大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

波函数:

$$\boxed{y(x,t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)}$$

$$\lambda = \frac{2\pi u}{\omega} = uT \qquad \boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

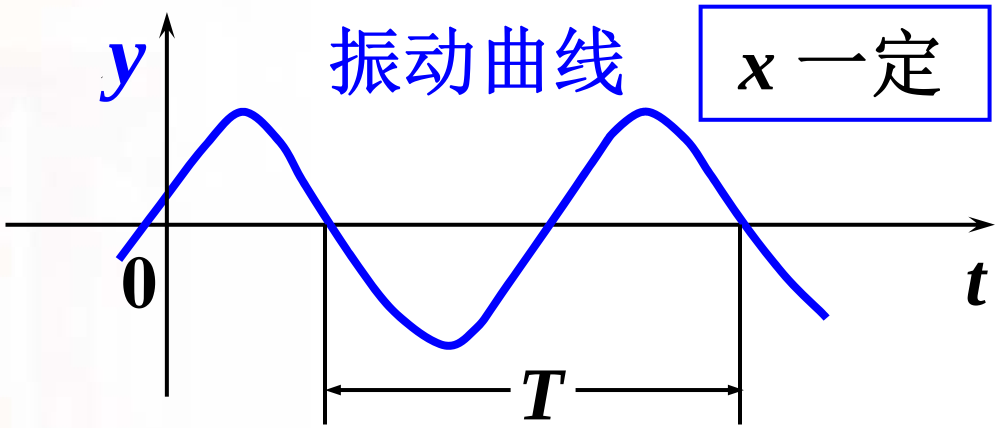
2π的长度内，含有多少“完整波”------**波数**

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \lambda = \frac{2\pi u}{\omega} = uT \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

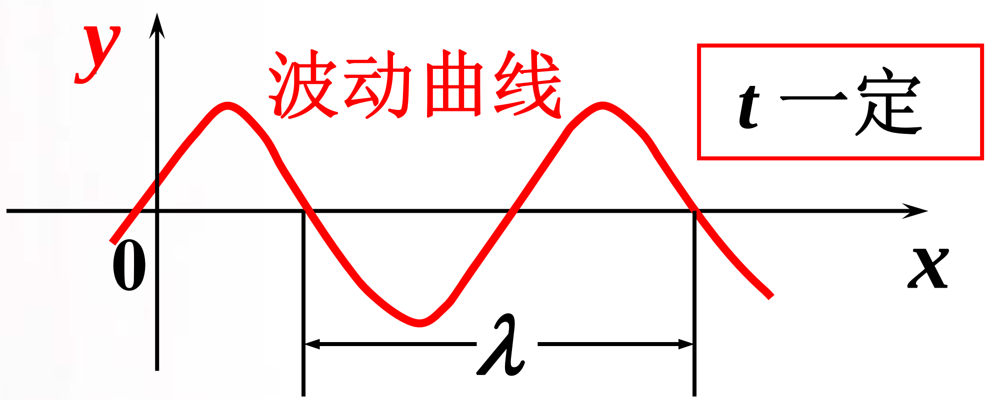
$$\boxed{y(x,t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) = A\cos(\omega t - kx) = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)}$$

注： 如果沿x轴负向传播，负号改为正号

（1） x 一定，$y \sim t$ 给出 x 点的振动方程。



（2） t 一定，$y \sim x$ 给出 t 时刻空间各点位移分布。



应力和应变成正比：胡克定律

单位体积弹性势能：模量和应变平方乘积的一半

1. 线变 $\frac{F}{S} = E\frac{\Delta \ell}{\ell_0}$

$$\boxed{\omega_p = \frac{1}{2}E\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2}$$

E：杨氏模量

2. 剪切形变 $\frac{F}{S} = G\frac{\Delta d}{D}$

$$\boxed{\omega_p = \frac{1}{2}G\left(\frac{\Delta d}{D}\right)^2}$$

G：剪切模量

3. 体变 $\Delta P = -K\frac{\Delta V}{V}$

$$\boxed{\omega_P = \frac{1}{2}K\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2}$$

K：体弹模量

固体棒中的横波 $u = \sqrt{\dfrac{G}{\rho}}$

固体棒中的纵波 $u = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$

固体中可以传输横波和纵波，液体和气体中仅能传播纵波（通过体变模量） $u = \sqrt{\dfrac{K}{\rho}}$

G < E, 固体中 $u_{横波} < u_{纵波}$

$$\Delta W_p = \frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi) = \Delta W_k$$

结论

$$\Delta W = \Delta W_k + \Delta W_p = \Delta m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi)$$

$$= \frac{\Delta m\omega^2 A^2}{2}[1 - \cos 2(\omega t - kx + \varphi)]$$

每一质元Δm的总能量是时间和位置的函数！

——能量也以速度u随波一起传播

$$\Delta W_k = \Delta W_p = \frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\Delta W = \Delta W_k + \Delta W_p = \rho\Delta V\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi)$$

- **能量密度：** 媒质单位体积内的能量

$$\boxed{w = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \rho\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi)}$$

- **平均能流密度：** 一个周期内能量密度的平均值

$\sin^2(\omega t - kx + \varphi)$ 一个周期内的平均值为1/2

$$\boxed{\overline{w} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 = 2\pi^2\rho\nu^2 A^2}$$

$$\overline{w} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 = 2\pi^2\rho\nu^2 A^2$$

4. 波的强度

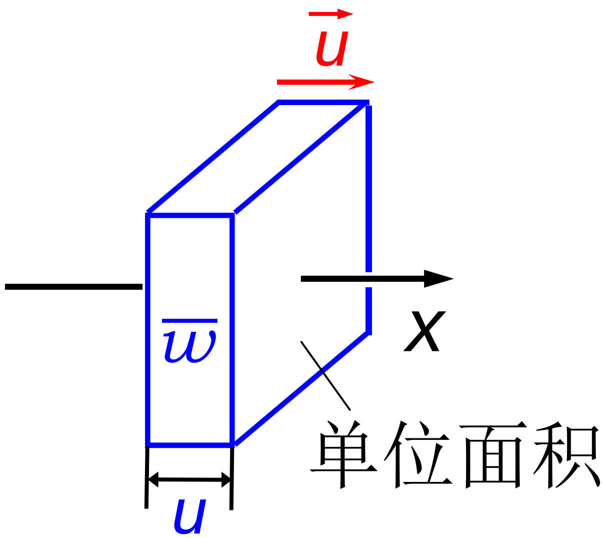
(单位时间通过垂直传播方向的单位截面上的能量)

$$dV = udtdS$$

$$dW = \overline{w}udtdS$$

$$I = \frac{dW}{dtdS} = \overline{w}u = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 u$$

---------------- 波强



惠更斯原理

1. 原理的叙述

媒质中任意波面上的各点，都可看作是**发射子波**（次级波）的**波源**（点源），其后的任一时刻，这些**子波面的包络面（包迹）**就是波在该时刻的**新的波面**。

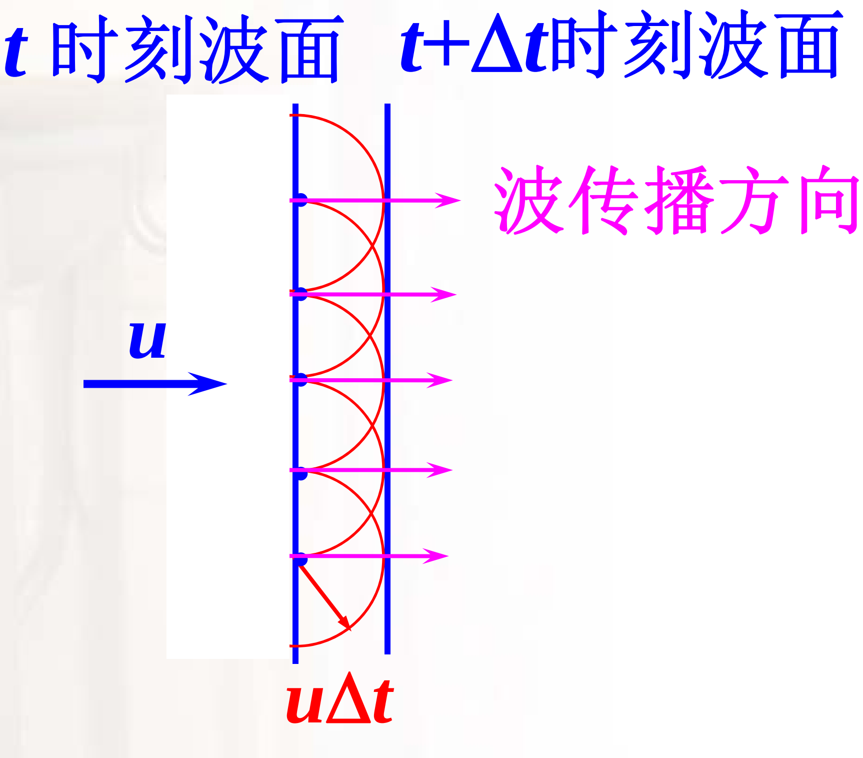
2. 原理的应用

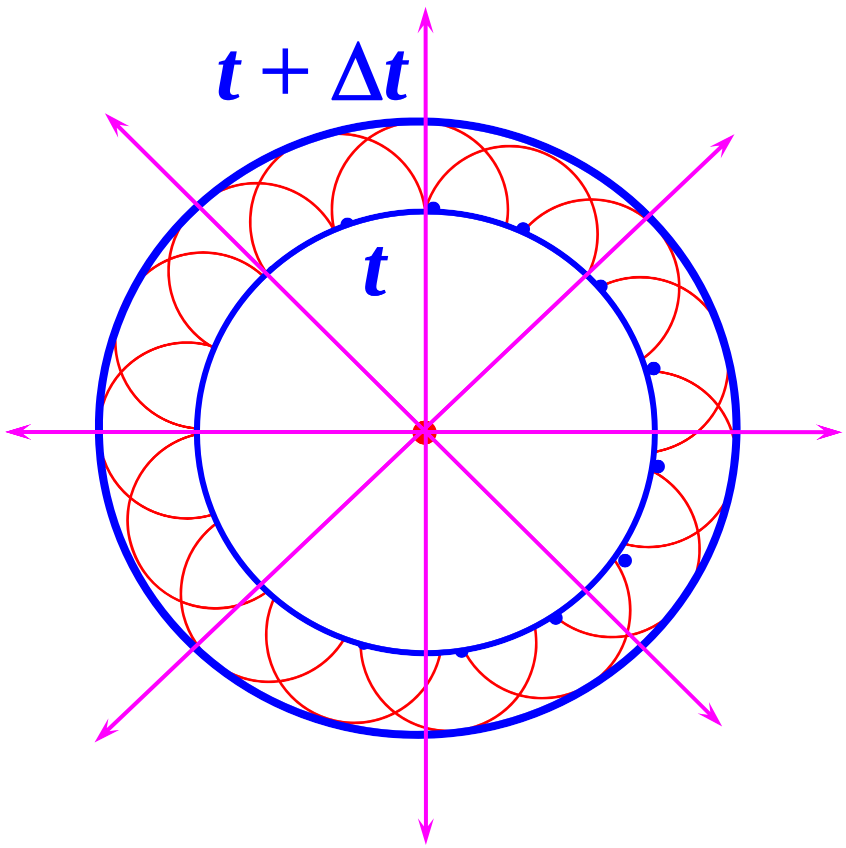
已知 t 时刻的波面→ $t+\Delta t$ 时刻的波面，从而可进一步给出波的传播方向。

例如，均匀各向同性媒质内波的传播：

平面波

球面波





波的叠加原理：　　几列波可以保持各自的特点（方向、振幅、波长、频率）　　同时通过同一媒质，在它们相遇处，质元的位移为各波单独在该处产生位移的合成。　（亦称波传播的独立性）

波的干涉现象

波叠加时在空间出现**稳定的振动加强和减弱**的分布叫**波的干涉**。

相干条件： ① 频率相同；
② 振动方向相同；
③ 有固定的相位差。

一种特殊的、常见的干涉现象

—— **驻波**

能够传播的波叫行波（travelling wave）。

两列相干的行波（频率、振动方向、振幅相同）沿相反方向传播而叠加时，就形成驻波，它是一种常见的重要干涉现象。

1. 驻波的描述

设两列行波分别沿 x 轴的正向和反向传播，

在 $x = 0$ 处两波的初相均为 0：

$$\rightarrow x: \quad y_1 = A\cos\left(\omega t - \frac{x}{\lambda}2\pi\right)$$

$$\leftarrow x: \quad y_2 = A\cos\left(\omega t + \frac{x}{\lambda}2\pi\right)$$

$$y = y_1 + y_2$$

$$y = \underbrace{2A\cos\frac{x}{\lambda}2\pi}_{\text{其绝对值为振幅}} \cdot \underbrace{\cos\omega\ t}_{\text{相位中无 }x}$$

—— 不具备传播的特征

其绝对值为振幅

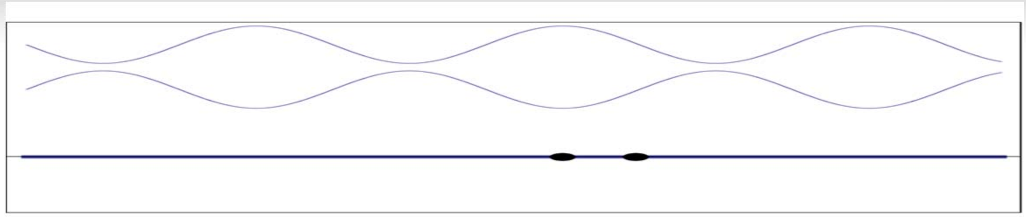
相位中无 x

驻波的振幅与位置有关

各质点都在作同频率的简谐运动

各点都做简谐振动，振幅随位置不同而不同。

2. 驻波的特点：



（1）**振幅**：各处不等大，出现了波腹（振幅最大处）和波节（振幅最小处）。

相邻波节间距$\lambda/2$，测波节间距可得行波波长。

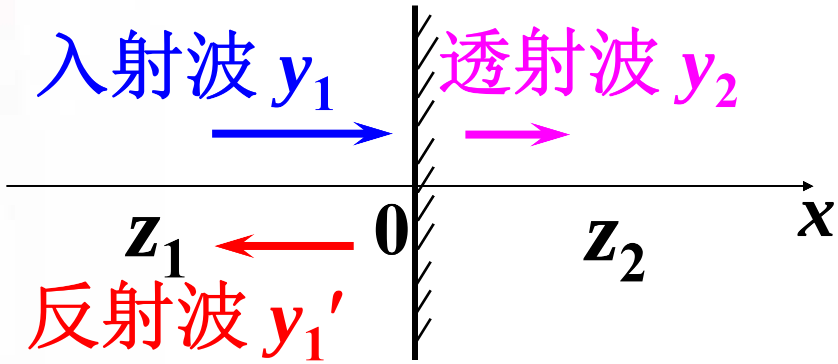
（2）**相位**：没有x坐标，故没有了相位的传播。

驻波不是波，是一种特殊的振动。驻波是分段的振动。

$$y = 2A\cos\frac{x}{\lambda}2\pi \cdot \cos\omega t$$

同一段振动相位相同；相邻段振动相位相反：

二. 半波损失



— 特性阻抗

z大 — 波密媒质

z小 — 波疏媒质

相对而言

入射波 $y_1 = A_1 \cos(\omega t - \frac{x}{\lambda_1} 2\pi + \varphi_1)$

反射波 $y_1' = A_1' \cos(\omega t + \frac{x}{\lambda_1} 2\pi + \varphi_1')$

1. 相位关系

反射波：（1）若$z_1 > z_2$， 则 $\varphi_1' = \varphi_1$

即波密→波疏，反射波和入射波同相

（2） 若$z_1 < z_2$， 则 $\varphi_1' = \varphi_1 \pm \pi$

即波疏→波密， 反射波有相位突变π

——半波损失

简正模式 （normal mode）

波在一定边界内传播时就会形成各种驻波。两个固定边境必须是波节。

如两端固定的弦，形成驻波

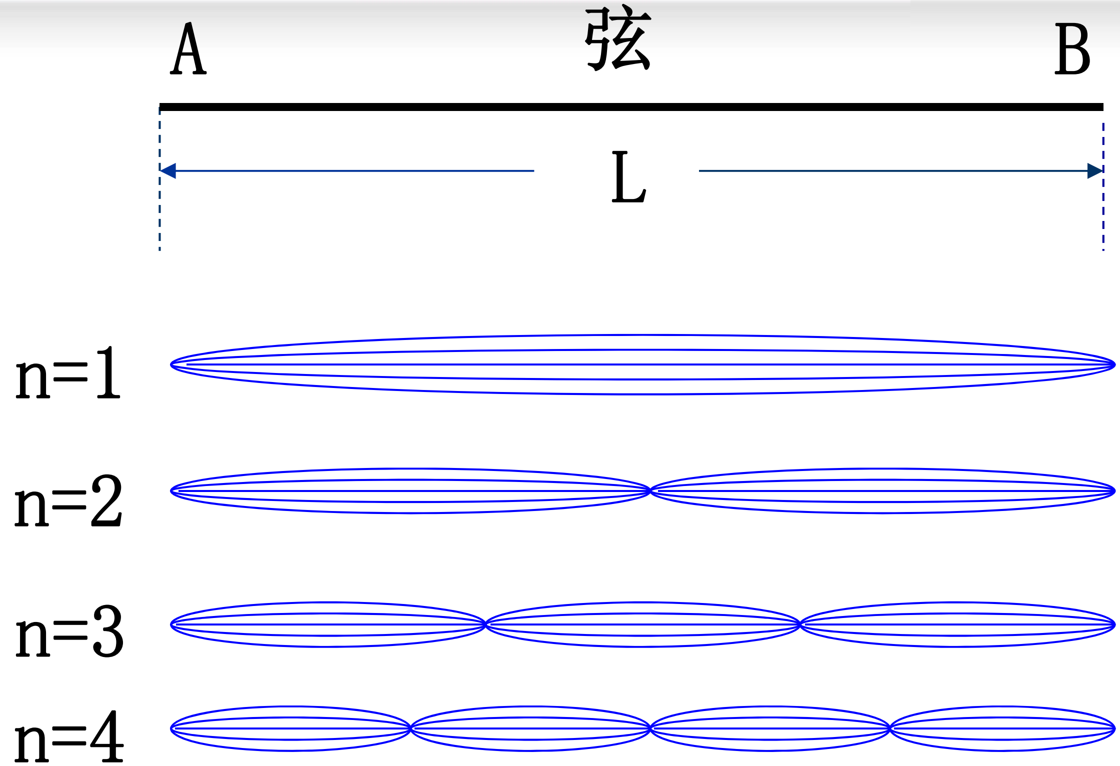
每种可能的稳定振动方式称作系统的一个简正模式。

弦上的驻波

$$L = n\frac{\lambda_n}{2}$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$\nu_n = \frac{u}{\lambda_n} = n\frac{u}{2L}$$



$$\nu_1 = \frac{u}{2L}$$

（基频）

$$\nu_2 = \frac{u}{L}$$

（二次谐频）

$$\nu_3 = \frac{3u}{2L}$$

（三次谐频）

声波

在弹性介质中传播的机械纵波，一般统称为声波.

频率范围：20~20000Hz，人能够勉强听到

f<20Hz 次声波

f>20000Hz 超声波

声压 $$p=-K\frac{\Delta V}{V}=-K\frac{\partial y}{\partial x}=-K\frac{\omega}{u}A\sin\omega(t-\frac{x}{u})$$

声速 $$u=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

声压 $$p=-\rho\omega uA\sin\omega(t-\frac{x}{u})$$

振幅 $$p_m=\rho\omega uA$$

强度公式 $$I=\frac{1}{2}\rho\omega^2uA^2$$

声强度公式 $$I=\frac{1}{2}\frac{p_m^2}{\rho u}$$

声波的平均能流密度叫声强。 $I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$

声强范围：10^{-12}~$1W/m^2$，人能够听到

$I<10^{-12}\ W/m^2$ 听不到

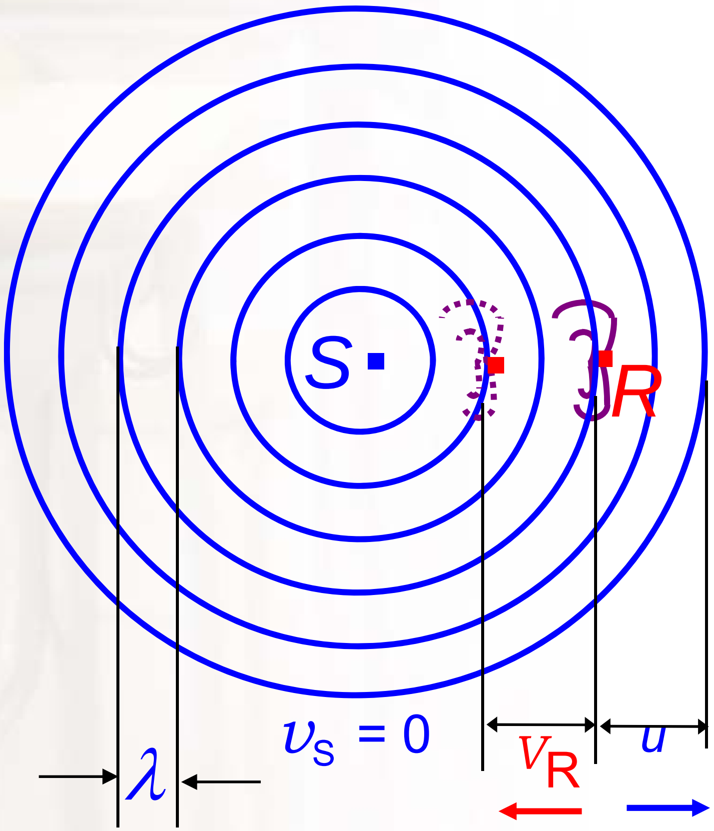
$I>1W/m^2$ 痛觉

声级公式

$$L=\log\frac{I}{I_0} \qquad I_0=10^{-12}W/m^2$$ 单位：贝B

$$L=10\log\frac{I}{I_0} \qquad I_0=10^{-12}W/m^2$$ 单位：分贝dB

（1） $V_S = 0$， $V_R \neq 0$， 此时， $\nu = \nu_S$



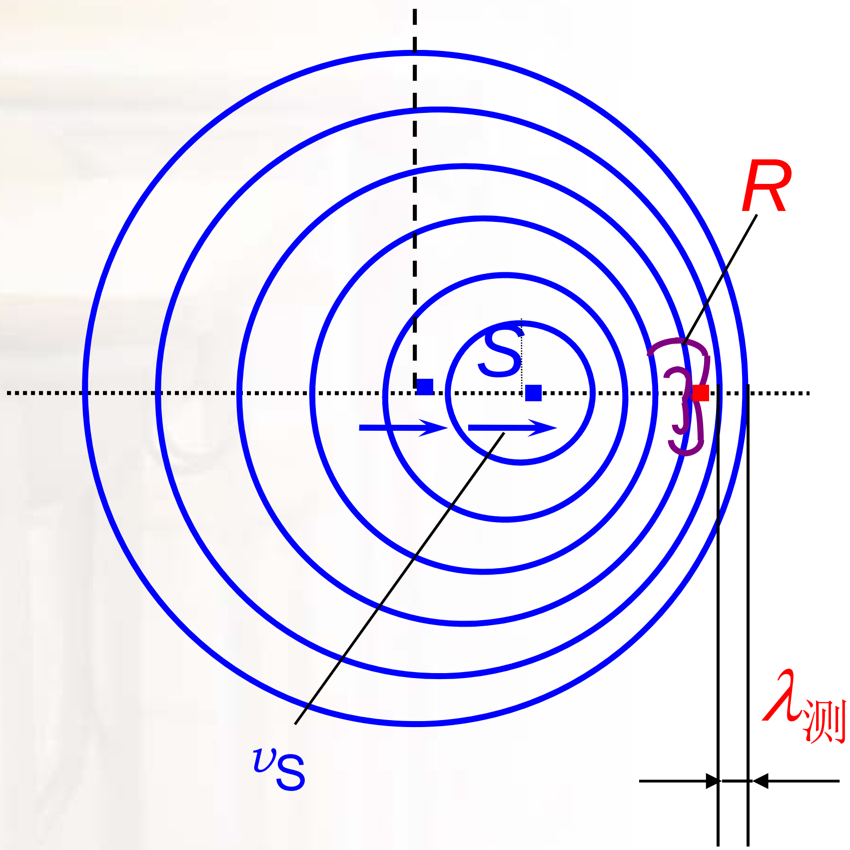
$$\nu_R = \frac{u + V_R}{\lambda} = \frac{u + V_R}{u} \nu_S$$

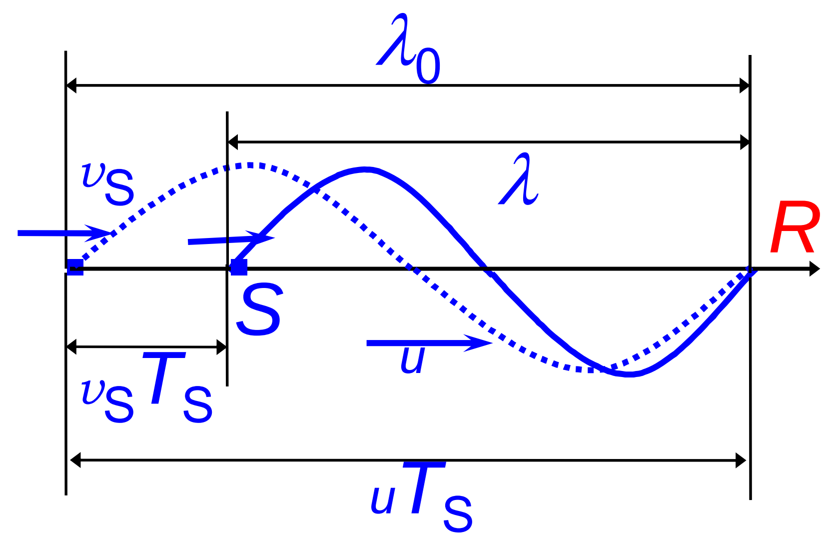
$$\left(\lambda = \frac{u}{\nu} = \frac{u}{\nu_S}\right)$$

$V_R > 0$(R接近S)， $\nu_R > \nu_S$

$V_R < 0$(R远离S)， $\nu_R < \nu_S$

（2） $V_R=0$， $V_S\neq 0$， 此时， $\nu_R=\nu$





S 运动的前方波长缩短

$$\nu_R=\nu=\frac{u}{\lambda}=\frac{u}{(u-V_S)T_S}=\frac{u}{u-V_S}\nu_S$$

（3）$V_R \neq 0$， $V_S \neq 0$， 此时， $\nu_S \neq \nu \neq \nu_R$

$$\nu_R = \frac{u + V_R}{u}\nu = \frac{u + V_R}{u} \cdot \frac{u}{u - V_S}\nu_S = \frac{u + V_R}{u - V_S}\nu_S$$

当 $V_R = -V_S$ 时 （无相对运动）， $\nu_R = \nu_S$

注意：

1. S 动 R 不动 $\longrightarrow \lambda \neq \lambda_0 \longrightarrow \nu_R \neq \nu_S$

R 动 S 不动 $\xrightarrow[\lambda = \lambda_0]{}$ 波对 R 速度不是 u $\longrightarrow \nu_R \neq \nu_S$

本质不同

2. V_R、V_S 是对媒质而言，且以相向为正。

激波

$V_R = 0$， $V_S \neq 0$，

$V_S > u$ 时， $v_R < 0$

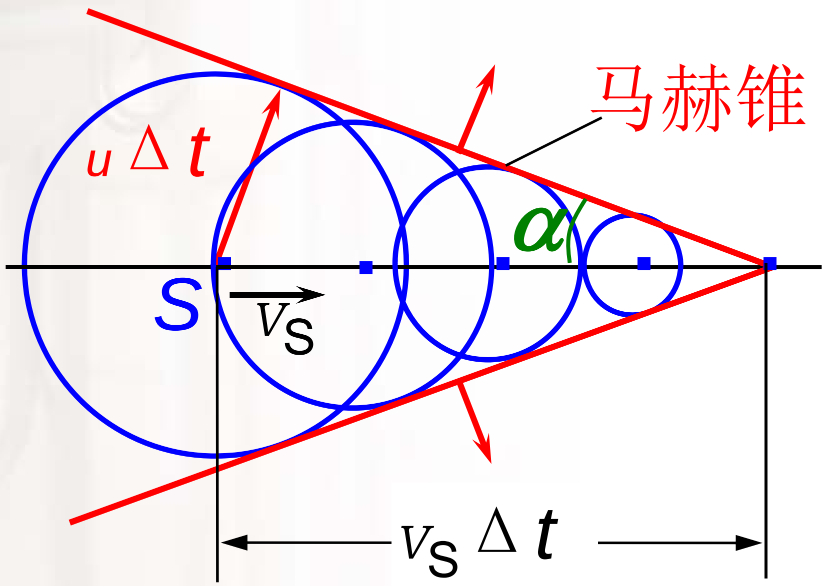
$$v_R = \frac{u}{u - V_S} v_S$$

后发出的波面

将超越先发出的波面，

形成锥形波阵面 ——

（冲击波）（shock wave）



$$\sin\alpha = \frac{u}{V_S}$$

$\frac{V_S}{u}$ —— 马赫数

（Mach number）

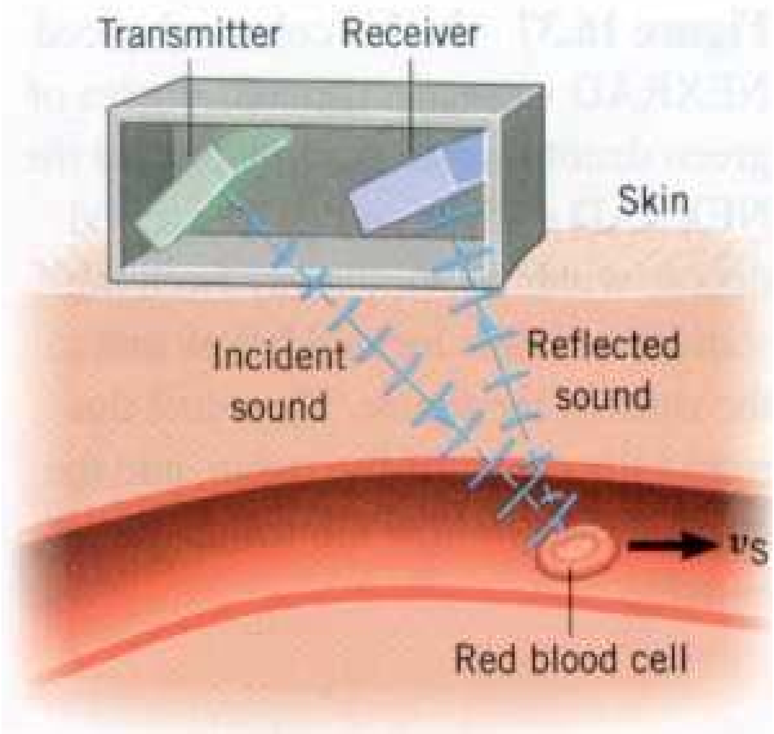
多普勒效应的应用：

▲ 测速（固、液、气）

▲ 多普勒红移（“大爆炸”宇宙论）

▲ 卫星跟踪

警察用多普勒测速仪测速



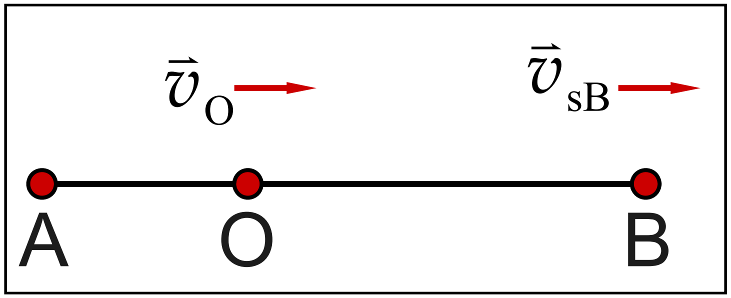
超声多普勒效应测血流速

例1　A、B 为两个汽笛，其频率皆为500Hz，A 静止，B 以60m/s 的速率向右运动. 在两个汽笛之间有一观察者O，以30m/s 的速度也向右运动. 已知空气中的声速为330m/s，求：

1）观察者听到来自A 的频率

2）观察者听到来自B 的频率

3）观察者听到的拍频



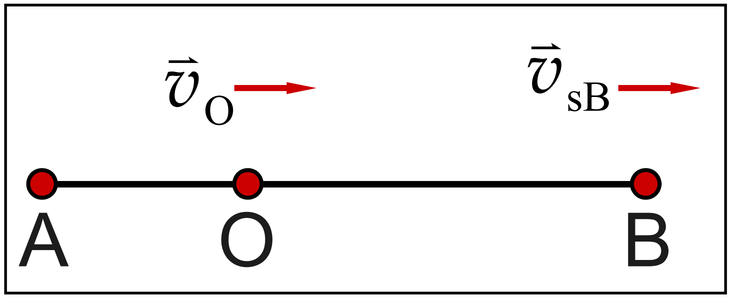
1）　解　$u = 330\ \mathrm{m/s},\ v_{\mathrm{sA}} = 0,\ v_{\mathrm{sB}} = 60\ \mathrm{m/s}$

$$\nu' = \frac{u \pm v_{\mathrm{o}}}{u \mp v_{\mathrm{s}}}\nu \qquad \nu' = \frac{330\text{-}30}{330} \times 500\mathrm{Hz} = 454.5\,\mathrm{Hz}$$

例1 A、B 为两个汽笛，其频率皆为500Hz，A 静止，B 以60m/s 的速率向右运动. 在两个汽笛之间有一观察者O，以30m/s 的速度也向右运动. 已知空气中的声速为330m/s，求：

2）观察者听到来自B 的频率

3）观察者听到的拍频

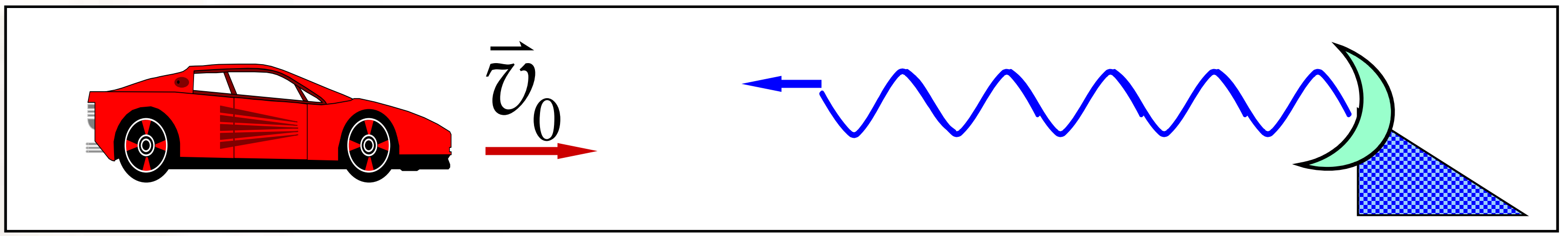


解 2）$\nu'' = \dfrac{330+30}{330+60} \times 500\mathrm{Hz} = 461.5\,\mathrm{Hz}$

3） 观察者听到的拍频

$$\Delta\nu = |\nu' - \nu''| = 7\,\mathrm{Hz}$$

例2 利用多普勒效应监测车速，固定波源发出频率为 $\nu=100\,\text{kHz}$ 的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来的波的频率为 $\nu''=110\,\text{kHz}$. 已知空气中的声速为 $u=330\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$ ，求车速 .



解 1）车为接收器 $\nu'=\dfrac{u+v_0}{u}\nu$

2）车为波源 $\nu''=\dfrac{u}{u-v_s}\nu'=\dfrac{v_0+u}{u-v_s}\nu$

车速 $v_0=v_s=\dfrac{\nu''-\nu}{\nu''+\nu}u=56.8\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

谢谢！