

# 十

首先我们考虑如何线性求出下一轮球的位置。

显然我们可以这样：我们维护一个  $s$ ，遇到一个球就给  $s$  加一，遇到一个空位，如果  $s$  大于 0，就说明这个空位在下一轮会有球，并给  $s$  减一，否则说明没有。

这个过程，我们可以把原来球的位置看作左括号，然后我们在空位补右括号使得括号序列合法，且空位尽量靠左。右括号的位置就是下一轮球的位置。

于是有结论：每一轮中，我们统计嵌套层数为  $i$  的括号有  $a_i$  个，则  $a$  序列不变。其中一组括号的嵌套层数定义为从这组括号中间选出尽量多在原序列中匹配的括号对，使得它们都是嵌套关系。

我们来证明一下：

我们只需证明相邻轮的  $a$  序列相同即可。我们发现第  $i$  轮和第  $i+1$  轮括号序列中，第  $i$  轮的右括号与第  $i+1$  轮的左括号位置完全相同。那么第  $i$  轮括号序列可以看成在某些位置放置右括号，然后往前补左括号，第  $i+1$  轮可以看成在同样的位置放置左括号，然后往右补右括号。

于是我们要证明在一些位置放置关键点，如果将它们视作右括号，然后往前补左括号得到序列  $a$ ，和将它们视作左括号，往后补右括号得到的序列  $a$  是相同的。

我们考虑如何计算  $a$ ，我们回到原来的 01 序列。假设是向右补括号，那么一层嵌套的括号就是相邻的 10，二层括号就是去掉这些 10 后相邻的 10...。同理，如果是向左补的话，那么就是每次去掉相邻的 01。由于一开始最右侧有无穷个 0，最左侧我们也可以补无穷个 0，且去掉的 0 和 1 的位置只要在同一个连续段中则都是等价的，所以上述两个过程是相同的，得到的  $a$  也必然相同。

我们计算时也可以利用上述算法，并在  $O(n \log n)$  的时间内还原序列。

# 卅

我们考虑分治，我们选择一条竖线切开这个矩形，然后统计经过这条竖线的矩形框个数。

我们可以枚举跨过线的矩形框的上下边界，把两侧的答案乘起来就行。

于是我们统计一侧的答案即可，我们考虑枚举上边界，那么对于上边界往右在延伸到的每一个格子，我们都可以算出往下能延伸多长，对一个区间的下边界会有 +1 的贡献。

但是这样做在上边界往右延伸的格子数比下边界往右延伸的格子数多时可能会挂掉，于是我们正反各做一次即可，这一部分复杂度为  $O(n^2)$ 。

我们一直竖切复杂度显然是  $O(n^3)$ ，但其实只要先竖着切，再横着切，轮换下去复杂度就是  $O(n^2 \log n)$ 。

# 丰

首先我们枚举直径中心，由于可能在边上所以我们考虑把边倍长后在边上挂一个点。

假设我们确定了直径中心，且知道了直径半径为  $R$ ，那么我们可以计算最多加多少次。首先我们显然只往与叶子相连的边加。设所有叶子到中心的距离和为  $s$ ，叶子数为  $x$ ，那么我们可以计算出最多次数为  $\lfloor \frac{xR-s}{2} \rfloor$ 。

于是我们枚举所有点当直径中心，设  $dp[i]$  为半径为  $i$  时最多加多少次。则我们可以求出每个位置距离它最远的叶子的距离，设为  $L$ ，则我们可以算出  $dp[L]$ ，取个max。

最后  $dp[i+2] = dp[i] + (\text{叶子个数}) * 2$ ，+2是因为你倍长了边，一次需要给一条边+2。

我们算到  $n$  为止即可，后面的可以分奇偶性讨论一下，复杂度可以  $O(n + Q \log n)$ 。