אוקטובר 2006

מתמטיקה לפיזיקאים II – סמסטר ב' מועד ג'

פרופ' ליאור קליין

(10) 1. יש לבנות אקווריום זכוכית בצורת תיבה – 4 דפנות ותחתית. מה צריכות להיות מידות האקווריום אם נתון שהוא יכול להכיל לכל היותר 20 ליטר מים, שהמשקל ליחידת שטח של התחתית גדול פי 3 מהמשקל ליחידת שטח של 4 הדפנות, ושרוצים שמשקל האקווריום יהיה מינימאלי? (יש להניח שעובי התחתית והדפנות זניח)

(10) 2. תנועה של גוף כפונקציה של הזמן, t, נתונה ע"י $\vec{r} = t\hat{i} + \frac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2}\hat{j} + \frac{1}{2}t^2\hat{k}$. יש למצוא את מהירות הגוף ותאוצתו לכל זמן t ואת אורך המסלול שהוא עובר ב 10 השניות הראשונות (החל מ t=0).

(10) 3. נתונים שני מישורים x+2y+3z=2 ו x+y+z=1. מה זווית החיתוך בין המישורים ומה משוואת ישר החיתוך?

(10) 4. יש למצוא פתרון כללי של $y'' = 1 + x + \sin 2x e^{3x}$

(60) 5. יש לענות **רק** על 4 מתוך 5 הסעיפים (**פתרון חמישי לא ייבדק**).

א. נתון חרוט שבסיסו מעגל במישור xy בעל רדיוס a שמרכזו בראשית, וגובהו (בכיוון ציר z) הוא h. יש למצוא את שטח המעטפת שהיטלה על מישור xy הוא טבעת שרדיוסה הפנימי הוא r_1 ורדיוסה החיצוני r_2 (r_1 ו r_2 קטנים מ a) ?

ב. יש לחשב את $\iint_S \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot \vec{n} ds$ כאשר S הוא חלק המשטח $z^3 = 25 - x^2 - y^2$ הנמצא מעל מישור xy ו $\vec{F} = (x^2 - x^2 z)\hat{i} + (yz^3 - y^2)\hat{j} + (\sin x - y)\hat{k}$.

ג. יש לחשב את $\iint_{\sigma} \vec{F} \cdot \hat{n} ds$ כאשר σ מעטפת (כולל בסיסים) של קובייה שמרכזה בראשית, אורך כל אחת מצלעותיה הוא a והן מקבילות לצירים הראשיים, ו

$$\vec{F} = (yz + \sin yz)\hat{i} + (xz - y^2)\hat{j} + (z + 3yz)\hat{k}$$

ד. מה הנפח המתקבל מסיבוב המשולש שקדקדיו במישור xy נתונים ע"י (0,0) (1,2) ו (0,6) סביב הישר x+2y=20 ?

ה. יש למצוא את השטח הנמצא מחוץ לאזור התחום ע"י r=3+cosθ ובתוך האזור התחום ע"י r=2-cosθ.

(10) בונוס* - טמפרטורה במרחב נתונה ע"י Φ(x,y,z)=xy+xz. זבוב שעף במרחב זה מתקדם כך שבכל נקודה (x,y,z) הזבוב מתקדם בכיוון בו העלייה בטמפרטורה מכסימלית. יש למצוא את מסלול הזבוב אם נתון שבזמן t=0 הזבוב נמצא בנקודה (1,0,1).

בהצלחה !