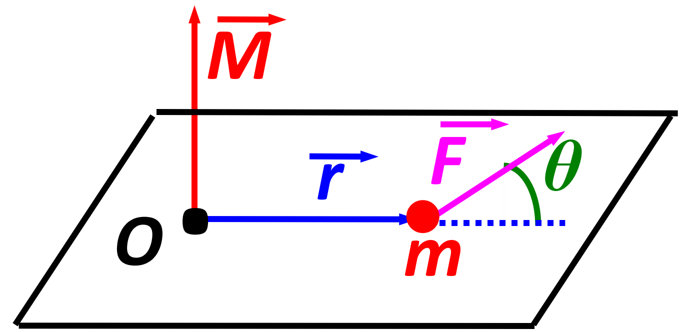
1、力对参考点O的力矩：

$$\boxed{\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}}$$

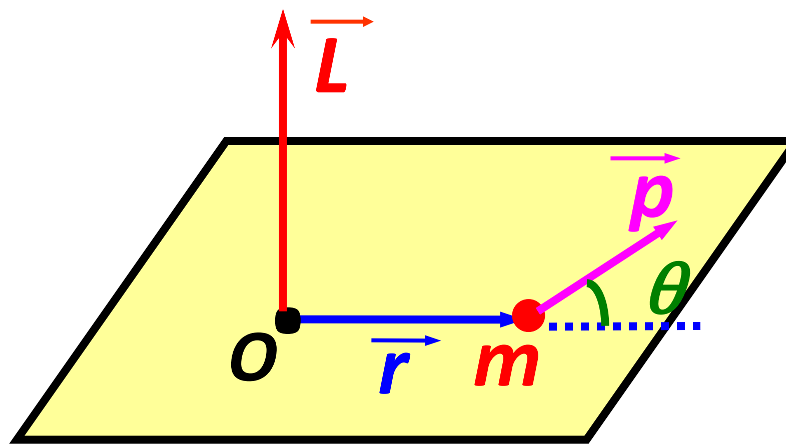


大小：$M=rF\sin\theta$

方向：垂直于 $\vec{r}$，$\vec{F}$平面，且满足右手螺旋

2、角动量的定义：

$$\boxed{\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times(m\vec{v})}$$



大小：$L=rp\sin\theta=rm\mathrm{v}\sin\theta$

方向：$\perp\vec{r},\vec{p}(\vec{\mathrm{v}})$决定的平面（右螺旋）

3、质点角动量定理

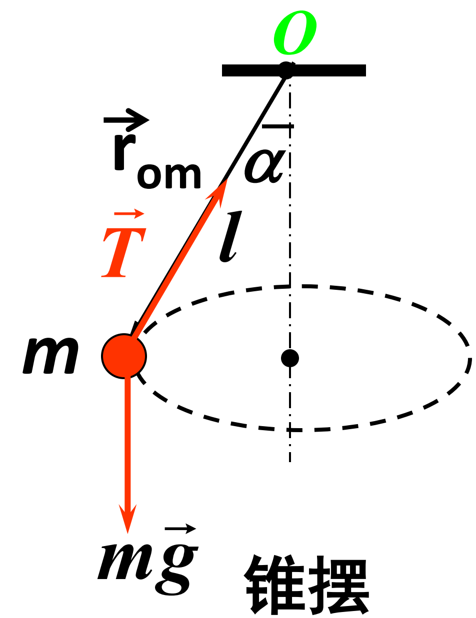
$$\boxed{\vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}}$$

角动量定理:质点所受的合外力矩等于它的角动量对时间的变化率。

例4：锥摆的力矩

对参考点O：　$\vec{r}_{om}\times\vec{T}=0$

$$\vec{r}_{om}\times m\vec{g}\neq 0$$

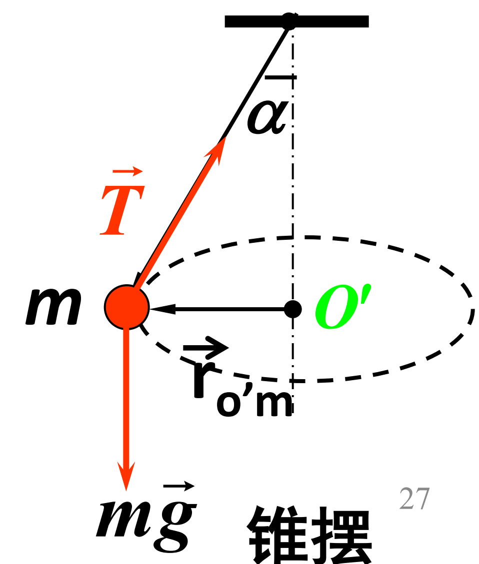


合力矩不为零，角动量变化。

对参考点O'点：$\vec{r}_{o'm}\times\vec{T}\neq 0$

$$\vec{r}_{o'm}\times m\vec{g}\neq 0$$

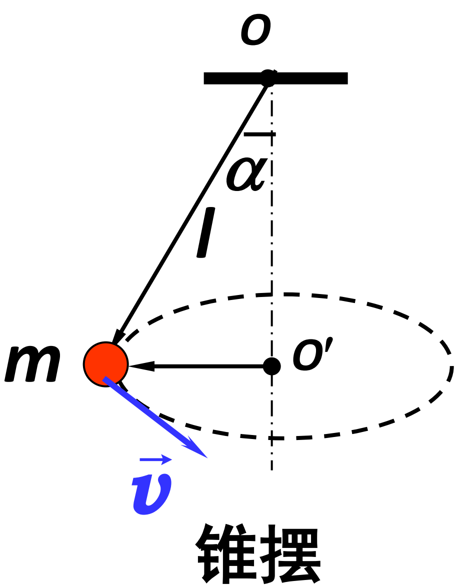
$$\vec{r}_{o'm}\times m\vec{g}=-\vec{r}_{o'm}\times\vec{T}$$



合力矩为零，角动量大小、方向都不变。

合力不为零，动量改变！

例：锥摆的角动量



$$\vec{L}_O = \vec{r}_{om} \times m\vec{v} \begin{cases} L_O = lmv \\ \text{方向变化} \end{cases}$$

$$\vec{L}_{O'} = \vec{r}_{o'm} \times m\vec{v} \begin{cases} L_{O'} = lmv\sin\alpha \\ \text{方向竖直向上不变} \end{cases}$$

注： 同一质点的同一运动，其角动量却可以随固定点的不同而改变。

例5 某单位质量的质点受到力 $\vec{F}$ 的作用

$$\vec{F}=\left(4t^2-5t\right)\vec{i}+\left(10t-6\right)\vec{j}$$

其中t是时间，且t=0时质点位于坐标原点，且初速度为0。

求t=2s时质点对原点的力矩和角动量。

解： 根据牛顿第二定律 $\vec{F}=m\vec{a}$ 得到，加速度 $\vec{a}=\left(4t^2-5t\right)\vec{i}+\left(10t-6\right)\vec{j}$

t时刻，物体的速度 $\vec{v}=\int_0^t\vec{a}dt=\left(\frac{4}{3}t^3-\frac{5}{2}t^2\right)\vec{i}+\left(5t^2-6t\right)\vec{j}$

t时刻，物体的位置矢量 $\vec{r}=\int_0^t\vec{v}dt=\left(\frac{1}{3}t^4-\frac{5}{6}t^3\right)\vec{i}+\left(\frac{5}{3}t^3-3t^2\right)\vec{j}$

当t=2s时， $\vec{r}=-\frac{4}{3}\vec{i}+\frac{4}{3}\vec{j}$ $\quad \vec{F}=6\vec{i}+14\vec{j}$ $\quad \vec{p}=m\vec{v}=\frac{2}{3}\vec{i}+8\vec{j}$

质点对坐标原点的力矩 $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=\left(-\frac{4}{3}\vec{i}+\frac{4}{3}\vec{j}\right)\times\left(6\vec{i}+14\vec{j}\right)=-\frac{80}{3}\vec{k}$(N m)

质点对坐标原点的角动量 $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\left(-\frac{4}{3}\vec{i}+\frac{4}{3}\vec{j}\right)\times\left(\frac{2}{3}\vec{i}+8\vec{j}\right)=-\frac{104}{9}\vec{k}$ (kg m^2/s)

角动量守恒

$\boxed{\text{若}\vec{M}=0\text{，则}\vec{L}=\text{常矢量。}}$ ——质点角动量守恒定律

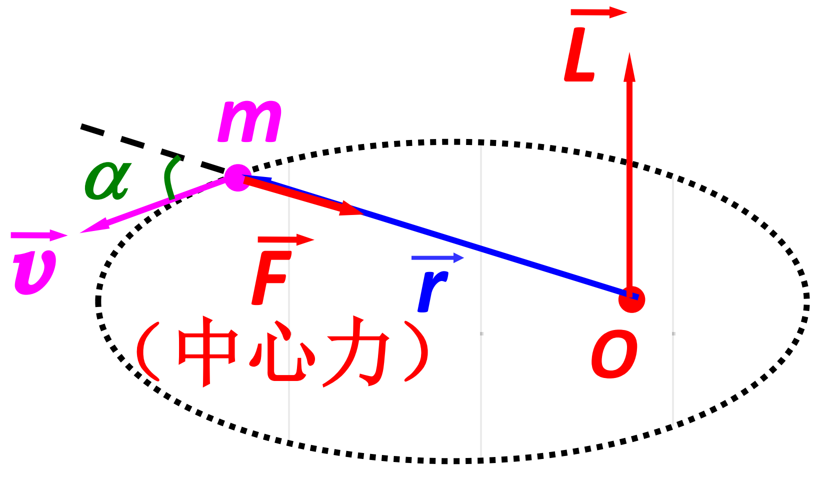
$$\vec{M}=0\begin{cases}\vec{F}=0\\ \vec{F}\text{过}O\text{点：中心力(如行星受到恒心的万有引力)}\end{cases}$$

$$\boxed{\vec{M}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}}\xrightarrow{\vec{M}=0}\vec{L}=\text{常矢量}$$

角动量守恒定律是物理学的基本定律之一，它不仅适用于宏观体系，也适用于微观体系，而且在高速低速范围均适用。

质点角动量守恒特征：

$\vec{L} = \vec{r} \times (m\vec{\mathrm{v}})$ =常矢量

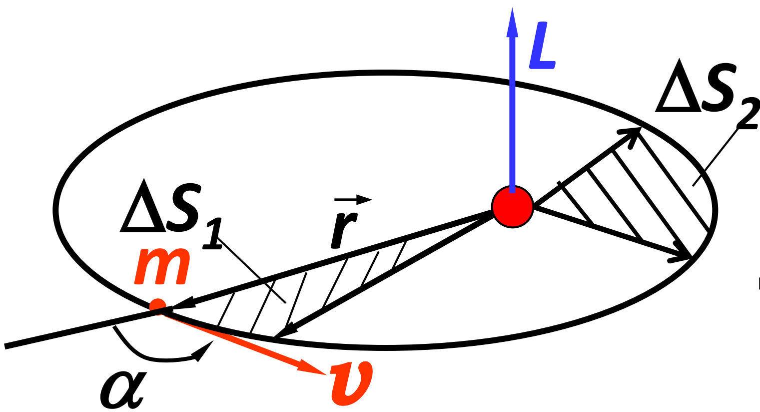


(1) $mv\,r\,\sin\alpha = \text{const.}$;

(2) 轨道在同一平面内。

例5：角动量守恒定律可导出行星运动的开普勒第二定律：行星对太阳的径矢在相等的时间内扫过相等的面积.

假设Δt_1时间径矢扫过面积ΔS_1， Δt_2时间径矢扫过面积ΔS_2，如果$\Delta t_1 = \Delta t_2$，则$\Delta S_1 = \Delta S_2$？



$$L = mv \cdot r \sin\alpha = \text{常数}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} = \text{常量}$$

力对定点O的**力矩**：$\boxed{\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}}$

角动量：$\boxed{\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times(m\vec{v})}$

质点角动量定理 $\boxed{\vec{M}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}}$

作业： 3. 1

3. 3 （1）（2）

3. 7