大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

Part 1

电磁感应

(Electromagnetic Induction)

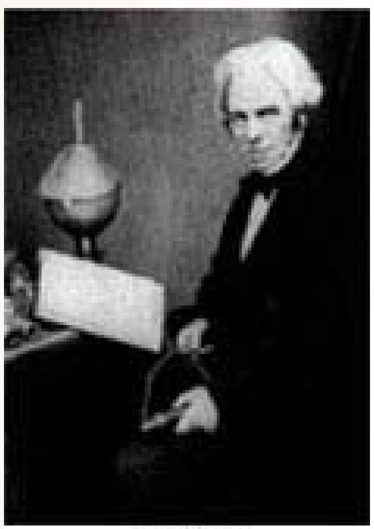
§ 7.1法拉第电磁感应定律

1820　奥斯特　电流磁效应

对称性 → 磁的电效应？

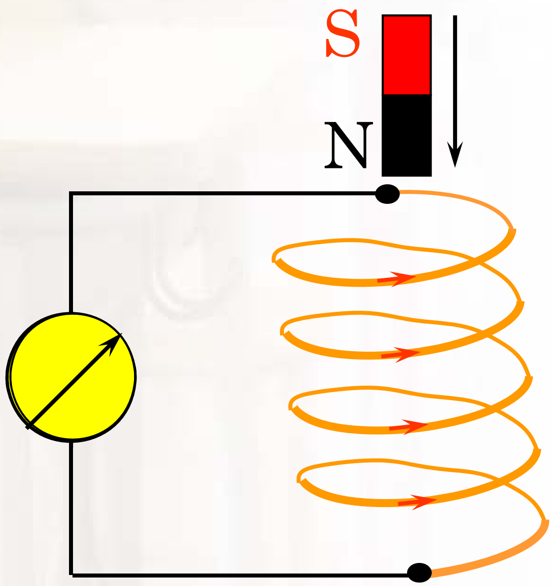
→ 法拉第电磁感应定律

丹麦物理学家
奥斯特(1777—1851)

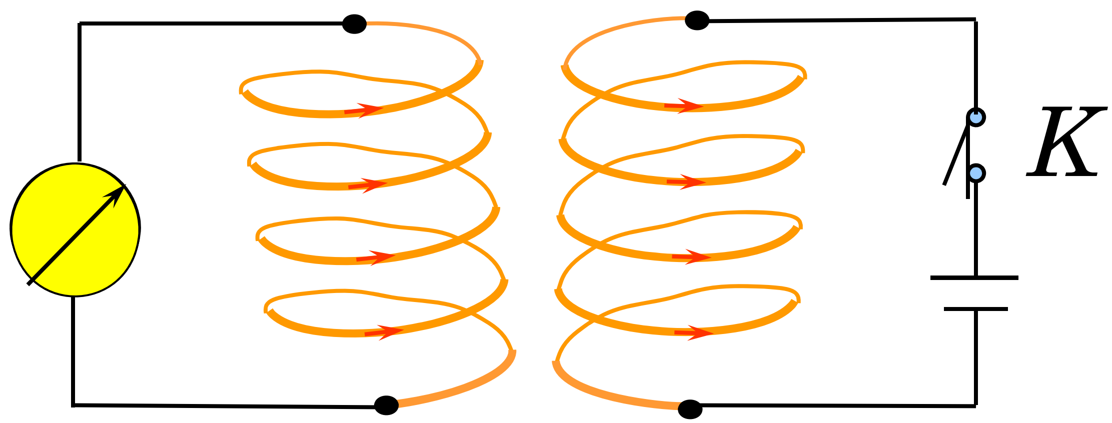


法拉第

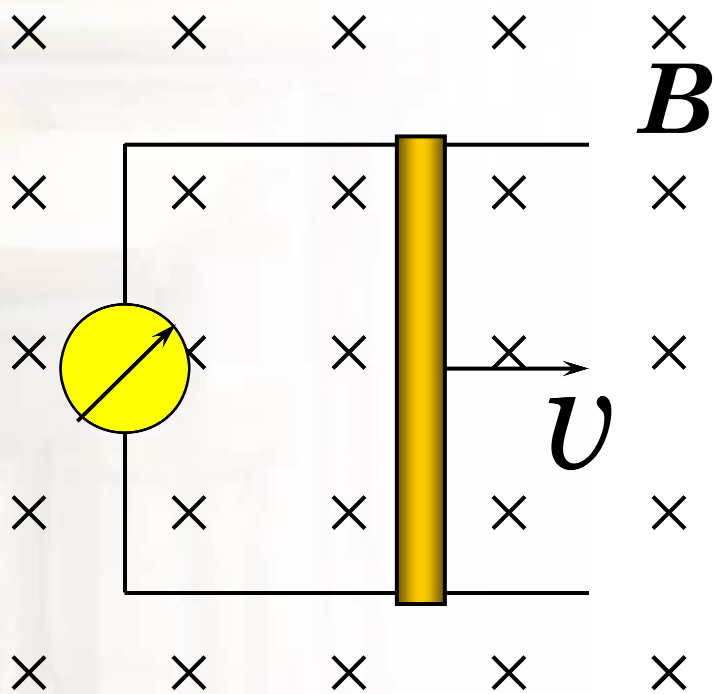
一、电磁感应的基本现象

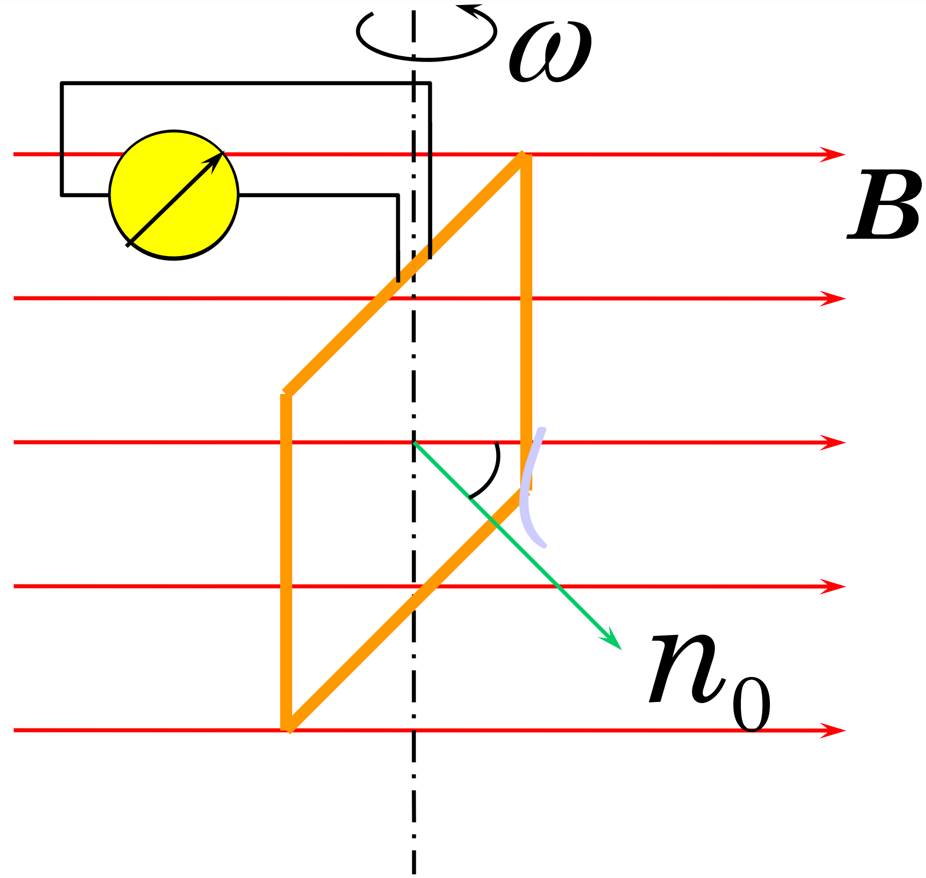


***B*变**



***B*变**





*S*变　　　　*θ*变

- 规律：线圈中的**B**、面积**S**、两者的夹角θ变化

  都会使线圈中产生电流

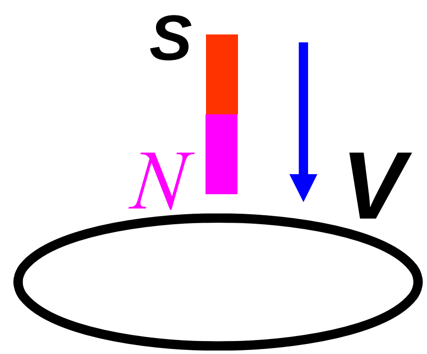
- 电磁感应现象：当通过一个闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，不管这种变化是由于什么原因产生的，回路中就会有电流出现。

- 感应电动势：由于回路的磁通量发生变化而引起的电动势。

变 Φ_m $\longrightarrow$ 感应电流I

本质 $\searrow$ 感应电动势$\mathcal{E}$

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}$$

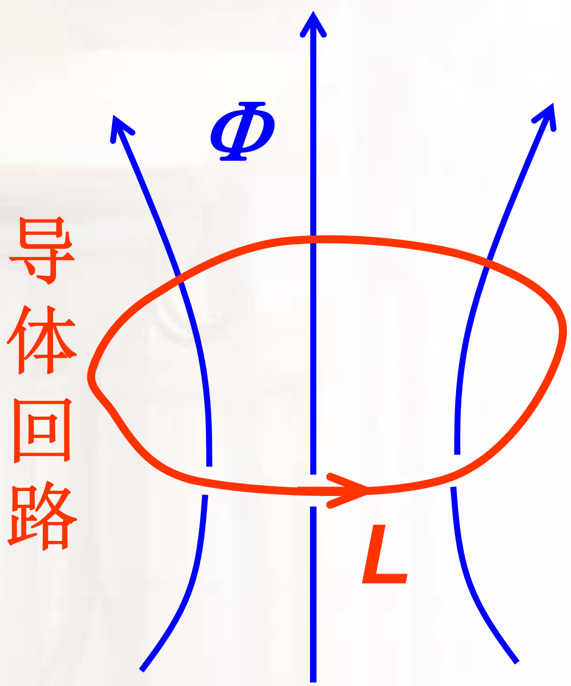


将磁铁插入非金属环中，环内有无感应电动势？有无感应电流?

有感应电动势存在，因**R=∞**而无感应电流。

一. 感应电动势

法拉第于1831年总结出规律：

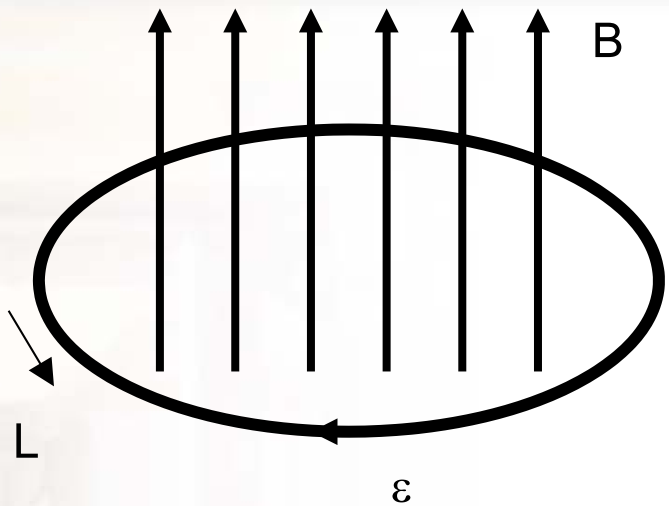


感应电动势 $\boxed{\varepsilon = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$

感应电动势的大小和通过导体回路的磁通量的变化率成正比

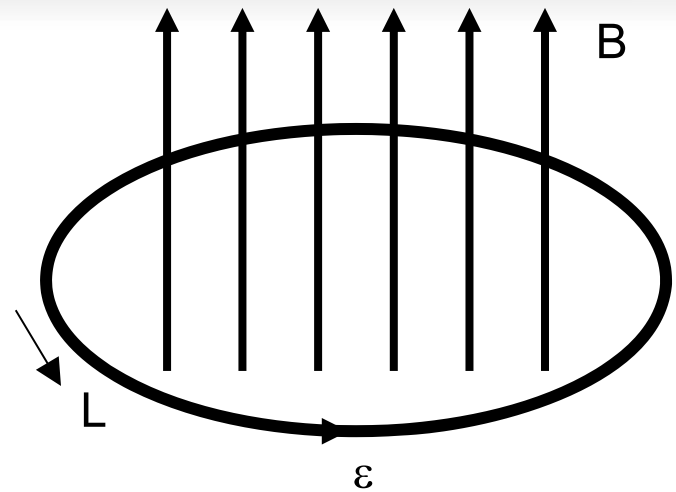
正方向约定：Φ 正向与回路 L 的正绕向成右手螺旋关系。

在此约定下， 式中的负号反映了楞次定律 （**Lenz law**）。



磁通量增大 $\Delta\Phi > 0, \varepsilon < 0$

ε 与 *L* 反向



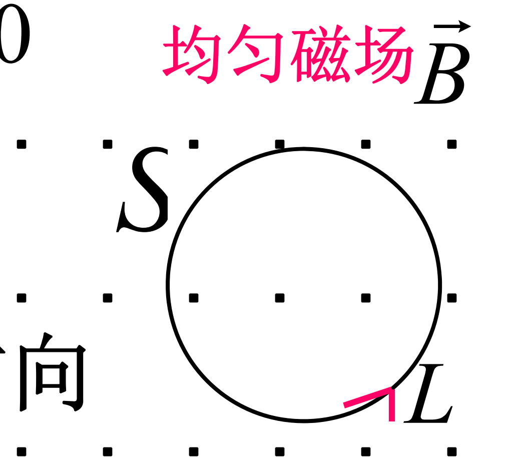
磁通量减小 $\Delta\Phi < 0, \varepsilon > 0$

ε 与*L* 同向

1834年楞次提出一种判断感应电流的方法，再由感应电流来判断感应电动势的方向。

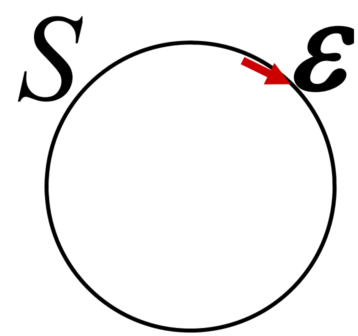
闭合回路中感应电流的方向总是使得它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化。

如均匀磁场 $\vec{B}$ $\dfrac{dB}{dt}>0$



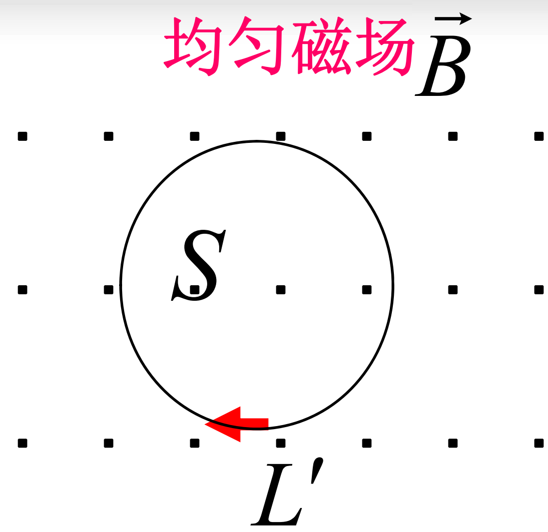
求：回路中的电动势

- 若绕行方向取如图所示的回路方向
- 磁力线方向与绕行方向成右螺，则磁通量为正， 即 $\Phi_m = BS$
- 由 $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_m}{dt} = -\dfrac{dB}{dt}S < 0$



- 负号说明电动势的方向与所设的绕行方向相反

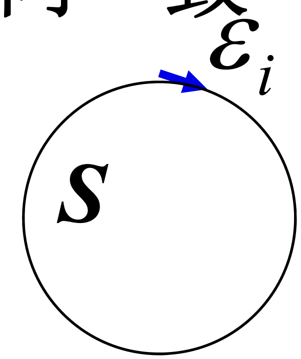
若绕行方向取如图所示的方向



按约定，磁通量取负 $\Phi = -BS$

由 $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt} = \dfrac{dB}{dt}S > 0$

正号说明电动势的方向与所设绕行方向一致



两种规定绕行方向得到的结果相同

楞次定律

“闭合导体回路中感应电流的方向，总是使它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化”

- 当磁通量增加时，感应电流的场与原磁场相反
  当磁通量减少时，感应电流的场与原磁场相同

- 电动势方向的判定：

磁通量的变化 → 感应电流的磁场方向 → 感应电流的方向 → 电动势的方向

感应电动势：

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

1. 大小：

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\Phi_m}{dt}\right|$$

2. 方向：　两种方法可以判断

- 对于由N匝组成的线圈（串联回路）

每匝中穿过的磁通分别为： $\Phi_1,\ \Phi_2,\cdots,\ \Phi_N$

则有 $$\varepsilon_i=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots\varepsilon_N=-\frac{d\Phi_1}{dt}-\frac{d\Phi_2}{dt}-\cdots-\frac{d\Phi_N}{dt}$$

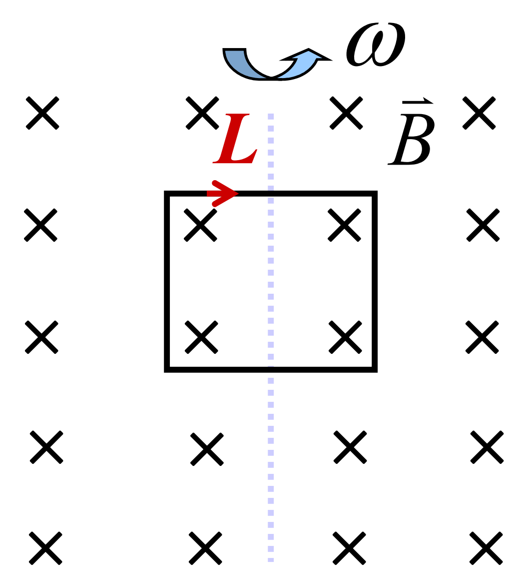
$$\boxed{\varepsilon_i=-\frac{d\Psi}{dt}}$$

$$\Psi=\sum_i\Phi_i$$ ——全磁通

磁链 $\Psi=N\Phi$

$$\varepsilon_i=-\frac{d\Psi}{dt}=-N\frac{d\Phi}{dt}$$

例1.一面积为S的单匝平面线圈以恒定角速度ω在磁感应强度为$\vec{B}$的均匀磁场中转动。转轴与线圈共面，且与$\vec{B}$垂直。设t=0时，线圈法向与$\vec{B}$同方向，求线圈中的感应电动势



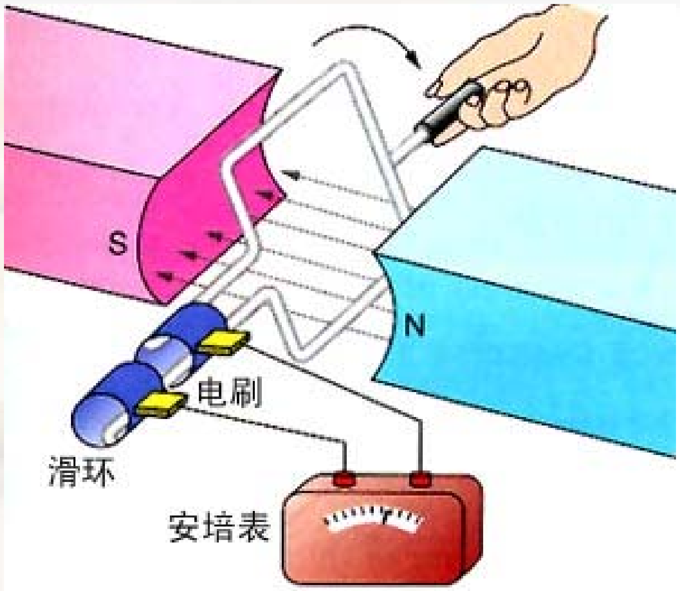
解：1）如图规定L的正方向

2）任时刻通过线圈平面的磁通量为

$$\Phi_m(t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \omega t$$

3）$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = BS\omega \sin \omega t$$

结果推广到N匝线圈　　$\varepsilon = NBS\omega \sin \omega t$



➤均匀磁场中，转动的线圈产生的感应电动势随时间周期性变化

$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

回路中的感应电流：
$$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{NBS\omega}{R}\sin\omega t$$

➤在线圈连续转动的过程中，线圈中将持续产生交变电流和交变电动势，使机械能不断的转化为电能，这就是交流发电机的工作原理。

例2：长直导线通交流电，　置于真空中求：与其共面的N匝矩形回路中的感应电动势

已知 $I = I_0 \sin \omega t$ 其中I_0和ω是大于零的常数

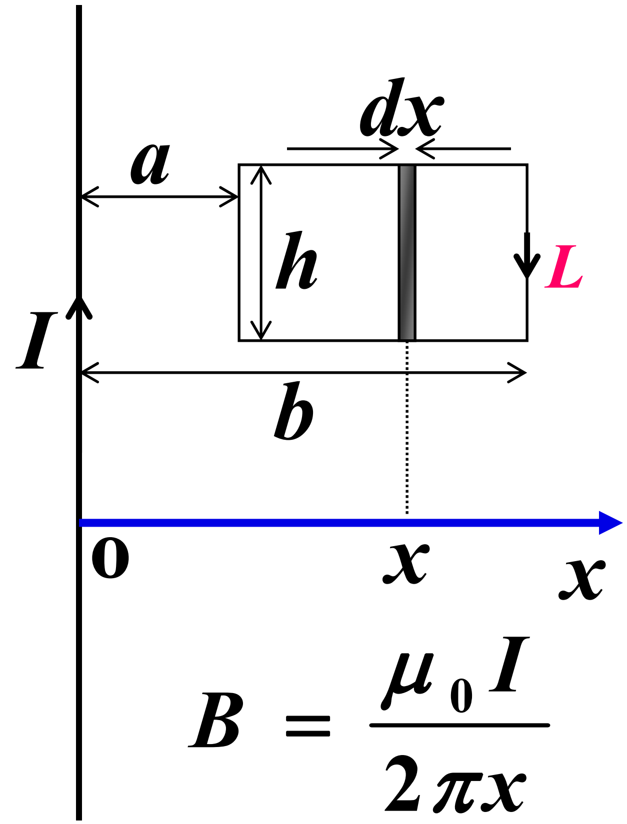
解:设当I >0时，电流方向如图

1) 设回路L方向如图

2) 如图取面元$d\vec{S}$　建坐标系如图

$$\Psi = N\Phi = N\int_S B \cdot dS$$

$$= N\int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi x} h dx$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$dS = h dx$$

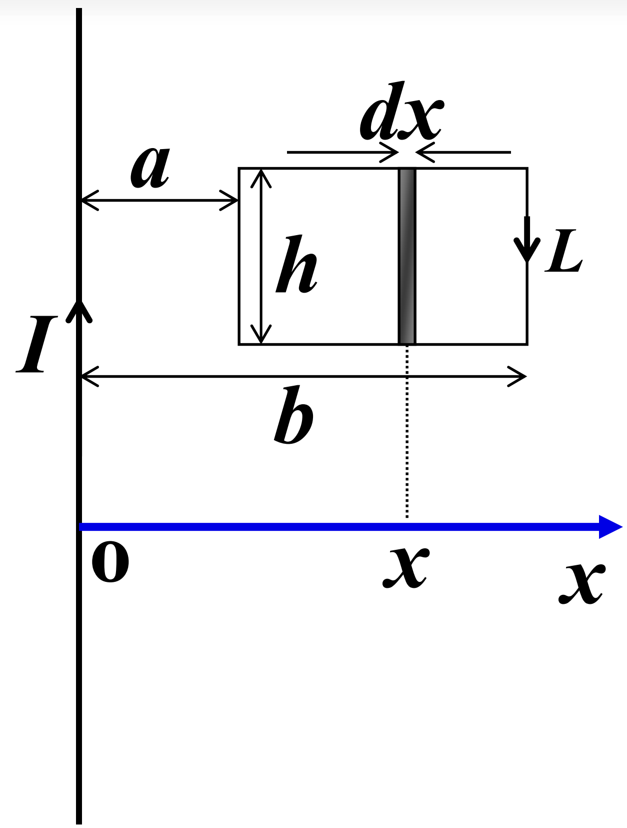
$$=\frac{N\mu_0 Ih}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$=\frac{\mu_0 NI_0 h}{2\pi}\sin\omega t\ln\frac{b}{a}$$

3) $$\varepsilon_i=-\frac{d\Psi}{dt}$$

$$=-\frac{\mu_0 NI_0 h\omega}{2\pi}\cos\omega t\ln\frac{b}{a}$$

交变的电动势



$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{d(BS)}{dt}$$

引起磁通量变化的原因有两种：

1. 磁场不变，回路全部或局部在稳恒磁场中运动——动生电动势

2. 回路不动，磁场随时间变化——感生电动势

当上述两种情况同时存在时，则同时存在动生电动势与感生电动势。

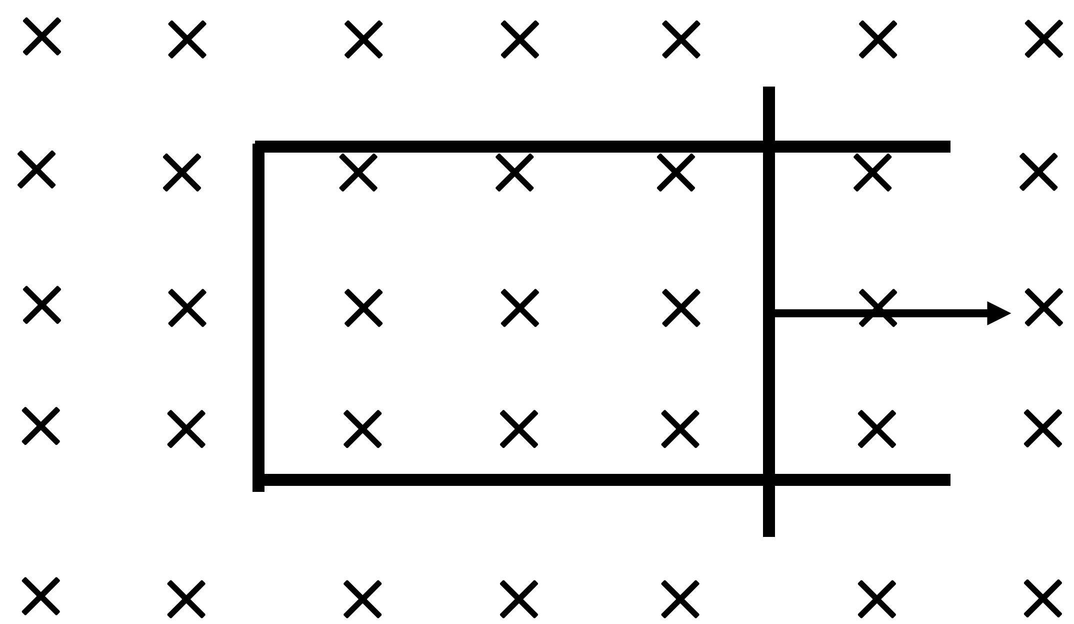
§ 7.2 动生电动势（motional emf）

感应电动势 $\begin{cases} \text{回路动引起的动生电动势} \ \varepsilon_{\text{动}} \\ \text{磁场变引起的感生电动势} \ \varepsilon_{\text{感}} \end{cases}$

一. 动生电动势

$$\Phi = BS = Blx$$

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(Blx) = Blv$$

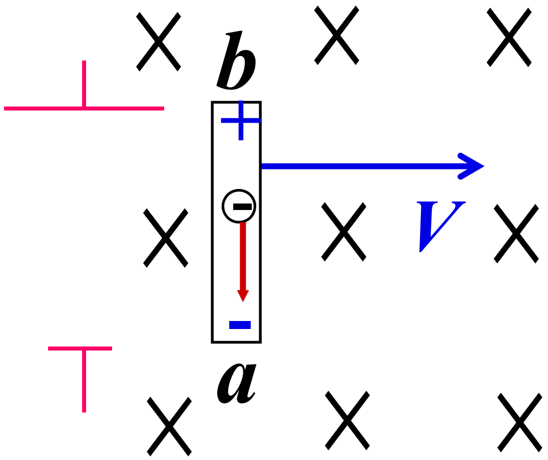


方向：楞次定律或右手定则

1)非静电力

$$\vec{f}\,' = -e\vec{v}\times\vec{B}$$

相当于把正电荷从*a*移到*b*



2)非静电性场强

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{f}\,'}{e} = \vec{v}\times\vec{B}$$

3)电动势

$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_k\cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = Blv$$

➢直导体棒在均匀磁场中运动的特例

➢非均匀磁场而且导体各段运动速度不同的情况

考虑以速度$\vec{v}$ 运动的导体元$d\vec{l}$

$$d\varepsilon = \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}$$

一般公式 $$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

①ε_{ab}表明积分方向由$a \to b$,即$d\vec{l}$方向沿$\vec{ab}$方向

$\varepsilon_{ab}>0$ 则ε方向$a \longrightarrow b$

$\varepsilon_{ab}<0$ 则ε方向$b \longrightarrow a$

②$\varepsilon_{ab}=U_b-U_a$

$\varepsilon_{ab}>0$ $U_b>U_a$ b端电势高,积累正电荷

$\varepsilon_{ab}<0$ $U_b<U_a$ a端电势高,积累正电荷

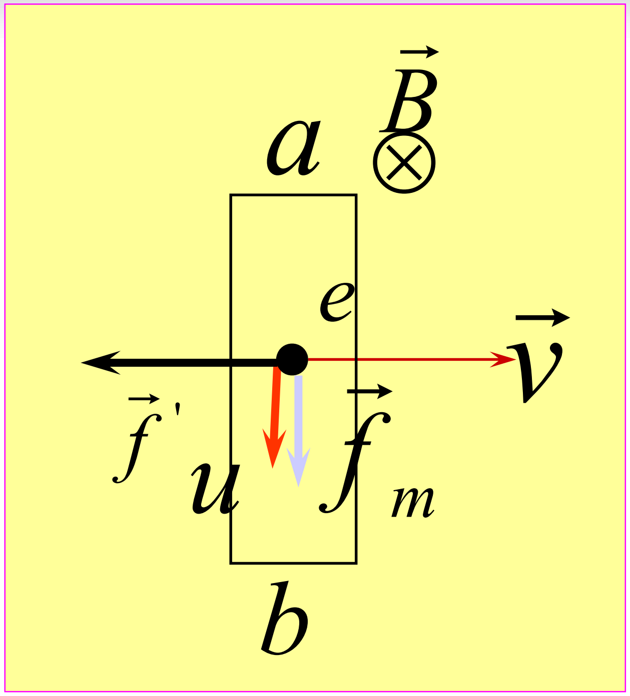
每个电子受的洛仑兹力

$$\vec{f}_L = \vec{f}_m + \vec{f}'$$

$$\vec{f}_L = e\vec{v}\times\vec{B} + e\vec{u}\times\vec{B} \qquad \boldsymbol{e<0}$$

$$V = v + u$$

$$F \bullet V = (f_m + f')\bullet(v+u) = f_m u + f' v = 0$$



$\vec{f}_L$　洛仑兹力对电子做功的代数和为零

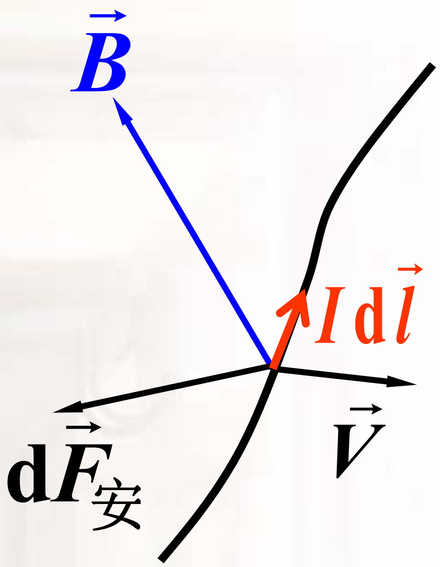
$\vec{f}_m$　对电子做正功

$\vec{f}'$　反抗外力做功

$$f_m u + f' v = 0 \qquad\qquad f_m u = f_{ext} v$$

结论： 洛仑兹力的作用并不提供能量，而只是传递能量，即外力克服洛仑兹力的一个分量所做的功，通过另一个分量转换为动生电流的能量。实质上表示能量的转换和守恒。

二. 能量关系



$$\mathrm{d}\vec{l}\text{移动} \rightarrow \mathrm{d}\varepsilon_{动}$$

电功率：$\mathrm{d}P_{电} = I\,\mathrm{d}\varepsilon_{动}$

$$= I(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

安培力功率：

$$\mathrm{d}P_{安} = \mathrm{d}\vec{F}_{安}\cdot\vec{V} = (I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B})\cdot\vec{V}$$

$$= -I\vec{V}\cdot(\vec{B}\times\mathrm{d}\vec{l})$$

$$= -I(\vec{V}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\mathrm{d}P_{电}$$

$\mathrm{d}P_{电} + \mathrm{d}P_{安} = 0$，即洛仑兹力作功的总和为0。

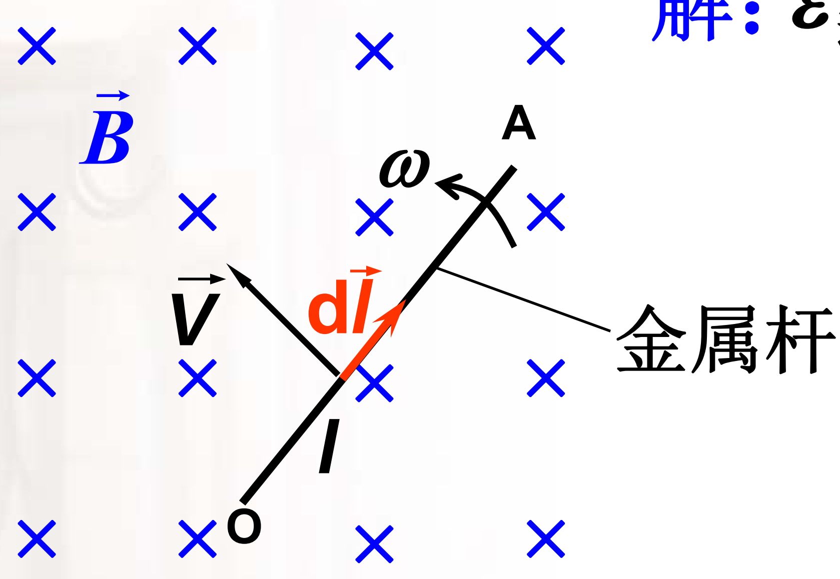
若 $dP_{电} > 0$（$\varepsilon_{动}$与 I 一致），则 $dP_{安} < 0$，外力克服安培力作正功，机械能→电能（发电机）；

若 $dP_{电} < 0$（$\varepsilon_{动}$与 I 相反），则 $dP_{安} > 0$，外部电源克服$\varepsilon_{动}$作正功，电能→机械能（电动机）。

洛仑兹力起到了能量转换的桥梁作用。

[例]: 如图示，$\overline{OA}=L$，$\vec{B}\perp\overline{OA}$，$\vec{B}=\text{const.}$，

$\overline{OA}$ 绕O轴转，角速度为ω。求: $\varepsilon_{动OA}$



解: $$\varepsilon_{动OA}=\int_{(O)}^{(A)}(\vec{V}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

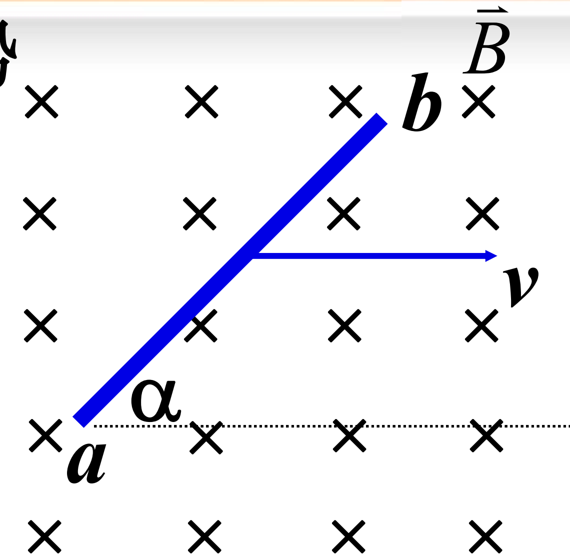
$$=-\int_{(O)}^{(A)}VB\,dl$$

$$=-\int_{0}^{L}\omega lB\,dl$$

$$=-\frac{1}{2}\omega BL^2<0$$

$\varepsilon_{动OA}$方向: $A\rightarrow O$，O点电势高（积累正电荷）

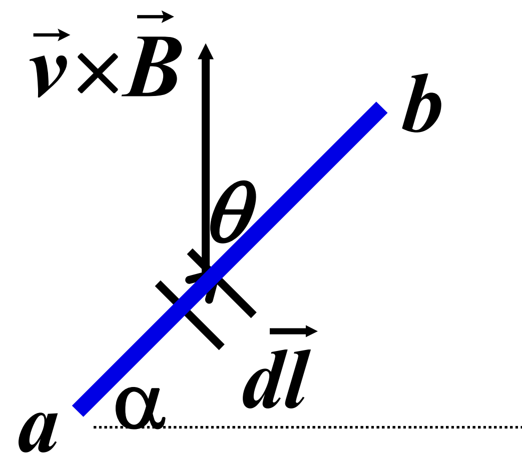
例:求长为L的金属棒ab上的电动势



解: 求ε_{ab}

1)在动棒上任选$d\vec{l}$:

其$\vec{v}\times\vec{B}=\begin{cases}\text{大小 } vB \\ \text{方向: } \uparrow\end{cases}$



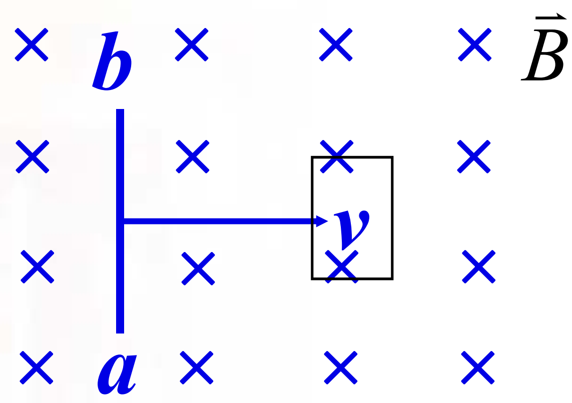
2) $(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = vBdl\cos\theta$

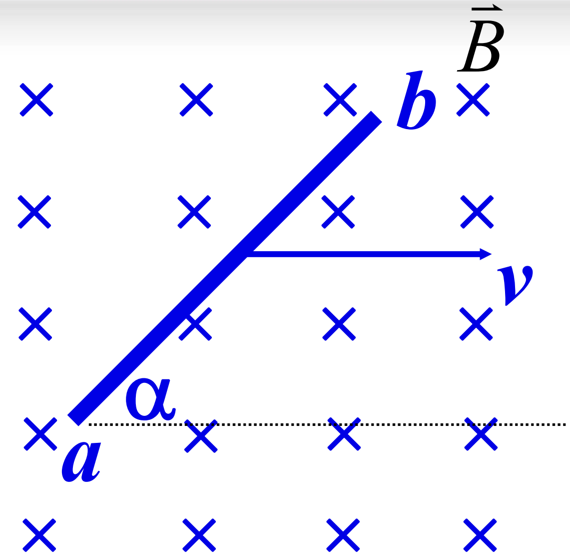
$$= vBdl\sin\alpha$$

3)

$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b vBdl\sin\alpha = vBL\sin\alpha$$

b端积累正电荷,电势高 $a\rightarrow b$





$$\alpha = \frac{\pi}{2} \qquad \varepsilon_{ab} = \varepsilon_{\max} = vBL$$

$$\alpha = 0 \qquad \varepsilon_{ab} = \varepsilon_{\min} = 0$$

导体切割磁力线产生动生电动势

如图,求导线棒**cd**上电动势

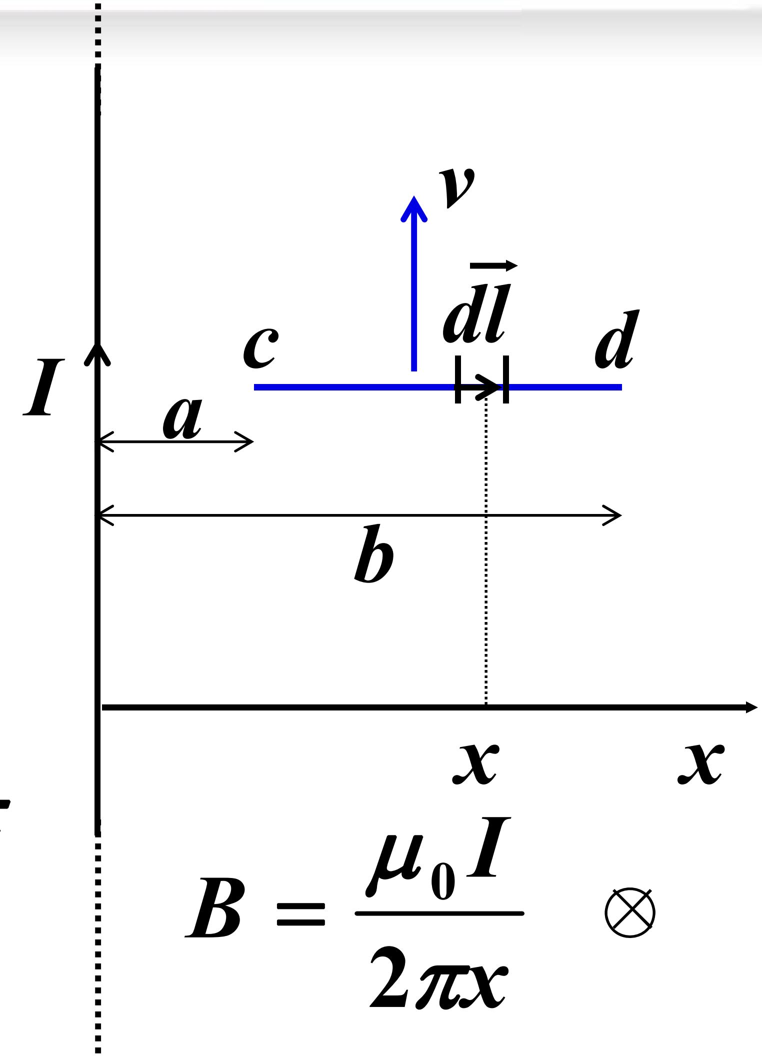
解:　求ε_{cd}

1)在动棒cd上任选$d\vec{l}$:

$$其\ \vec{v}\times\vec{B}=\begin{cases}大小\quad v\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}\\ 方向:\ \longleftarrow\end{cases}$$

$$2)\ (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=v\frac{\mu_0 I}{2\pi x}dl\cos\pi$$

$$=-\frac{\mu_0 I v}{2\pi x}dl$$



$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\quad\otimes$$

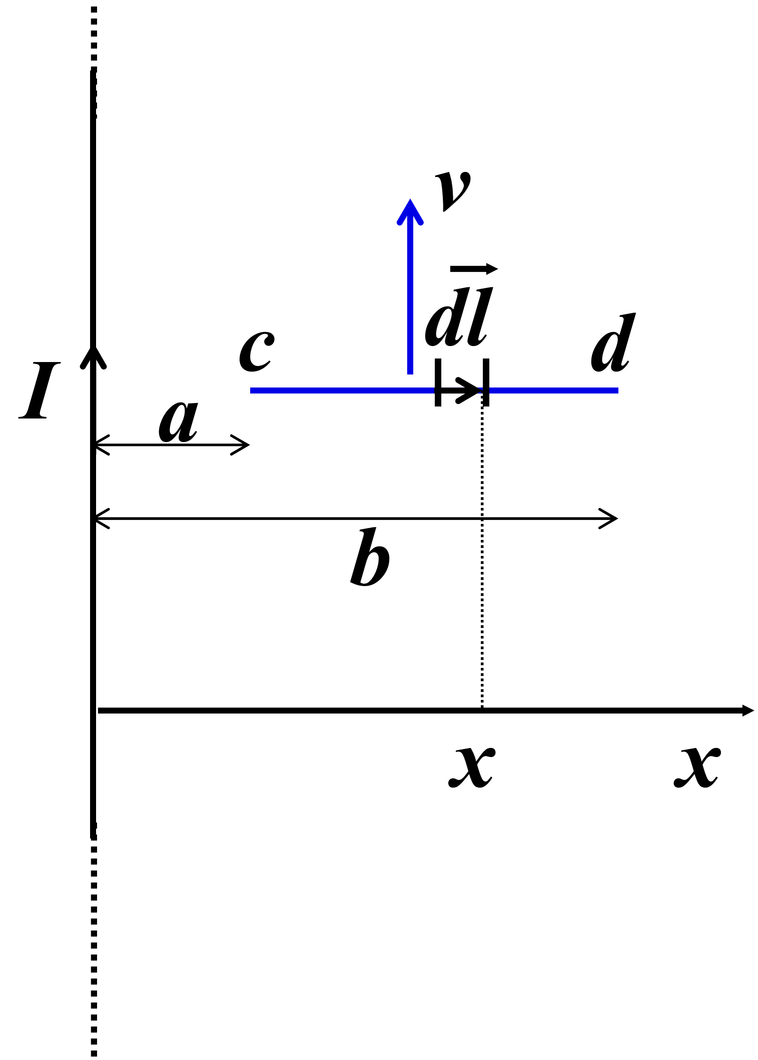
$dl=dx$

$$\varepsilon_{cd}=\int_c^d -\frac{\mu_0 I v}{2\pi x}dx=-\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\varepsilon_{cd}\langle 0$$

*c*端电势高,积累正电荷

或用右手定则也可判断



谢谢！