

## 拔河

30%的数据是给 $2^{2n}$ 的暴力的；

接下来我们分析一下题目性质，我们把绳子的两边看成二分图的两个部分 $A, B$ ，对于一个人 $(l, r, s)$ ，我们连一条 $w(A_l, B_r) = s$ 的边。

如果存在点的度数为0那么肯定无解，如果存在点的度数为1那么这个点的方案就已经定了，从图中把这个点以及相关的边删除。重复上述操作直到所有点都是度数为2的为止。（是不是和往年有一届NOI很像）

对于剩下的度数为2的所有点，可以构成若干个偶环，显然对于每个环都只有两种方案，设奇数边权和为 $a$ ，偶数边权和为 $b$ ，我们只需要记录 $|a - b|$ 即可。

对于60%的数据我们把每一个 $|a - b|$ 作为元素，直接背包，时间复杂度是 $O(n \cdot \sum s_i)$ 。

对于100%的数据，我们只需要更改一下背包的方式即可，原来我们背包的元素有 $O(n)$ 个，现在我们把这个背包改成多重背包即可。

接下来我们来讲讲道理。

令 $(x, y)$ 表示权值为 $x$ 的物品有 $y$ 个，假设一共有 $S$ 种权值，那么有：

$$\sum_{i=1}^S x_i y_i \leq \sum_{i=1}^{2n} s_i \leq 4.5 \cdot 10^5$$

$S$ 最大的情况下可以假设每种权值有且仅有一种，且为 $1, 2, \dots, S$ ，那么有：

$$\frac{S(S+1)}{2} \leq 4.5 \cdot 10^5$$

可以发现极限情况下 $S \ll n$ ，而一次多重背包的时间复杂度是 $O(\sum s_i)$ 的，再由于还要满足点数之和 $\leq n$ ，状态数实际上还要少很多（算了算最多三四亿的时间复杂度，不过肯定达不到），这样我们就可以在 $O(S \cdot \sum s_i)$ 的时间内通过这道题啦。

## 光盘

很明显这是一个括号序列的模型。

对于10%的数据，直接爆枚即可。

对于20%的数据，我们可以构造一个费用流：设源汇点为 $S, T$ ，初始流量为 $k$ ， $S$ 向所有左括号连代价为 $A_i$ 的边，所有右括号向 $T$ 连代价为 $B_i$ 的边，第 $i$ 个左括号向所有编号 $\geq i$ 的右括号连一条代价为0的边，跑最小费用最大流即可。

对于30%的数据，我们只需要把模型稍微改一下，没有必要“第 $i$ 个左括号向所有编号 $\geq i$ 的右括号连一条代价为0的边”，我们直接从第 $i$ 个左括号向第 $i$ 个右括号连代价为0的边，然后第 $i$ 个右括号向第 $i + 1$ 个右括号连边即可。

对于50%的数据，我们观察一下费用流的实现过程，实际上就是每次从剩下的括号中取出权值和最小的合法的一对“()”或“)”(“加入当前的括号序列中，取出 $k$ 次即可。暴力选择一次是 $O(n)$ 的，时间复杂度 $O(kn)$ 。

对于100%的数据，我们考虑用线段树维护选择方案。

设“(”的位置为 $A$ ，“)”的位置为 $B$ 。

设 $S_i$ 为前缀和。

如果当前取出“()”，那么区间 $[A, B - 1]$ 的前缀和 $+1$ 。

如果当前取出“)”(“，那么区间 $[B, A - 1]$ 的前缀和 $-1$ ，要保证不会减成负数。

对于区间 $[L, R]$ ：

设 $m_1$ 表示权值最小的 $A$ ， $m_2$ 表示权值最小的 $B$ ；

设 $m_3$ 表示权值最小的满足 $[L, A]$ 的前缀和最小值 $> [L, R]$ 的 $A$ ；

设 $m_4$ 表示权值最小的满足 $[B, R]$ 的前缀和最小值 $> [L, R]$ 的 $B$ ；

设 $min$ 为区间前缀和最小值， $add$ 为区间加减标记；

设 $a_1$ 表示权值和最小的“()”；

设 $a_2$ 表示权值和最小的满足 $[A, B - 1]$ 的最小值 $> [L, R]$ 的“)”(“；

设 $a_3$ 表示权值和最小的")("。

为啥需要记这么多东西呢（肯定是我太弱了），由于一个区间的前缀和从0变成 $> 0$ ，又从 $> 0$ 变成0，会使得")("比较难维护，因此我们要记这些东西，如果脑补不出怎么搞的话，也可以看看代码。

其中 $getmin(a, b, c) \Rightarrow a = \min(b, c)$ ， $merge(a, b)$ 相当于取出两种方案中小的那个。

```
inline friend data operator + (const data &p, const data &q) {
    data r;
    getmin(r.m1, p.m1, q.m1);
    getmin(r.m2, p.m2, q.m2);
    r.min = std::min(p.min, q.min);
    r.a1 = merge(merge(p.a1, q.a1), std::make_pair(p.m1, q.m2));
    r.a3 = merge(merge(p.a3, q.a3), std::make_pair(p.m2, q.m1));
    //m3, m4, a2
    if(p.min < q.min) {
        r.m3 = p.m3;
        getmin(r.m4, q.m2, p.m4);
        r.a2 = merge(merge(p.a2, q.a3), std::make_pair(p.m4, q.m1));
    }
    else if(p.min == q.min) {
        r.m3 = p.m3;
        r.m4 = q.m4;
        r.a2 = merge(merge(p.a2, q.a2), std::make_pair(p.m4, q.m3));
    }
    else {
        r.m4 = q.m4;
        getmin(r.m3, q.m3, p.m1);
        r.a2 = merge(merge(p.a3, q.a2), std::make_pair(p.m2, q.m3));
    }
    return r;
}
```

时间复杂度 $O(k \log n)$ ，但是由于维护的东西较多，常数比较大。

## 树

对于10%的数据，我们直接暴力枚举每一种选边方案即可， $O(2^n)$ 。

对于另15%的数据，我们观察一下答案的计算方式 $(\sum a[i])^k$ ，暴力展开后，是不是相当于在集合中可重地选出 $k$ 个数的积之和，因此我们可以暴力枚举四个点，算出联通块包含它们的概率，累加起来即可，时间复杂度 $O(n^4)$ 。

对于另25%的数据，我们按照上面的思路，设 $f[i][j]$ 表示以 $i$ 为根的子树中，联通块包含结点 $i$ ，已经可重复地选出 $j$ 个数的贡献。那么方程如下：

初始化 $f[i][0] = 1, f[i][j] = f[i][j-1] \cdot a[i]$

我们把当前根结点和子树合并的时候，其实就是把两个有序序列合并成一个有序序列：

$$f[i][j] = (1-p) \cdot f[i][j] + p \cdot \sum_{x=0}^j f[son][x] \cdot f[i][j-x] \cdot \binom{j}{x}$$

每个点对答案的贡献就是 $f[i][k] \cdot (1-p_{fa})$ ，其中 $p_{fa}$ 指的是父边的概率，直接暴力合并的时间复杂度就是 $O(nk^2)$ 的。

对于100%的数据，我们考虑稍微变形一下：

$$f[i][j] = (1-p) \cdot f[i][j] + p \cdot j! \cdot \sum_{x=0}^j \frac{f[son][x]}{x!} \cdot \frac{f[i][j-x]}{(j-x)!}$$

是不是就可以NTT了啊，时间复杂度 $O(nk \log k)$ 。