

《辣鸡提答题》解题报告

matthew99

1 试题大意

你有一个序列 $\{s_i\}$ ，满足 $s_1 = 1$ ，且对于所有 $x > 1$ ，存在 $y \leq x - 1$ ，使得 $s_x = s_{x-1} + s_y$ 。

给定 k ，现在要你构造一个长度为 n 的序列使得 $s_n = k$ ，并且 n 要求尽量小。

2 得分估计

估计绝大部分人可以获得29分及以上的分数，一半人可以获得45分及以上分数，一部分人可以获得60分以上，10%左右的人可以获得90分以上或者满分的分数。

3 直接快速幂

如果我们直接上快速幂，可以获得24分，加上高精度可以获得40分。第六个点就是 2^{100000} 可以直接获得满分。

4 对于给定的数比较小的情况

我们注意到快速幂最坏需要 $2 \log_2 n + C$ 次操作，但是这并不是下界。我们可以做到更少的操作次数。

我们直接BFS，记录每个数对应的序列。首先从1出发，1对应的序列就是一个数1，每次我们对于当前数 x ，枚举它对应的序列中的数 y ，如果 $x + y$ 还没有访问过那么将其入队，并且置它对应的序列为 x 对应的序列后面接上 $x + y$ 。这种方法最坏情况下比快速幂优秀得多，可以通过前五个点。

5 对于给定的数比较大的情况

我们可以通过Method of Four Russians将操作次数由 $2\log_2 n + C$ 减少至 $\log_2 n + O(\frac{\log n}{\log \log n})$ 。设 2^k 为最接近 $\frac{\log n}{\log \log n}$ 的二的整数次幂，预处理出1到 $2^k - 1$ ，复杂度显然是 $O(\frac{\log n}{\log \log n})$ ，然后每次倍增，每次倍增完 k 次之后再考虑当前模 2^k 的值，用预处理的值加上，这样倍增中的操作次数是 $\log_2 n + C$ ，而额外的操作次数是 $O(\frac{\log n}{k}) = O(\frac{\log n}{\log \log n})$ 。

由于评分标准设的松的令人感动，因此只要用上述方法应该很容易在7到10号点上获得9分或者10分。