

栈

概念

先进后出，限制在表的一端进行插入删除

设栈 $S=(a_1, a_2, \dots, a_n)$, a_1 为栈底元素, a_n 为栈顶元素。退栈的第一个元素为栈顶元素。
元素在进栈（压栈）过程中可以随时出栈（弹栈），所以出栈顺序不一定。

出栈排列组合个数: $1/(n+1)C_n_{2n}$

e.g. 对于4个元素的栈: $1/(5)((8765)/(4321)) = 14$

顺序栈（分为动态和静态）

动态顺序栈用一维数组存储，栈的大小可以增加，实现复杂

静态顺序栈不能增大存储空间，实现简单

顺序栈用的比较多，因为顺序栈在增删时无需移动元素，避开了顺序表插入元素时需要移动大量元素的缺点，同时顺序表的随机存储特性提高效率。

动态顺序栈

bottom表示栈底指针，固定不变；top表示栈顶指针，随着进栈、退栈变化

空栈：top和bottom都指向第一个位置；

元素a进栈：bottom指向a，top指向a的下一个位置；

出栈：top指向栈顶元素，然后栈顶元素取出。

动态顺序栈存储的临界条件

设开辟n个空间存储栈元素：

1. 空栈: $bottom == top$
2. 满栈: $|bottom - top| >= n$
3. 元素个数: $|bottom - top|$ 个
4. 对于指针移动操作
 - 若入栈时先移动指针再入栈，则在出栈时先出栈再移动指针
5. top的指向位置：
 - 若一开始指向合法位置：指向栈顶元素下一位置【不做特殊说明时，此项为默认】
 - 不合法：指向栈顶元素

具体情况：

1. 初始化时, $top = bottom = -1$
 1. $bottom == -1$
2. 空栈: $bottom == t == -1$
3. 入栈: $t++$; $push(e)$
4. top指向栈顶元素

5. 出栈: `pop(e); t--`
 6. 满栈: `top == n-1`
 7. 个数: `(top - bottom)` 个
2. 初始化时: `top = bottom = 0`
 1. `bottom == 0`
 2. 空栈: `bottom == top`
 3. 入栈: `push(e); top++`
 4. `top`指向栈顶元素下一位
 5. 出栈: `top--; pop(e)`
 6. 满栈: `(top-bottom) >= n`
 7. 个数: `(top-bottom)` 个
 3. 初始化时: `top = bottom = n`

从上往下入栈

1. `bottom == n`
 2. 空栈: `bottom == top == n`
 3. 入栈: `t--; push(e)`
 4. `top`指向栈顶元素
 5. 出栈: `pop(e); t++`
 6. 满栈: `(bottom - top) >= n`
 7. 个数: `(bottom - top)` 个
4. 初始化时: `top = bottom = n-1`

从上往下入栈

1. `bottom == n-1`
2. 空栈: `bottom == top == n-1`
3. 入栈: `push(e); t--`
4. `top`指向栈顶元素的下一空位
5. 出栈: `t++; pop(e)`
6. 满栈: `(bottom - top) >= n`
7. 个数: `(bottom - top)` 个

动态的定义和初始化, 进栈和出栈

```
#define STACK_SIZE 100      //初始大小
#define STACKINCREMENT 10   //存储空间分配增量

/*定义*/
typedef struct sqstack{
    int *bottom;
    int *top;
    int stacksize; //当前已分配空间, 以元素为单位
}SqStack;

/*初始化*/
int Init_Stack(void){
    SqStack S;
    S.bottom = (int *)malloc(STACK_SIZE * sizeof(int));
    if(! S.bottom) return 0;
    S.top = S.bottom;
```

```

    S.stacksize = STACK_SIZE;
    return 1;
}

/*进栈*/
int push(SqStack S, int e){
    if(S.top->S.bottom > S.stacksize){ //如果满栈, 追加存储空间
        S.bottom = (int *)realloc((S.STACKINCREMENT + STACK_SIZE)*sizeof(int));
        if(! S.bottom) return 0;
        S.top = S.bottom + S.stacksize;
        S.stacksize += STACKINCREMENT;
    }
    *S.top = e;
    S.top++;
    return 1;
} //如果在追加存储空间时, 没有那么大的连续存储空间, 容易报错

/*出栈*/
int pop(SqStack S, int *e){
    if(S.top == S.bottom) return 0; //判空
    S.top--;
    *e = *S.top;
    return 1;
}

```

静态顺序栈

静态的定义和初始化, 进栈和出栈

```

#define MAX_STACK_SIZE 100 //栈向量大小

/*定义*/
typedef struct sqstack{
    int stack_array[MAX_STACK_SIZE];
    int top1
}SqStack;

/*初始化*/
SqStack Init_Stack(void){
    Sqstack S;
    S.top = ;
    return(S);
}

/*进栈*/
int push(SqStack S, int e){
    if(S.top == MAX_STACK_SIZE) return 0; //判满
    S.Stack_array[S.top] = e;
    S.top++;
    return 1;
}

```

```
/*出栈*/
int pop(SqStack S, int *e){
    if(S.top == 0) return 0;    //判空
    S.top--;
    *e=S.stack_array[S.top];
    return *e;
}
```

对顶栈

【408还没出现（截至2022），北京大学考过】

若内存不足，可以考虑把两个栈共享一片空间

两个栈共享同一片空间；

把两个栈的栈底设在数组的两端；

$|top1 - top2| == 1$ 表示栈满

链栈

存储结构为链式存储的栈，一种运算首先的单链表

比起顺序栈，它不会出现满栈的情况

定义和初始化，入栈和出栈

```
/*定义*/
typedef struct Stack_Node{
    int data;
    struct Stack_Node *next;
}Stack_Node;

/*初始化*/
Stack_Node *Init_Link_Stack(void){
    Stack_Node *top;
    top = (Stack_Node *)malloc(sizeof(Stack_Node));
    top->next = NULL;
    return(top);
}

/*入栈*/
int push(Stack_Node *top, int e){
    Stack_Node *p;
    p = (Stack_Node *)malloc(sizeof(Stack_Node));
    if(!p) return 0;    //空间申请失败，结点未创建
    p->data = e;
    p->next = top->next;
    top->next = p;    //钩链
    return 1;
}
```

```

/*出栈*/
int pop(Stack_Node *top, int *e){
    Stack_Node *p;
    int e;
    if(top->next == NULL) return 0; //栈空, 返回错误
    p = top->next;
    *e = p->data; //取出栈顶元素
    top->next = p->next; //修改栈顶指针
    free(p);
    return 1;
}

```

应用

考试中可以直接使用, 无需定义:

top(), bottom(), push(), pop(), initStack()

数学运算中的括号匹配

读到左括号, pop(), 读到右括号, push与读到的左括号匹配

匹配成功, 继续读入; 反之返回FALSE

```

int Match_Brackets(){
    char ch, x;
    scanf("%c", &ch);
    while(asc(ch) != 13){ //程序到回车结束
        if(ch == '(' || ch == '[') push(S, ch);
        else if(ch == '']){
            x = pop(S);
            if(x != '[') {
                printf("括号不匹配");
                return 0;
            } else if(ch == ')'){
                x = pop(S);
                if(x != '('){
                    printf("括号不匹配");
                    return 0;
                }
            }
        }
        if(S>top != 0){
            printf("括号数量不匹配");
            return 0;
        } else return 1;
    }
}

```

进制转换 (辗转相除法)

e.g. 十进制转八进制:

$(D/8)\%8$, 得到的余数进栈,

随后 $(D/8/8)\%8$, 得到的余数进栈,

...

依此类推, 直到 $D=0$, 将栈中元素逐个出栈, 即可得到八进制数

```
void conversion(int D, int d){
    //将十进制D转为d进制数
    SqStack S;
    int k, *e;
    S = Init_Stack();
    while(D>0){
        k = D%d;
        push(S, k);
        D = D/d;
    }
    while(S.top != 0){
        pop(S, e);
        printf("%d", *e);
    }
}
```

将递归调用用栈实现

递归的最后一次调用会先进行处理 (top), 贴合于栈的后进先出的特性, 可以借助栈来转换为非递归算法

表达式求值

e.g. 对于 $b-(a+5)3$ //这是一种中缀表达式

后缀表达式: $ba5+3-$ //使用最多 前缀表达式: $-b*+a53$

注意: 数据顺序不限, 变化的是运算符的位置和顺序

在使用栈进行表达式求值时, 设立两个栈: 数栈、符栈。当符栈push进高优先级的运算符时, 数栈进行相应运算。

中缀转后缀

中缀转后缀同样需要两个栈, 根据运算符的优先级, 将符栈的元素pop并push进数栈