水题选讲

雅礼中学高二信息组

2020 年 11 月 2 日

作为今天的开胃小水题

今天来讲一个经典题

作为今天的开胃小水题

今天来讲一个经典题的加强版。

作为今天的开胃小水题

今天来讲一个经典题的加强版。

可能有人见过了，不过放在联赛题目的宣讲小清新开场还不错。

某题

Statement

给定一棵大小为 n 的有标号无根树和一参数 k。

求有几棵同样大小为 n 的树的边集的与原树边集的交集大小不小于 k。

经典范围：$n \le 100$

加强范围：$n \le 5000$

naive solution

$n \leq 100$

考虑矩阵树定理。

对大小为 n 的完全图运用矩阵树定理：把原树中出现的边权设为 x，其他的边设为 1。

$n \le 100$

考虑矩阵树定理。

对大小为 n 的完全图运用矩阵树定理：把原树中出现的边权设为 x，其他的边设为 1。

容易发现，求出的行列式是一个关于 x 的多项式 $f(x)$，求出 $\sum_{i \ge k}[x^i]f(x)$ 即可。

暴力求 $f(x)$ 也不难，枚举点值然后插值就行了。

$n \leq 100$

考虑矩阵树定理。

对大小为 n 的完全图运用矩阵树定理：把原树中出现的边权设为 x，其他的边设为 1。

容易发现，求出的行列式是一个关于 x 的多项式 $f(x)$，求出 $\sum_{i \geq k} [x^i] f(x)$ 即可。

暴力求 $f(x)$ 也不难，枚举点值然后插值就行了。

$\mathcal{O}(n^4)$

better solution

$n \leq 5000$

矩阵树定理好像没啥前途。

$n \leq 5000$

矩阵树定理好像没啥前途。

如果我们现在已经钦定了一些边一定相同（即一定出现在交集中），怎么统计方案呢？

现在我们面临的局面是：有 n 个点形成了 k 个连通块，第 i 个连通块的大小为 s_i，求把它们连成一棵树的方案数。

$n \leq 5000$

矩阵树定理好像没啥前途。

如果我们现在已经钦定了一些边一定相同（即一定出现在交集中），怎么统计方案呢？

现在我们面临的局面是：有 n 个点形成了 k 个连通块，第 i 个连通块的大小为 s_i，求把它们连成一棵树的方案数。

朋友，你看过oi-wiki 上介绍 prufer 的页面吗？

Prufer 序列可能比你想得还强大。它能创造比凯莱定理更通用的公式。比如以下问题：

> 一个 n 个点 m 条边的带标号无向图有 k 个连通块。我们希望添加 $k-1$ 条边使得整个图连通。求方案数。

即

$$n^{k-2} \cdot \prod_{i=1}^{k} s_i$$

这就是答案啦

$n \le 5000$

矩阵树定理好像没啥前途。

如果我们现在已经钦定了一些边一定相同（即一定出现在交集中），怎么统计方案呢？

现在我们面临的局面是：有 n 个点形成了 k 个连通块，第 i 个连通块的大小为 s_i，求把它们连成一棵树的方案数。

朋友，你看过`oi-wiki` 上介绍 `prufer` 的页面吗？

Prufer 序列可能比你想得还强大。它能创造比凯莱定理更通用的公式。比如以下问题：

> 一个 n 个点 m 条边的带标号无向图有 k 个连通块。我们希望添加 $k-1$ 条边使得整个图连通。求方案数。

即

$$n^{k-2} \cdot \prod_{i=1}^{k} s_i$$

这就是答案啦

具体证明可以考虑枚举 `prufer` 序列，`oi-wiki` 上讲解得非常详细，不再赘述。

$n \leq 5000$

所以我们现在面临的问题变成了：求所有钦定 m 条边相同时，$\prod a_i$ 的和。

$n \leq 5000$

所以我们现在面临的问题变成了：求所有钦定 m 条边相同时，$\prod a_i$ 的和。

朋友，你听说过 `WC[2019]` 数树吗？

a_i 的组合意义也就是“在 i 号连通块里面选出一个点。”

$n \leq 5000$

所以我们现在面临的问题变成了：求所有钦定 m 条边相同时，$\prod a_i$ 的和。

朋友，你听说过 WC[2019] 数树吗？

a_i 的组合意义也就是“在 i 号连通块里面选出一个点。”

好做了，设 $f_{u,l,0/1}$ 表示“u 的子树内钦定 l 条边相同，当前连通块选不选点”的方案数，dp 即可。

最后再套一个二项式反演就行啦。

$n \leq 5000$

所以我们现在面临的问题变成了：求所有钦定 m 条边相同时，$\prod a_i$ 的和。

朋友，你听说过 `WC[2019]` 数树吗？

a_i 的组合意义也就是“在 i 号连通块里面选出一个点。”

好做了，设 $f_{u,l,0/1}$ 表示“u 的子树内钦定 l 条边相同，当前连通块选不选点”的方案数，`dp` 即可。

最后再套一个二项式反演就行啦。

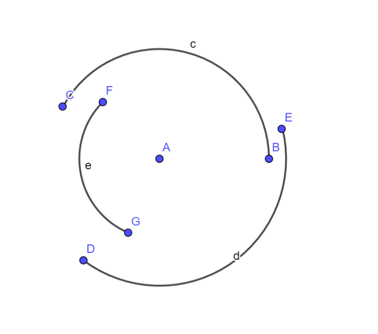
$\mathcal{O}(n^2)$

CF Gym 102576 D

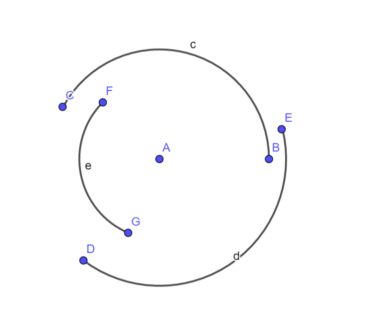
题意：给出一个圆的 n 条圆弧，求一个最大的子集满足子集中的圆弧两两有交。$1 \leq n \leq 3000$ 。

CF Gym 102576 D

由于是在圆上，所以选取的圆弧之间可能没有共同的弧。



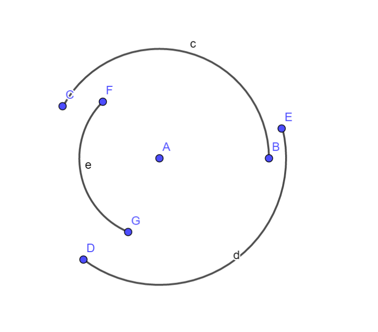
由于是在圆上，所以选取的圆弧之间可能没有共同的弧。



考虑钦定一条圆弧必须选，且不能选取被它完全包含的圆弧。

CF Gym 102576 D

由于是在圆上，所以选取的圆弧之间可能没有共同的弧。

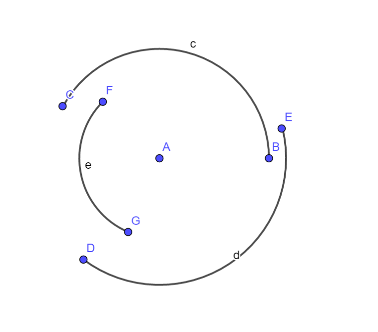


考虑钦定一条圆弧必须选，且不能选取被它完全包含的圆弧。

这样的话，能被选中的其它弧显然与该弧的左右端点有交。

CF Gym 102576 D

由于是在圆上，所以选取的圆弧之间可能没有共同的弧。

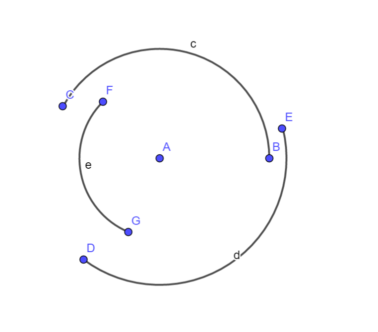


考虑钦定一条圆弧必须选，且不能选取被它完全包含的圆弧。

这样的话，能被选中的其它弧显然与该弧的左右端点有交。

那么，完全包含它的以及与它两端都相交的显然可以选，与它相离的显然不选。

由于是在圆上，所以选取的圆弧之间可能没有共同的弧。



考虑钦定一条圆弧必须选，且不能选取被它完全包含的圆弧。

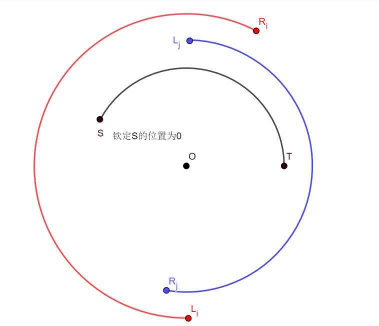
这样的话，能被选中的其它弧显然与该弧的左右端点有交。

那么，完全包含它的以及与它两端都相交的显然可以选，与它相离的显然不选。

于是现在只剩下 2 种候选的圆弧（与选取弧的左端相交或右端相交）需要讨论了。

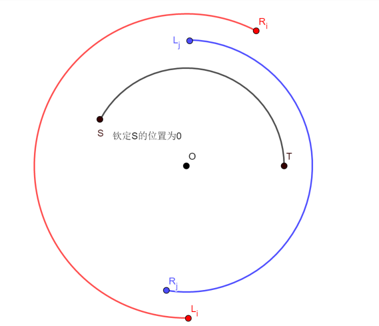
CF Gym 102576 D

我们令与左端相交的弧为 A 类弧，与右端相交的弧为 B 类弧，以选取弧为参照物，考虑它们相交的条件。



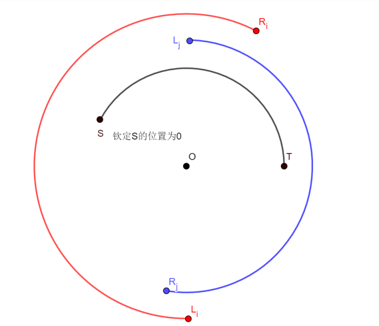
CF Gym 102576 D

我们令与左端相交的弧为 A 类弧，与右端相交的弧为 B 类弧，以选取弧为参照物，考虑它们相交的条件。



一个非常好的性质是，A 类弧都满足 $L_i \geq R_i$，B 类弧都满足 $L_j \leq R_j$。

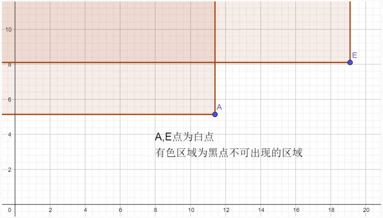
我们令与左端相交的弧为 A 类弧，与右端相交的弧为 B 类弧，以选取弧为参照物，考虑它们相交的条件。



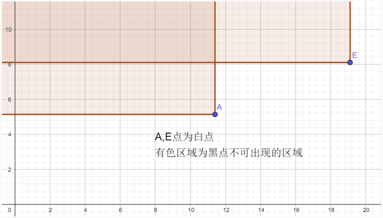
一个非常好的性质是，A 类弧都满足 $L_i \geq R_i$，B 类弧都满足 $L_j \leq R_j$。

假设 A 类弧为 i，B 类弧为 j ，那么它们相交的充要条件是 $R_i \geq L_j$ 或 $L_i \leq R_j$ 。

不难发现可以转化为在二维平面上的数点问题，令 A 类弧为黑点 (R_i, L_i)，B 类弧为白点 (L_j, R_j)，那么限制就是黑点不能在白点左上方，如图：



不难发现可以转化为在二维平面上的数点问题，令 A 类弧为黑点 (R_i, L_i)，B 类弧为白点 (L_j, R_j)，那么限制就是黑点不能在白点左上方，如图：



可以用线段树优化 DP 转移。时间复杂度 $O(n^2 \log n)$。

CF1386G

CF1368G

在 $n \times m$ 的方格里，用 1×2 的多米诺骨牌**恰好**填满。

拿走其中任意一个骨牌，然后可以让任意骨牌以平行于原来的方向移动，但不能转弯。要求一个骨牌最终的位置与初始位置至少有一个格子重合。

试求出所有空格位置无序二元组的数量。

$n \times m \leq 200000$

考虑到骨牌移动就是空格的移动。

考虑到骨牌移动就是空格的移动。

考察一个横着的骨牌，(i,j) 与 $(i,j+1)$，那么考虑向左移，空格从 $(i,j-1)$ 到 $(i,j+1)$ ；向右移，空格从 $(i,j+2)$ 到 (i,j) 。竖着的骨牌亦然。

考虑到骨牌移动就是空格的移动。

考察一个横着的骨牌，(i,j) 与 $(i,j+1)$，那么考虑向左移，空格从 $(i,j-1)$ 到 $(i,j+1)$ ；向右移，空格从 $(i,j+2)$ 到 (i,j) 。竖着的骨牌亦然。

按照上述空格转移的方式连出若干条边之后，会形成一张图，且每个点入度为 1 。

CF1368G

conclusion 1:

conclusion 1:

形成的图无环。

conclusion 1:

形成的图无环。

proof 1:

conclusion 1:

形成的图无环。

proof 1:

假设最后形成了一个环。我们一定可以通过多次将任意一个角翻折，使得最终的环围成了一个矩形。

conclusion 1:

形成的图无环。

proof 1:

假设最后形成了一个环。我们一定可以通过多次将任意一个角翻折，使得最终的环围成了一个矩形。

易知，翻折不会改变矩形内点的奇偶性。又因为特殊的连边方式，矩形的边长都是奇数。

conclusion 1:

形成的图无环。

proof 1:

假设最后形成了一个环。我们一定可以通过多次将任意一个角翻折，使得最终的环围成了一个矩形。

易知，翻折不会改变矩形内点的奇偶性。又因为特殊的连边方式，矩形的边长都是奇数。

那么，这个矩形内是无法用骨牌恰好填满的。所以矛盾。

conclusion 1:

形成的图无环。

proof 1:

假设最后形成了一个环。我们一定可以通过多次将任意一个角翻折，使得最终的环围成了一个矩形。

易知，翻折不会改变矩形内点的奇偶性。又因为特殊的连边方式，矩形的边长都是奇数。

那么，这个矩形内是无法用骨牌恰好填满的。所以矛盾。

conclusion 2:

conclusion 1:

形成的图无环。

proof 1:

假设最后形成了一个环。我们一定可以通过多次将任意一个角翻折，使得最终的环围成了一个矩形。

易知，翻折不会改变矩形内点的奇偶性。又因为特殊的连边方式，矩形的边长都是奇数。

那么，这个矩形内是无法用骨牌恰好填满的。所以矛盾。

conclusion 2:

如果两个点属于同一个骨牌，那么它们一定不属于同一个弱联通分量。

conclusion 1:

形成的图无环。

proof 1:

假设最后形成了一个环。我们一定可以通过多次将任意一个角翻折，使得最终的环围成了一个矩形。

易知，翻折不会改变矩形内点的奇偶性。又因为特殊的连边方式，矩形的边长都是奇数。

那么，这个矩形内是无法用骨牌恰好填满的。所以矛盾。

conclusion 2:

如果两个点属于同一个骨牌，那么它们一定不属于同一个弱联通分量。

proof 2:

conclusion 1:

形成的图无环。

proof 1:

假设最后形成了一个环。我们一定可以通过多次将任意一个角翻折，使得最终的环围成了一个矩形。

易知，翻折不会改变矩形内点的奇偶性。又因为特殊的连边方式，矩形的边长都是奇数。

那么，这个矩形内是无法用骨牌恰好填满的。所以矛盾。

conclusion 2:

如果两个点属于同一个骨牌，那么它们一定不属于同一个弱联通分量。

proof 2:

考虑到一条边连接的两个点，横纵坐标之和奇偶性不变。则该结论显然。

CF1368G

考虑到两个空格位置 (x_1, y_1) 与 (x_2, y_2) ，能产生贡献的充要条件是，在它们所属的两棵树里，由它们到根的路径中，分别存在两个属于同一骨牌的点。

考虑到两个空格位置 (x_1, y_1) 与 (x_2, y_2) ，能产生贡献的充要条件是，在它们所属的两棵树里，由它们到根的路径中，分别存在两个属于同一骨牌的点。

换言之，一对同一骨牌的点，可以覆盖到它们的两棵子树的点对应形成的点对。

考虑到两个空格位置 (x_1, y_1) 与 (x_2, y_2) ，能产生贡献的充要条件是，在它们所属的两棵树里，由它们到根的路径中，分别存在两个属于同一骨牌的点。

换言之，一对同一骨牌的点，可以覆盖到它们的两棵子树的点对应形成的点对。

那么，求出 dfn 之后，相当于在平面上求面积并。这是一道扫描线的经典问题。

考虑到两个空格位置 (x_1, y_1) 与 (x_2, y_2) ，能产生贡献的充要条件是，在它们所属的两棵树里，由它们到根的路径中，分别存在两个属于同一骨牌的点。

换言之，一对同一骨牌的点，可以覆盖到它们的两棵子树的点对应形成的点对。

那么，求出 dfn 之后，相当于在平面上求面积并。这是一道扫描线的经典问题。

复杂度 $O(nm \log nm)$ 。

CF Gym 100959 K

给定一个二维平面上的 n 个黑点，剩下的均为白点，问你最少染多少个点变为黑点可以形成一个正方形网格。一个 $K \times K$ 的正方形网格指，有实数 a, b, c, d 使得 $\forall i, j \in [0, K) \cap Z$ 有 $(a + ci + dj, b + di - cj)$ 为黑点。

$n \leq 10^5$，二维平面坐标在 int 范围内。

将限制转化后变为：选定一对基底 $\vec{r_1}, \vec{r_2}$ 和一个原点，使得所有黑点可以在这个原点下，被这个基底用整数系数线性组合

将限制转化后变为：选定一对基底 $\vec{r_1}, \vec{r_2}$ 和一个原点，使得所有黑点可以在这个原点下，被这个基底用整数系数线性组合

平凡的，$\vec{r_1} = (1, 0), \vec{r_2} = (0, 1)$ 一定是一个合法解，但是我们还需要加入的黑点最少。仔细思考可以发现，在基底模长最长的情况下，K 最小

将限制转化后变为：选定一对基底 $\vec{r_1}, \vec{r_2}$ 和一个原点，使得所有黑点可以在这个原点下，被这个基底用整数系数线性组合

平凡的，$\vec{r_1} = (1,0), \vec{r_2} = (0,1)$ 一定是一个合法解，但是我们还需要加入的黑点最少。仔细思考可以发现，在基底模长最长的情况下，K 最小

设给定的所有点有 $\vec{v_i} = (a_i, b_i)$ ，则一个满足条件的基底，当且仅当 $\forall i \neq j$ 有 $\vec{v_i} - \vec{v_j}$ 可以被这个基底用整数系数线性组合。由线性代数知识可知，我们只需要满足 $\forall i \in [1, n-1]$ 有 $\vec{v_i} - \vec{v_{i+1}}$ 可以被组合出来即可

将限制转化后变为：选定一对基底 $\vec{r_1}, \vec{r_2}$ 和一个原点，使得所有黑点可以在这个原点下，被这个基底用整数系数线性组合

平凡的，$\vec{r_1} = (1, 0), \vec{r_2} = (0, 1)$ 一定是一个合法解，但是我们还需要加入的黑点最少。仔细思考可以发现，在基底模长最长的情况下，K 最小

设给定的所有点有 $\vec{v_i} = (a_i, b_i)$ ，则一个满足条件的基底，当且仅当 $\forall i \neq j$ 有 $\vec{v_i} - \vec{v_j}$ 可以被这个基底用整数系数线性组合。由线性代数知识可知，我们只需要满足 $\forall i \in [1, n-1]$ 有 $\vec{v_i} - \vec{v_{i+1}}$ 可以被组合出来即可

所以问题转化为了给定 n 个向量 $\vec{w_i}$ ，求一个模长最长的基底可以组合出所有 $\vec{w_i}$

再由线性代数知识可以得到，如果我们求解出前 i 个向量的最长合法基底 $\vec{r_1}, \vec{r_2}$ ，那么只要可以求解出 $\vec{w_{i+1}}, \vec{r_1}, \vec{r_2}$ 的最长合法基底。而且稍加计算既可发现，若一个基底可以组合出 (s, t) ，那么一定可以组合出 $(t, -s)$ ，所以问题再次化简为求解出 $\vec{w_{i+1}}, \vec{r_1}$ 的最长合法基底

再由线性代数知识可以得到，如果我们求解出前 i 个向量的最长合法基底 $\vec{r_1}, \vec{r_2}$ ，那么只要可以求解出 $\vec{w_{i+1}}, \vec{r_1}, \vec{r_2}$ 的最长合法基底。而且稍加计算既可发现，若一个基底可以组合出 (s, t) ，那么一定可以组合出 $(t, -s)$ ，所以问题再次化简为求解出 $\vec{w_{i+1}}, \vec{r_1}$ 的最长合法基底

简化一下记号，即求 $\vec{a}, \vec{b}$ 的最长合法基底。首先给出做法如下：

再由线性代数知识可以得到，如果我们求解出前 i 个向量的最长合法基底 $\vec{r_1}, \vec{r_2}$ ，那么只要可以求解出 $\vec{w_{i+1}}, \vec{r_1}, \vec{r_2}$ 的最长合法基底。而且稍加计算既可发现，若一个基底可以组合出 (s, t) ，那么一定可以组合出 $(t, -s)$ ，所以问题再次化简为求解出 $\vec{w_{i+1}}, \vec{r_1}$ 的最长合法基底

简化一下记号，即求 $\vec{a}, \vec{b}$ 的最长合法基底。首先给出做法如下：

- 取两者中模长较长的为 $\vec{a}$ ，较短的为 $\vec{b}$ ，令 $\vec{c}$ 为 $\vec{b}$ 的四个方向向量中的任意一个
- 若 $\vec{a} - \vec{c}$ 的模长小于 $\vec{a}$ 的模长，$\vec{a} = \vec{a} - \vec{c}$
- 若 $\vec{a}$ 的模长等于 0 ，则 b 即为所求基底，否则解决这个子问题

再由线性代数知识可以得到，如果我们求解出前 i 个向量的最长合法基底 $\vec{r_1}, \vec{r_2}$ ，那么只要可以求解出 $\vec{w_{i+1}}, \vec{r_1}, \vec{r_2}$ 的最长合法基底。而且稍加计算既可发现，若一个基底可以组合出 (s, t) ，那么一定可以组合出 $(t, -s)$ ，所以问题再次化简为求解出 $\vec{w_{i+1}}, \vec{r_1}$ 的最长合法基底

简化一下记号，即求 $\vec{a}, \vec{b}$ 的最长合法基底。首先给出做法如下：

- 取两者中模长较长的为 $\vec{a}$ ，较短的为 $\vec{b}$ ，令 $\vec{c}$ 为 $\vec{b}$ 的四个方向向量中的任意一个
- 若 $\vec{a} - \vec{c}$ 的模长小于 $\vec{a}$ 的模长，$\vec{a} = \vec{a} - \vec{c}$
- 若 $\vec{a}$ 的模长等于 0 ，则 b 即为所求基底，否则解决这个子问题

现在需要说明的是，按照这个操作，每次一定可以使 $\vec{a}$ 的模长减小

CF Gym 100959 K

考虑将 $\vec{b}$ 旋转后建立平面直角坐标系，令 $\vec{c}$ 在 x, y 轴上，假设当前 $\vec{c}$ 为 x 正半轴的基底

CF Gym 100959 K

考虑将 $\vec{b}$ 旋转后建立平面直角坐标系，令 $\vec{c}$ 在 x, y 轴上，假设当前 $\vec{c}$ 为 x 正半轴的基底

那么做 $\vec{c}$ 的垂直平分线，若 $\vec{a}$ 的垂直平分线的右侧，则 $\vec{a} - \vec{c}$ 的模长一定小于 $\vec{a}$ 的模长

考虑将 $\vec{b}$ 旋转后建立平面直角坐标系，令 $\vec{c}$ 在 x, y 轴上，假设当前 $\vec{c}$ 为 x 正半轴的基底

那么做 $\vec{c}$ 的垂直平分线，若 $\vec{a}$ 的垂直平分线的右侧，则 $\vec{a} - \vec{c}$ 的模长一定小于 $\vec{a}$ 的模长

发现，四条垂直平分线覆盖了包含原点的一个边长为 $|\vec{c}|$ 的小正方形外的所有向量，也就是说，我们每次操作可以试 $\vec{a}$ 的模长变为 $\leq \frac{|\vec{c}|}{2}$ 。因此，一定可以试 $\vec{a}$ 的模长减小，且该操作的运行次数为 log 次

考虑将 $\vec{b}$ 旋转后建立平面直角坐标系，令 $\vec{c}$ 在 x, y 轴上，假设当前 $\vec{c}$ 为 x 正半轴的基底

那么做 $\vec{c}$ 的垂直平分线，若 $\vec{a}$ 的垂直平分线的右侧，则 $\vec{a} - \vec{c}$ 的模长一定小于 $\vec{a}$ 的模长

发现，四条垂直平分线覆盖了包含原点的一个边长为 $|\vec{c}|$ 的小正方形外的所有向量，也就是说，我们每次操作可以试 $\vec{a}$ 的模长变为 $\leq \frac{|\vec{c}|}{2}$ 。因此，一定可以试 $\vec{a}$ 的模长减小，且该操作的运行次数为 log 次

当我们求得基底后，得到 $\forall i \in [2, n]$ 中，$\vec{a_i} - \vec{a_1} = x_i\vec{r_1} + y_i\vec{r_2}$ ，那么 $K = max\{maxx_i - minx_i, maxy_i - miny_i\} + 1$

UOJ312 梦中的题面

UOJ312 梦中的题面

题目大意：**给定** n, m, b, c，**求出满足以下条件的** m **元组**（$x_1, x_2, ..., x_m$）**的个数**

$x_i \in Z$，$0 \leqslant x_i \leqslant b^i - c$，$x_1 + x_2 + ... + x_m \leqslant n$

数据范围：$c \in 0, 1$，$0 \leqslant n < b^{m+1}$，$2 \leqslant b \leqslant 50$，$1 \leqslant m \leqslant 50$

UOJ312 梦中的题面

这是一道数位 dp。

UOJ312 梦中的题面

这是一道数位 dp。

先考虑 $c = 1$ 的情况，那么我们发现，x_i 在 b 进制下能且仅能为小于等于 i 位的数。

UOJ312 梦中的题面

这是一道数位 dp。

先考虑 $c = 1$ 的情况，那么我们发现，x_i 在 b 进制下能且仅能为小于等于 i 位的数。

也就是说，从低到高第 k 位有 $k-1$ 个数这一位只能为 0，其他数可以取到 $0 \sim b-1$ 中的任意值。

UOJ312 梦中的题面

这是一道数位 dp。

先考虑 $c=1$ 的情况，那么我们发现，x_i 在 b 进制下能且仅能为小于等于 i 位的数。

也就是说，从低到高第 k 位有 $k-1$ 个数这一位只能为 0，其他数可以取到 $0\sim b-1$ 中的任意值。

预处理一个数组 $g_{i,j}$ 表示 i 个取 $0\sim b-1$ 的数的和恰好为 j 的方案数，从低到高，以所有数的和在这一位的和为状态数位 dp 并处理进位情况，这一位的和是 $O(m+k)$ 的，直接枚举当前加的数并转移到下一位即可。

然后是 $c = 0$ 的情况。

然后是 $c = 0$ 的情况。

这时 x_i 可以恰好可以取 b^i，即在 $i + 1$ 位为 1，并且在其他位时它都为 0。

UOJ312 梦中的题面

然后是 $c = 0$ 的情况。

这时 x_i 可以恰好可以取 b^i，即在 $i + 1$ 位为 1，并且在其他位时它都为 0。

可以沿用之前的思路，再加一维表示当前有多少个数必须取 0，初始时显然个数是任意的。

UOJ312 梦中的题面

然后是 $c = 0$ 的情况。

这时 x_i 可以恰好可以取 b^i，即在 $i + 1$ 位为 1，并且在其他位时它都为 0。

可以沿用之前的思路，再加一维表示当前有多少个数必须取 0，初始时显然个数是任意的。

转移到第 i 位时，判断 x_i 是否取到 b^i，如果是，那么它之前为 0 且之后也会为 0，0 的个数就不变，否则就要加 1。

UOJ312 梦中的题面

然后是 $c = 0$ 的情况。

这时 x_i 可以恰好可以取 b^i，即在 $i + 1$ 位为 1，并且在其他位时它都为 0。

可以沿用之前的思路，再加一维表示当前有多少个数必须取 0，初始时显然个数是任意的。

转移到第 i 位时，判断 x_i 是否取到 b^i，如果是，那么它之前为 0 且之后也会为 0，0 的个数就不变，否则就要加 1。

那么你就在 $O(m^3 b^2)$ 的复杂度内解决了所有情况。

还可以继续优化。

还可以继续优化。

我们尝试从高位往低位限制这些数的和。

还可以继续优化。

我们尝试从高位往低位限制这些数的和。

现在记录的就是 n 的高位值减去 dp 的数的高位值

还可以继续优化。

我们尝试从高位往低位限制这些数的和。

现在记录的就是 n 的高位值减去 dp 的数的高位值

发现这个值大于 m 时，接下来转移的数无论多大都不会使总和达到 n。

还可以继续优化。

我们尝试从高位往低位限制这些数的和。

现在记录的就是 n 的高位值减去 dp 的数的高位值

发现这个值大于 m 时，接下来转移的数无论多大都不会使总和达到 n。

沿用之前的方法，枚举下一位的值转移就可以 $O(m^2b^2)$ 了，很神奇。

CF1208G Polygons

CF1208G Polygons

给定 n, k

你需要构造 k 个有相同外接圆的正多边形，使得边数在 $3 \sim n$ 间且边数两两不同

你可以任意旋转它们，求它们与这个外接圆的最少交点数

$k \leq n-2, n \leq 10^6$

solution

显然，这些多边形会有一个共同的交点

显然，这些多边形会有一个共同的交点

于是，发现如果 $u|v$，那么 u 肯定比 v 先选

solution

显然，这些多边形会有一个共同的交点

于是，发现如果 $u|v$，那么 u 肯定比 v 先选

并且如果所有 $u|v$ 都选了，那么 v 的代价为 $\phi(v)$

显然，这些多边形会有一个共同的交点

于是，发现如果 $u|v$，那么 u 肯定比 v 先选

并且如果所有 $u|v$ 都选了，那么 v 的代价为 $\phi(v)$

按 ϕ 排序后从小到大选即可，当然因为没有 2 边形，特判掉即可

end

本次讲课作为一道 noip 难度的讲课

本次讲课作为一道 noip 难度的讲课

覆盖面广

end

本次讲课作为一道 noip 难度的讲课

覆盖面广

难度适中

end

本次讲课作为一道 noip 难度的讲课

覆盖面广

难度适中

题量适中

本次讲课作为一道 `noip` 难度的讲课

覆盖面广

难度适中

题量适中

解法自然

end

本次讲课作为一道 noip 难度的讲课

覆盖面广

难度适中

题量适中

解法自然

讲课人相信，这次美妙的讲课，可以给即将 AK[[CSP|NOIP]2020|[联合省选|NOI]2021|[WC|CTS|IOI]2022] 的你，提供一个有力的帮助

Thanks