

# Korrelation und Kausalität

Lehrvortrag FU Berlin

Lena Janys

Rheinische Wilhelm-Friedrichs Universität Bonn, IZA and HCM

24. Juni 2021

# Statistik für Wirtschaftswissenschaftler II (Schließende Statistik)

Befinden uns am Ende der Vorlesung Statistik II (Schließende Statistik) für Wirtschaftswissenschaftler.

Demnach setze ich einiges an Vorwissen voraus:

- Zufallsvariablen
- (Bedingte) Erwartungswerte
- Gesetz(e) der großen Zahlen
- Methoden um Zusammenhänge in empirischen Daten zu beschreiben (bsp. das lineare Regressionsmodell)

In dieser Vorlesung: Konzeptionelle Definition von Kausalität, sowie Annahmen die uns erlauben aus Korrelation Rückschlüsse über Kausalität zu ziehen.

# Notation und Definitionen

Zufallsvariablen:  $X, Y$ , Ausprägungen  $x$  und  $y$ .

Der bedingte Erwartungswert von zwei Zufallsvariablen  $X, Y$  ist  $\mathbb{E}(Y \mid X = x)$

$\mathbb{E}(Y \mid X = x)$  könnten wir schätzen, beispielsweise mithilfe eines linearen Regressionsmodells.

Aber: zunächst mal ist  $\mathbb{E}(Y \mid X = x)$  eine Funktion die mit  $x$  variiert.

Wir sagen dass Zufallsvariablen  $X, Y$  mit  $\text{Cov}(X, Y) = 0$  unkorreliert sind. Dies ist der Fall wenn  $X, Y$  unabhängig sind. In diesem Fall gilt auch  $\mathbb{E}(Y|X) = \mathbb{E}(Y)$ .

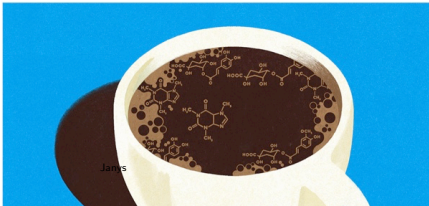
# Korrelation → Kausalität?

The New York Times

PERSONAL HEALTH

## The Health Benefits of Coffee

Drinking coffee has been linked to a reduced risk of all kinds of ailments, including Parkinson's disease, melanoma, prostate cancer, even suicide.



*Their [coffee and its main ingredient caffeine] consumption has been linked to a reduced risk of all kinds of ailments, including Parkinson's disease, heart disease, Type 2 diabetes, gallstones, depression, suicide [emphasis mine], cirrhosis, liver cancer, melanoma and prostate cancer. [NYT, 14.6.2021]*

Basiert (hauptsächlich) auf zwei wissenschaftlichen (Review) Artikeln:

*Coffee, Caffeine, and Health*, 2020, van Dam, et al., New England Journal of Medicine (NEJM), 383(4)

*Coffee consumption and health: umbrella review of meta-analyses of multiple health outcomes.*, 2017, Poole, Robin, et al. British Medical Journal (BMJ) 359

# Korrelation → Kausalität?

The New York Times

PERSONAL HEALTH

## The Health Benefits of Coffee

Drinking coffee has been linked to a reduced risk of all kinds of ailments, including Parkinson's disease, melanoma, prostate cancer, even suicide.



Janys



**Karl Lauterbach** @Karl\_Lauterbach · 9h

Mal anderes Thema aus der Epidemiologie: Studien werden immer stärker zum Thema „gesund durch Kaffee“. Regelmässiger Kaffee schützt wohl (zumindest teilweise) vor Parkinson, Depressionen, Herzinfarkten, Diabetes und Prostatakrebs. Ich bin eh Kaffeejunkie



### The Health Benefits of Coffee

Drinking coffee has been linked to a reduced risk of all kinds of ailments, including Parkinson's disease, melanoma, prostate cancer,...

[nytimes.com](https://www.nytimes.com)

421

854

5.9K



# Was ist Kausalität?

“Schützen” im obigen Tweet: impliziert Kausalität.

Kausale Fragen sind “was wäre wenn”- Frage:

Wie wäre der Gesundheitszustand eines Nicht-Kaffeetrinkers, wenn er jeden Tag fünf Tassen Kaffee getrunken hätte?

# Beispiel

Wie würde sich der Bruttostundenlohn einer Realschülerin verändern, wenn sie Abitur gemacht hätte?

Was ist der Effekt einer Zufallsvariablen  $X$ , beispielsweise Schulabschluss mit  $X \in \{0, 1\}$ , wobei  $X = 1$  : Abitur, auf eine Zufallsvariable  $Y$ , beispielsweise "Bruttoarbeitslohn".

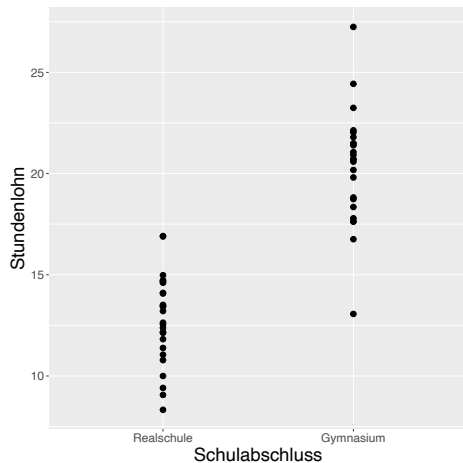
Befragen (simulieren) 50 Personen nach ihrer Bildung und ihrem Bruttostundenlohn. Simulation basiert auf Daten des Sozio-oekonomischen Panels (SOEP).<sup>a</sup>

Zunächst: Daten grafisch darstellen und die bedingten Erwartungswerte ausrechnen.

---

<sup>a</sup>Sterl, S., 2018. *Determinanten zur Einkommensentwicklung in Deutschland: Ein Vergleich von Personen mit und ohne Migrationshintergrund auf Basis des Sozio-oekonomischen Panels (SOEP)* (No. 992). SOEPpapers on Multidisciplinary Panel Data Research.

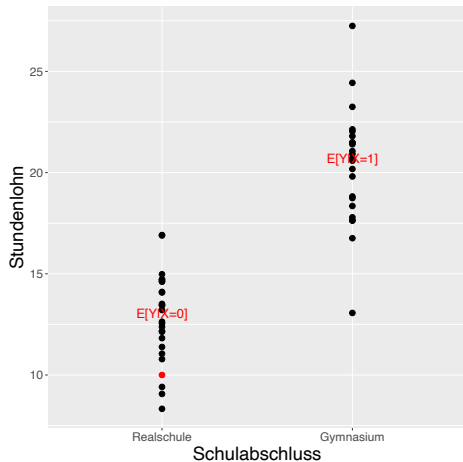
# Beispiel



- Klare Assoziation zwischen dem Schulabschluss und dem Bruttostundenlohn.
- $\mathbb{E}[Y|X = 0] = 13.06$  vs.  $\mathbb{E}[Y|X = 1] = 20.7$
- *im Durchschnitt* verdienen Menschen mit Abitur ca. 7.5€ mehr pro Stunde.

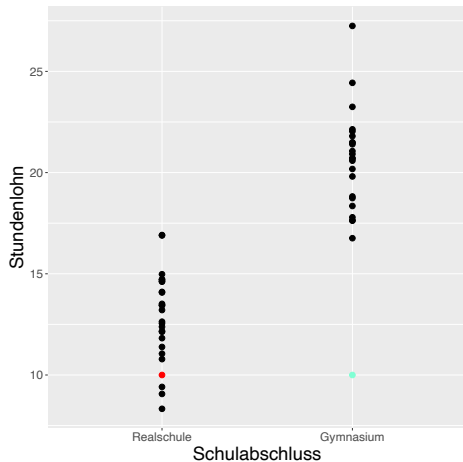


## Beispiel: Welche Frage können wir jetzt beantworten?



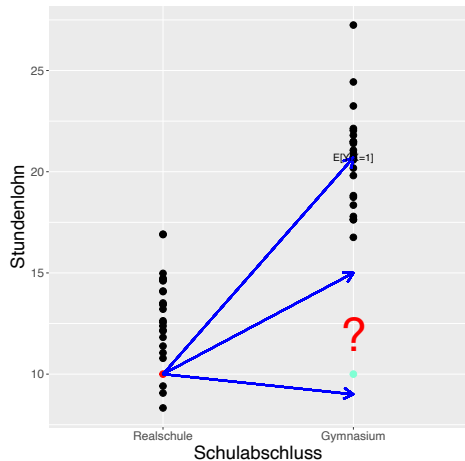
- Sie sagen mir  $X$ : ich sage Ihnen das zu erwartende  $Y$ .
- Aber: ist dieser Effekt kausal?

## Beispiel: Welche Frage können wir jetzt beantworten?



- Mit anderen Worten: Was passiert mit dem Stundenlohn von • wenn sie Abitur gemacht hätte? •.

## Vorlesung: Welche Frage können wir jetzt beantworten?



- Mit anderen Worten: Was passiert mit dem Stundenlohn von • wenn sie Abitur gemacht hätte? •.
- Wenn Korrelation gleich Kausalität: Der Lohn würde sich entsprechend erhöhen.
- Aber: es ist nicht möglich sowohl • als auch • (das counterfactual) zu beobachten!

# Kausalität: Grafische Darstellung des Kausalmodells

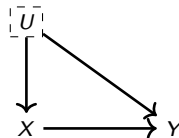
Kausalzusammenhang  $X$  und  $Y$  ( $X$  verursacht  $Y$ ):



Umgekehrte Kausalität ( $Y$  verursacht  $X$ ):



Eine dritte (möglicherweise unbekannte) Zufallsvariable  $U$  verursacht sowohl  $X$  als auch  $Y$  :



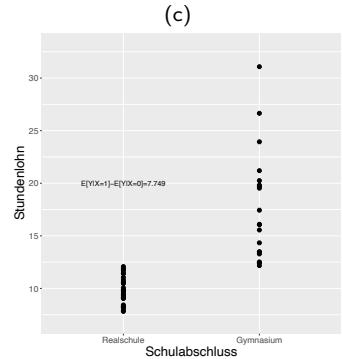
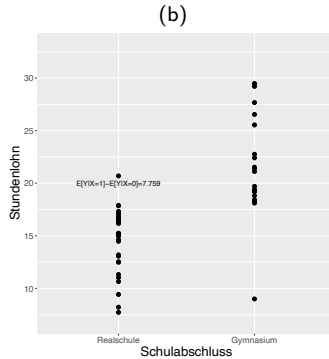
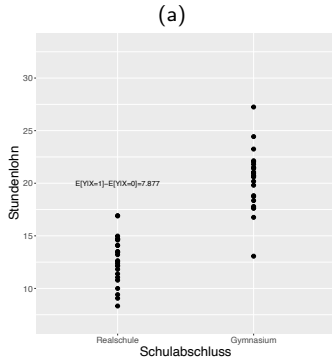
Drei unterschiedliche Kausalmodelle: (möglicherweise) die gleiche *beobachtbare* gemeinsame Verteilung von  $X$  und  $Y$ , d.h. die gleiche *geschätzte* Korrelation in Form von  $\mathbb{E}(\widehat{Y|X=1}) - \mathbb{E}(\widehat{Y|X=0})$ .

Um von Korrelation auf Kausalität zu schließen müssen wir also zusätzlich sagen: was verursacht die Variation in  $X$ ?

**Kausalität Bilderrätsel:** Ordnen Sie den dargestellten Verteilungen das unterliegende Kausalmodell zu. Für alle drei Bilder gilt dass

$\mathbb{E}(\widehat{Y|X=1}) - \mathbb{E}(\widehat{Y|X=0}) \approx 7.5$ . Lösung ist im R Code für die Simulationen auf:

<https://github.com/LJanys/Lehrvortrag-Materialien>



# Potential Outcome Framework

Potential Outcomes Framework (Rubin-Neyman): Für jedes Individuum  $i$  aus der Population der Größe  $n$  bezeichnet  $Y_i(X_i = x)$  die Zielgröße (*Outcome*) unter dem *Treatment*  $X_i$ , e.g

- $Y_i(X_i = 1)$ : Bruttostundenlohn von Individuum  $i$  mit Abitur. Kurz:  $Y_i(1)$
- $Y_i(X_i = 0)$ : Bruttostundenlohn von Individuum  $i$  mit Realschulabschluss. Kurz:  $Y_i(0)$
- $\tau_i : Y_i(1) - Y_i(0)$  Kausaler Effekt von  $X$  auf  $Y$  für Individuum  $i$

## Welche Fragen können wir jetzt beantworten?

$i$	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$	$X_i$	$Y_i$	$\tau_i = Y_i(1) - Y_i(0)$
1	28.11	11.89	1	28.11	16.22
2	19.37	13.07	1	19.37	6.3
3	11.98	12.92	1	11.98	-0.94
4	19.89	15.89	0	15.89	4
5	18.49	9.00	0	9.00	9.49
6	20.69	11.86	0	11.86	8.83
$\frac{1}{n} \sum$	19.76	12.44	–	16.04	$\hat{\tau} = 7.32$

- Könnten jetzt, z.B. den durchschnittlichen Treatment Effekt (ATE):  $\tau = \mathbb{E}[Y_i(1) - Y_i(0)]$  ausrechnen, den Treatment Effekt für bestimmte Quantile etc...
- Aber: In der Realität können wir nie das gleiche Individuum unter unterschiedlichen Treatments beobachten!

## Welche Fragen können wir jetzt beantworten?

$i$	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$	$X_i$	$Y_i$	$\tau_i = Y_i(1) - Y_i(0)$
1	28.11	-	1	36.11	?
2	19.37	-	1	19.37	?
3	11.98	-	1	11.98	?
4	-	15.58	0	9.58	?
5	-	9.00	0	9.00	?
6	-	11.86	0	11.86	?

- Können nicht  $\tau$  so wie oben definiert ausrechnen.
- Unter bestimmten Annahmen können wir trotzdem einige Größen berechnen die uns interessieren. Unter bestimmten Annahmen können wir den ATE:  $\tau = \mathbb{E}[Y_i(1) - Y_i(0)]$  schätzen mit  $\hat{\tau} = \mathbb{E}(\widehat{Y|X=1}) - \mathbb{E}(\widehat{Y|X=0})$



## Welche Fragen können wir jetzt beantworten?

$i$	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$	$X_i$	$Y_i$	$\tau_i = Y_i(1) - Y_i(0)$
1	28.11	-	1	28.11	?
2	19.37	-	1	19.37	?
3	11.98	-	1	11.98	?
4	-	15.58	0	15.58	?
5	-	9.00	0	9.00	?
6	-	11.86	0	11.86	?
<hr/>					
$\frac{1}{n} \sum$	$\mathbb{E}(\widehat{Y X=1}) = 19.82$	$\mathbb{E}(\widehat{Y X=0}) = 12.25$	-	16.04	$\hat{\tau} = \mathbf{7.57}$

- Können nicht  $\tau$  so wie oben definiert ausrechnen.
- Unter bestimmten Annahmen können wir trotzdem einige Größen berechnen die uns interessieren. Unter bestimmten Annahmen können wir den ATE:  
 $\tau = \mathbb{E}[Y_i(1) - Y_i(0)]$  schätzen mit  
 $\hat{\tau} = \mathbb{E}(\widehat{Y|X=1}) - \mathbb{E}(\widehat{Y|X=0})$

# Annahmen zur kausalen Interpretation

## Annahme: Unconfoundedness/strong ignorability

$X_i$  is *stark ignorierbar*, wenn  $X_i \perp\!\!\!\perp (Y_i(0), Y_i(1))$ : Treatment assignment ist so gut wie zufällig.

*Notiz: Diese Bedingungen lassen sich auch bedingt auf andere Kovariate formulieren, das ist hier der Einfachheit halber weggelassen worden.*

**Corona-Maßnahmen**

# War die Bundesnotbremse überflüssig?

Die Infektionszahlen sinken seit Wochen – welche Rolle das umstrittene Bundesgesetz dabei spielt.

EXKLUSIV FÜR  
ABONNENTEN

# War die Bundesnotbremse überflüssig?

“Bei den R-Werten wie sie vom Robert-Koch-Institut täglich bestimmt werden, ergibt sich seit September kein unmittelbarer Zusammenhang mit den getroffenen Maßnahmen - weder mit dem Lockdown-Light am 2. November und der Verschärfung am 16. Dezember 2020, noch mit der Bundesnotbremse, die Ende April 2021 beschlossen wurde.”<sup>a</sup>

---

<sup>a</sup>*Bewertung des Epidemie-Geschehens in Deutschland: Zeitliche Trends in der effektiven Reproduktionszahl*, Annika Hoyer, Lara Rad, Ralph Brinks (2021)

# War die Bundesnotbremse überflüssig?

Bei den R-Werten wie sie vom Robert-Koch-Institut täglich bestimmt werden, ergibt sich seit September kein unmittelbarer Zusammenhang mit den getroffenen Maßnahmen - weder mit dem Lockdown-Light am 2. November und der Verschärfung am 16. Dezember 2020, noch mit der Bundesnotbremse, die Ende April 2021 beschlossen wurde.<sup>a</sup>

*Die Gegner des Gesetzes interpretierten dies als Beleg für die Unwirksamkeit der neuen Regeln. "Neue Studie beweist - Lockdown und Notbremse waren unnötig" erklärte beispielsweise der bayerische Landesverband der AfD.<sup>a</sup>*

---

<sup>a</sup> *Bewertung des Epidemie-Geschehens in Deutschland: Zeitliche Trends in der effektiven Reproduktionszahl*, Annika Hoyer, Lara Rad, Ralph Brinks (2021)

---

<sup>a</sup> <https://www.zeit.de/2021/24/bundesnotbremse-corona-massnahmen-gesetz-infektionszahlen-effektivitaet>, 9.6.2021

# Zusammenfassung

Korrelation  $\nrightarrow$  Kausalität *und* keine Korrelation  $\nrightarrow$  keine Kausalität.

Größeres  $n$  hilft nicht: Fehlende Daten sind das Problem

Wir brauchen: Methoden bei denen es plausibel ist anzunehmen, dass der Assignment Mechanismus für  $X$  so gut wie zufällig ist.

Kausalität: wichtig bei der Evaluation von Effekten/Interventionen.

Im maschinellen Lernen wo eigentlich Vorhersage (prediction) im Vordergrund steht: kausale Inferenz auch hier zunehmend wichtig (Stichwort: Algorithmic Bias, Causal Inference in Data Science).

# Weiterführende Referenzen

## Kausale Inferenz:

Pearl, J., Glymour, M. and Jewell, N.P., 2016. *Causal inference in statistics: A primer*. John Wiley & Sons.

## Potential Outcomes und Average Treatment Effects:

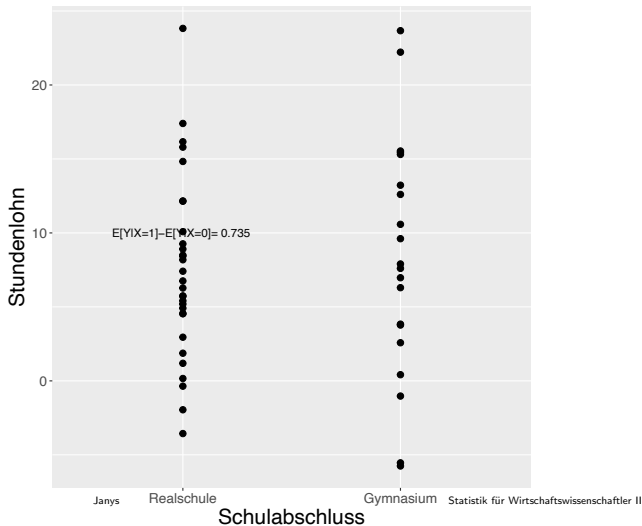
Angrist, J.D. and Pischke, J.S., 2008. *Mostly harmless econometrics: An empiricist's companion*. Princeton university press.

## Kausale Inferenz in KI und Data Science

Peters, J., Janzing, D. and Schölkopf, B., 2017. *Elements of causal inference: foundations and learning algorithms*. The MIT Press.

Obermeyer, Z., Powers, B., Vogeli, C. and Mullainathan, S., 2019. *Dissecting racial bias in an algorithm used to manage the health of populations*. Science, 366(6464), pp.447-45.

## Keine Korrelation $\rightarrow$ Keine Kausalität?



- Hier: der wahre kausale Effekt  $\tau = 7.5$
- Aber: der geschätzte Wert  
 $\hat{\tau} = E(\widehat{Y} | X = 1) - E(\widehat{Y} | X = 0) = 0.73$   
(und nicht statistisch signifikant unterschiedlich von Null).
- Warum: eine nicht observierbare Variable  $U$  ist negativ korreliert mit  $X$  und hat einen positiven Effekt auf  $Y$ .