

subtask1

暴力枚举边暴力跑

subtask2

显然可以发现原问题等价于求满足 $\sum [|a_i - a_{i+1}| = 1] \leq k$ 的排列数，因为只用在相邻绝对值大于1时通过加边来跳跃

$O(n!)$ 枚举排列

subtask3,4

设 $f[i, j, k, \dots]$ 表示当前考虑了前 i 个的位置，当前形成了 j 段，当前绝对值 >1 的对有 k 个的方案

每次考虑 $i+1$ 的位置，新开一段/和某一段接在一起/接在头尾上，再考虑与 i 的位置关系来更新 k ，应该还要再记一些0/1来表示状态

没有写过，时间复杂度 $O(n^3)$

subtask5,6

设 $f[i, j, \dots]$ 表示当前考虑了前 i 个的位置，形成了 j 段极长上升/下降段的方案，也要考虑 i 的位置

把 $i+1$ 加进去时考虑位置，和上面类似，但是可以插在已经形成的段中间，如果和 i 相邻则变成两段，否则变成三段

也没有写过，时间复杂度 $O(n^2)$

subtask7

$k=1$ 的特殊情况，分新加的边是否经过来讨论

如果没有经过新加的边，则有 $1 \rightarrow n$ 和 $n \rightarrow 1$ 两种情况

否则会把序列分成两部分，如果边连了两部分的左/右侧则为 $4(n-2)$ ，左连左右连右为 $2(n-3)$

因此 $ans = 2 + 4(n-2) + 2(n-3) = 6n - 12$

subtask8,9,10

dp没有前途，所以考虑生成函数

设 $f[i]$ 表示有恰好 i 段的方案，则 $ans = \sum_{i \leq k+1} f[i]$

设 $g[i]$ 表示至多 i 段的方案，则 $g[k] = k! [x^k] (\frac{2x}{1-x} - x)^k$ (不是题目输入的 k)

$$g[k] = k! [x^{n-k}] (\frac{2}{1-x} - 1)^k = k! \sum_{i \leq k} \binom{k}{i} 2^i (-1)^{k-i} [x^{n-k}] \frac{1}{(1-x)^i}$$

$$= k! \sum_{i \leq k} \binom{k}{i} 2^i (-1)^{k-i} \binom{n-k+i-1}{i-1}$$

拆开卷积即可求出 g

为了方便考虑把f和g的下标-1，变成有恰好/至多i个相邻绝对值>1的方案

$g[i] = \sum_{j \leq i} \binom{n-1-j}{i-j} f[j]$ ，组合数表示在n-1-j个等于1的里面选i-j个，这是f[j]被算的次数

发现这不是标准的二项式反演，考虑转换

$$g[i] = \sum_{j \leq i} \frac{(n-1-j)! * i! j!}{(i-j)! (n-1-i)! * i! j!} f[j]$$

$$g[i] * i! (n-1-i)! = \sum_{j \leq i} \frac{i!}{(i-j)! j!} f[j] * j! (n-1-j)!$$

设 $G[i] = g[i] * i! (n-1-i)!$ ， $F[i] = f[i] * i! (n-1-i)!$ ，则原式变为

$$G[i] = \sum_{j \leq i} \binom{i}{j} F[j], \quad F[i] = \sum_{j \leq i} \binom{i}{j} (-1)^{i-j} G[j]$$

把g变成G，拆组合数后卷积求得F，再还原回f即可求得答案

时间复杂度 $O(n \log n)$