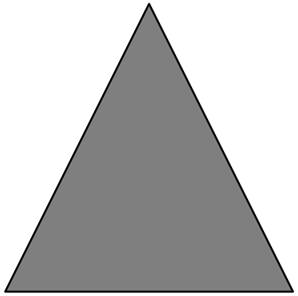
第六章 刚体机械运动状态的描述

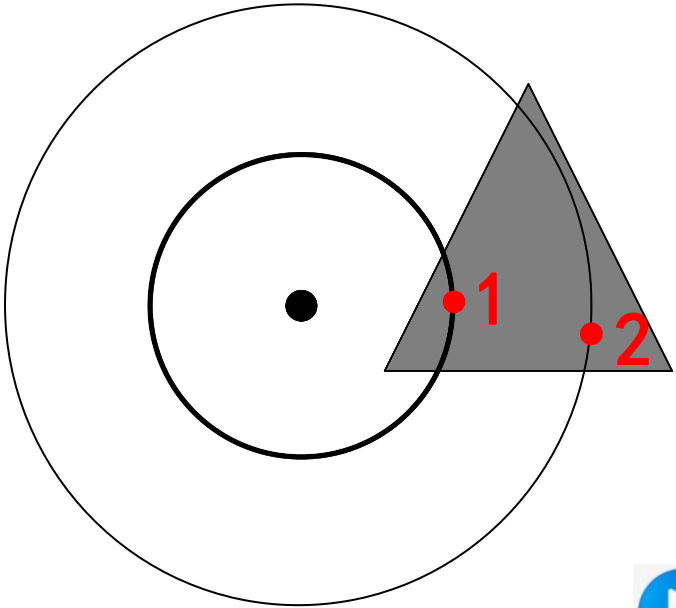
本章目录

6.1 什么是刚体

一. 质元和质点系

描述某些运动时，物体看成许多质点组成的质点系，每个质点称为物体的一个质元。





6.1 什么是刚体

二. 刚体(rigid body)的概念

刚体： 受力时不改变形状和体积的物体。

注：

(1)刚体是个理想化的模型，但是它有实际的意义。

(2)刚体是特殊的质点系，其上各质点间的相对位置保持不变。

(3)质点系的规律都可用于刚体，而且考虑到刚体的特点，规律的表示还可较一般的质点系有所简化。

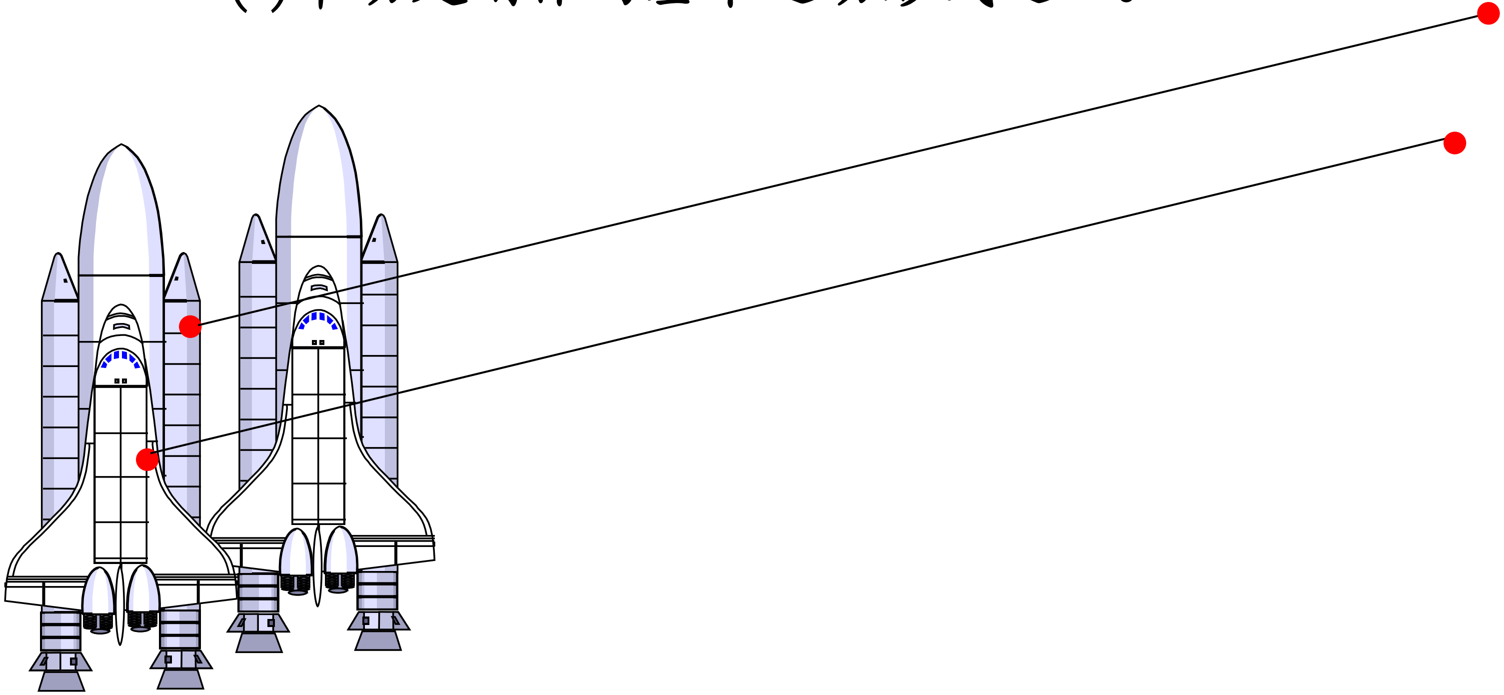
6.2 刚体运动的分类

一. 平动(translation):

连接刚体内任意两点的直线在运动各个时刻的位置都彼此平行。

注:(1)刚体做平动时，刚体内各质元的的运动轨迹都一样，而且同一时刻的速度和加速度都相同。

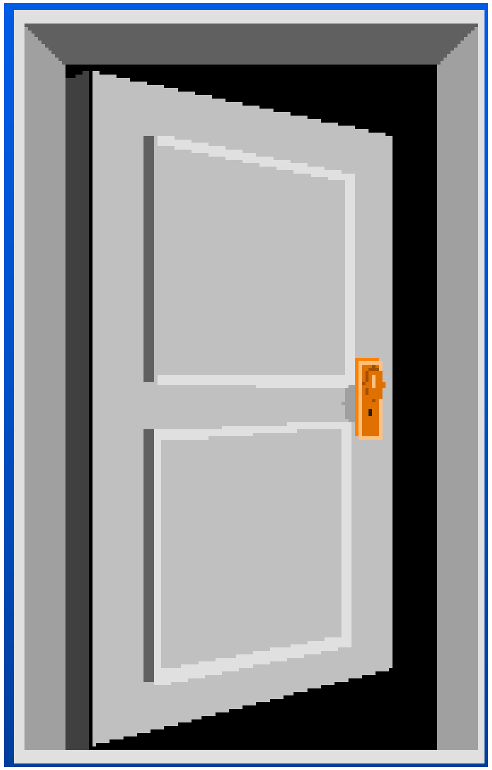
(2)平动是刚体的基本运动形式之一。



6.2 刚体运动的分类

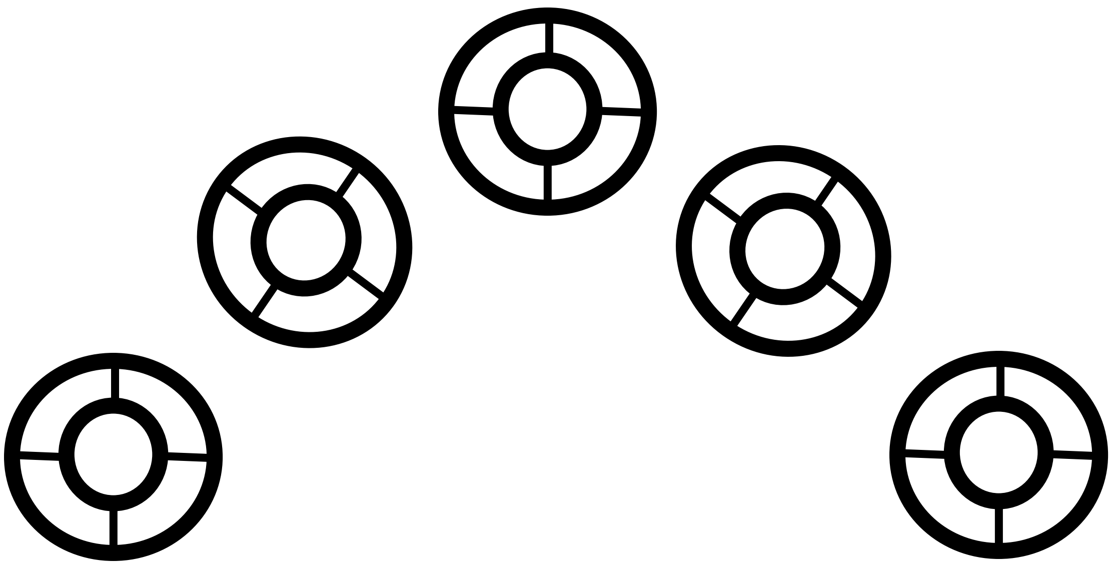
二. 定轴转动(rotation):

▲ **定轴转动：** 运动中各质元均做圆周运动，且各圆心都在同一条固定的直线（转轴）上。



补充：

▲ **定点转动：** 整个刚体绕过某一固定点的某一瞬时轴线转动。



瞬时轴线不固定

▲ 平面运动：

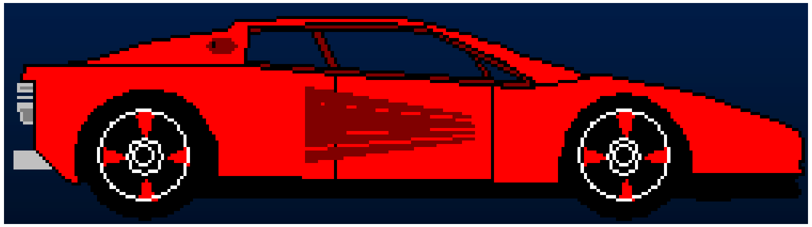
平面运动：刚体上各点的运动都平行于某一固定平面的运动。

▲一般运动：

刚体不受任何限制的的任意运动。它可分解为以下两种刚体的基本运动：

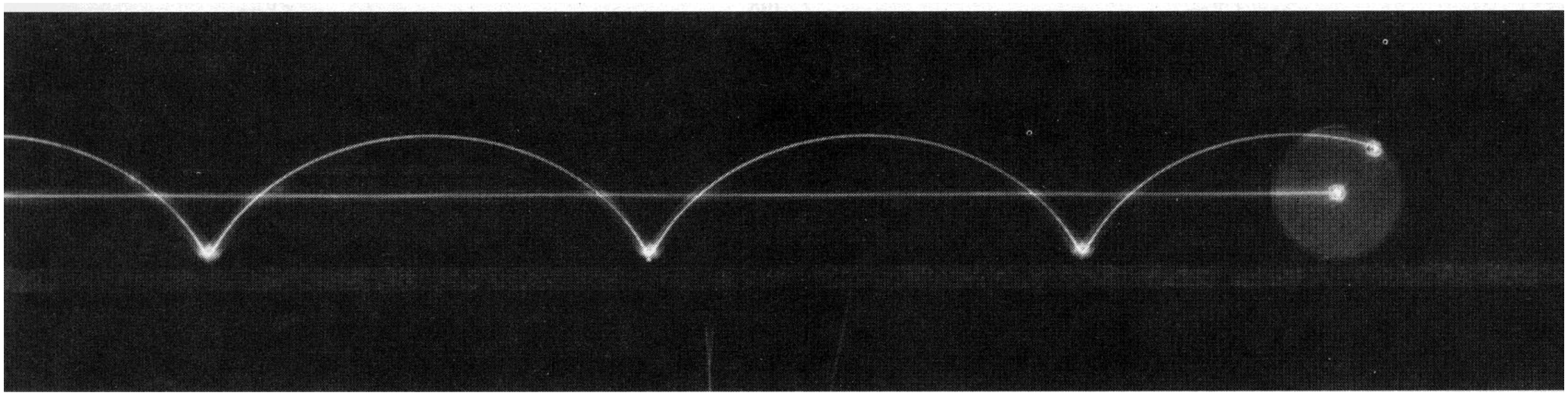
▲ 随基点*O*（可任选）的平动

▲ 绕通过基点*O*的瞬时轴的定点转动



轮子的滚动=轴心的平动+绕轴心的转动

轮子的滚动=轴心的平动+绕轴心的转动



一转动着的轮子的**时间一曝光相片**。**两个发亮点**系在轮子上，一个系在轮子的中心，另一个系在边缘。系在边缘上的亮点的轨迹被称为轮转线。

6.3 刚体定轴转动的描述

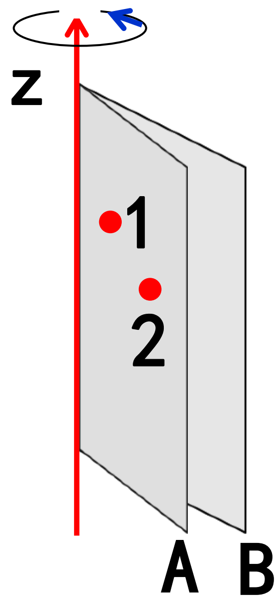
一 ．刚体定轴转动的描述(运动学问题)

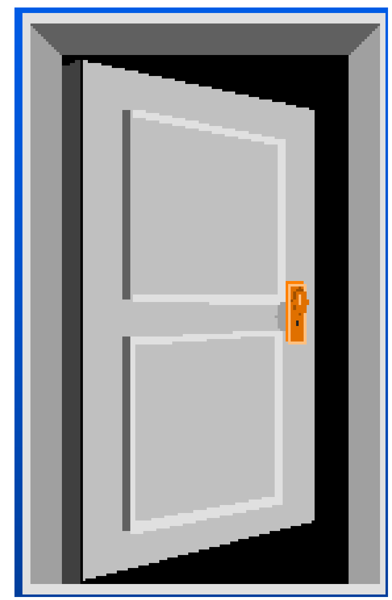
定轴转动: 刚体绕某一固定转轴转动时，各质元的线速度和加速度是不同的。

角位移 $\Delta\theta$　　位移 $\Delta\vec{r}$

角速度 ω　　速度 $\vec{v}(t)$

角加速度 α　　加速度 $\vec{a}(t)$





定轴转动

为反映转动方向及刚体转动的快慢和转向，引入**角速度** ω

6.3 刚体定轴转动的描述

一．刚体定轴转动的描述(运动学问题)

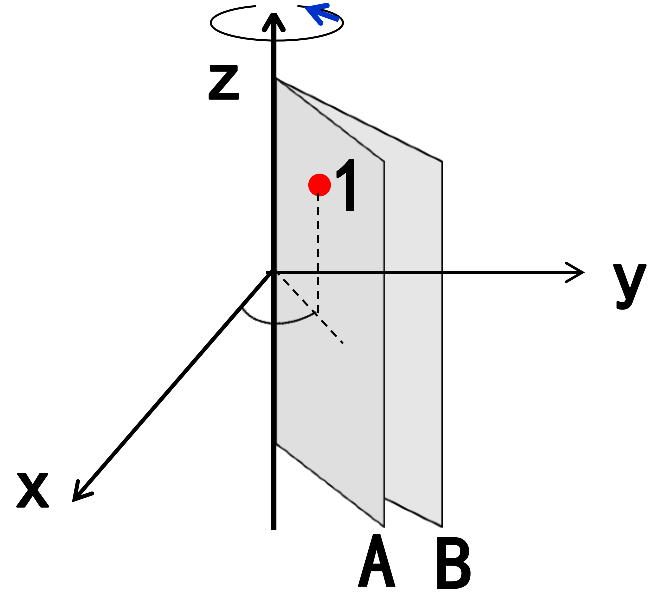
角度 $\theta(t)$

角位移 $\Delta\theta$

角速度 $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}$

角加速度 $\alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \ddot{\theta}$

线速度 $v = R\omega$



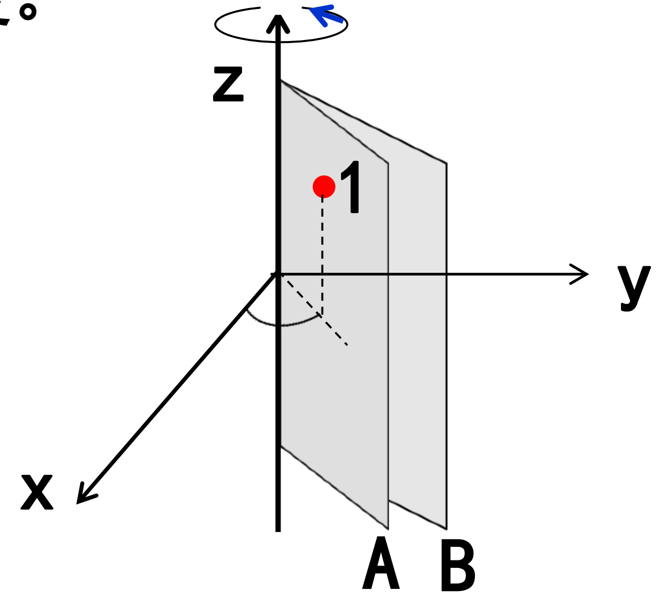
6.3 刚体定轴转动的描述

二． 角加速度是常数的定轴转动

若$\alpha=\mathrm{const.}$，初始时刻角速度和角度ω_0，θ_0

求任意时刻刚体的角位移和角速度。

$$\begin{cases}\omega=\omega_0+\alpha\, t\\(\theta-\theta_0)=\omega\, t+\dfrac{1}{2}\alpha\, t^2\\\omega^2-\omega_0^2=2\alpha(\theta-\theta_0)\end{cases}$$



第七章 刚体机械运动状态变化的原因

本章目录

7.1 刚体质心的运动定理

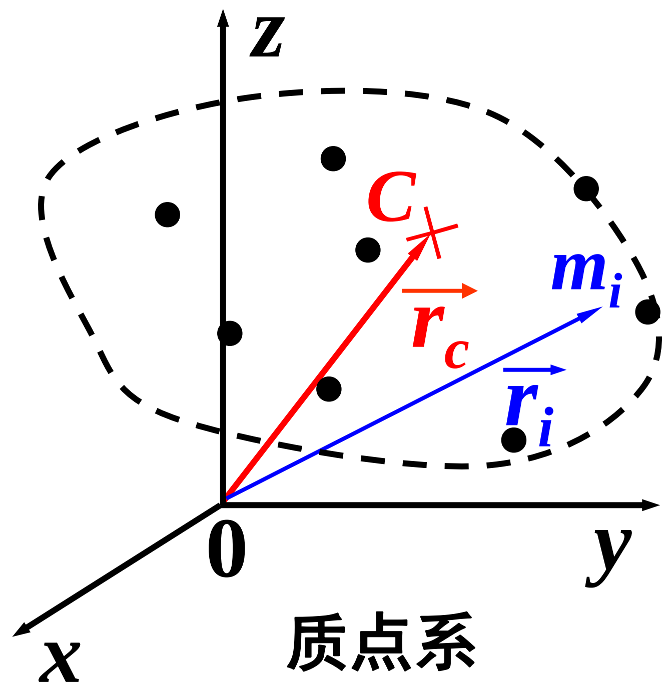
一. 质心的概念和质心位置的确定

为便于研究质点系总体运动，引入质心概念。

定义质心C的位矢为：

$$\boxed{\vec{r}_C = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}} \qquad m = \sum m_i$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{\sum m_i x_i}{m} \\ y_C = \dfrac{\sum m_i y_i}{m} \\ z_C = \dfrac{\sum m_i z_i}{m} \end{cases}$$

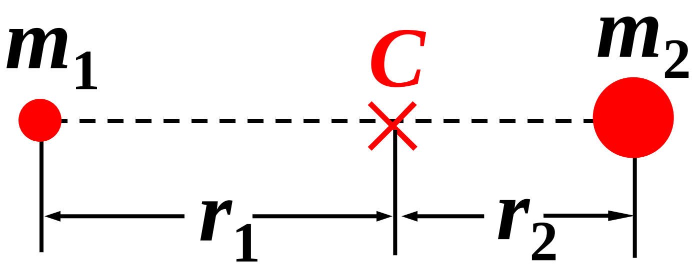


质点系

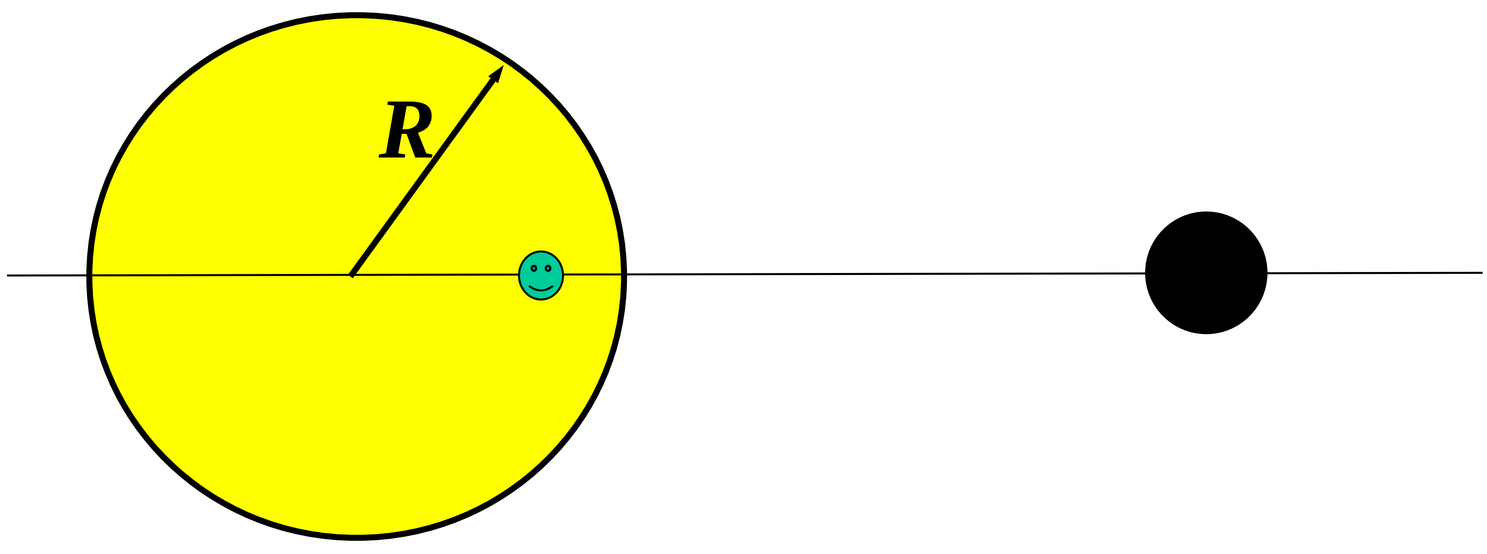
质心位置是质点位置以质量为权重的平均值。

二. 几种系统的质心

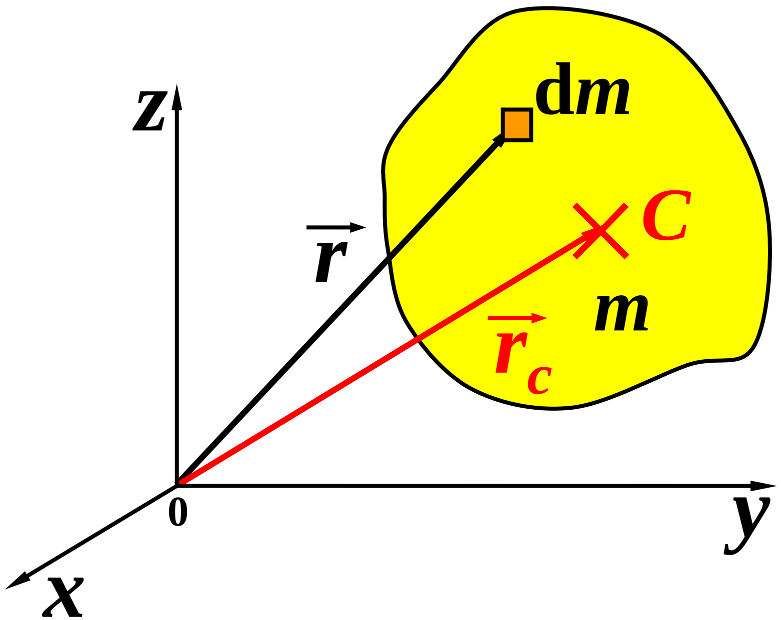
1. 两质点系统



$$m_1 r_1 = m_2 r_2$$



2. 连续体



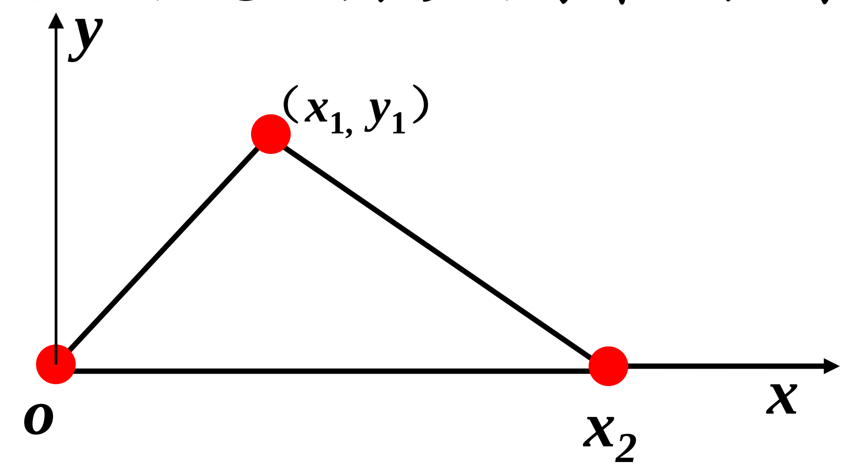
质心 $$\vec{r}_C = \frac{\int \vec{r}\,\mathrm{d}m}{m}$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{\int x\,\mathrm{d}m}{m} \\ y_C = \dfrac{\int y\,\mathrm{d}m}{m} \\ z_C = \dfrac{\int z\,\mathrm{d}m}{m} \end{cases}$$

a.　均匀杆、圆盘、圆环、球，质心为其几何中心。

b.　“小线度”物体的质心和重心是重合的。

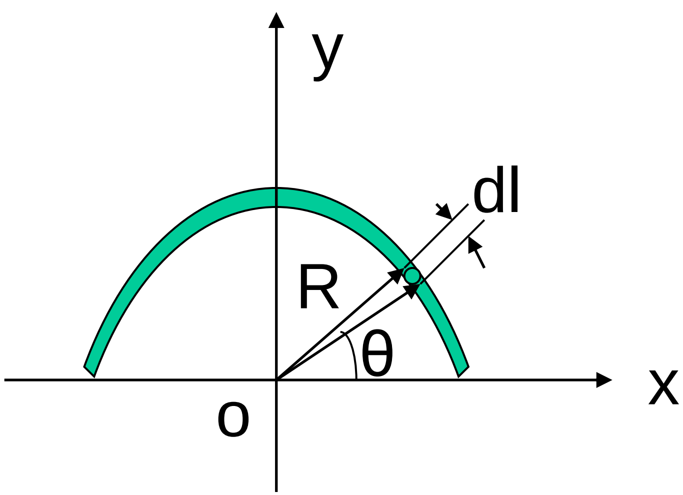
例： 任意三角形的每个顶点有一质量m，求质心。



$$\begin{cases} x_c = \dfrac{mx_1 + mx_2}{3m} = \dfrac{x_1 + x_2}{3} \\ y_c = \dfrac{my_1}{3m} = \dfrac{y_1}{3} \end{cases}$$

例: 一段均匀铁丝弯成半圆形,其半径为R,求此半圆形铁丝的质心。

解： 半圆关于y轴对称，质心即在y轴上。



任取dl长的一段铁丝，其质量为dm，则：

$$y_c = \frac{\int dm \cdot y}{m} = \frac{\int dm \cdot R\sin\theta}{m}$$

$$= \frac{\int_0^\pi \lambda R^2 \sin\theta \cdot d\theta}{m} = \frac{2R}{\pi}$$