

题解

1 化学

按照题意模拟即可。注意不要将输出抄错。

2 工厂

题目简述：把 n 个区间划分为 p 组，使得每组的交不为空且长度和最大。

首先观察两个区间 $a_1 = [s_1, t_1]$, $a_2 = [s_2, t_2]$ ，若 $s_1 \leq s_2 < t_2 \leq t_1$ ，那么只会出现两种情况：

- a_1 、 a_2 和若干区间在同一组；
- a_1 单独一组， a_2 和若干区间在同一组。

因为若 a_1 和其它区间在一组，那么将 a_1 调整至 a_2 所在组， a_1 所在组的答案不会变劣，而 a_2 所在组的答案不变。

因此将所有完全包含其它区间的区间提取出来，可以得到两组区间， a_1, a_2, \dots, a_m 和 b_1, b_2, \dots, b_{n-m} 。其中 $s_{a_1} < s_{a_2} < \dots < s_{a_m}$, $t_{a_1} < t_{a_2} < \dots < t_{a_m}$ ，并且 b 中的区间要么单独分为一组，要么分到和所包含的 a 区间一组，不造成贡献。

对于 a 区间只需要执行一次 dp，记 $f_{i,k}$ 为前 i 个区间分为了 k 组的最大答案，那么有

$$f_{j,k+1} \leftarrow f_{i,k} + t_{a_{i+1}} - s_{a_j} (t_{a_{i+1}} > s_{a_j})$$

对于 b 区间贪心取较长的即可。

最后枚举分别从 a 区间和 b 区间取的数目求出答案。复杂度 $O(n^3)$ 。

3 质树

首先分解质因数，可以对每个位置求出如果要满足条件的话，这个位置向左向右最远可以延伸到哪里，假设是 l_i 和 r_i 。

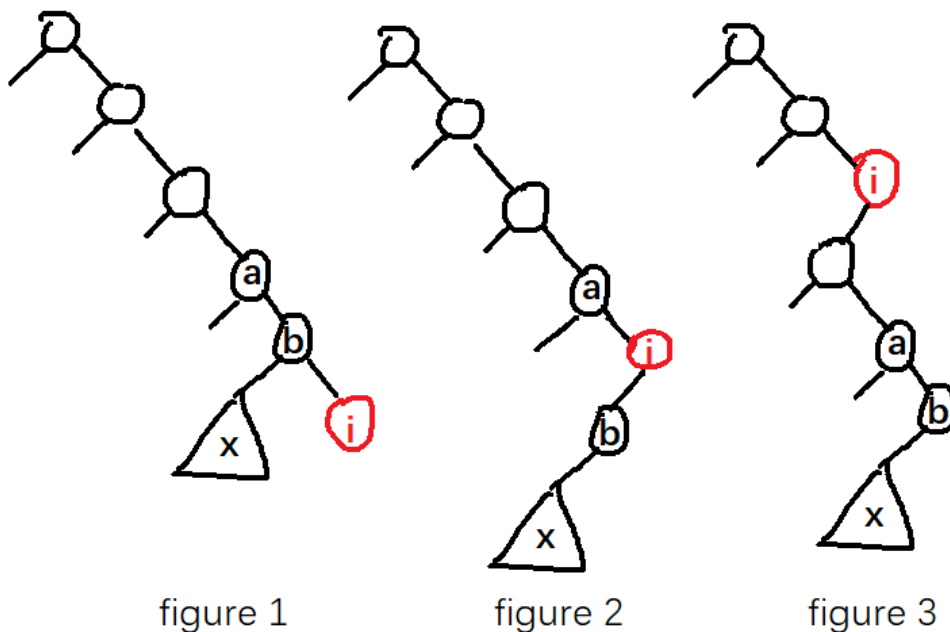
这一步的时间复杂度是 $O(n \log n)$ 。

接下来有两种做法：

3.1 做法一

从左往右构建这棵树，并用栈存储当前这棵树的最右端的这条链。

加入点 i 的时候，假设栈顶的两个元素分别为 a 和 b 。



首先直接在右侧加入点 i (figure 1)；

此时判断 $r_i \geq r_b$ 且 $l_i \leq a + 1$ 是否满足，若满足，则用 i 取代 b 不会变劣，可以将 b 置入 i 的左子树 (figure 2)；

继续向上递归进行，直到条件不满足或 i 已经是根节点 (figure 3)。

判断是否有解可以检查过程中是否 $r_b \geq i$ ，或构造完后检查。

时间复杂度 $O(n)$ 。

3.2 做法二

每次找出一个区间中和其他数都互质的数作为根（有多个显然选任意

一个均可)，然后递归，可以写出下列伪代码：

```
solve(l, r) {
  for i in [l, r] {
    if coprime(a[i], a[l..r]) {
      solve(l, i-1)
      solve(i+1, r)
      return
    }
  }
  figure out "impossible"
}
```

这份伪代码的复杂度是 $O(n^2)$ 的，需要改进：

```
solve(l, r) {
  for length in [0, (r-l)/2] {
    i := l+length
    j := r-length
    if coprime(a[i], a[l..r]) {
      solve(l, i-1)
      solve(i+1, r)
      return
    }
    if coprime(a[j], a[l..r]) {
      solve(l, j-1)
      solve(j+1, r)
      return
    }
  }
  figure out "impossible"
}
```

不同之处在于这份代码处理一个区间时从两头同时开始搜，那么它的复杂度是 $T(n) = T(x) + T(n-x) + O(\min(x, n-x))$ 的，类似于在构建出的这棵树上做了一次 dsu on tree。

因此复杂度是 $O(n \log n)$ 的。