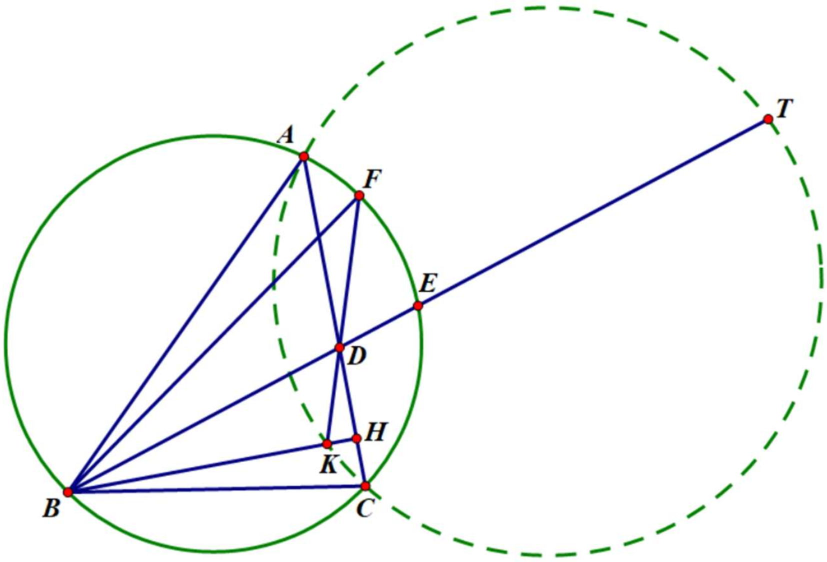
第一届 SKTMO

截止日期：**2022.1.12**

一.（30分）

如图，在ΔABC中，$BH\perp AC$于H，BT平分$\angle ABC$，交AC于D，交ΔABC外接圆于E，且$BE=ET$，BF为ΔABC外接圆的一条直径，FD交BH于K，求证：A, K, C, T共圆



二.(30分)
求实数M的最大值，使得对于任意正整数a,b,c,d,均有S≥M，其中：

$$S=\frac{7a}{2b+3c+5d}+\frac{4b}{a+3c+5d}+\frac{2c}{a+2b+5d}+\frac{d}{a+2b+3c}$$

三(40分).

初一(9)班的49名同学们刚完成期中测试，分数居然各不相同。他们班的班主任要召开家长会，家长们坐在7×7的座位中。假设一个家长如果发现，自己相邻(前后左右)的家长的孩子的分数至多有一个人比她自己孩子的分数高，那么她会对自己的儿子感到满意，否则则不满意。他们班的心理老师希望通过调整座位，使得尽可能多的家长对自己的孩子感到满意。那么请问，心理老师最多可以使多少家长对孩子满意？

四(50分).

设数列a_n满足$a_1=2$,且

$$a_n=2^n-\sum_{d|n\text{且}d\neq n} a_d$$

求证:$n|a_n$