Day1-题解

December 25, 2019

小 D 的奶牛

题意：给一个 N 个点的图，问图中有多少个团；
$N \le 50$

测试点 1-5

测试点 1：暴力；

测试点 1-5

测试点 1：暴力；
测试点 2,3：状压 dp；

测试点 1-5

测试点 1：暴力；
测试点 2,3：状压 dp；
测试点 4,5：团的大小 ≤ 21:
枚举团上编号最小的点，然后同上一部分；

测试点 6-10

测试点 6-10：考虑 Meet in the middle：

测试点 6-10

测试点 6-10：考虑 Meet in the middle：
先考虑前 $N/2$ 个点，求出每种取点方式是否能形成一个团；
再考虑后 $N/2$ 个点，求出每种取点方式有多少个子集是一个团；

测试点 6-10

测试点 6-10：考虑 Meet in the middle：

先考虑前 $N/2$ 个点，求出每种取点方式是否能形成一个团；

再考虑后 $N/2$ 个点，求出每种取点方式有多少个子集是一个团；

枚举每个前部分的点的选取方式，然后求出后半部分有哪些点和它们都有边；

然后后半部分能取的集合的数量就是，后半部分那些点的子集中形成的团的数量；

测试点 6-10

测试点 6-10：考虑 Meet in the middle：

先考虑前 $N/2$ 个点，求出每种取点方式是否能形成一个团；

再考虑后 $N/2$ 个点，求出每种取点方式有多少个子集是一个团；

枚举每个前部分的点的选取方式，然后求出后半部分有哪些点和它们都有边；

然后后半部分能取的集合的数量就是，后半部分那些点的子集中形成的团的数量；

$O(N * 2^(N/2))$

小 D 的交通

题意：问是否存在长度为 N 的连续整数数列，在不互质的数连边后构成的图联通；

$N \leq 100000$

测试点 1-优秀的观察

当 N 比较小的时候应该无解。
经过计算（暴力）得出，$N \leq 16$ 时无解；

测试点 1-优秀的观察

当 N 比较小的时候应该无解。
经过计算（暴力）得出，$N \leq 16$ 时无解；
所以输出"No solution" 可以通过测试点 1；

测试点 2-3-爆搜

有且只有 $< N$ 的质数是有用的；

测试点 2-3-爆搜

有且只有 $< N$ 的质数是有用的;
爆搜序列的开头的数 A 在这些质数下的余数分别是多少;

测试点 2-3-爆搜

有且只有 $< N$ 的质数是有用的；
爆搜序列的开头的数 A 在这些质数下的余数分别是多少；
而当一个质数 $> N/2$ 时，它只能在图中贡献一条边；

测试点 2-3-爆搜

有且只有 $< N$ 的质数是有用的；
爆搜序列的开头的数 A 在这些质数下的余数分别是多少；
而当一个质数 $> N/2$ 时，它只能在图中贡献一条边；
又由于所有 $\%2 = 0$ 的数肯定连在一起；
所以他只能连通一个点，对于后半部分质数，枚举那个点就行了；

测试点 4-5-爆搜剪枝

这一部分比较玄学;

测试点 4-5-爆搜剪枝

这一部分比较玄学；

由于所有偶数点是通过 2 互相连通的，只要考虑奇数点如何连向偶数点；

不难发现，当质数 $> N/2$ 时，后面的质数越大越没用，可以贪心连边；

测试点 4-5-爆搜剪枝

这一部分比较玄学；

由于所有偶数点是通过 2 互相连通的，只要考虑奇数点如何连向偶数点；

不难发现，当质数 $> N/2$ 时，后面的质数越大越没用，可以贪心连边；

同时，经过最开始的一些比较小的质数之后，大部分奇数点已经和偶数点连通了；

所以对于那些不大不小的质数，其实决策数并不多，且尽量在枚举时优先枚举贡献较大的连法；

测试点 4-5-爆搜剪枝

这一部分比较玄学；

由于所有偶数点是通过 2 互相连通的，只要考虑奇数点如何连向偶数点；

不难发现，当质数 $> N/2$ 时，后面的质数越大越没用，可以贪心连边；

同时，经过最开始的一些比较小的质数之后，大部分奇数点已经和偶数点连通了；

所以对于那些不大不小的质数，其实决策数并不多，且尽量在枚举时优先枚举贡献较大的连法；

视实现优劣可以得到 $30 - 50+$ 分；

测试点 6-10-一个小清新构造

写过暴力的都知道，当 N 不小时，它跑得很快，且总是有解（?）；

测试点 6-10-一个小清新构造

写过暴力的都知道，当 N 不小时，它跑得很快，且总是有解（?）；
所以我们尝试构造一组解；

测试点 6-10-一个小清新构造

写过暴力的都知道，当 N 不小时，它跑得很快，且总是有解（?）；

所以我们尝试构造一组解；

如果我们构造一个以序列开头为核心的解，即在它这个位置的数是所有质数的倍数；

测试点 6-10-一个小清新构造

写过暴力的都知道，当 N 不小时，它跑得很快，且总是有解（?）；

所以我们尝试构造一组解；

如果我们构造一个以序列开头为核心的解，即在它这个位置的数是所有质数的倍数；

我们发现除了第二个节点之外的点都连通了；

测试点 6-10-一个小清新构造

写过暴力的都知道，当 N 不小时，它跑得很快，且总是有解（?）；

所以我们尝试构造一组解；

如果我们构造一个以序列开头为核心的解，即在它这个位置的数是所有质数的倍数；

我们发现除了第二个节点之外的点都连通了；

如果我们构造一个以序列中心为核心的解，那么接下来要解决的问题就是和它相邻的点；

我们用最大的小于 $N/2$ 的质数来使这两个点与其他点连通；

测试点 6-10-一个小清新构造

写过暴力的都知道，当 N 不小时，它跑得很快，且总是有解（?）;
所以我们尝试构造一组解；
如果我们构造一个以序列开头为核心的解，即在它这个位置的数是所有质数的倍数；
我们发现除了第二个节点之外的点都连通了；
如果我们构造一个以序列中心为核心的解，那么接下来要解决的问题就是和它相邻的点；
我们用最大的小于 $N/2$ 的质数来使这两个点与其他点连通；
但这样由于核心少用了两个数，可能会导致有一些其他的点不连通；

测试点 6-10-一个小清新构造

写过暴力的都知道，当 N 不小时，它跑得很快，且总是有解（?）；

所以我们尝试构造一组解；

如果我们构造一个以序列开头为核心的解，即在它这个位置的数是所有质数的倍数；

我们发现除了第二个节点之外的点都连通了；

如果我们构造一个以序列中心为核心的解，那么接下来要解决的问题就是和它相邻的点；

我们用最大的小于 $N/2$ 的质数来使这两个点与其他点连通；

但这样由于核心少用了两个数，可能会导致有一些其他的点不连通；

不要慌，它们都在最边上，且大于 $N/2$ 的质数我们还没有使用，随便连一连就好；

测试点 6-10-一个小清新构造

写过暴力的都知道，当 N 不小时，它跑得很快，且总是有解（?）；

所以我们尝试构造一组解；

如果我们构造一个以序列开头为核心的解，即在它这个位置的数是所有质数的倍数；

我们发现除了第二个节点之外的点都连通了；

如果我们构造一个以序列中心为核心的解，那么接下来要解决的问题就是和它相邻的点；

我们用最大的小于 $N/2$ 的质数来使这两个点与其他点连通；

但这样由于核心少用了两个数，可能会导致有一些其他的点不连通；

不要慌，它们都在最边上，且大于 $N/2$ 的质数我们还没有使用，随便连一连就好；

所以我们就知道了开头模每个质数的余数，最后用中国剩余定理还原答案即可；

小 D 的远航

题意：一个对称的凸的连通块，求它整体移出迷宫的最小步数；
$N \leq 2000$

测试点 1-4

$N \leq 400$;

测试点 1-4

$N \leq 400$；
$O(N)$ 判断一个位置是否能放下船；

测试点 1-4

$N \leq 400$；
$O(N)$ 判断一个位置是否能放下船；
bfs 求出出地图的最短路；
总复杂度 $O(N^3)$

测试点 5-8

船是矩形或菱形；

测试点 5-8

船是矩形或菱形；
二维前缀和，$O(N^2)$；

测试点 9-12+

数据比较水（虽然所有的点好像都挺水的）;

测试点 9-12+

数据比较水（虽然所有的点好像都挺水的）;
枚举边界线之类的乱搞;

测试点 13-20

为了方便描述，在接下来的讨论中，我们认为船的对称轴（记作 L）平行于 Y 轴；

测试点 13-20

为了方便描述，在接下来的讨论中，我们认为船的对称轴（记作 L）平行于 Y 轴；

障碍我们一行一行讨论，对于每一行，我们把所有的障碍按顺序排好。

测试点 13-20

为了方便描述，在接下来的讨论中，我们认为船的对称轴（记作 L）平行于 Y 轴；

障碍我们一行一行讨论，对于每一行，我们把所有的障碍按顺序排好。

接下来我们一列一列考虑有哪些位置可以放船，再用每一行的障碍去限制；

测试点 13-20

为了方便描述，在接下来的讨论中，我们认为船的对称轴（记作 L）平行于 Y 轴；

障碍我们一行一行讨论，对于每一行，我们把所有的障碍按顺序排好。

接下来我们一列一列考虑有哪些位置可以放船，再用每一行的障碍去限制；

假设考虑到第 i 列，对船的限制最紧的应该是最靠近第 i 列的障碍；

这个可以从船的凸性中轻松推出；

测试点 13-20

为了方便描述，在接下来的讨论中，我们认为船的对称轴（记作 L）平行于 Y 轴；

障碍我们一行一行讨论，对于每一行，我们把所有的障碍按顺序排好。

接下来我们一列一列考虑有哪些位置可以放船，再用每一行的障碍去限制；

假设考虑到第 i 列，对船的限制最紧的应该是最靠近第 i 列的障碍；

这个可以从船的凸性中轻松推出；

所以我们只要考虑 $O(N)$ 个障碍对这一列的影响；

求出这些障碍后，就可以 $O(N)$ 时间内得到一列的所有的能放船的位置；

测试点 13-20

为了方便描述，在接下来的讨论中，我们认为船的对称轴（记作 L）平行于 Y 轴；

障碍我们一行一行讨论，对于每一行，我们把所有的障碍按顺序排好。

接下来我们一列一列考虑有哪些位置可以放船，再用每一行的障碍去限制；

假设考虑到第 i 列，对船的限制最紧的应该是最靠近第 i 列的障碍；

这个可以从船的凸性中轻松推出；

所以我们只要考虑 $O(N)$ 个障碍对这一列的影响；

求出这些障碍后，就可以 $O(N)$ 时间内得到一列的所有的能放船的位置；

关于求靠这一列最近的障碍，在枚举列的时候顺便更新一下；

测试点 13-20

为了方便描述，在接下来的讨论中，我们认为船的对称轴（记作 L）平行于 Y 轴；

障碍我们一行一行讨论，对于每一行，我们把所有的障碍按顺序排好。

接下来我们一列一列考虑有哪些位置可以放船，再用每一行的障碍去限制；

假设考虑到第 i 列，对船的限制最紧的应该是最靠近第 i 列的障碍；

这个可以从船的凸性中轻松推出；

所以我们只要考虑 $O(N)$ 个障碍对这一列的影响；

求出这些障碍后，就可以 $O(N)$ 时间内得到一列的所有的能放船的位置；

关于求靠这一列最近的障碍，在枚举列的时候顺便更新一下；

总的复杂度是 $O(N^2)$ 的，细节比较复杂；