

# 模拟赛

题目名称	查拉图斯特拉如是说	橡树上的逃亡	苏菲的世界
源程序名称	number.cpp	tree.cpp	sphere.cpp
输入文件名称	number.in	tree.in	sphere.in
输出文件名称	number.out	tree.out	sphere.out
时间限制	2s	1.5s	2s
空间限制	512MB	1024MB	512MB

说明：

- 编译选项为 `-O2 -Wl,-stack=10240000000`
- 时间限制需要根据评测机效率酌情修改，不应小于  $\max\{\lceil \text{std 实际运行时间} \cdot 1.5 \rceil, 1s\}$
- 第一题共有 10 个测试点，每个测试点 10 分；第二题和第三题均采用子任务捆绑和子任务依赖，你需要通过这个子任务和它依赖的所有子任务的所有测试点，才能够得到这个子任务的分数
- 三道题（**包括第三题**，尽管输出是实数）的比较方式均为：逐行比较（忽略多余的空格和制表符）
- 请注意输出输出对程序效率的影响
- 如果时间紧张，或是对自己的阅读速度没有自信，可以跳过每一题的“题目背景”部分，因为它们与你需要解决的问题毫无关系

# 查拉图斯特拉如是说

## 题目背景

下雨了。

有些，关于自己的，可怕的真相，是只有朋友才能告诉的。

更加可怕的真相，就只有自己才知道。

最恐怖的真相，连自己也从未意识到。在潜意识的深处挣扎着要表达，同时也被狠狠地打压。

或者被看不见的敌人榨干，或者燃起节日的焰火、一切在毁灭中走向尽头！

‘How could you become new, if you had not first become ashes?’

下雨了。

## 题目描述

JZmster 最近看到了一道题：给出  $n$  以及一个  $m$  次多项式  $f(x)$ ，要求出

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} f(i)$$

对 998244353 取模的结果。

他逼迫 LJZ\_C 告诉他答案，LJZ\_C 没有理他，但是薇看不下去了，所以你必须告诉薇答案。

## 输入格式

第一行两个整数  $n, m$ 。

接下来一行  $m + 1$  个整数，从低到高表示  $f(x)$  各项的系数。

## 输出格式

一行一个整数表示答案。

## 样例

### 样例 1 输入

2 2  
2 3 1

样例 1 输出

26

样例 1 解释

$$\begin{aligned} Ans &= \binom{2}{0}(2 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 0^2) + \binom{2}{1}(2 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1^2) + \binom{2}{2}(2 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2) \\ &= 1 \cdot (2 + 0 + 0) + 2 \cdot (2 + 3 + 1) + 1 \cdot (2 + 6 + 4) \\ &= 2 + 12 + 12 = 26 \end{aligned}$$

样例 2 输入

见下发文件 `number\ex_number2.in`

样例 2 输出

见下发文件 `number\ex_number2.ans`

数据范围及约定

对于所有的数据，保证  $1 \leq m \leq 100000, m \leq n \leq 10^9$ ， $f(x)$  的各项系数均在  $[0, 998244353)$  中。

测试点编号	$m \leq$	$n \leq$
0	50	$10^9$
1	50	$10^9$
2	500	$10^9$
3	500	$10^9$
4	5000	$\lfloor \frac{10000000}{m} \rfloor$
5	5000	$\lfloor \frac{10000000}{m} \rfloor$
6	5000	$10^9$
7	5000	$10^9$
8	5000	$10^9$
9	100000	$10^9$

# 橡树上的逃亡

## 题目背景

对于在草原上生活的人们来说，大树——托比的过去，只是一颗遥远的行星。

又一个夏季。连绵的雨，望不到边的汪洋，足以澄清一切回忆。

重生。

## 题目描述

薇的榆树长大了。

这是一棵结点从 1 开始编号、以 1 号点为根的有根树。

薇发现她的这棵树有个非常优美的性质：对于任意的  $u < v < w$ ，如果  $w$  在  $u$  的子树内，那么  $v$  也在  $u$  的子树内。并且，**每个点的父亲编号都小于自己**。

对于一个区间  $[L, R]$ ，以及一个数  $k$ ：

- 设编号在  $[L, R]$  中的叶子构成的集合为  $U$ ； $V$  是一个初始为空的集合。
- 进行以下操作  $k$  次：从  $U$  等概率随机选择一个点，将这个点加入  $V$ 。注意我们每次选点后并**不会**把点从  $U$  中删掉。
- 薇想知道操作结束后  $V$  的虚树大小的期望对 998244353 取模的值。

一个点集  $S$  的虚树大小定义如下：

- 称一条边在虚树上，当且仅当存在  $x, y \in S$ ，原树上  $x, y$  之间的最短路径经过了这条边
- 虚树的大小定义为在虚树上的边数

特别的，如果给出的区间  $[L, R]$  中没有叶子，答案为 0。

薇总共会向你询问  $q$  次，你需要告诉她答案。

对于一部分的测试点，你必须在线回答薇的询问。

## 输入格式

第一行三个整数  $type, n, q$ ，其中  $type$  表示这个测试点是否强制在线。

第二行包含  $n - 1$  个整数  $f_2, f_3, \dots, f_n$ ，其中  $f_i$  表示结点  $i$  的父亲结点的编号。保证输入的  $f_i$  构成一棵树，且保证  $f_i < i$ 。

接下来  $q$  行，每行三个整数  $L', R', k$ ，表示第  $i$  组询问。真实的  $L, R$  的计算方法如下：记上一次询问的答案为  $lastans$ （初始时  $lastans = 0$ ），则  $L = L' \oplus (type \times lastans), R = R' \oplus (type \times lastans)$ ，其中  $\oplus$  表示二进制的按位异或。数据保证  $1 \leq L \leq R \leq n$ 。

## 输出格式

输出  $q$  行每行一个整数表示答案。

## 样例

### 样例 1 输入

```
0 4 4
1 1 3
1 4 2
2 3 2
3 3 2
1 4 3
```

### 样例 1 输出

```
499122178
0
0
748683267
```

### 样例 1 解释

对于第一组询问，区间  $[1, 4]$  中共有两个叶子  $2, 4$ ，从中选点两次的方案有  $\{2, 2\}, \{2, 4\}, \{4, 2\}, \{4, 4\}$ ，虚树的大小分别为  $0, 3, 3, 0$ ，所以答案为  $\frac{0+3+3+0}{4} \equiv \frac{3}{2} \equiv 499122178 \pmod{998244353}$ 。

对于第三组询问， $[L, R]$  中没有叶子，所以答案为  $0$ 。

### 样例 2 输入

```
0 10 10
1 1 3 4 5 4 3 8 1
4 5 2
6 10 6
9 10 5
2 6 5
7 8 7
3 7 5
3 8 7
1 9 5
4 10 6
4 10 7
```

## 样例 2 输出

```
0
278319111
249561092
311951365
0
187170819
46792707
729186311
278319111
948770824
```

## 样例 3 输入

见下发文件 `tree\ex_tree3.in`

## 样例 3 输出

见下发文件 `tree\ex_tree3.ans`

## 数据范围及约定

对于所有的数据，保证  $type \in \{0, 1\}$ ,  $1 \leq n, q \leq 2 \times 10^5$ ,  $2 \leq k \leq 10$ ,  $f_i < i$ 。

子任务依赖关系：

- 子任务 8 依赖于子任务 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- 子任务 2 依赖于子任务 1
- 子任务 4 依赖于子任务 3
- 子任务 6 依赖于子任务 5

子任务编号	特殊限制	分值
0	$n, q \leq 20, k \leq 4, type = 1$	5
1	$n, q \leq 100, type = 0$	15
2	$n, q \leq 100, type = 1$	5
3	$n, q \leq 5000, type = 0$	15
4	$n, q \leq 5000, type = 1$	5
5	树以某种方式随机生成*, $type = 0$	10
6	树以某种方式随机生成*, $type = 1$	10
7	$type = 0$	15
8	$type = 1$	20

\* 子任务5, 6中, 树的生成方式为: 先生成一棵树  $T'$ , 保证  $T'$  中  $i$  的父亲编号在  $[1, i)$  中均匀随机, 如果不存在一种重编号方案使得  $T'$  可以满足题目中的性质就重新生成  $T'$ , 否则给  $T'$  重编号使得它满足题目中描述的性质并返回  $T'$ 。

# 苏菲的世界

## 题目背景

在 0202 年 50 月 32 日这天，薇参加了一场体验极差的练习赛（题不在好，锅多就行）。

薇觉得自己的脑子和心情全都坏掉了，可是她的出题任务还差一道 T3.....

薇拿出一道小学二年级题目改了改，用暴力造好了数据，准备等考试结束后把考场上选手的程序剽来当标程。

## 题目描述

空间中有  $n$  个球，你需要求出它们的并的体积。

准确地说，一个球可以用四元组  $(x_i, y_i, z_i, r_i)$  描述， $(x_i, y_i, z_i)$  为球心坐标， $r_i$  为球的半径。我们定义  $f_i(x, y, z) = \left[ (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2 \leq r_i^2 \right]$ ，称点  $(x, y, z)$  在球  $i$  的内部当且仅当  $f_i(x, y, z) = 1$ 。

定义函数

$$f(x, y, z) = \begin{cases} 1 & \text{存在球 } i, \text{ 满足 } f_i(x, y, z) = 1 \\ 0 & \text{其它情况} \end{cases}$$

而你要求的是：

$$\int_{lz}^{rz} \int_{ly}^{ry} \int_{lx}^{rx} f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz$$

其中

$$\begin{aligned} lz &= \min_i \{z_i - r_i\}, rz = \max_i \{z_i + r_i\} \\ ly &= \min_i \{y_i - r_i\}, ry = \max_i \{y_i + r_i\} \\ lx &= \min_i \{x_i - r_i\}, rx = \max_i \{x_i + r_i\} \end{aligned}$$

由于某些原因，你需要输出答案**四舍五入保留三位小数**的结果。你输出的数小数点后必须**恰好**是三个数字，否则会被判为答案错误。

## 输入格式

第一行一个数  $n$ ，表示球的个数。

接下来  $n$  行每行四个**整数**  $x_i, y_i, z_i, r_i$ ，表示第  $i$  个球球心的坐标为  $(x_i, y_i, z_i)$ ，半径为  $r_i$ 。



# 输出格式

输出一个**三位小数**，表示答案**四舍五入保留三位小数**的结果。你输出的数小数点后必须**恰好**是三个数字，否则会被判为答案错误。

## 样例

### 样例 1 输入

```
2
0 0 0 3
0 0 1 1
```

### 样例 1 输出

```
113.097
```

### 样例 2 输入

```
2
-2 3 0 2
-1 1 0 3
```

### 样例 2 输出

```
124.819
```

### 样例 3 输入

```
4
-2 3 0 2
3 -3 0 3
0 0 4 2
-1 1 0 3
```

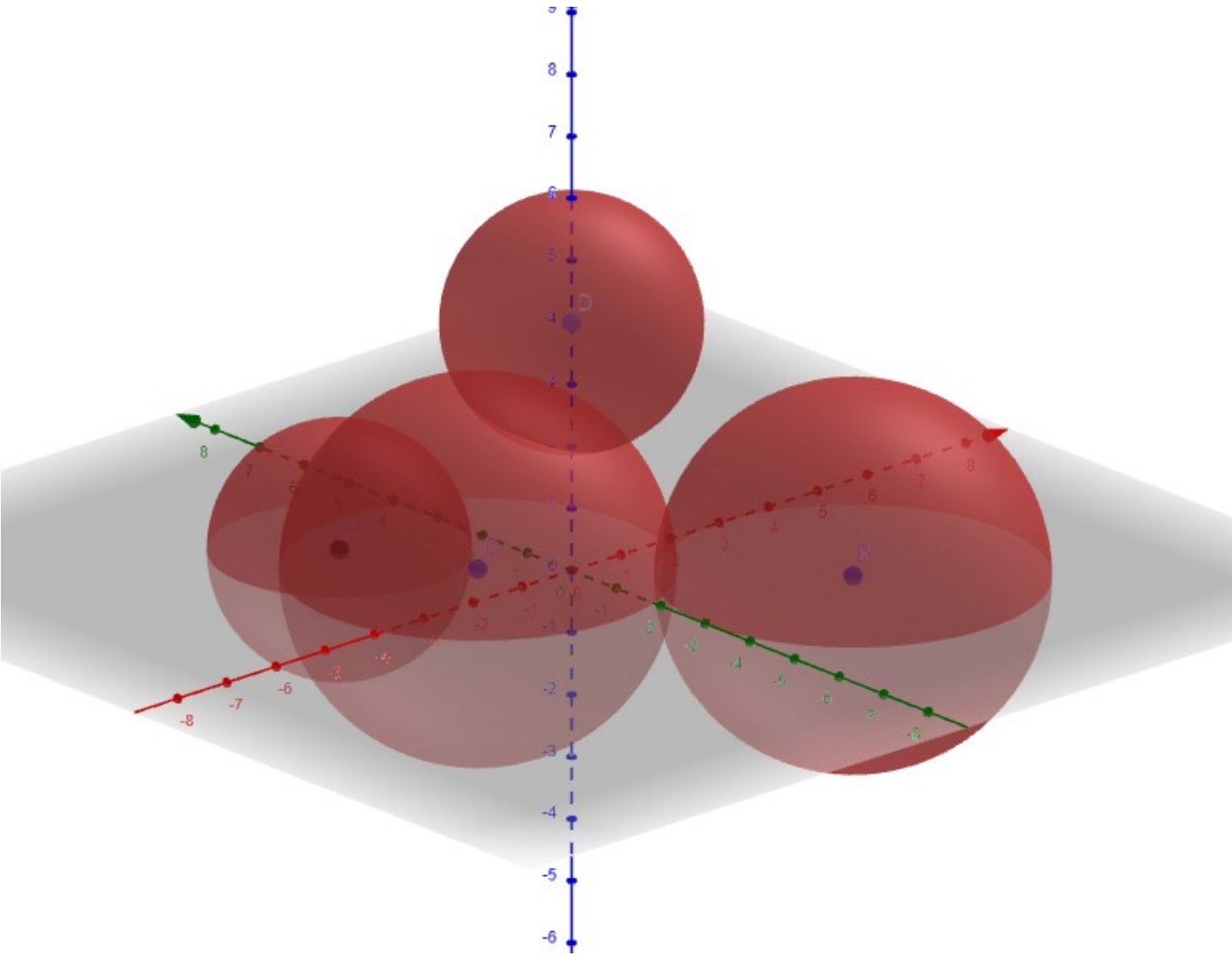
### 样例 3 输出

```
268.850
```

### 样例 3 解释

(下面的图片是用 Geogebra 画的)

红色的  $x$  轴，绿色的是  $y$  轴，蓝色的是  $z$  轴。



### 样例 4 输入

见下发文件 `sphere\ex_sphere4.in`

### 样例 4 输出

见下发文件 `sphere\ex_sphere4.ans`

## 数据范围及约定

对于所有的数据，保证  $n \leq 20$ ,  $x_i, y_i, z_i \in [-1000, 1000], r_i \in [0, 1000]$ 。

子任务依赖关系：

- 子任务 4 依赖于子任务 1, 2
- 子任务 5 依赖于子任务 1, 2, 4
- 子任务 6 依赖于子任务 0, 1, 2, 3, 4, 5

子任务编号	特殊限制	分值
0	$r_i = 0$	5
1	$n = 1$	10
2	$n = 2$	15
3	$x_i, y_i, z_i \in [-10, 10], r_i \in [0, 10]$	15
4	$n \leq 5$	15
5	$n \leq 10$	15
6	无特殊限制	25