

Day 1 solution

acpty

September 30, 2019

我好菜啊

罔两「栖息于禅寺的妖蝶」

这是一道简单的计数题
数感强的选手也可以通过打表发现答案

罔两「栖息于禅寺的妖蝶」

这道题应该有很多种推导方法，这里讲一下出题人的弱做法：
设选出来的数从小到大为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$ ，考虑令 $b_i = a_i + i$ ，我们会发现， b 中全是偶数并且两两互不相同，一个 b 唯一对应一个 a

那么问题等价于从1到 $n+m$ 中选择 m 个偶数的方案数

这个显然就是从1到 $\lfloor \frac{n+m}{2} \rfloor$ 中选 m 个数

答案是 $\binom{\lfloor \frac{n+m}{2} \rfloor}{m}$

式神「八云蓝」

很早之前有的想法然后搞出来这道题
大概是考察选手的分类讨论能力和对线段树的熟悉程度
熟练的OI选手应当在1个小时之内完成本题

有很多种方法能够通过本题，这里同样只介绍出题人的做法：
设询问区间为 $[x,y]$ ，对于每个线段树区间 $[l,r]$ ，我们统计有多少个 $[x,y]$ 的子区间会影响到 $[l,r]$
把所有区间分成4类：

1. $[l,r]$ 包含 $[x,y]$
2. $[l,r]$ 和 $[x,y]$ 真相交
3. $[x,y]$ 包含 $[l,r]$
4. $[x,y]$ 和 $[l,r]$ 没有交集

式神「八云蓝」

第4类对答案没有贡献不考虑

第1类显然 $[x,y]$ 的所有子区间都会影响 $[l,r]$

第2类其实分成左相交和右相交两类，不过没有本质区别

贡献可以用总区间数-和 $[l,r]$ 不相交的区间数

第3类稍微麻烦一点，贡献是总区间数-和 $[l,r]$ 不相交的区间数-完全包含 $[l,r]$ 父亲的区间数

式神「八云蓝」

第1,2类区间总共只有 $O(\log n)$ 个，可以暴力计算

考虑第3类区间，在线段树上是 $O(\log n)$ 个子树，考虑预处理

写出贡献式子可以发现对于某个区间 $[l,r]$ ，若 $[x,y]$ 包含 $[l,r]$ ，对答案的贡献可以写成 $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$ 的形式

直接对于每个点预处理出所有的系数然后求子树和

复杂度 $O(n \log n)$

结界「生与死的境界」

Source:[Codeforces 878 E]

这是一道不太难的贪心题，但是不注意细节很容易丢分
为了平衡两天的难度这道题就放简单了一点

结界「生与死的境界」

我们先考虑如何 $O(n)$ 处理一次询问

注意到每个数对答案的贡献一定是2的次幂

我们可以把答案表示成 $\sum_{i=1}^n a_i * 2^{k_i}$

其中 $k_1 = 0, 1 \leq k_i \leq k_{i-1} + 1$

结界「生与死的境界」

贪心的想，每个 k_i 只有两种取值，要么 $k_i = 1$ ，要么 $k_i = k_{i-1} + 1$
也就是说答案可以划分成很多块，每块由 $k_i = 1$ 开头(第一块 $k_1 = 0$)，然后剩余的 $k_i = k_{i-1} + 1$

结界「生与死的境界」

假设我们已经把1到 $i-1$ 的块给划分出来了，考虑加入 i

1.若 $a_i < 0$ ，则自成一块

2.若 $a_i \geq 0$ ，则和前一块合并

注意合并的时候可能引发再次合并

结界「生与死的境界」

我们考虑把询问离线

从左到右加入数，暴力维护所有的块，考虑所有以 i 为右端点的询问，找到左端点所在的块，将其从中断开

正确性的话，容易发现对于一个块的所有前缀都是负的，所有后缀都是正的，断开之后不会形成新的块，后面的块也不会合并上来，所以是复合我们上面说的结果的

我们可以用并查集来维护每个块，复杂度是 $O(n\alpha(n))$

注意判断overflow和负数