

a

$T = 1$ 时:

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{1}{n} \\ -n(x+y) + xy &= 0 \\ n^2 - n(x+y) + xy &= n^2 \\ (n-x)(n-y) &= n^2\end{aligned}$$

设 $A = n - x, B = n - y$, 问题等价于求满足 $AB = n^2$ 的数对 (A, B) 的对数.

把 n 分解质因数, $n = \prod_i p_i^{c_i}$, 则答案为 $\prod_i (2c_i + 1)$.

$O(\sqrt{n})$.

$T = 2$ 时先筛质数, 记录每个数是由哪个质数筛到的(线性筛保证每个数只被筛一次), 再对每个数分解质因数时, 就可以一直筛下去了. $O(n \log n)$.

b

把机器人按 r_i 从大到小排序, 这样只要右边的机器人能看到左边的, 左边的就一定能看到右边的. 然后从左往右扫.

发现 K 很小, 于是对每个 q 值都建一棵动态开点线段树, 询问时询问 $[q_i - K, q_i + K]$ 内所有的线段树即可. 也可以对每个 q 开一个 vector, 然后根据 vector 的长度建树状数组.

还可以 CDQ 分治.

c

$a = b$ 时:

记 Ans_u 表示以 u 为根的子树的方案数.

$$Ans_u = \prod_{v_i \in son_u} Ans_{v_i} \left(\sum_{k=1}^i siz_k \right) = \frac{(siz_u - 1)!}{\prod_{v_i \in son_u} siz_{v_i}} \prod_{v_i \in son_u} Ans_{v_i}.$$

$$\text{即 } u \text{ 对答案的贡献为 } Con_u = \frac{(siz_u - 1)!}{\prod_{v_i \in son_u} siz_{v_i}} = \frac{siz_u!}{siz_u \prod_{v_i \in son_u} siz_{v_i}}.$$

$$\text{可得 } Ans_{rt} = \frac{n!}{\prod_i siz_i}.$$

$a \neq b$ 时:

建一个新点 s , 连边 $(s, a), (s, b)$, 则问题等价于一开始只有 s 是黑点, 在这棵基环树上染色的方案数.

可以把每个环点的子树看成环点的附属品.

对于每个不是 s 的环点, 设它是环点中最晚被染到的, 则它要么从左边的边被染色, 要么从右边(它被染到之前, 它左边和右边的点一定都被染到了, 不然它就不是最晚被染到的). 而计算方案时不需要考虑它究竟从哪边被染到的, 因为不管被哪边染到, 操作序列都是相同的.

对于每条环边, 把它断掉后, 要么是它的左端点最晚被染到, 要么是右端点. 于是, 对于一个点, 断它左边/右边的边, 可以让它在最晚被染到时从右边/左边的边染到.

则枚举每条边, 把它断掉, 在形成的以 s 为根的树上算答案, 答案相加后再乘 $\frac{1}{2}$ 即可.

$O(n^2)$.

这题还有更容易想到的做法, 即在 a 到 b 的链上dp. 也是 $O(n^2)$ 的.