不会调字体的模拟赛

solution

2020 年 9 月 30 日

得分分布

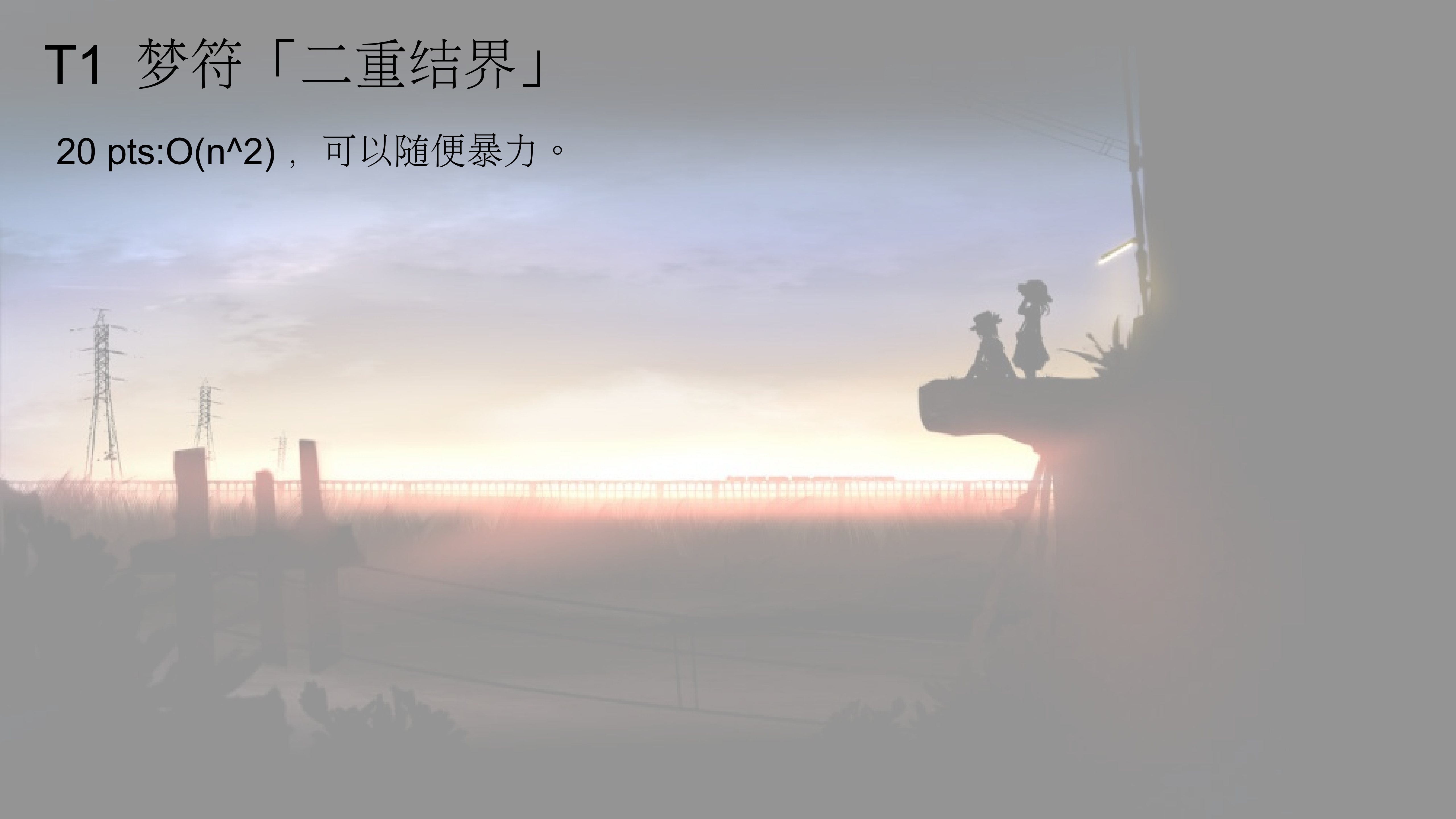
确实很符合 CSP 应有的得分情况。

T1 梦符「二重结界」

一句话题意：给定一个平面与 m 个宽为 1 的矩形，每次询问一个区域内的矩形面积并。

T1 梦符「二重结界」

20 pts:O(n^2)，可以随便暴力。



T1 梦符「二重结界」

20 pts:O(n^2)，可以随便暴力。

40 pts: 离线做法，莫队一下。

T1 梦符「二重结界」

20 pts:O(n^2)，可以随便暴力。

40 pts: 离线做法，莫队一下。

100 pts: 考虑以横坐标一维建立主席树，则每次相当于询问与一个区间相交的区间和。

直接用所有区间权值的和减去未覆盖到的区间即可。具体地，对左右端点分别建主席树，询问权值和即可。

T1 梦符「二重结界」

20 pts:O(n^2)，可以随便暴力。

40 pts: 离线做法，莫队一下。

100 pts: 考虑以横坐标一维建立主席树，则每次相当于询问与一个区间相交的区间和。

直接用所有区间权值的和减去未覆盖到的区间即可。具体地，对左右端点分别建主席树，询问权值和即可。

送分题，事实上可以加强后改成树套树。

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

一句话题意：给定两个序列，每次可以选取两个序列的一段相应区间进行数值给定的加减操作，给定的数值有三个，且第一个操作不花费代价，要求让两个序列相应位置权值一样，并最小化代价。

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

这是一道思考题。

考虑操作 1 并没有什么用，可以直接去掉。另外，可以先将 b,c 化为互质形式。

那么对于每个位置，我们可以写出两个形如 bx-cy=k 的方程。作差后仍然是这个形式。因此，我们可以将两个序列合并为一个序列， b ， c 也可对应合并。

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

这是一道思考题。

考虑操作 1 并没有什么用，可以直接去掉。另外，可以先将 b,c 化为互质形式。

那么对于每个位置，我们可以写出两个形如 bx-cy=k 的方程。作差后仍然是这个形式。因此，我们可以将两个序列合并为一个序列， b ， c 也可对应合并。

而对于区间加减的操作，我们可以将原序列变为其差分序列，且在其后加上一个元素总和。

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

这是一道思考题。

考虑操作 1 并没有什么用，可以直接去掉。另外，可以先将 b,c 化为互质形式。

那么对于每个位置，我们可以写出两个形如 bx-cy=k 的方程。作差后仍然是这个形式。因此，我们可以将两个序列合并为一个序列， b ， c 也可对应合并。

而对于区间加减的操作，我们可以将原序列变为其差分序列，且在其后加上一个元素总和。那么操作就变为了在一个位置 +b,c，在另一个位置 -b,c

注意到现在所有数的和为 0 ，且我们做一遍操作，所有数的和不变，所以我们可以将每个位置独立加减，保证序列的加减次数总加权和为 0 即可。

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

接下来考虑最小化，要最小化的即为$\sum |x|+|y|$ 。对于每个位置，我们有 $x=x'+kA,y=y'+kB$ ， A,B 为两个整数， (x',y') 为一组特解。

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

接下来考虑最小化，要最小化的即为$\sum |x|+|y|$ 。对于每个位置，我们有 $x=x'+kA,y=y'+kB$ ， A,B 为两个整数， (x',y') 为一组特解。

显然， $F(x,y)=|x|+|y|$ 的图像是一个凹函数，我们可以先三分求出 $F(x,y)$ 的最小值。

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

接下来考虑最小化，要最小化的即为∑ |x|+|y| 。对于每个位置，我们有 x=x’+ka,y=y’+kb ， a,b 为两个整数， (x’,y’) 为一组特解。

显然， F(x,y)=|x|+|y| 的图像是一个凹函数，我们可以先三分求出 F(x,y) 的最小值。

所有 F(x,y) 的最小值的和即为答案了。但这不是一种合法方案，对于合法方案，我们应当满足∑ x=0 。

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

接下来考虑最小化，要最小化的即为$\sum |x|+|y|$ 。对于每个位置，我们有 $x=x'+kA, y=y'+kB$ ， A,B 为两个整数， (x',y') 为一组特解。

显然， $F(x,y)=|x|+|y|$ 的图像是一个凹函数，我们可以先三分求出 $F(x,y)$ 的最小值。

所有 $F(x,y)$ 的最小值的和即为答案了。但这不是一种合法方案，对于合法方案，我们应当满足$\sum x=0$ 且$\sum y=0$ 。

考虑将这个方案合法化，我们可以仅对 $\pm b$ 的部分进行调整。这是由于序列的总和为 0 ，因此只需合法化 $\pm bx$ 的部分，则 y 也可保证合法

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

接下来考虑最小化，要最小化的即为∑ |x|+|y| 。对于每个位置，我们有 x=x’+kA,y=y’+kB ， A,B 为两个整数， (x’,y’) 为一组特解。

显然， F(x,y)=|x|+|y| 的图像是一个凹函数，我们可以先三分求出 F(x,y) 的最小值。

所有 F(x,y) 的最小值的和即为答案了。但这不是一种合法方案，对于合法方案，我们应当满足∑ x=0 且∑ y=0 。

考虑将这个方案合法化，我们可以仅对 ±b 的部分进行调整。这是由于序列的总和为 0 ，因此只需合法化 ±bx 的部分，则 y 也可保证合法

每次取出调整代价最小的数对 (x,y) ，向∑ x=0 的方向调整即可。可以用一个小根堆维护这个过程。

T2 大合葬「键灵 o 管灵 o 伪弦」

接下来考虑最小化，要最小化的即为∑ |x|+|y| 。对于每个位置，我们有 x=x’+kA,y=y’+kB ， A,B 为两个整数， (x’,y’) 为一组特解。

显然， F(x,y)=|x|+|y| 的图像是一个凹函数，我们可以先三分求出 F(x,y) 的最小值。

所有 F(x,y) 的最小值的和即为答案了。但这不是一种合法方案，对于合法方案，我们应当满足∑ x=0 且∑ y=0 。

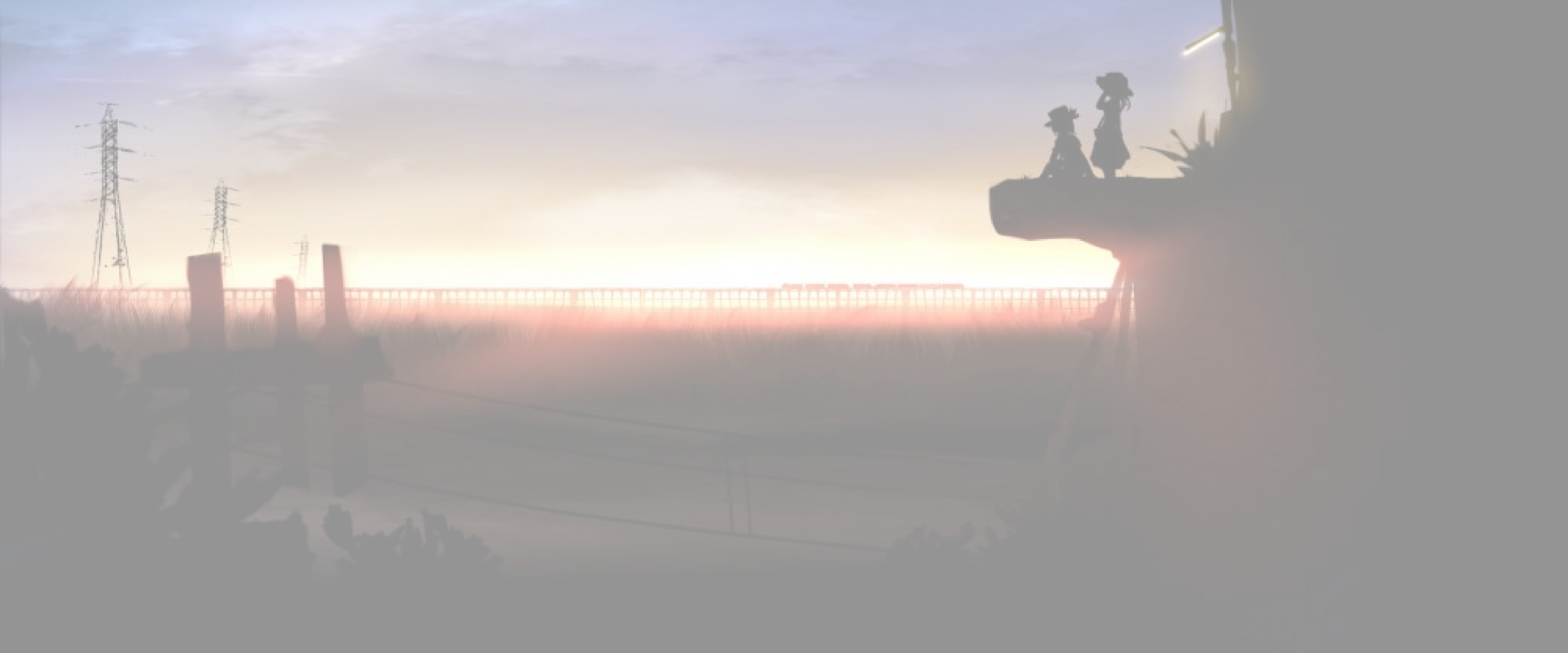
考虑将这个方案合法化，我们可以仅对 ±b 的部分进行调整。这是由于序列的总和为 0 ，因此只需合法化 ±bx 的部分，则 y 也可保证合法

每次取出调整代价最小的数对 (x,y) ，向∑ x=0 的方向调整即可。可以用一个小根堆维护这个过程。

这个过程持续的次数将为 O(∑x/C) 次，而对于不定方程， x 与 C 是同级的。复杂度 O(n)

T3　白楼剑「斩断迷惘」

一句话题意：给出 S1,S2 两个串，求 S2 在 [l,r] 范围内的子串的匹配次数 * 子串串长最大值。



T3　白楼剑「斩断迷惘」

这是一道简单字符串题。

O(n^3)：暴力 KMP 匹配?

T3　白楼剑「斩断迷惘」

这是一道简单字符串题。

O(n^3)：暴力 KMP 匹配?

O(n^2)：在 SAM 上随便弄弄

T3 白楼剑「斩断迷惘」

这是一道简单字符串题。

O(n^3)：暴力 KMP 匹配?

O(n^2)：在 SAM 上随便弄弄

在线好像不太好弄，考虑莫队离线。对于区间 [l,r]，将拓展到 [l,r+1] 即可。

T3　白楼剑「斩断迷惘」

这是一道简单字符串题。

O(n^3)：暴力 KMP 匹配?

O(n^2)：在 SAM 上随便弄弄

在线好像不太好弄，考虑莫队离线。对于区间 [l,r]，将拓展到 [l,r+1] 即可。

将剑技串在弱点串的后缀自动机上匹配，即可得到以每个字符为右端点，所能匹配的最大后缀长度 s[r]，与当前的最大匹配所在的节点 id[r]。

T3　白楼剑「斩断迷惘」

这是一道简单字符串题。

O(n^3)：暴力 KMP 匹配?

O(n^2)：在 SAM 上随便弄弄

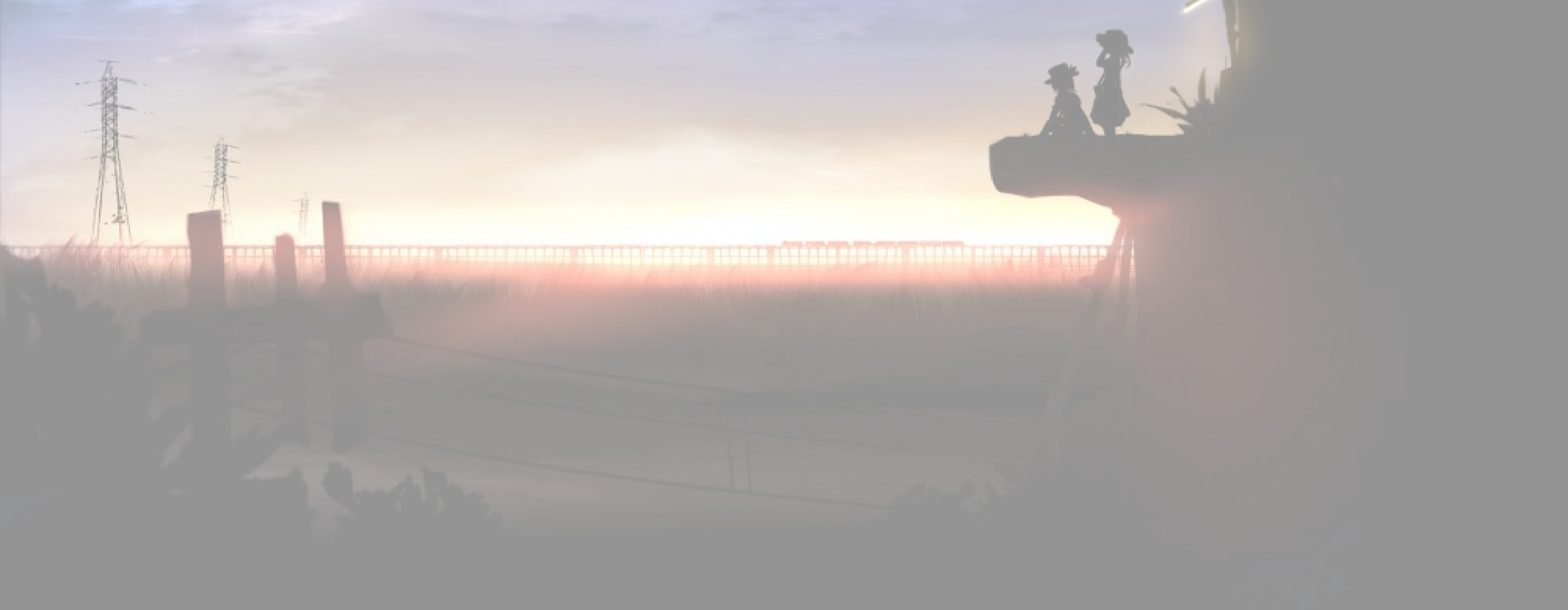
在线好像不太好弄，考虑莫队离线。对于区间 [l,r]，将拓展到 [l,r+1] 即可。

将剑技串在弱点串的后缀自动机上匹配，即可得到以每个字符为右端点，所能匹配的最大后缀长度 s[r]，与当前的最大匹配所在的节点 id[r] 。

拓展时，可以先定位将 [l,r+1] 对应到 SAM 上的对应节点。预处理 g(x) 为 x 的祖先中，len[x]*endpos_siz[x] 的最大值，那么答案就为 max(g[x],min(r-l+1,s[r])*endpos_siz[x]) 。上回滚莫队即可。

T4　亡舞「生者必灭之理」

一句话题意：求两个每个位置分别可取字符 A，B，C 的串 S1，S2，C 可替换为 A，B。将 A，B 替换为两个串 S，T 后，S1 与 S2 本质相同的方案数。每个方案 S，T，A，B 取值存在一个本质不同即可。



T4　亡舞「生者必灭之理」

这显然不会是一道字符串题。

先考虑没有 C 的情况。我们令 A， B 为两种符纸所对应咒语。

先考虑 S1 与 S2 本质不同的情况

考虑 A 与 B 会不会有什么特殊联系，我们发现，若 S1 与 S2 表示为 A， B 时， S1 与 S2 本质不同，那么 A， B 中一定有一个是另一个的前缀。

证明：去掉 S1 与 S2 的 lcp 即可。

T4　亡舞「生者必灭之理」

这显然不会是一道字符串题。

先考虑没有 C 的情况。我们令 A， B 为两种符纸所对应咒语。

先考虑 S1 与 S2 本质不同的情况

考虑 A 与 B 会不会有什么特殊联系，我们发现，若 S1 与 S2 表示为 A， B 时， S1 与 S2 本质不同，那么 A， B 中一定有一个是另一个的前缀。

证明：去掉 S1 与 S2 的 lcp 即可。

那么，因为 |S1|=|S2| ，所以 A 与 B 是存在公共循环节的，且最大为 gcd(|A|,|B|) 。

证明：意会一下即可。

T4　亡舞「生者必灭之理」

这显然不会是一道字符串题。

因为 A， B 有公共循环节， A+B=B+A, 也即答案与 A， B 的相对顺序并无关系，我们可以将一个串压缩为一个两维的状态了。

T4　亡舞「生者必灭之理」

这显然不会是一道字符串题。

因为 A， B 有公共循环节， A+B=B+A, 也即答案与 A， B 的相对顺序并无关系，我们可以将一个串压缩为一个两维的状态了。

令第一个串中有 s1 个 A， t1 个 B 。第二个串中有 s2 个 A， t2 个 B，则根据 |S1|=|S2|，可以得到： $s1*|A|+t1*|B|=s2*|A|+t2*|B|$

T4　亡舞「生者必灭之理」

这显然不会是一道字符串题。

因为 A， B 有公共循环节， A+B=B+A, 也即答案与 A， B 的相对顺序并无关系，我们可以将一个串压缩为一个两维的状态了。

令第一个串中有 s1 个 A， t1 个 B 。第二个串中有 s2 个 A， t2 个 B，则根据 |S1|=|S2|，可以得到： s1*|A|+t1*|B|=s2*|A|+t2*|B|

移项得： (s1-s2)*|A|=(t2-t1)*|B| 。令 a=s1-s2,b=t2-t1 。

若 a=b=0，那么 A， B 除周期相等，事实上是没有任何限制的，此时答案为①式，简单反演后可得②式。

$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} K^{gcd(i,j)}$ ①

$\sum_{i=1}^{n} \lfloor \frac{n}{i} \rfloor^2 \sum_{d|i} K^d \mu(\frac{i}{d})$ ②

T4　亡舞「生者必灭之理」

移项得： $(s1-s2)*|A|=(t2-t1)*|B|$ 。令 $a=s1-s2,b=t2-t1$ 。

$ab<0$ 显然无解。 $ab>0$ ，我们就爆算循环节最大是多长。

若 $a=b$ ，循环节可以直接取到 n 。

注意到 $a|A|=b|B|$ ，而我们要求 $\max(\gcd(|A|,|B|))$ 。令 $X=a|A|$

则 $\gcd(X,aX/b)=a*\gcd(X/a,X/b)=(X/b)*\gcd(a,b)$ 。

也即 $a/\gcd(a,b)=|B|/\gcd(|A|,|B|)$ 。同理可以得到另外一个对称等式。

注意到 $|A|$ ， $|B|<=n$ ，那么我们有 $n*\gcd(|A|,|B|)/\max(|A|,|B|)<=\gcd(|A|,|B|)$ 。

直接移项变化一下就可以得出 $\gcd(|A|,|B|)$ 的循环节最大长度了。用这个算下贡献即可。

T4 亡舞「生者必灭之理」

我们现在可以轻易算出给定 a=s1-s2,b=t2-t1 的方案数了。令它为 F(a,b)

考虑 S1 与 S2 本质不同，带上 C 的情况。这时答案就为 F(a,b) 乘上从 S1 中选出若干个 C 作为 A，从 S2 中选出若干个 C 作为 A 的方案。这时可以写出一个 $O(|S|^2)$ 的等式，并且可以在化简后优化到 $O(|S|)$ 。

考虑 S1 与 S2 本质相同（带上 C ）的情况。此时我们认为本质相同的方案中， A，B 也应有循环节，现在我们要去掉这一部分，那么令两串同时为 C 的位置有 tot 个，答案就为之前的②式的 tot 倍，再加上 A， B 任选的方案。

T5　茶话会「百鬼夜行」

完结撒花～

祝大家能在 CSP 中取得理想成绩～