2020~2021 年高中信息学多校联合训练

2021 年省选模拟赛

考前信心赛

时间：2021 年 4 月 7 日　8:30～13:00

题目名称	一道计算几何的模板题	菜肴挑选	异或矩阵
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	geometry	dish	matrix
可执行文件名	geometry	dish	matrix
输入文件名	geometry.in	dish.in	matrix.in
输出文件名	geometry.out	dish.out	matrix.out
每个测试点时限	1.5 秒	2.0 秒	2.0 秒
内存限制	1024 MB	512 MB	1024 MB
子任务数目	3	3	3
测试点是否等分	否	否	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	geometry.cpp	dish.cpp	matrix.cpp

编译选项

对于 C++ 语言	-lm -O2 -std=c++11

注意事项：

1. 测评时栈空间与内存限制相同。
2. 时间限制保证在标程的两倍以上，具体时限可随实际测评环境调整。
3. 函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int` ，值必须是 `0` 。
4. 若无特殊说明，输入文件的同一行内的多个整数、浮点数、字符串等均使用一个空格进行分隔。
5. 若无特殊说明，结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
6. 测评是在每个题目对应目录下收取答案，请对每个题目建立子文件夹。
7. 题目难度与题目顺序无关，请自行选择写题顺序。
8. 题目比较简单，请独立完成，也请不要借助网络等工具。

一道计算几何的模板题(geometry)

【题目描述】

小 H 想在省选前在练习一下计算几何的能力，因此她在打算做一道计算几何的模板题来练练手。她打算邀请你一起来写一写这道模板题：

给定平面上 n 个点，求这 n 个点构成的凸包面积大小× 2 后的值。

【输入格式】

从文件 geometry.in 中读入数据。
由于 n 可能比较大，所以本题的输入方式较为特别。
本题的输入有一行，共九个整数。
九个整数从前往后分别为 $x_o, y_o, a_x, a_y, b_x, b_y, p_x, p_y, n$ 。
接下来将用下列式子推出 $x_1 \sim x_{n-1}$ ：

$$x_i = (a_x \cdot x_{i-1} + b_x) \bmod p_x$$

并用下列式子推出 $y_1 \sim y_{n-1}$ ：

$$y_i = \left(a_y \cdot y_{i-1} + b_y\right) \bmod p_y$$

最后将得到 n 个点： $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1})$ 。

【输出格式】

输出到文件 geometry.out 中。
输出一行，一个整数，表示 n 个点构成的凸包面积大小× 2 后的结果。

【样例 1 输入输出】

geometry.in	geometry.out
2 3 4 5 6 7 8 9 10	28

【样例 1 解释】

平面上总共有 10 个点，最后这 n 个点的凸包上共有 3 个点，分别为 $(2,3), (6,0), (6,7)$ 。不难得出，该多边形的面积为 14，因此答案为 28。

【样例 2】

见选手目录下的 geometry/geometry2.in 和 geometry/geometry2.ans。

【数据范围和提示】

本题采用捆绑测试。
对于所有数据，满足
- $3 \le n \le 10^{18}$。
- $0 \le a_x, b_x x_0 < p_x \le 2 \times 10^5$
- $0 \le a_y, b_y y_0 < p_y \le 2 \times 10^5$

子任务见下表：

子任务编号	n	p_x, p_y	分值
1	$\le 10^5$	$\le 2 \times 10^5$	16
2	$\le 10^{18}$	$\le 2 \times 10^3$	29
3		$\le 2 \times 10^5$	55

菜肴挑选(dish)

【题目描述】

小 H 所在的食堂共有 n 种不同菜肴。每天中午，小 H 都会到食堂挑选恰好三道**不同的**菜品食用。

小 H 吃午饭时总是喜欢将两种不同的菜品组合起来吃。如果小 H 某天选择了 a,b,c 三种菜品，那她就能吃到 $(a,b),(a,c),(b,c)$ 三种不同的组合。

由于小 H 不挑食，所以她对每种组合的喜爱程度是均等的，因此她也希望在某一天能够使所有组合被吃的次数相等。

形式化的：记 $f(a,b)$ 表示在前 k 天中有多少天吃到了组合 (a,b)，那么小 H 希望存在一个 k 和一种方案，使得对于所有 $i \neq j$，$f(i,j)$ 的值都相等。当然 k 需要大于 0，不然小 H 就什么都没吃了。

不过小 H 不希望她在毕业后才能达成这个愿望，所以她希望 k 需要小于等于 n^2。

由于小 H 还有别的事要做，因此她把这个任务交给了你。

【输入格式】

从文件 dish.in 中读入数据。

输入只有一行，为一个整数 n，表示菜肴的种类

【输出格式】

输出到文件 dish.out 中。

小 H 告诉你解一定存在，所以你不需要判断无解。当然如果你认为无解，你可以输出 “std is wrong”（不含引号）。

如果你认为有解，那么你的输出应为 $k+1$ 行，第一行为一个小于等于 n^2 的正整数，表示 k，即天数。

接下来 k 行，每行三个整数，表示在第 i 天所选择的菜品。

你需要保证，每天选择三种菜品互不相同，并且在第 k 天达成目标。

【样例 1 输入输出】

dish.in	dish.out
4	4 1 2 3 1 2 4 1 3 4 2 3 4

【样例 1 解释】

在该样例中，$n = 4$，小 H 在第 4 天时达成目标，使得 $f(i,j) = 2$。

【数据范围和提示】

本题采用捆绑测试。
对于所有数据，满足 $3 \le n \le 10^3$。
子任务见下表：

子任务编号	n	分值
1	≤ 10	15
2	$n \equiv 1 \pmod 2$	35
3	≤ 1000	50

异或矩阵(matrix)

【题目描述】

小 H 喜欢异或，小 H 喜欢矩阵，所以小 H 构造了一个异或矩阵。

这是一个大小为 $N \times N$ 的矩阵，行从 $0 \sim N-1$ 编号，列从 $0 \sim N-1$ 编号。

小 H 想在矩阵中填上数，因此她找了两个整数 L, R ，满足 $N = R - L + 1$ ，这样矩阵中第 i 行第 j 列的数 $A_{i,j} = (L+i) \oplus (R+j)$ ，其中$\oplus$ 为二进程异或运算。

小 H 认为矩阵中的两个位置 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 是相邻的，当且仅当 $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| = 1$ 。

小 H 认为一个长度为 k 的步行序列为 k 个矩阵中的格子 $c_0, c_1, c_2, \dots, c_k$ 。其中对于任意 $i \in [0, k]$ 都有 $A_{c_i} = i$ 且 c_i 与 c_{i+1} 相邻（ $i = k$ 时不必满足条件二）。**注意，这个序列中有 $k+1$ 个元素。**

现在，小 H 希望求出可能的最大步行序列长度 K 以及在此长度下合法的步行序列数量 C 。由于 C 可能非常大，所以你只需要输出 C 对 10^9+7 取模的结果。

【输入格式】

从文件 matrix.in 中读入数据。

第一行为一个整数 T ，表示数据组数。

接下来 T 行，每行两个整数 L, R ，其中 $N = R - L + 1$ 。

【输出格式】

输出到文件 matrix.out 中。

对于每一组数据，输出两个整数 K, C ，分别表示最大步行序列长度和在该长度下合法的步行序列数量对 10^9+7 取模后的结果。

【样例输入输出 1】

matrix.in	matrix.out
4 1 1 1 2 1 3 2 3	0 1 0 2 3 4 1 4

【样例解释 1】

第一组样例，矩阵只有一个格子，因此 $\mathrm{K} = 0$ ，也只有一种可能，从这个格子开始然后马上结束，因此 $\mathrm{C} = 1$ 。

第二组样例，矩阵中没有任何一个格子包含数字 1，因此 $K = 0$。有两种可能的序列，从一个包含数字 0 的格子开始，然后马上结束，因此 $C = 2$。矩阵如下：

$$\begin{matrix} (1 \oplus 1) & (1 \oplus 2) \\ (1 \oplus 1) & (2 \oplus 2) \end{matrix} = \begin{matrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{matrix}$$

第三组样例，四种可能的步行序列为：

$$\begin{matrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{matrix}$$

第四组样例，四种可能的步行序列为：

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$$

【样例输入输出 2】

见选手目录下的 `matrix/matrix2.in` 和 `matrix/matrix2.ans`。

【数据范围和提示】

本题采用捆版测试，且有且仅有两个子任务。

对于所有子任务，满足 $1 \le L \le R \le 10^{18}$。

对于每个子任务，如果在该子任务中所有的询问你回答的 K 都是正确的，那么你可以获得该子任务 25% 的得分。如果所有询问你回答的 K 和 C 都是正确的，那么你可以获得该子任务 100% 的得分。

- 子任务 1（8 分）：$1 \le T \le 500, 0 \le R - L \le 300$
- 子任务 2（92 分）：$1 \le T \le 20000$