3.9.12

מתמטיקה לפיזיקאים II – סמסטר ב' מועד ב'

פרופ' ליאור קליין

(10)1. יש למצוא ולאפיין את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x,y)=3xe^{y}-x^{3}-e^{3y}$

(10) 2. נתונה התפלגות טמפרטורה $T(x,y,z)=\dfrac{xyz}{1+x^{2}+y^{2}+z^{2}}$. מה קצב השינוי של הטמפרטורה בנקודה $(1,1,1)$ בכיוון ראשית הצירים?

(10) 3. מקומו של גוף לכל זמן t נתון ע"י $\vec{r}=<e^{t}\cos t, e^{t}\sin t, 4t^{2}>$. מה הזווית בין וקטור המהירות ווקטור התאוצה בכל זמן t?

(10) 4. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{\pi-x}{2}$ בתחום $(0,\pi)$. יש לפתח אותה בטור של סינוסים ולהעריך באמצעות הפיתוח את הסכום $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{2}}$.

(60) 5. יש לענות **<u>רק</u>** על 4 מתוך 5 הסעיפים (**<u>פתרון חמישי לא ייבדק</u>**).

א. יש לחשב את $\iint_{\sigma}\vec{F}\cdot\hat{n}\,ds$ כאשר σ הוא מעטפת של הגוף החסום מלמעלה ע"י המשטח z=2x ומלמטה ע"י המשטח $z=x^{2}+y^{2}$ ו $\vec{F}=x^{2}y\hat{i}-xy^{2}\hat{j}+(z+2)\hat{k}$.

ב. יש לחשב את $\oint_{c}\vec{F}\cdot d\vec{r}$ כאשר $\vec{F}=x^{2}y\hat{i}+x^{3}\hat{j}+z^{2}\hat{k}$ ו c הוא החיתוך של המשטח $z=x^{2}+y^{2}$ עם המישור z=y.

ג. יש לחשב את מומנט האנרציה של דיסקה בעלת רדיוס R וצפיפות $\sigma = 2r$ (כאשר r הוא המרחק ממרכז הדיסקה) עבור 3 צירי סיבוב: א) ציר סיבוב שהוא גם קוטר הדיסקה, ב) ציר סיבוב הנמצא במישור הדיסקה ומשיק לה, ג) ציר סיבוב הניצב לדיסקה והעובר דרך מרכזה.

ד. יש לחשב את את הנפח המתקבל ע"י סיבוב האליפסה $\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{9}=1$ סביב הישר x+2y=20.

ה. נתון המשטח S המתואר ע"י $z=(x^2+y^2)^{3/2}$ עבור $x^2+y^2\le 1$. יש לחשב את $\iint_S z^{1/3}(x^2+y^2)^{1/2}\,ds$.

(10) בונוס* - יש לחשב את $\iint_\sigma \vec{F}\cdot\hat{n}\;ds$ כאשר $\vec{F}(\vec{r})=\frac{c}{|\vec{r}|^3}\vec{r}+3\vec{r}$ ו σ משטח סגור כלשהו המקיף תחום שנפחו V הכולל את ראשית הצירים.

בהצלחה !