Probabilités discrètes

Terminale S

Rappel sur les probabilités et variables aléatoires

$P(\varnothing) = 0$; $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$; $P(\Omega) = 1$; $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$; $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Espérance : $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i)$; Variance : $V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 P(X = x_i)$; Écart-type : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Loi de Bernoulli

Expérience qui n'a que deux issues possibles : « succès » de probabilité p et « échec » de probabilité $1 - p$

Notation : $\mathcal{B}(p)$

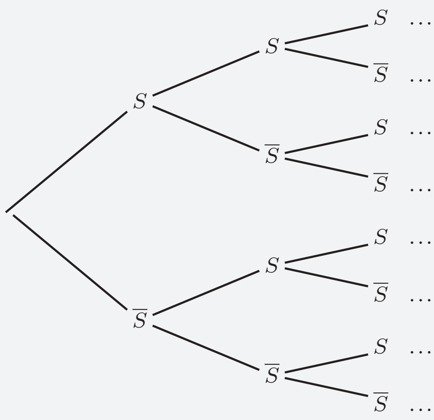
$P(X = 1) = p$ et $P(X = 0) = 1 - p$

$E(X) = p$

$V(X) = p(1 - p)$

$\sigma(X) = \sqrt{p(1 - p)}$

Arbre pondéré de la loi binomiale



Loi binomiale

Répétition de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. X est égale au nombre de succès.

Notation : $\mathcal{B}(n; p)$; $q = 1 - p$

$P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times q^{n-k}$

$E(X) = np$

$V(X) = npq$

$\sigma(X) = \sqrt{npq}$

Probabilités conditionnelles

Probabilité conditionnelle de l'évènement B sachant que l'évènement A est réalisé : $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$ avec $P(A) \neq 0$

Cas d'équiprobabilité sur Ω : $P_A(B) = \dfrac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(A)}$

Probabilités composées : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A)$

Probabilités totales avec $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ formant une partition de Ω :

$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \cdots + P(A_n \cap B)$

$P(B) = P(A_1)P_{A_1}(B) + P(A_2)P_{A_2}(B) + \cdots + P(A_n)P_{A_n}(B)$

Indépendance de deux événements

A et B indépendants

$\iff P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$\iff P_A(B) = P(B)$

$\iff P_B(A) = P(A)$

A et B indépendants

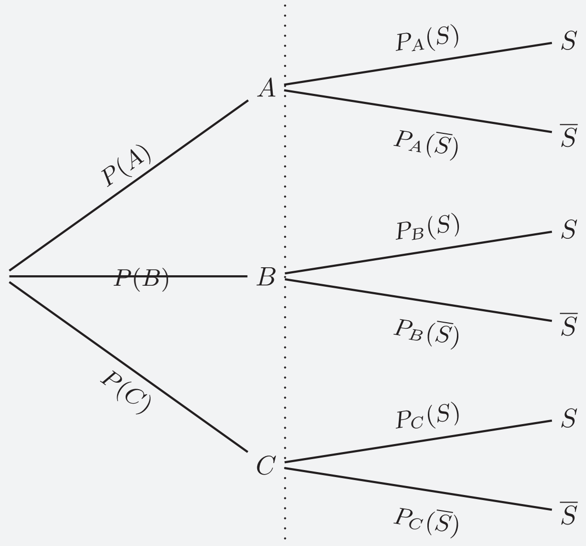
$\iff \overline{A}$ et B indépendants

$\iff A$ et $\overline{B}$ indépendants

$\iff \overline{A}$ et $\overline{B}$ indépendants

Arbre de probabilité

probabilités simples — *probabilités conditionnelles* — *probabilités composées* — *probabilités totales*



$P(A \cap S) = P(A) \times P_A(S)$

$P(A \cap \overline{S}) = P(A) \times P_A(\overline{S})$

$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S)$

$P(B \cap \overline{S}) = P(B) \times P_B(\overline{S})$

$P(C \cap S) = P(C) \times P_C(S)$

$P(C \cap \overline{S}) = P(C) \times P_C(\overline{S})$

$P(S) = P(A \cap S) + P(B \cap S) + P(C \cap S)$

$P(\overline{S}) = P(A \cap \overline{S}) + P(B \cap \overline{S}) + P(C \cap \overline{S})$