

2021 年多校联合训练

MSTI 2021

省选模拟赛

时间：2021 年 3 月 17 日 8:30 ~ 13:00

题目名称	树与图	传统游戏	切蛋糕
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	tree	nim	cut
可执行文件名	tree	nim	cut
输入文件名	tree.in	nim.in	cut.in
输出文件名	tree.out	nim.out	cut.out
每个测试点时限	2 s	2 s	1 s
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB
子任务数目	4	7	5

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	tree.cpp	nim.cpp	cut.cpp
-----------	----------	---------	---------

编译选项

对于 C++ 语言	-lm -O2 -std=c++11
-----------	--------------------

注意事项

1. 测评时栈空间与内存限制相同。
2. 时间限制保证在标程的两倍以上，具体时限可随实际测评环境调整。
3. 函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，值必须为 `0`。
4. 若无特殊说明，输入文件中同一行内的多个整数、浮点数、字符串等均使用一个空格进行分隔。
5. 若无特殊说明，结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
6. 测评时在每个题目对应目录下收取答案，请对每个题目建立子文件夹。
7. 题目难度与题目顺序无关，请自行选择写题顺序。
8. 题目比较简单，请独立完成。请不要借助网络等工具。

树与图 (tree)

【题目描述】

小 H 有一棵 n 个点且根为 1 的有根树小 T。

小 H 还有一张 n 个点的无向图小 G。

小 H 常年让小 T 和小 G 在一起玩，久而久之，她们之间产生了一些联系：对于 G 中的任意两个点 $u, v (u < v)$ ， u, v 之间存在一条边当且仅当在 T 中 u, v 存在祖先关系，即 u 是 v 的祖先或 v 是 u 的祖先。

某天，小 G 学习了最小点覆盖算法，但是她对该算法的理解不深，所以想出了一个错误的算法来解决这个问题。她的解法是这样的：

1. 对于一张图 G，她先随机的在所有点中选择一个点 x 。
2. 小 G 会删掉 x 节点及与它相邻的所有节点。
3. 删除后小 G 会得到一张新图 G' 。如果 G' 中还有节点，她将把这张图作为新的 G 并返回第一步；否则她就会结束这个算法。

在结束算法后，小 G 认为选择节点的次数就是这张图的最小点覆盖。

随后，小 G 拿自己来做实验，结果两次求出来的最小点覆盖并不相同。于是她去求助小 T，小 T 发现了她的错误，并纠正了她的算法。

然而，这份错误的算法被小 H 发现了，小 H 对这份算法产生了兴趣。为了了解这个算法，小 H 需要枚举出这个算法可能产生的所有过程。不过，小 H 没有这个时间，因此她拜托你来帮她枚举。

具体地：你需要在小 G 身上多次运行这个错误的算法，两次算法过程不一样当且仅当在某一次选择的点不一样，你要求出所有可能的算法过程求出的最小点覆盖的大小。而为了检验你是否完成这项工程，小 H 设立了一种函数 f ，你需要输出所有不同的算法过程的 f (最小点覆盖大小) 的和对 998244353 取模后的结果。

【输入格式】

从文件 `tree.in` 中读入数据。

输入共 3 行。

第一行一个整数 n ，表示树和图的大小。

第二行共 $n - 1$ 个整数，第 i 个数为 fa_{i+1} ，表示在树中第 $i + 1$ 个点的父亲节点编号。

第三行共 n 个整数，第 i 个数为 $f(i)$ ，表示小 H 的函数。

【输出格式】

输出到文件 `tree.out` 中。

输出共一行，表示对 G 运行该算法后所有不同的算法过程的 f (最小点覆盖大小) 的和对 998244353 取模后的结果。

【样例 1 输入】

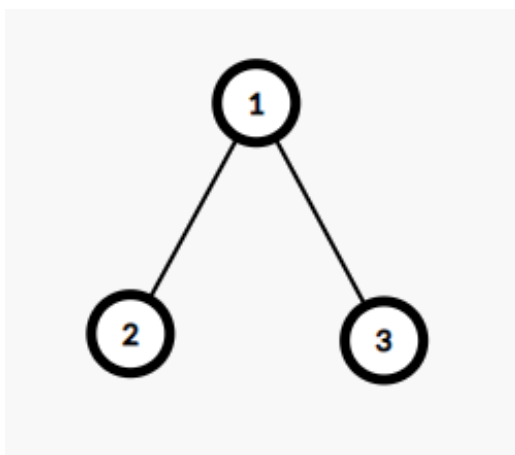
```
1 3
2 1 1
3 3 1 7
```

【样例 1 输出】

```
1 5
```

【样例 1 解释】

在这个样例中，小 T 和小 G 长得一模一样。



总共有三种算法过程：

1. 第一次删除 1 号节点，然后结束算法。
2. 第一次删除 2 号节点，第二次删除 3 号节点。
3. 第一次删除 3 号节点，第二次删除 2 号节点。

因此答案为 $f(1) + f(2) + f(2) = 5$ 。

【样例 2 输入】

```
1 6
2 1 2 1 2 1
3 3 3 3 2 3 2
```

【样例 2 输出】

169

【样例 3】

见选手目录下的 `tree/tree3.in` 与 `tree/tree3.ans`。

【数据范围与提示】

本题采用捆绑测试。
对于所有数据，满足 $2 \leq n \leq 10^5, 1 \leq fa_i < i, 0 \leq f(i) < 998244353$ 。
每个子任务的具体限制见下表：

子任务编号	n	特殊性质	分值
1	≤ 2000	无	10
2	$\leq 10^5$	特殊性质 A	20
3		特殊性质 B	20
4		无	50

特殊性质 A：若定义树 T 的根节点为高度 0，那么保证 T 中所有节点的高度都不超过 2。

特殊性质 B：对于所有 $i \in [2, n]$ ， fa_i 在 $[1, i - 1]$ 中随机。

传统游戏 (nim)

【题目描述】

寒假里，小 H 的表弟到小 H 家做客。由于小 H 的母亲觉得小 H 整天宅在房间里影响非常不好，于是下令小 H 陪表弟玩耍。

由于年龄差过大，小 H 并不想浪费自己的时间。她随便翻开一本书中一页，书上介绍了传统的 Nim 游戏。小 H 心生一计。

传统的 Nim 游戏是这样的：有 n 堆石子，第 i 堆石子有 a_i 个。博弈的双方轮流取石子，每一次每个人只能在一堆中取若干个，不能取的一方将会输掉游戏。

由于这个游戏非常好用计算机实现，因此小 H 决定写一个程序代替自己和表弟对战，这样一来她就可以做自己的事了。

小 H 先规定了一个巨大的数 m ，接着小 H 将选取一个大小为 n 的集合 S ， S 中的每个数都是 $0 \sim m-1$ 的整数。接着，小 H 将会把这集合中的 n 个数作为一个局面。

由于表弟年龄较小，所以小 H 会让表弟先手。但是表弟又不是好糊弄的，所以小 H 需要有十足的把握保证自己能够获胜。因此，在游戏开始前，小 H 想知道，有多少种初始局面能够保证自己获胜。由于这个数比较大，你只需要输出其对 $10^9 + 7$ 取模后的结果。

注意：由于小 H 选的是集合，所以初始局面要求石子数互不相同，而且方案数与石子排列的顺序无关。

【输入格式】

从文件 `nim.in` 中读入数据。

输入共两行。

第一行为一个整数 n 。

第二行为数 m 。由于 m 比较大，所以 m 将会使用二进制的形式给出，即输入将会是一个长度为 L 的字符串，字符串中只包含 0 和 1。

【输出格式】

输出到文件 `nim.out` 中。

输出一行一个非负整数，表示方案数对 $10^9 + 7$ 取模后的结果。

【样例 1 输入】

```
1 3
2 100
```

【样例 1 输出】

```
1 1
```

【样例 1 解释】

在这个样例中 $n = 3, m = 4$ ，可行的方案只用一种 $\{1, 2, 3\}$ 。

【样例 2 输入】

```
1 4
2 101010
```

【样例 2 输出】

```
1 1978
```

【样例 3】

见选手目录下的 *nim/nim3.in* 与 *nim/nim3.ans*。

【测试点约束】

本题采用捆绑测试。
对于所有测试点，满足 $1 \leq n \leq 3000, 1 \leq L \leq 5 \times 10^6, 1 \leq nL \leq 3.5 \times 10^7$ 。
保证 m 按二进制的形式给出。
每个子任务的具体限制见下表：

子任务编号	n	L	分值
1	≤ 10	≤ 8	5
2	≤ 7	$\leq 10^5$	10
3		$\leq 5 \times 10^6$	15
4	≤ 300	≤ 300	10
5		$\leq 10^5$	15
6	≤ 3000	≤ 20	15
7		≤ 10000	30

切蛋糕 (cut)

【题目描述】

为了给小 T 和小 G（第一题中的人物）过生日，小 H 买了一个凸 n 边形的蛋糕，并将其放在了二维平面上。

小 H 打算把这个蛋糕切一刀后平均分成两个凸多边形，小 T 和小 G 各拿一份。为了公平，小 H 先征求了小 T 和小 G 的意见。

小 T 比较关心蛋糕的面积，所以小 T 要求切分后的两个凸多边形的面积需要相等。

小 G 比较关心蛋糕的周长，所以小 G 要求切分后的两个凸多边形的周长需要相等。

小 H 希望找出一种既能满足小 T 的需求也能满足小 G 的需求的切分方案。

【输入格式】

从文件 `cut.in` 中读入数据。

输入共 $(n + 1)$ 行。

第一行一个正整数 n ，表示蛋糕的边数。

接下来 n 行，按逆时针顺序给出蛋糕的每个端点 (x_i, y_i) ，保证 x_i, y_i 为整数。

【输出格式】

输出到文件 `cut.out` 中。

如果不存在切分方案，请输出 -1 ，否则你需要输出两个点坐标来表示你的切分方案。

不难证明一种切分方案与凸多边形只会交与两个点，你需要输出这两个点的坐标。

假设最后你求出的两个多边形的周长（或面积）为 a, b ，你只需要保证 $\frac{|a-b|}{\max\{a+b, 1\}} \leq 10^{-6}$ 即可。

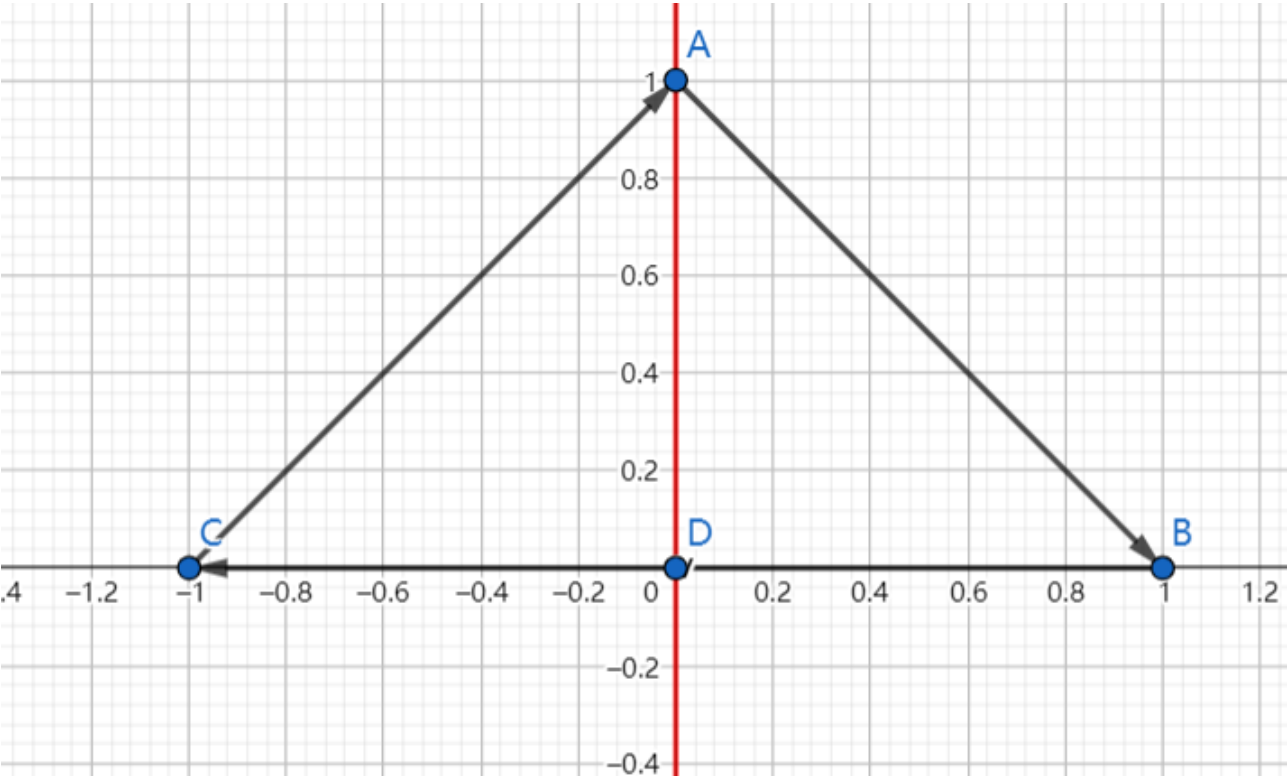
【样例 1 输入】

```
1 3
2 0 1
3 -1 0
4 1 0
```

【样例 1 输出】

```
1 0 1
2 0 0
```

【样例 1 解释】



原凸多边形为 $\triangle ABC$ ，使用直线 AD 切分后会变成两个全等的三角形 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ ，这两个多边形的周长和面积显然相等。

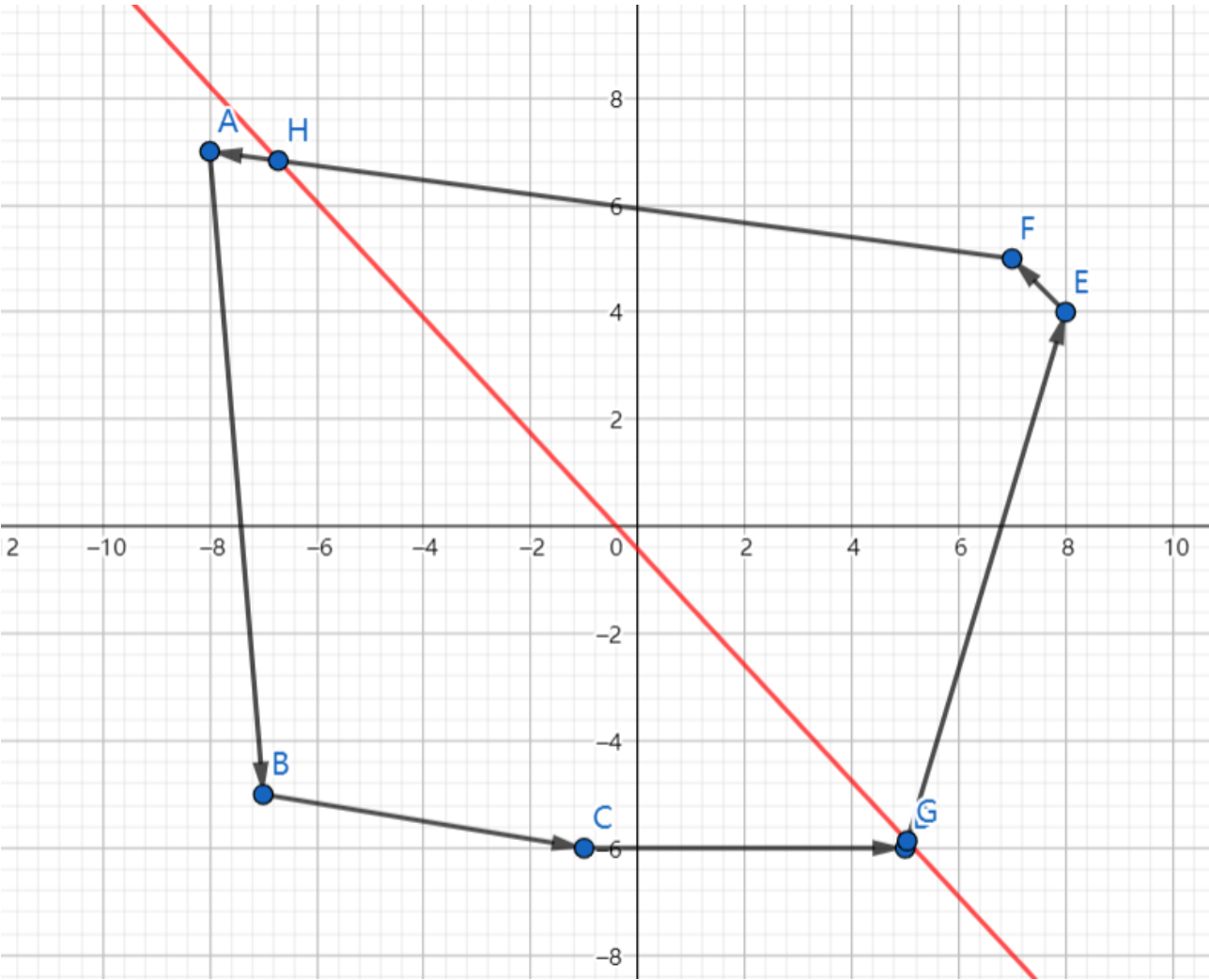
【样例 2 输入】

```
1 6
2 -8 7
3 -7 -5
4 -1 -6
5 5 -6
6 8 4
7 7 5
```

【样例 2 输出】

```
1 5.039455 -5.868482
2 -6.717206 6.828961
```


【样例 2 解释】



如图所示，这是该样例的某一种切分方法。

【测试点约束】

本题采用捆绑测试。
对于所有测试点，满足 $1 \leq n \leq 10^5$ ， $-10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9$ 。
每个子任务的具体限制见下表：

子任务编号	n	分值
1	$= 3$	15
2	$= 4$	15
3	≤ 10	20
4	≤ 2000	20
5	$\leq 10^5$	30