

题解

打出春天

题目名称来自于斗地主

搜索+简单模拟。

不难发现由于有炸弹的存在，大部分牌型是很难做到 100% 春天的。

考虑使用搜索找到一种合法的方案。

按照一定的顺序枚举每种牌型，以及对应的点数，对于顺子、飞机等还需要枚举顺子的长度。对于飞机的翅膀部分，可以再使用一个 dfs 来找到所有的方案（顺子个数越多剩下的牌越少，所以翅膀最多也就 100 个左右，并不多）。

如果这次直接打完了，那么说明找到了符合条件的打法，返回即可。否则还要考虑对面出牌的情况。

为了方便处理，我们可以认为对方只有一名玩家并拥有所有剩下的 34 张牌。

对于每种牌型，找到对面对应的点数最大的牌型进行比较。对于非炸弹的牌型，还要判断对面是否有炸弹。

一些可以优化的地方：

1. 对于四带二，我们只需要找对面是否有四张即可，因为四张就可以炸掉它。
2. 对于三带一/三带一对，我们只需要找对面是否有三条即可，不难发现对面一定有可以使用的单张/对子。
3. 对于飞机带翅膀，同理只需要找对面是否有飞机。
4. 注意到对面实际上只有 17 张牌，所以并不能用同种牌型接 18 张牌的牌型。但是此时对面一定有炸弹因此可以不考虑这种情况。

状态数和有效转移数都不多，可以通过。

还有一个思路是手玩出所有能春天的牌型组合方式然后进行打表/匹配。

真夏は誰のモノ

题目名称来自于黑泽黛雅和黑泽露比的双人曲

考虑最终可能的字符串：首先可以发现最终字符串将连续相同字符合并后一定是原字符串的子序列（子序列要满足相邻字符不同）。对于长度为 m 且满足相邻字符不同的子序列，它能产生的最终字符串的个数是相同的。且方案数就为长度为 n 的串划分为 m 段长度不超过 k 的串的方案数。这个记 $f[i][j]$ 表示 i 个数划分为 j 段长度不超过 k 的串的方案数。

$f[i][j] = f[i-1][j-1] + f[i-2][j-1] + \dots + f[\min(j-1, i-k+1)][j-1]$ 。再用前缀和优化一下，复杂度为 $O(n^2)$ 。

还要求出原串的长度分别为 1 到 n 的满足相邻字符不同的子序列数。

记 $dp[i][j]$ 表示长度为 i ，最后一个字符为 j 的子序列数。

$s[i]$ 为长度为 i 的子序列数。

$dp[i][j] = s[i-1] - dp[i-1][j]$, $s[i] = dp[i][0] + dp[i][1] + \dots$ 。

最终答案 $Ans = s[1] \cdot f[n][1] + s[2] \cdot f[n][2] + \dots + s[n] \cdot f[n][n]$ 。

总复杂度为 $O(n^2)$ 。

秋天的第一杯奶茶

题目名称来自于奇怪的热搜

对于每个查询 x, y 中的区间求和操作 i ，对它产生贡献的区间修改位于 $[x, i - 1]$ 内。这对每个 i 是不同的，较难维护。

考虑差分贡献， $[x, i - 1]$ 对 i 的贡献相当于 $[1, i - 1]$ 对 i 的贡献减去 $[1, x - 1]$ 对 i 的贡献。

对每个 i ， $[1, i - 1]$ 对 i 的贡献可以通过完整遍历所有操作求得，时间复杂度 $O(m \log n)$ 。

那么我们接下来就是要求 $[1, x - 1]$ 内的修改操作对 $[x, y]$ 内的求和操作的贡献。我们再进行一次差分，即求 $[1, x - 1]$ 内的修改操作对 $[1, x - 1]$ 内的求和操作的贡献，以及 $[1, x - 1]$ 内的修改操作对 $[1, y]$ 内的求和操作的贡献。

我们把修改和询问放到两个序列中，那么每次的询问就变为两个序列的前缀所产生的贡献。这是与【SNOI2017】一个简单的询问类似的一个静态的双端点询问问题，可以使用莫队算法解决。莫队时需要使用树状数组/线段树等数据结构维护区间信息。时间复杂度为 $O(m\sqrt{k} \log n)$ 。常数较好的话可以得到 95 分。

考虑继续优化这个东西。对于每次莫队的指针移动，实际上我们计算的是**其中一个序列的前缀与另一个序列的区间的贡献**，而“另一个序列的区间”的总长度是 $O(m\sqrt{k})$ 的。

我们枚举“其中一个序列的前缀”，并维护一个支持区间修改区间求和的数据结构，然后枚举与这个前缀相关的“另一个序列的区间”，在数据结构上查询贡献。修改的次数为 $O(m)$ ，查询的次数为 $O(m\sqrt{k})$ 。容易使用分块做到 $O(\sqrt{n})$ 区间修改 $O(1)$ 区间求和。

故该算法的总时间复杂度为 $O(m\sqrt{k} + m\sqrt{n})$ ，常数不大，可以轻松通过。

使用序列分块的做法可以做到 $O(k\sqrt{m} + m\sqrt{m})$ 之类的复杂度，但由于常数原因，可能只能得到 95 分。

冬天的内存

题目名称来自于一位神仙的id

考虑范围内的数的不同数位组成方式，九个数位时为 $\binom{18}{9} = 48620$ ，总个数也并不会很多。可以搜出来。

然后可以处理出 $f_{s,j}$ 表示数位的组成方式状态为 s ，有 j 个逆序对的方案数。

有了这些信息就可以开始求解。对询问差分后相当于求两次 $[1, n]$ 中逆序对个数小于等于 k 的数的个数。

求解过程就是常见的数位 dp 套路。考虑枚举位数 w ，然后钦定 w 位以上的位数与 n 的最高位相等，再枚举 w 位上的数（小于 n 对应数位上的数），此时后面的位是可以随便填的，直接使用前面预处理的信息即可。

时间复杂度可以粗略估计为 $O(10^2 \cdot \log_{10} r \cdot k \cdot D)$ ， D 表示不同数位的组成方式。可以通过本题。

由于数据范围并不大，所以更为常见的做法为分段打表。

