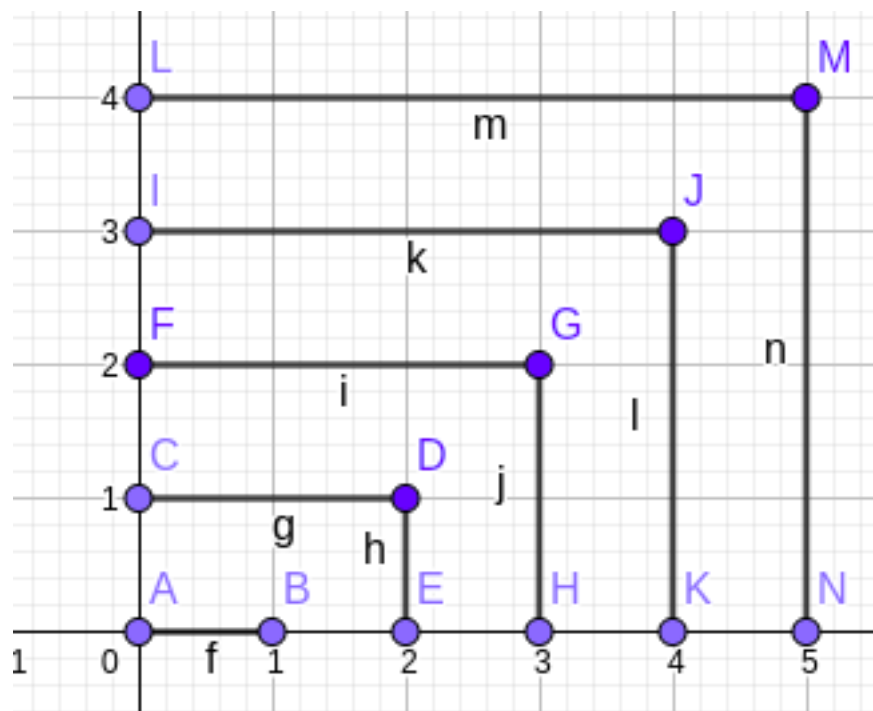


Solution

2021 年 1 月 2 日

qiu

如果将两个相邻数连边，那么它长这样。



询问区间内（先容斥 $(0,0)$ 为左下角的情况）一定是一些“-|”和一些“-”或“|”组成。

它们的和很好算。

sky

很明显可以直接按 pair 排序, 然后首先考虑 $n \leq 100$, 建立源点汇点, 然后每个星辰拆成两个点

- 源点向所有入点连流量 1 费用 0 的边, 汇点同理
- 每个点 i 向所有排名小于等于其顺序的点 j 连一条流量 1, 费用为 $-(b_i - b_j)$ 的边 (自己也要连, 因为流量可以不满)

跑费用流即可, 线段树优化建边可以跑到 $n \leq 1000$

接下来考虑模拟这个过程, 新增的两个点分为两种情况, $i > j$ 和 $i < j$ (等号随意)

- $i > j$ 时, 意味着我们只需要维护一个数据结构, 使得可以找到最大的 $i > j$ 边
- $i < j$ 时, 意味着如果存在此前一条边 $x \rightarrow y$ 满足 $x < i < j < y$, 那么我们可以退掉 $x \rightarrow y$ 的边连上 $x \rightarrow i, j \rightarrow y$ 两条边

找到最大的边可以拿线段树轻松维护, 只需要支持单点修改, 而另外一部分, 我们可以考虑每选择一条边 $i \rightarrow j$ 可以将 $[i, j]$ 区间加一, 这样如果一个区间内权值均为正数时可以退流

所以此时再维护权值大于 0 的前缀最小值和后缀最大值, 支持区间权值加减一即可。

(dog) 嫖怪

子任务《一》(10')

爆搜，或者手动枚举都可以。

这 10' 应该比前面的分都好拿吧。

100% 的人都可以拿到这一档分。

子任务《二》(30')

这事实上是本题最有价值的一部分。

先考虑小 P 的操作策略：每次必然会给非 1 的最小数加上 1。

因为如果不是给最小数加 1，就有可能使这个数不再小于第 K 大而使操作无意义。同时，给 1 加上 1 也显然不优。

再考虑嫖怪的操作策略，和小 P 的是完全一致的。所以为 1 的数可以直接特殊考虑。下面只讨论 ≥ 2 的情况。

现在我们手动模拟一个序列:33333。

我们会发现，小 P 一开始会使一个 3 变为 4，然后失去一个 3。

继续模拟：令最小的数为 A_i ，个数为 a_i ，若干次操作后最小的数就会变为 $A_i + 1$ ，并且给它的个数加上 $\frac{a_i}{2}$ 。

另外一件事：当目前这个数恰好卡在第 K 大的时候，上面的结论还适用吗？

显然是适用的。

由于 A_i 只有 1 类，模拟这个过程即可。

子任务《三》(10')

我们现在考虑如何求出最小值。

用 f_i 表示最小值为 i 时，有多少个为 i 的数。

我们就有： $f_i = \frac{f_{i-1}}{2} + a_i$ 。

而我们需要的是，消失的数第一次 $\geq K$ 时的最小值。

知道了之后，倒推到 $= K$ 的情况也很简单了。

还要考虑如何求出答案。

小 P 按照上述策略操作后，显然每次操作就都有意义了。令初始局面为序列 a_i ，终止局面为序列 b_i 。答案就会是 $\sum i * a_i - \sum i * b_i$ 。

子任务《四》(50')

我们现在考虑如何快速计算。

上面那个东西显然是可以二分的。那么我们现在需要快速求出 f_i 。

简单推导可知 $f_i = \frac{\sum_{j=2^{i-1}}^{2^i-1} a_j * 2^j}{2^i} + a_i$ 。

你需要维护一个东西： $\frac{\sum_{j=l^r}^{2^r-1} a_j * 2^j}{2^r}$ ，这个放线段树上简单维护即可。

那这道水题就做完了。