

# 华东师范大学期中考试试卷

2011—2012 学年第一学期

## 一. 填空题

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$
2. 若  $f'(x_0) = -3$ , 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - 3h)}{h} = \underline{\hspace{2cm}}.$
3. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-3} \right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$
4. 曲线  $y = (x+1)e^x$  在  $(0,1)$  处的切线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}.$
5. 方程  $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} = 0$  有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个实根.

## 二. 解答题

1. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arcsin x}{\sin^3 x}.$
2. 讨论函数  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2)x}{nx^2 + 10}$  的间断点及类型..
3. 设  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} [(2-5x)(1+ax) + b] = 3$  求  $a, b$  的值.
4. 设  $\begin{cases} x = \frac{t^2}{2} \\ y = 1-t \end{cases}$ , 求  $\frac{d^2 y}{dx^2}.$
5. 设  $y = \arctan \frac{1-x^2}{1+x^2}$ , 求  $dy.$
6. 求  $y = x \ln \left( e + \frac{1}{x} \right)$  ( $x > 0$ ) 的渐近线.
7. 求  $f(x) = x^2 \ln(1+x)$  在  $x=0$  处的  $n$  阶导数  $f^{(n)}(0)$  ( $n \geq 3$ ).

## 三. 综合题

1. 设  $0 < a_1 < 1$ ,  $a_{n+1} = a_n(2-a_n)$ ; 证明数列  $\{a_n\}$  收敛, 并求此极限.
2. 证明, 当  $p > 1$  时, 有不等式,  $\frac{1}{2^{p-1}} \leq x^p + (1-x)^p \leq 1$  ( $0 \leq x \leq 1$ ).

3. 求函数  $y = x^2 - \frac{2}{x}$  的单调区间、极值点和极值、凹凸区间、拐点、渐近线，并作草图.