16.7.09

מתמטיקה לפיזיקאים II – סמסטר ב' מועד א'

פרופ' ליאור קליין

(10)1. מסות במשקל של 1, 2 ו 3 ק"ג נמצאות במישור xy בנקודות (0,1) , (1,0) ו (2,3) בהתאמה. היכן חותך את מישור xy ציר סיבוב בכיוון z אשר סביבו מומנט האנרציה של 3 המסות מינימאלי?

(10) 2. נתון המשטח $z=2-x^2-y^2$. יש למצוא נקודה על פני המשטח בה המישור המשיק מקביל למישור $2x+y+2z=10$.

(10) 3. יש למצוא וקטור $\vec{u}$ שמקביל למישור $x-y+z=4$ וניצב לוקטור $\vec{v}=\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$?

(10) 4. יש למצוא את טור פוריה של הפונקציה $|x|$ המוגדרת בתחום $[-1,1]$.

(60) 5. יש לענות **רק** על 4 מתוך 5 הסעיפים (**פתרון חמישי לא ייבדק**).

א. יש לחשב את $\iint_G \vec{F}\cdot\vec{n}ds$ כאשר G הוא משטח הנתון ע"י $2z=10-xy$ עבור $x^2+y^2\le 1$ ו $\vec{F}(x,y,z)=<y,x,1>$.

ב. נתון החרוט $z^2=4(x^2+y^2)$ שבסיסו במישור $z=4$ ואשר צפיפות המסה שלו היא $\rho(x,y,z)=z\dfrac{x^2}{x^2+y^2}$. יש לחשב את מרכז המסה של החרוט.

ג. נתון המשטח S המתואר ע"י $z = 4 - 2\sqrt{x^2 + y^2}$ עבור $x^2 + y^2 \le 4$. יש לחשב את $\iint_S z^2(x^2 + y^2)ds$.

ד. יש לחשב את $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ כאשר $\vec{F} = (y^3 + \frac{2x+10}{100 + x^2 + x^7})\hat{i} + (x^3 + e^{y^3})\hat{j} + \hat{k}$,

והמסלול C נתון ע"י x(t)=sint y(t)=cost ו z(t)=2cost+3sint עבור $0 \le t \le 2\pi$.

ה. המשטח S הוא חלק מהמישור x+y+z=3 הנמצא בתוך הגליל $x^2+y^2=5$.

- מה גודל המשטח S? מה ערך האינטגרל $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} ds$ כאשר $\vec{F} = \hat{i} + x^2\hat{j} + y^2\hat{k}$.

(10) בונוס* - יש לחשב את $\int_C \frac{y^3 dx - xy^2 dy}{(x^2 + y^2)^2}$ כאשר C הוא היקף האליפסה

$x^2+3y^2=1$ בכיוון מנוגד לכיוון השעון. (רמז: זכרו את אופן הוכחת משפט גאוס).

בהצלחה !