

## T1 River

<https://code.mi.com/problem/list/view?id=151&cid=13>

直接将横纵坐标离散化, 将平面割成一个网格. 计算每个小格贡献的次数.

具体而言, 对于一个小格. 记其左下角的点的个数为 $cnt_{LD}$ , 右上角的点个数为 $cnt_{RU}$ , 左上为 $cnt_{LU}$ , 右下为 $cnt_{RD}$ . 那么, 有 $K = cnt_{LD} * cnt_{RU} + cnt_{LU} * cnt_{RD}$ 个矩形覆盖了这个小格. 那么它贡献的次数就是 $\binom{K}{2}$ , 乘上它的面积即可.

## T2 Secret

先不考虑修改, 假设询问从1到n. 设 $dp[i]$ 表示考虑到位置i的期望步数. 转移十分显然:

$$dp[x] = \sum_{i=0}^{\infty} (1 - p[x])^i p[x] \cdot (i + 1) \cdot (dp[x - 1] + w[x])$$

意思是枚举在这个位置失败的次数, 失败了i次后成功了一次, 一共把路走了 $i + 1$ 次, 每次的贡献都是先走到 $(x - 1)$ 的步数, 在加上走到x的代价. 稍微化一下:

$$\begin{aligned} dp[x] &= p[x] \cdot (dp[x - 1] + w[x]) \sum_{i=0}^{\infty} (1 - p[x])^i \cdot (i + 1) \\ dp[x] &= \frac{1}{P[x]} \cdot (dp[x - 1] + w[x]) \end{aligned}$$

那么用数据结构维护转移. 线段树上每个节点维护一个标记 $(a, b)$ 表示对一个 $dp$ 值走过这个区间后, 由 $x$ 变为了 $ax + b$ . 那么叶子节点的标记就可以被初始化为 $(\frac{1}{p[x]}, \frac{w[x]}{p[x]})$ . 标记 $(a, b)$ 和 $(c, d)$ 合并后变为 $(ac, bc + d)$ .

考虑修改, 我们发现如果将区间赋值为 $(a, b)$ , 那么其标记变为 $(a^{len}, b \cdot \sum_{i=0}^{len-1} a^i)$ . 其中 $len$ 表示区间长度. 暴力快速幂是 $O(n \log^2 n)$ 的. 考虑将 $n$ 变为二次幂, 这样线段树上的区间都变成2次幂, 对于所有区间长度全部预处理出它的结果. 这样就可以 $O(n \log n)$ 修改了.

## T3 Color

<http://codeforces.com/contest/1172/problem/E>. 洛谷上出题人的题解写的很清楚.

我们先将颜色分开算贡献. 这样对于每一种颜色, 我们将原树不是这种颜色的点视为黑点, 是这种颜色的点视为白点. 那么现在要求出至少经过一个白色点的路径条数. 补集转换, 用总路径条数 $n^2$ 减去所有不经过一个白点的路径条数. 如果做过 [树上游戏](#) 这道题, 可以做到 $O(n \cdot q)$ .

发现对于一个颜色来说它的贡献就是 $n^2 - \sum \text{黑联通块大小}^2$ , 修改相当于加点和删点. 考虑如何维护删点, 由于不能直接删点, 可以只删它向父亲连的边. 维护出每个点所有儿子子树大小的平方. 这样就转换为了LCT维护联通块模型, 且每个联通块仅在最顶端有一个白色节点. 每次计算删除时的影响即可.

可以用LCT维护静态树的方法去掉reverse标记和makeroot操作.

