TERMINALE S
MATHÉMATIQUES

2018-2019

EXERCICES RÉVISION BAC BLANC

8 Décembre 2018

⚠ **Matériel autorisé :** *Calculatrice graphique*

Exercice 1 (dérivées)

Pour chaque fonction suivante, donner sa dérivée sur son domaine de définition que l'on donnera :

a. $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$

b. $g(x) = (4x + 7)(7x + 10)$

c. $h(x) = \frac{3x-4}{2x+1}$

d. $i(x) = e^{7x-4}$

e. $j(x) = (5x^2 + 2)e^{3x-5}$

Exercice 2 (triangles complexes, **3pts**)

On munit le plan du repère orthonormée $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1. On considère l'équation :

$$(E) : \quad z^2 - 6z + c = 0$$

où c est un réel strictement supérieur à 9.

   a. Justifier que (E) admet deux solutions complexes non réelles.

   b. Justifier que les solutions de (E) sont $z_A = 3 + i\sqrt{c-9}$ et $z_B = 3 - i\sqrt{c-9}$

2. On note A et B les points d'affiches respectives z_A et z_B.
Justifier que le triangle OAB est isocèle en O.

3. Démontrer qu'il existe une valeur du réel c pour laquelle le triangle OAB est rectangle et déterminer cette valeur.
Indication : Déterminer OA, OB, BA tel que $BA^2 = OA^2 + OB^2$

Exercice 3 (Un problème de cétacés, **5pts**)

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3000 cétacés dans cette réserve au 1er juin 2017. Il est inquiet car il sait que le classement de la zone en « réserve marine » ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés de cette réserve devient inférieur à 2000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel, chaque année :

— entre le 1er juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve marine ;

— entre le 1er novembre et le 31 mai, la réserve subit une baisse de 5 % de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui précède.

On modélise l'évolution du nombre de cétacés par une suite (u_n). Selon ce modèle, pour tout entier naturel n, u_n désigne le nombre de cétacés au 1er juin de l'année $2017 + n$. On a donc $u_0 = 3000$.

a) Justifier que $u_1 = 2926$.

b) Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,95u_n + 76$.

c) À l'aide d'un tableur, on a calculé les 8 premiers termes de la suite (u_n). Le directeur a configuré le format des cellules pour que ne soient affichés que des nombres arrondis à l'unité.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7
2	u_n	3000	2926	2856	2789	2725	2665	2608	2553

Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C2 afin d'obtenir, par recopie vers la droite, les termes de la suite (u_n) ?

d) (i) Démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 1520$.

(ii) Démontrer que la suite (u_n) est décroissante.

(iii) Justifier que la suite (u_n) est convergente. On ne cherchera pas ici la valeur de la limite.

e) On désigne par (v_n) la suite définie par, pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 1520$.

(i) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme.

(ii) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1480 \times 0,95^n + 1520$.

(iii) Déterminer la limite de la suite (u_n).

f) Recopier et compléter l'algorithme suivant pour déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés présents dans la réserve marine sera inférieur à 2000.

$n \leftarrow 0$
$u \leftarrow 3000$
Tant que ...
$\quad n \leftarrow \ldots$
$\quad u \leftarrow \ldots$
Fin de Tant que

La notation « $\leftarrow$ » correspond à une affectation de valeur, ainsi « $n \leftarrow 0$ » signifie « Affecter à n la valeur 0 ».

g) La réserve marine fermera-t-elle un jour ? Si oui, déterminer l'année de la fermeture.

Exercice 4 (Intersection de courbes, **5pts**)

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit a un nombre réel strictement positif.

On note Δ_a la droite d'équation $y = ax$ et Γ la courbe représentative de la fonction exponentielle dans le repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Le but de cet exercice est de déterminer le nombre de points d'intersection de Γ et Δ_a suivant les valeurs de a.

Pour cela. on considère la fonction f_a définie pour tout nombre réel x par

$$f_a(x) = \mathrm{e}^x - ax.$$

On admet pour tout réel a que la fonction f_a est dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

a) **Étude du cas particulier** $a = 2$

La fonction f_2 est donc définie pour tout x réel par $f_2(x) = \mathrm{e}^x - 2x$.

(i) Étudier les variations de la fonction f_2 sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variations sur $\mathbb{R}$ (*on ne demande pas de déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition.*

(ii) En déduire que Γ et Δ_2 n'ont pas de point d'intersection.

b) **Étude du cas général où a est un réel strictement positif**

(i) Déterminer les limites de la fonction f_a en $+\infty$ et en $-\infty$.

(ii) Étudier les variations de la fonction f_a sur $\mathbb{R}$. Montrer alors que le minimum sur $\mathbb{R}$ de la fonction f_a est $a - a \ln a$.

(iii) Étudier le signe de $a - a \ln a$ suivant les valeurs du nombre réel strictement positif a.

(iv) Déterminer selon les valeurs du réel a le nombre de points communs à Γ et Δ_a.