

《经典傻逼题》解题报告

matthew99

1 试题大意

给定一张 n 个点的无向图， m 次加边，边权小于 2^l ，求最大异或割。

一个割的定义是存在图的某个点集，割中所有边就是所有恰好只有一个端点在这个点集中的边。

2 数据范围

对于20%的数据， $n \leq 20$ ， $m \leq 50$ ， $l < 32$ ，对于另外30%的数据每个点的度数总是不超过1，对于另外20%的数据， $n \leq 100$ ， $m \leq 250$ ， $l < 300$ 。对于所有数据 $n \leq 500$ ， $m \leq 1000$ ， $l < 1000$ 。

3 得分估计

估计几乎所有人都可以获得20分，大部分人可以获得30到50分，40%的人可以获得70分，10%的人可以获得满分或者接近满分的分数。

4 算法一

对于前20%的数据直接暴力枚举所有点集即可。时间复杂度 $O(2^n m)$ 。

注意使用unsigned int。

5 算法二

如果度数不超过1，那么所有边集都是割，所以只要维护边的基即可，每次

很容易在 $O(l^2)$ 的时间内解决，总时间复杂度为 $O(ml^2)$ ，如果压位可以将常数降为 $\frac{1}{32}$ 。

6 算法三

考虑一般的情况，注意到如果我们把一条边的边权异或到两个端点上，那么对于一个点集的异或和，只有恰好一个端点在这个点集中的边被异或了一次，其他的边都被异或了零次或两次，也就相当于没有异或，因此我们将问题转化成了：修改点的点权，维护最大异或和。

直接做的话，复杂度是 $O(mnl^2)$ ，加上压位可以通过 $n \leq 100$ ， $m \leq 250$ ， $l < 300$ 的数据。

7 算法四

考虑维护阶梯矩阵以及每一行是由哪些向量异或过来的，修改一个向量的时候，找到所有由这个向量和其他向量异或过来的行，找到其中第一个1的个数最靠后的，如果有零行那么就找到一个零行，将所有其他的由这个向量和其他向量异或过来的行都异或上这一行，那么这些行的来源中不再有这个向量。

接下来我们只需要将某一行异或上一个向量，那么我们对这一个向量重新进行一次消元即可。

这样总时间复杂度降为 $O(nm(l+n))$ ，加上压位可以通过所有测试点。