

# Tree

## #1.对于 $1 \leq N \leq 10, 1 \leq Q \leq 2000$

因为树是log层的，所以可以直接dfs到底，去寻找叶子的标号

类似线段树的，具体操作是在dfs时维护 $l, r$ 表示当前这个非叶节点实际对应的叶子的编号区间，在节点上维护翻转标记，对于询问当前区间第 $x$ 个叶子的 $x$ 翻转即可

```
1 void que(int o, int dep, int l, int r, int x)
2 {
3     if(l == r) { printf("%d\n", o - (1 << n) + 1); return ; }
4     int mid = (l + r) >> 1;
5     int Rev = rev[o];
6     if(!Rev)
7     {
8         if(x <= mid) que(o << 1, dep + 1, l, mid, x);
9         else que(o << 1 | 1, dep + 1, mid + 1, r, x);
10    }
11    else
12    {
13        if(x <= mid) que(o << 1 | 1, dep + 1, mid + 1, r, x - l + mid + 1);
14        else que(o << 1, dep + 1, l, mid, x - mid - 1 + l);
15    }
16 }
```

那么我们的修改也类似，在树上走到要到的 $o$ ，取反 $rev[o]$ 即可

## #2.对于特殊性质一二

我们发现由于同一层的点，相互没有父子关系，所以重编号不会互相影响，可以直接对于层来打标记，把修改的区间按层拆开，查询与修改都是 $O(N)$ 的

## #3.对于 $N \leq 20$

考虑结合算法二的思想，通过在深度上标记，一次翻转一堆互无隶属关系且编号连续的点，这个性质更笼统的表示是这些点都属于一个特定的点——共同的lca的同一层，当我们进入这个lca后，就在深度上打标记。特殊性质一二可以认为是lca为根的特殊情况

现在问题就是找到这个lca，并在它那里打下标记

考虑充分利用这个树的与线段树的共同性质，还是像线段树一样一个非叶节点表示一段区间，那么我们将要处理的连续段拆成log个小段，在这些点上打即可，与区间打懒标记的线段树的代码极为相似

接下来对于标记的处理也有点技巧，可以将其弄成 $2^{20}$ 的二进制数表示当前log个深度标记，直接xor上就可以了

关于复杂度？

我们首先会拆出log层，其次每层log线段树处理，你可能会认为是 $O(n^2 q)$

实际上，对于中间像 $[2^x, 2^{x+1} - 1]$ 的，会直接在线段树的根就退出，是 $O(1)$ 的，只有头尾两端可能不连续会 $O(n)$

$\mathcal{O}(NQ)$

#2'

对于特殊性质一二的不同处理

不对层打标记，直接暴力用BIT区间翻转

#3'  $N \leq 17$

由于不同的性质一二的处理，同理可以得到一个复杂度劣一点的做法 $O(n^2q)$ ，多一个log是因为BIT

## Equation

考虑先用裴蜀定理转化，当且 $\gcd(c_1, c_2, c_3, \dots, c_k, m) = 1$ 方程有解

假设固定的数的gcd为a，不固定的数的个数为cnt，那么答案可以表示为

$$\sum_{m=1}^k \sum_{d|m} f(d, m) [\gcd(d, a) = 1]$$

其中 $f(d, m)$ 表示在当前的m下，这些-1与m的gcd恰好为d的方案数，简单反演一下会有

$$\begin{aligned} f(d, m) &= \sum_{d|i, i|m} (m/i)^{cnt} \mu(i/d) \\ &= \sum_{i|\frac{m}{d}} (m/id)^{cnt} \mu(i) \end{aligned}$$

这样的f需要带两个东西，可以化成 $h(n) = \sum_{i|n} (n/i)^{cnt} \mu(i)$ ,  $f(d, m) = h(m/d)$

$$\begin{aligned} ans &= \sum_{m=1}^k \sum_{d|m} h(m/d) [\gcd(d, a) = 1] \\ &= \sum_{m=1}^k \sum_{d|m} h(d) [\gcd(m/d, a) = 1] \\ &= \sum_{d=1}^k h(d) \sum_{i=1}^{m/d} [\gcd(i, a) = 1] \end{aligned}$$

对于后面那段，设 $g(n) = \sum_{i=1}^n [\gcd(i, a) = 1]$

$$g(n) = \sum_{d|a} \mu(d) n/d$$

考虑枚举 $a$ 的无平方因子来计算(有平方因子的数的莫比乌斯函数是0), 设 $a$ 有个 $pcnt$ 质因子, 那么枚举的复杂度是 $2^{pcnt}$ , 计算过程还可以考虑剪枝, 先对全部的 $2^{pcnt}$ 个数排序, 如果当前枚举的数要大于 $n$ , 那么就结束计算

对于答案式数论分块, 现在就是对于 $h$ 函数求前缀和

由于 $h = \mu * id^{cnt}$ , 所以 $h$ 可以杜教筛, 构造一个 $I$ 去卷就行, 然后对于自然数幂和选择你喜欢的方式处理即可

对于线筛求出前 $n^{\frac{2}{3}}$ , 参见这道题目[luogu P4449](#)

## Trip

---

考虑条件跟方向即数字相对顺序有关, 考虑依次按顺序加点进去, 同时还可以满足经过所有的条件

现在限制只转化成了 $s$ 与 $t$ 联通, 这个条件可以用当前联通块个数来描述, 考虑设 $dp_{i,j}$ 表示当前加到第 $i$ 个点, 分成了 $j$ 个联通块

转移的时候需要记下当前包含 $s$ , 包含 $t$ 的联通块出现没有, 他们对于转移有特殊考虑