26.8.10

מתמטיקה לפיזיקאים II – סמסטר ב' מועד ב'

פרופ' ליאור קליין

(10)1. יש למצוא 3 מספרים חיוביים שמכפלתם 10 אשר עבורם מקבלת הפונקציה f=2xy+ 2xz+yz ערך מכסימלי.

(10) 2. נתונה הפונקציה $f(x,y)=\sinh(x/y)$. יש למצוא את נגזרת הפונקציה בנקודה (1,1) לכיוון הראשית.

(10) 3. גוף נע בתאוצה של $\vec{a}(t)=\frac{1}{t}\hat{i}+t\hat{j}$. היכן הוא נמצא ב t=5 אם נתון שב t=0 הוא נמצא ב $\vec{r}(0)=\hat{i}+\hat{j}$ ושמהירותו בזמן t=0 היא $\vec{v}(0)=10\hat{i}$?

(10) 4. יש למצוא פיתוח של הפונקציה sinhx המוגדרת בתחום [0,1] בטור של קוסינוסים.

(60) 5. יש לענות **רק** על 4 מתוך 5 הסעיפים (**פתרון חמישי לא ייבדק**).

א. יש לחשב את $\iint_G \vec{F}\cdot\vec{n}ds$ כאשר G הוא חלק המישור x+y+z=1 עבורו $x,y,z\geq 0$ ו $\vec{F}(x,y,z)=<z,y,x>$.

ב. נתון כדור שמרכזו בראשית ורדיוסו 1 ואשר צפיפות המסה שלו היא $\rho(x,y,z)=z^2$. מה מסת הכדור ומה מומנט האנרציה שלו יחסית לציר z.

ג. נתון המשטח S שהוא משולש שקודקודיו (0,0,0) (1,0,1) ו (0,1,1). יש לחשב את $\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$ כאשר c הוא היקף המשטח S בכיוון המנוגד לכיוון השעון ו $\vec{F}=y^2\hat{i}+x^2\hat{j}+\hat{k}$.

ד. יש לחשב את $\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$ כאשר C הוא מסלול במישור xy בכיוון מנוגד לכיוון השעון על פני

היקף האליפסה $x^2/4+y^2=1$ מהנקודה (2,0) עד לנקודה (-2,0) ו

$\vec{F}=e^{\sin y}\hat{i}+2xe^{y^2}\hat{j}+10\hat{k}$.

ה. נתון המסלול $r=2+\cos\theta$ עבור $0\le\theta\le 2\pi$. יש לחשב את השטח התחום ע"י המסלול ואת הנפח שמתקבל מסיבוב גוף זה סביב ציר (רמז:פפוס).

(10) בונוס* :

א. יש להראות שגוף הנע בהשפעת כוח מרכזי נע במישור קבוע.

ב. יש לנסח ולהוכיח את חוק השטחים הזהים לגבי תנועת גוף בהשפעת כוח מרכזי.

בהצלחה !