

## Day2 Solution

Wearry

Stay determined!

### 施工

记  $f_i$  表示考虑前  $i$  个建筑, 并且第  $i$  个建筑的高度不变的答案, 每次转移时枚举上一个不变的建筑编号, 中间的一段一定变成相同的高度, 并且高度小于等于两端的高度.

假设从  $f_j$  转移且中间高度为  $t$ , 则:

$$f_i = \sum_{k=j+1}^{i-1} (t - h_k)^2 + c(h[j] + h[i] - 2t)$$

这样中间的高度可以  $O(1)$  求二次函数的对称轴确定. 考虑优化转移, 因为中间高度要小于两端, 所以最多只有一个  $h_j > h_i$  的  $j$  能够转移. 可以维护关于高度的单调栈, 这样有效的转移次数就是  $O(n)$  的.

### 蔬菜

当蔬菜的出现次数较多时可以对每种蔬菜维护二维前缀和并根据定义计算答案; 当蔬菜的出现次数较少时考虑平方的转化, 相当于计算有多少个点对被询问区域包含, 实际上等价于四维偏序.

综合分析两种算法的复杂的并选取合适的出现次数的分界值  $k$ , 复杂度为  $O(\frac{n^2}{k}(n^2 + q) + (n^2k + q) \log^3 n)$ . 取  $k = \sqrt{\frac{n^2 + q}{\log^3 n}}$  最优.

## 联盟

危险程度就是树的直径, 断开边后会得到两个联通块, 假设两个联通块的直径分别为  $l_1, l_2$ , 根据直径的性质, 连接两个联通块后新的直径长度最小是  $\max\{l_1, l_2, \lceil \frac{l_1}{2} \rceil + \lceil \frac{l_2}{2} \rceil + 1\}$ .

考虑维护, 由于合并两个联通块后新的直径的两端点一定会在原来的直径端点的并中产生, 可以处理每一个子树的直径端点, 每次考虑  $i$  到  $fa_i$  的边时只需分别求出两个块的直径端点即可, 在每个点上维护子树前缀联通块和后缀联通块的直径端点即可快速合并.