算法一

随便暴力。

根据不同的实现方式可得0~25分。

算法二

我们称呼两个人分别为 A和 B。

可以发现不在环中的边最后一定会被选,只有环中的边都选完了才会选树上的边(否则相当于把先手权利丢给对方,不优)。

所以只需要考虑每个环。

对于一个环,最后一定会剩下一条边,并且由于选不超过环长个数的边的时候一定不会形成环,所以相当于:给一个集合S,每次从S中取一个数,直到|S|=1为止。

对于某个S,显然A一定会选最小的,B一定会选最大的。将S从小到大排序,A从左边开始选,B从右边开始选。

对于每个集合 S_i ,记下左边和右边分别有多少个已经被选了,直接状压一下。DP的时候枚举当前这个人操作哪个集合。

对于Subtask3,有效的状态数为 $O(n^3)$,于是可以做到 $O(n^3)$ 的时间。 $O(n^3 \lg n)$ 也可以。

算法三

期望得分25分。

对于所有环长度为奇数的情况,有结论: S_i 中最终没有选的是 S_i 的中位数。

证明:归纳。假设A选了 S_i ,B选了 S_j , $j \neq i$,那么A就可以跟着B选(即下一步选 S_j ,然后B选什么A 选什么),直到某一次B选到了 S_i ,接下来的是个子问题。所以如果B选了 S_j ,A有办法构造出和B选 S_i 一样的结果,即剩下的都是中位数,当然也有可能构造出对于B来说更劣的结果;而如果B一直跟着 A选,最终也可以构造出剩下的都是中位数的情况。所以B为了没有更劣的可能,他一定会跟着A选。

于是每次选都是B跟着A选,最终剩下的当然是 S_i 的中位数。

通过这个结论可以过Subtask4。

算法四

对于所有环长度都是2的情况:对于一个二元组,A肯定选小的,B肯定选大的;那么每次选的人希望选择一个二元组,使得自己操作的收益和对方操作的收益相差最大。

贪心做,直接作差,排序,两者争着选差值最大的。

通过这个结论可以过Subtask5。

算法五

从算法三和算法四的结论推广而来。

如果所有的集合中只存在一个大小偶数的集合(记为 S_1),其它的集合都是奇数:假如A操作 S_1 ,后面变成了算法三的子问题,先后手顺序交换;假如A不操作 S_1 ,那么B可以一直跟着A选,直到某一次A选了 S_1 。于是B有能力构造出和上面一样的情况,因此B也有可能构造出比上面还劣的情况(对A来说)。为了制止这种可能性的发生,A一定操作 S_1 。

如果存在多个大小为2的集合: 用和上面类似的分析思路,得出A一定操作大小为2的集合。根据算法四的结论,A一定选择差值最大的。

继续推广到更复杂的情况,可以得到结论: *A*和*B*一定先操作大小为偶数的集合,并且争抢集合中位数 (中间两个数) 差值最大的。

归纳,如果A选大小为偶数的集合,根据子问题的结论可得A相当于选了较小的中位数,所以A一定会选择中位数差值最大的集合;如果A选了大小为奇数的集合,类似于上面的分析,B也可以造出和上面一样的情况,所以有可能构造出更劣的情况(可能存在的疑问:是否有能力一直跟着,即不存在A选了个大小为2的集合,且这个集合不是中位数差值最大的集合;然而由于A一定选中位数差值最大的集合,所以这种情况不存在),因此A一定先选大小为偶数的集合。

通过这个结论可以得到100分。