T1 矩阵

P.S. 似乎有哥哥做出了 $Q=24$，被锤了……

暴力不再赘述，先考虑如果只有对角线上全是 0，应该怎么做。

一个经典构造就是二进制分位，每次把编号第 i 位为 0 的列和编号第 i 位为 1 的行拿出来选一次，然后反过来再选一次。总操作次数应该是 $2\log n$ 的。

但是此时不光有对角线，对角线下面的那一条斜线也都是 0.我们把列按照奇数和偶数位分成两部分分别做，然后合并相邻的状态完全相同的行，不难发现行的个数会大致减半，并且变成一个类似于只有对角线上全是 0 的情况。

特别的，可能首行或者末行是全 1 不存在 0 的，那么每次操作都把这一行加入即可，不需要新的操作。

这样的复杂度是 $4\log n$ 的，不足以通过 $Q=26$。注意到一个经典 trick 是把所有恰好有 6 个 1 的 13 位二进制数拿出来作为行列的编号，这样每次只需要把编号第 i 位为 0 的列和编号第 i 位为 1 的行拿出来选一次，不需要反过来选。

由于 $C(13,6)=1716>1500$，因此总操作次数 $13\times 2=26$。

T2 字符串

显然 $|S|\le 10^5$ 可以直接区间本质不同子串个数做（也不知道能不能卡过 10^6）。但事实上正解是线性的。

考虑后缀树上的一条边对应的字符串是什么，假设我们对反串建 SAM，这个字符串就是对应节点表示的字符串比它 father 多的部分。不妨令它表示的字符串为 $[l_i+a,l_i+b-1]$，其中 a 是它 father 的 length，b 是他自己的 length，l_i 是它的 left 集里的元素。

我们考虑 $[l_i,l_i+a-1]$ 这个字符串在**正串 SAM**里对应的节点，它在 dag 上一定有至少两条出边或者它的 right 集中包含了 n。如果只有一条出边且 right $<n$，那么就表示 $[l_i,l_i+a]$ 这个字符串的 right 集和他完全相同，也就是 left 集完全相同，这和它们在反串 SAM 上是不同的节点矛盾。

类似的，$[l_i,l_i+b-1]$ 在正串 SAM 上也一定至少有两条出边或者 right 集包含 n。于是后缀树的一条边就对应了这两个点之间的路径。

于是我们会发现，在正串 SAM 上把这些点打标记，上面已经说明了后缀树的一条边可以映射到一条路径，事实上对于一条这样的路径，假设起点表示的字符串形如 $[r_i-x+1,r_i-y]$，那么显然它可以对应后缀树上的 $x-y$ 条边（只要 l_i 落在这个区间里即可）。

这样的路径长度和显然还是 $O(n^2)$ 的，但是我们可以对于每条路径，把它的长度挂在结尾点上，不难发现一个点上挂的路径一定都是该点对应字符串的一个后缀，因此我们只要对于每个结尾点新建一个 SAM，从后往前加字符即可处理当前点上的所有询问。

由于在上面的统计方式中，一条边显然最多被经过一次，复杂度是 $O(n)$ 的。

T3 异或和

考虑集合划分容斥。

假设选出的这 n 个数是有区别的，我们考虑把它划分成若干个集合，强制每个集合内的数字都必须相等。那么大小为奇数的集合会贡献一次异或和，大小为偶数的集合不会贡献异或和。

第一部分

因此我们需要考虑对于每种奇数集合的个数，算这种情况下所有划分的权值和。令 F 为**一个**奇数集合的 EGF，G 为**所有**偶数集合的 EGF，则：

$$F = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots = \frac{1}{2}(\ln(1+x) - \ln(1-x))$$
$$G = \exp(-R(\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \cdots)) = (1-x^2)^{R/2}$$

我们事实上对于 $\forall 0 \le i \le n$，要求 $GF^i[x^n]$。

相当于要求 $\frac{G}{1-yF}[x^n]$，令 $F(F^{-1}(x)) = x, H(x) = G(F^{-1}(x))$，则考虑扩展拉格朗日反演：

$$\begin{aligned}
[x^n]\frac{G}{1-yF} &= [x^n]\frac{H(F(x))}{1-yF(x)} \\
&= [x^{n-1}]\frac{1}{n}\left(\frac{H(x)}{1-yx}\right)'\frac{x^n}{F^{-1}(x)^n} \\
&= [x^{n-1}]\frac{1}{n}\frac{H'(x)(1-yx)+H(x)y}{(1-yx)^2}\frac{x^n}{F^{-1}(x)^n} \\
&= [x^{n-1}]\frac{1}{n}\frac{H'(x)-y(H'(x)x-H(x))}{(1-yx)^2}\frac{x^n}{F^{-1}(x)^n}
\end{aligned}$$

可得到关于 y 的多项式。

注意到 $F^{-1} = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ 可以直接手算出来，因此可以 $O(n\log n)$ 计算。

第二部分

我们要对于每种奇数集合的个数 $k(0\le k\le n)$，算出任选 k 个数（有编号）使其异或和为 0 的方案数。

若 k 为偶数，我们可以枚举这 k 个数字和 R 的共同 lcp，由于 lcp 必然是在某个 R 上为 1 的位置终止，因此我们枚举这个位置。

考虑钦定当前位上填偶数个 1，并且至少有一个 0，那么扔掉一个 0 不算，剩下的数字在剩下的位中任意选，都可以用扔掉的那个 0 来弥补。记当前位后面的位置构成的数字为 s，当前位权值为 t，那么方案数：

$$\sum_{i=0}^{k-1}[2|i]\binom{k}{i}t^{k-i-1}s^i=\frac{1}{2t}((t+s)^k+(t-s)^k-s^k(1+(-1)^k))$$

若 k 为奇数，则 lcp 长度必然为 0，因此可以直接算。

于是显然可以 $O(nK)$ 对于每个 $0\le k\le n$ 算出答案。考虑如何优化。

事实上可以把上面的过程看作，给定数列 a_i,t_i，对于每个 $0\le k\le n$，求出 $\sum\frac{a_i^k}{t_i}$。

这是一个经典的问题，考虑答案的生成函数，即：

$$\sum_{k=0}^{n}x^k\sum_{i=0}^{K}\frac{a_i^k}{t_i}=\sum_{i=0}^{K}\frac{1}{t_i-t_ia_ix}$$

右边这个通分之后显然可以分治 NTT 求出分子分母，因此我们事实上总共做 3 次这样的分治 NTT 即可。这部分的复杂度 $O(n\log^2 n)$。

于是总复杂度 $O(n\log^2 n)$。