מתמטיקה לפיזיקאים II – סמסטר ב תשע"ד - מועד ג'

פרופ' ליאור קליין

(10) 1. יש למצוא מכסימום מוחלט ומינימום מוחלט של הפונקציה $f(x,y)=x^3-y^3$ בתחום שמקיים $x^2+y^2\le 1$ וגם $y\ge 0$.

(10) 2. יש למצוא את הזוית בין המישורים $x+2y+3z=1$ ו $3x-3y+z=1$.

(10) 3 . יש למצוא נקודה על המשטח $z=2x^2-3y^3$ בה המישור המשיק מקביל למישור $x+y+z=1$.

(10) 4. יש לפתח בטור פוריה את הפונקציה $f(x)=1-|x|$ בתחום $-1\le x\le 1$. יש להיעזר בפיתוח על מנת לחשב את **<u>אחד</u>** משני הסכומים הבאים $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^4}$.

(60) 5. יש לענות **<u>רק</u>** על 4 מתוך 5 הסעיפים (**<u>פתרון חמישי לא ייבדק</u>**).

א. יש לחשב את $\iint_{\sigma}\vec{F}\cdot\hat{n}\ ds$ כאשר σ הוא המשטח $z=e^{x^2+y^2}$ עבור $0\le x^2+y^2\le 1$ ו $\vec{F}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$. לוקטור היחידה $\hat{n}$ יש מרכיב z חיובי.

ב. נתון המשטח הסגור σ שהוא שטח הפנים של מנסרה משולשת. בסיס אחד של המנסרה המשולשת הוא משולש במישור xy שקודקודיו הם (1,0,0) (0,0,0) ו (0,1,0) והבסיס השני הוא משולש שקודקודיו הם (1,0,5) (0,0,5) ו (0,1,5) . יש לחשב את $\iint_{\sigma}\vec{F}\cdot\hat{n}\ ds$ כאשר נתון ש $\vec{F}=x^2y\hat{i}+xy^2\hat{j}+z^3\hat{k}$.

ג. יש לחשב את $\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$ כאשר המסלול C הוא היקף המשולש שקודקודיו הם

(2,0,0) (0,0,4) ו (0,1,0) ו $\vec{F}=(z+e^{\sin x})\hat{i}+(4x+y^5\tanh y)\hat{j}+\sin(z^5)\hat{k}$.

כיוון המסלול הוא מ (2,0,0) לכיוון (0,0,4).

ד. נתונה מעטפת של כדור שמרכזו בראשית ורדיוסו 1. צפיפות המסה המשטחית של הכדור היא $\sigma=\sigma_0\sin^2\theta\sin^2\varphi$ כאשר הזויות φ ו θ הן זוויות של קואורדינטות כדוריות. יש לחשב את המסה הכוללת של המעטפת.

ה. יש לחשב את $\iint_\sigma \vec{F}\cdot\hat{n}\ ds$ כאשר המשטח σ הוא חלק מעטפת האליפסואיד $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$ הנמצא מעל המישור xy ו $\vec{F}=2x\hat{i}-2y\hat{j}+3\hat{k}$.

(10) בונוס* - יש לחשב את $\int_C \frac{y^3dx-xy^2dy}{(x^2+y^2)^2}$ כאשר C הוא היקף האליפסה $x^2+3y^2=1$ בכיוון מנוגד לכיוון השעון. (רמז: זכרו את אופן הוכחת משפט גאוס).

בהצלחה !