

Trayectorias Cuánticas de Fluorescencia Resonante Intermitente

Kevin Martínez Franco*

Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas y Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Avenida Universidad 1001, 62209 Cuernavaca, Morelos, México

(Dated: August 8, 2023)

I. INTRODUCCIÓN

En esta Estancia investigué el problema de fluorescencia resonante intermitente, que describe la alternancia aleatoria entre períodos macroscópicos de emisión frecuente de fotones y períodos de nula emisión por un átomo excitado por un láser, usando la teoría de trayectorias de brincos cuánticos, que simula el proceso de fotoconteo de la fluorescencia.

II. OBJETIVO

Simular el foto conteo de fluorescencia resonante intermitente con el método de trayectorias cuánticas (Ecuaciones estocásticas de Schrodinger). Esto permite calcular las distribuciones de duracion de los periodos brillantes y oscuros.

A. Planteamiento del problema

Consideramos un solo átomo de tres niveles en el cual una transición es excitada por un láser a frecuencia Ω y desintonía Δ , pero el estado superior $|e\rangle$ tiene dos canales de decaimiento hacia el estado base $|g\rangle$: uno frecuente directamente a razón γ , y otro menos frecuente hacia un

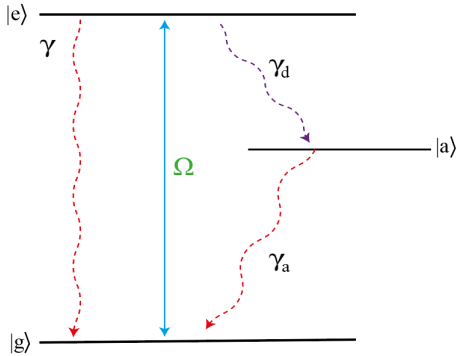


FIG. 1: Esquema del átomo de tres niveles interactuando con un láser monocromático y con decaimientos por emisión espontánea.

estado intermedio metaestable (de larga vida media) $|a\rangle$ a razón γ_d , que finalmente decae hacia $|g\rangle$ a razón γ_a ; ver Fig. 1. La relación entre estos decaimientos es tal que

$$\gamma \gg \gamma_d, \gamma_a. \quad (2.1)$$

Esto significa que la fluorescencia inducida por el láser se ve interrumpida por el decaimiento hacia el estado metaestable durante un tiempo macroscópico. Entonces, se produce una historia de períodos brillantes, en la cual el átomo emite muchos fotones, y períodos oscuros, donde no hay fluorescencia.

Es posible simular el proceso de fotoconteo de la fluorescencia en la computadora resolviendo el método de Trayectorias Cuánticas o de Función de Onda de Monte Carlo, en el que resolvemos una ecuación de Schrödinger estocástica con un Hamiltoniano no Hermitiano.

III. MARCO TEÓRICO Y RESULTADOS

El método teórico más común en problemas de interacción de átomos con láseres y el entorno del campo electromagnético que induce la emisión espontánea es el de ecuación maestra para el operador de densidad reducido del sistema atómico. El operador de densidad $\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ obedece la llamada ecuación maestra, $\dot{\rho} = -(i/\hbar)[H, \rho] + \mathcal{L}_D\rho$, donde

$$\mathcal{H} = \Delta \sigma_{eg} \sigma_{ge} + \frac{\Omega}{2} (\sigma_{eg} + \sigma_{ge}), \quad (3.1)$$

es el Hamiltoniano de la energía del átomo y su interacción con el láser, dada por la frecuencia de Rabi $\Omega = E_L d_{eg}/\hbar$ y con desintonía $\Delta = \omega_{eg} - \omega_L$. Los operadores $\sigma_j k j = |j\rangle\langle k|$ son operadores del átomo.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D\rho &+ \frac{\gamma}{2} (2\sigma_{ge}\rho\sigma_{eg} - \sigma_{eg}\sigma_{ge}\rho - \rho\sigma_{eg}\sigma_{ge}) \\ &+ \frac{\gamma_d}{2} (2\sigma_{ae}\rho\sigma_{ea} - \sigma_{ea}\sigma_{ae}\rho - \rho\sigma_{ea}\sigma_{ae}) \\ &+ \frac{\gamma_a}{2} (2\sigma_{ga}\rho\sigma_{ag} - \sigma_{ag}\sigma_{ga}\rho - \rho\sigma_{ag}\sigma_{ga}), \end{aligned} \quad (3.2)$$

es el superoperador de Lindblad, que representa los procesos de emisión espontánea de las tres transiciones.

Obtenemos las ecuaciones para cada uno de los elementos de matriz de ρ y resolvemos con un programa simple. Los elementos de la diagonal de la matriz representan la evolución de las poblaciones del átomo, las cuales mostramos en la Fig. 2. Podemos apreciar cómo

*Electronic address: hcastro@uaem.mx

la población del estado superior $|e\rangle$ muestra dos tipos de evolución: uno a tiempos cortos, con oscilaciones a frecuencia Ω y decaimiento rápido a razón $\sim \gamma$, y otro con decaimiento monótono muy lento a razón $\sim \gamma_a$. El segundo decaimiento indica que existe un proceso de atrapamiento en la evolución.

La naturaleza de promedio del operador de densidad oculta la evolución del átomo al ser excitado por el láser y la emisión espontánea en las varias transiciones, lo cual nos lleva a estudiar el problema, para el resto del proyecto, con el método estocástico de Trayectorias Cuánticas.

Hay dos intereses principales en de la aproximación con trayectorias, la primera siendo que nos da otra perspectiva del proceso de interacción átomo-luz mientras que la otra es que nos provee de una herramienta computacional eficiente.

La ecuación estocástica de Schrödinger a resolver es

$$|\dot{\Psi}\rangle = -iH_{\text{eff}}|\Psi\rangle, \quad (3.3)$$

donde H_{eff} es un Hamiltoniano efectivo no unitario y $|\Psi(t)\rangle$ y la función de onda no normalizada, dados por, respectivamente,

$$H_{\text{eff}} = H_0 - i\frac{\gamma}{2}\sigma_{ee} - i\frac{\gamma_d}{2}\sigma_{ee} - i\frac{\gamma_a}{2}\sigma_{aa}, \quad (3.4)$$

$$H_0 = \Delta\sigma_{eg}\sigma_{ge} + \frac{\Omega}{2}(\sigma_{eg} + \sigma_{ge}), \quad (3.5)$$

$$|\bar{\Psi}(t)\rangle = \bar{c}_g(t)|g\rangle + \bar{c}_e(t)|e\rangle + \bar{c}_a(t)|a\rangle. \quad (3.6)$$

Para implementar la ocurrencia de emisión de un fotón al tiempo t_j se calcula la probabilidad de emisión p_k para cada una de las transiciones,

$$p_k(t) = \delta t \langle \Psi_c(t) | \mathcal{C}_k^\dagger \mathcal{C}_k | \Psi_c(t) \rangle, \quad (3.7)$$

donde

$$\mathcal{C}_e = \sqrt{\gamma}\sigma_{ge}, \quad \mathcal{C}_d = \sqrt{\gamma_d}\sigma_{ae}, \quad \mathcal{C}_a = \sqrt{\gamma_a}\sigma_{ga}, \quad (3.8)$$

son operadores de colapso y $|\Psi_c(t)'\rangle$ es la función de onda (normalizada). Estas probabilidades deben ser comparadas con números aleatorios $r_k \in (0, 1)$. Si $p_k(t) > r_k$ se produce la emisión de un fotón; de lo contrario, la función de onda evoluciona de forma continua. Cada intervalo de tiempo se realiza esta comparación. Dada la condición $\gamma \gg \gamma_d, \gamma_a$, no hay “peligro” de que ocurra la emisión de dos o tres fotones en un intervalo de tiempo dt . Al ocurrir la emisión de un fotón continúa la evolución de la función de onda.

La Fig.2 muestra una trayectoria de la probabilidad de que el electrón ocupe el estado superior $|e\rangle$. Vemos que existen densos períodos de oscilaciones interrumpidas por las emisiones de fotones (líneas verticales) seguidos de períodos sin oscilaciones, en los que el electrón ocupa el estado metaestable (sin emisión de fotones).

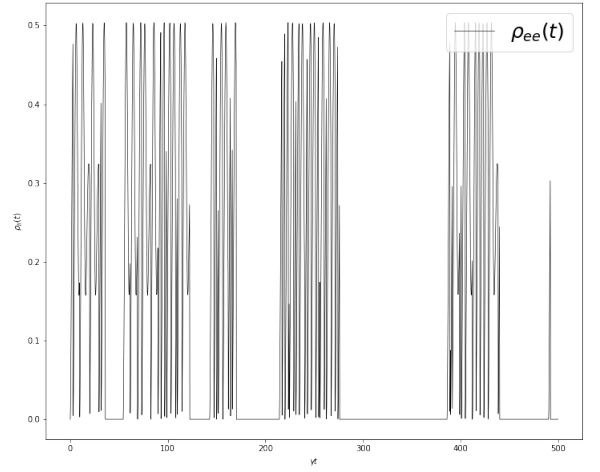


FIG. 2: Una trayectoria o historia de la población del estado superior del átomo, mostrando períodos brillantes (alta densidad de emisiones) y períodos oscuros (cero emisiones.) INSET o inciso mostrando unas cuantas oscilaciones de Rabi y brinco

La Fig.3 muestra el promedio de muchas trayectorias (ensamble) reproduciendo el resultado del cálculo de ecuación maestra. La discontinuidad de cada historia desaparece, pero se guarda información de la existencia de la intermitencia en el decaimiento lento a tiempos largos.

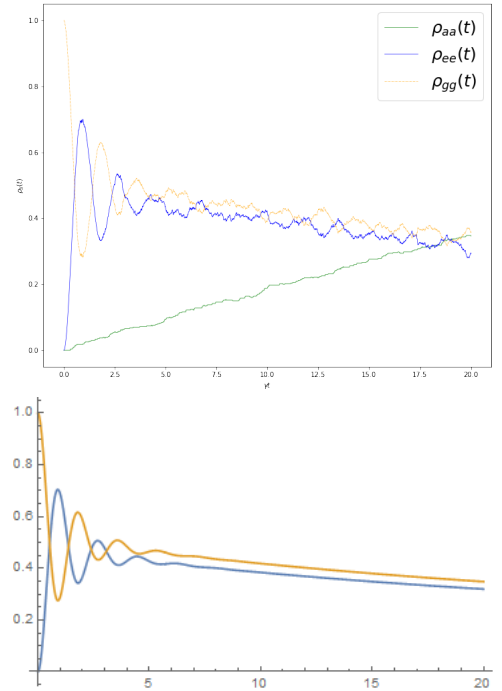


FIG. 3: Promedio de 500 trayectorias para población del estado superior del átomo y comparación con el resultado de la ecuación maestra.

A. Periodos brillantes y oscuros

El programa en Python simula una historia de fotoemisiones, registramos las duraciones de períodos brillantes y oscuros y obtuvimos las distribuciones de dichos períodos.

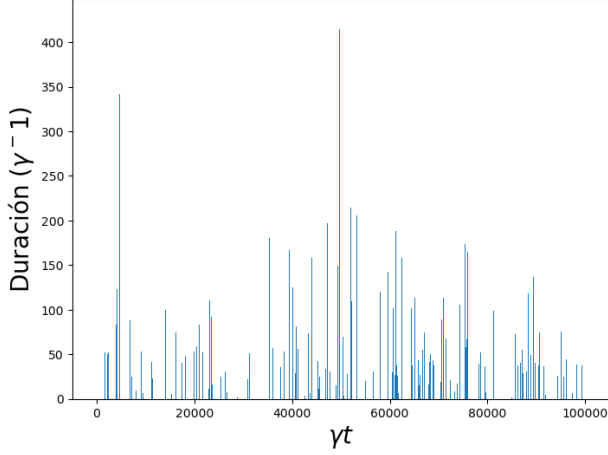


FIG. 4: Duración (en unidades γ^{-1}) de los períodos oscuros de una trayectoria. Cada línea está ubicada en el centro del período.

La Fig.4 muestra la duración de periodos oscuros y el momento en el que ocurren.

Utilizando una teoría de telégrafo aleatorio [6] es posible encontrar la duración promedio de los períodos brillantes T_B y oscuros T_O [4, 5].

$$T_O = \gamma_a^{-1}, \quad T_B = \frac{2\Omega^2 + \gamma^2 + 4\Delta^2}{\gamma_d \Omega^2}. \quad (3.9)$$

así como las distribuciones de ellos [7]

$$P_O = \frac{1}{T_O} e^{-t/T_O}, \quad P_B = \frac{1}{T_B} e^{-t/T_B}. \quad (3.10)$$

En la Fig.5 mostramos la distribución de períodos oscuros y brillantes obtenida de la figura anterior.

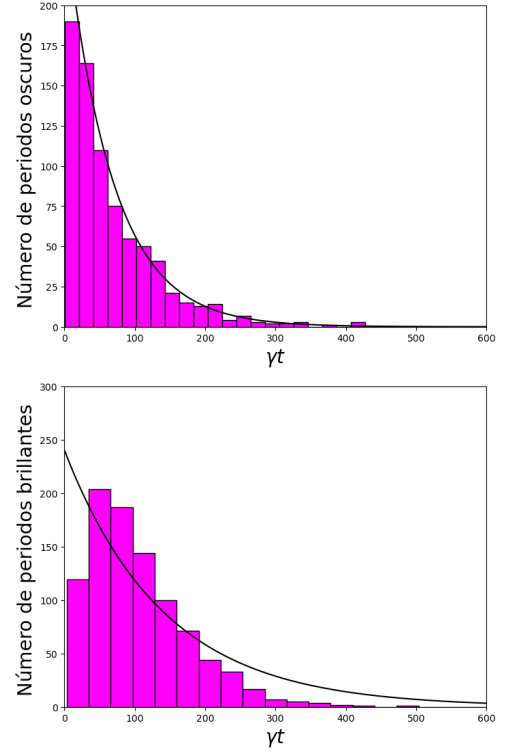


FIG. 5: Distribución de las duraciones de los períodos oscuros de una trayectoria.

IV. CONCLUSIÓN

Analizando los resultados y comparándolos con las distribuciones y la forma de calcular los promedios de los tiempos brillantes y oscuros la simulación computacional se aproxima a las predicciones teóricas. Todo este trabajo me permitió el aprendizaje y aplicación de herramientas de la óptica cuántica en fenómenos físicos de la interacción átomo láser, tanto en la teoría como en lo computacional.

Referencias Bibliográficas

- [1] H. J. Carmichael, *An Open Systems Approach to Quantum Optics* (Springer-Verlag, Berlin, 1993).
- [2] H. J. Carmichael, *Statistical Methods in Quantum Optics 1: Master Equations and Fokker-Planck Equations* (Springer-Verlag, Berlin, 1999).
- [3] J. Dalibard, Y. Castin, and K. Molmer, Phys. Rev. Lett. **68**, 580 (1992).
- [4] J. Evers and Ch. H. Keitel, Phys. Rev. A **65**, 033813 (2002).
- [5] H. M. Castro-Beltran, R. Roman-Ancheyta, and L. Gutierrez, Phys. Rev. A **93**, 033801 (2016).
- [6] D. T. Pegg and P. L. Knight, "Interrupted fluorescence, quantum jumps, and wave-function collapse," Phys. Rev. A **37**, 4303 (1988).
- [7] M. B. Plenio and P. L. Knight, Rev. Mod. Phys. **70**, 101 (1997).