

# Solution

pskkk

August 20, 2018

## 1 大佬

### 1.1 对于40%的数据

爆搜即可

### 1.2 对于60%的数据

设 $dis[i][j]$ 表示到第 $i$ 个点，状态为 $j$ 的时间，令 $to_i$ 为 $i$ 能到达的点， $k$ 为所在的点的试题， $i$ 到 $j$ 经过的时间为 $cost$ ，则很容易得到以下转移方程

$$dis[to_i][j|k] = \min(dis[to_i][j|k], dis[i][j] + cost)$$

直接分层最短路即可。

### 1.3 对于100%的数据

用堆优化分层最短路即可。

## 2 大吉大利，晚上吃鸡

### 2.1 对于20%的数据

状压 $dp$ 即可

### 2.2 对于60%的数据

费用流即可，但需要一点优化。

### 2.3 对于100%的数据

既然是noip模拟赛，怎么可能要用到费用流呢？

先将 $a_i$ 和 $b_i$ 放在一起从小到大排序，相等的话 $a_i$ 放前面。然后开一个优先队列维护敌人价值 $c_i - b_i$ 。

对于每一个 $a_i$ ，如果当前在优先队列中有敌人可以打，那么就打掉。否则我们可以丢掉一个 $a_i$ 最小的队友来代替，显然是更优的。

做完这个操作以后我们会得到一个选择最多队友情况下的最优解，但不一定是本题要求的最优( $c_i - b_i$ 可能是负数)

那我们怎么解决这个问题呢？

显然就可以每次丢掉一个 $a_i$ 最小的队友，同时丢掉一个 $c_i - b_i$ 最小的敌人，我们可以得到一组新的解，而且这组解可能更优，当然也会变差就是了，不过还是贪心的思想。

而且这样显然也是满足题目要求的。（因为本来就是——对应的关系，先删小的队友不会不合法）

这样这道题目就可以通过了。

以下是正解方法：

不难发现 $a_i$ 越大的玩家越容易占领房子并且收益越大，因此最优解中一定是选 $a_i$ 最大的若干个玩家，为了方便起见，我们设 $v_i = c_i - b_i$ ，即每个房子的收益。

将玩家和房子混在一起，按 $a_i$ 和 $b_i$ 从小到大排序，对于相同的情况，将玩家优先放在前面，那么每个玩家能占领的房子就是它前面的所有房子。如果我们将方案中选取的玩家看成-1，房子看成1，那么方案必定是一个和为0的序列，即设 $s_i$ 表示前 $i$ 个位置中选取的房子减去玩家的个数，那么必有 $\min(s_i) \geq 0$ 且 $s_{n+m} = 0$ 。

因为 $a_i$ 越大越好，因此我们从大到小考虑每个玩家，对于当前这个玩家，我们先将其位置填上-1，对应 $s_i$ 中一段后缀减去1。

我们希望找到一个没用过的收益最大的房子，满足加入那个房子后仍然是一个合法的括号序列，假设房子位于位置 $j$ ，那么加入 $j$ 会导致 $s_j$ 至 $s_{n+m}$ 加上1，因此只要 $\min(s_1 \dots s_{j-1}) \geq 0$ 并且 $\min(s_j \dots s_{n+m}) \geq -1$ 即是合法的房子，而区间加减、区间最小值查询则是线段树的经典操作。

按 $v$ 从大到小考虑每个未使用的房子，如果它合法，那么将其纳

入答案，同时加入1，然后考虑下一个玩家。如果它非法，那么因为我们按照 $a$ 从大到小考虑每个玩家，今后的条件只会越来越苛刻，因此它永远都不可能合法，直接抛弃即可。因为每个房子只会被考虑一次，因此复杂度为 $O(m \log(n+m))$ 。  
注意到上述问题本质是在用线段树模拟费用流的增广，因此当增广路长度 $< 0$ 时，即可终止算法。  
时间复杂度 $O((n+m) \log(n+m))$ 。

### 3 猜数游戏

#### 3.1 subtask1

你会 *for* 循环+快速幂吗???

期望得分10分

#### 3.2 subtask2

优秀的随机化算法可以通过此测试点。  
结合 *subtask1* 可获得30分

#### 3.3 subtask3-6

手玩即可。  
结合前两个测试点可获得60分。

#### 3.4 subtask7

构造+*exgcd* 令  $x = 2^{kb}, y = 2^{ka}, z = 2^l$ , 可得

$$2^{kab} + 2^{kab} = 2^{cl}$$

$$kab + 1 = cl$$

$$cl - kab = 1$$

用 *exgcd* 解这个方程即可。

但当  $m$  为  $2^t (t \geq 2)$  时, 无法用上式得到在  $(0, m)$  之间的解。

用 *subtask3-6* 手玩出来的解特判即可。

期望得分100分