} - (3n^2 + 2n + 7) \tag{6}$$

求个组合数即可解决全部问题

count

定义二元多项式 $F(x, y) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} a_{i,j} x^i y^j$

定义二元多项式 $F(x,y)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}a_{i,j}x^iy^j$

设系数 $a_{i,j}$ 表示一个大小为 i 的连通图，往外连 j 条边的方案数，$a_{i,j}=\frac{g_i}{i!}\binom{i}{j}$，其中 g_i 表示 i 个点的连通图方案数。那么 e^F 的 $x^{n-1}y^k$ 系数就是 1 号点度数为 k 的方案数，求和即可

定义二元多项式 $F(x,y)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}a_{i,j}x^iy^j$

设系数 $a_{i,j}$ 表示一个大小为 i 的连通图，往外连 j 条边的方案数，$a_{i,j}=\frac{g_i}{i!}\binom{i}{j}$，其中 g_i 表示 i 个点的连通图方案数。那么 e^F 的 $x^{n-1}y^k$ 系数就是 1 号点度数为 k 的方案数，求和即可

因为二元多项式 exp 并没有作为考点的必要，所以数据范围设为暴力乘的复杂度，为 $O(nk^2(log_2k+log_2n))$

Thanks