

# 大学物理

## 热学的研究方法 宏观 + 微观

### ▲ 热力学 (thermodynamics)

宏观基本实验规律  $\xrightarrow{\text{逻辑推理}}$  热现象规律

特点：普遍性、可靠性。

### ▲ 统计力学 (statistical mechanics)

对微观结构提出模型、假设  $\xrightarrow{\text{统计方法}}$  热现象规律

特点：可揭示本质，但受模型局限。

## 1. 平衡态 (equilibrium state) :

系统的宏观性质不随时间变化的状态 (动平衡)

## 2. 宏观量 (macroscopic quantity) :

表征系统宏观性质的物理量 (可直接测量)。

{ 广延量 (有累加性) : 如  $M$ 、 $V$  ...  
强度量 (无累加性) : 如  $p$ 、 $T$  ...

## 3. 微观量 (microscopic quantity) :

描写单个微观粒子运动状态的物理量

如分子的  $m$ ,  $\vec{v}$ ,  $d \cdots$

#### 4. 态参量 (state parameter) :

描写平衡态的宏观物理量。

如：气体的  $p$ 、 $V$ 、 $T$

一组态参量  $\xrightleftharpoons[\text{对应}]{\text{描述}}$  一个平衡态

#### 5. 物态方程 (equation of state) :

态参量之间的函数关系：  $f(p, V, T)$

理想气体物态方程：

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

# 气体的实验定律 理想气体

1、玻意耳定律：一定质量的气体，在温度 $T$ 保持不变时，其压强 $P$ 与体积 $V$ 的乘积是个常量。

$$PV=\text{常量} \quad (m \text{ 与 } T \text{ 不变})$$

2、盖—吕萨克定律：一定质量的气体，在压强 $P$ 保持不变时，其体积 $V$ 与热力学温度 $T$ 成正比。

$$V/T=\text{常量} \quad (m \text{ 与 } P \text{ 不变})$$

3、查理定律：一定质量的气体，在体积 $V$ 保持不变时，其压强 $P$ 与热力学温度 $T$ 成正比。

$$P/T=\text{常量} \quad (m \text{ 与 } V \text{ 不变})$$

理想气体：根据上述实验事实，我们把在任何情况下都能严格遵守上述实验定律的气体称为理想气体

实验表明：无论何种气体，在压强不太大，温度不太低时，都能较好的遵守上述三条定律。


表示理想气体在任一平衡态下各宏观状态参量之间的关系式——理想气体状态方程

## 四. 理想气体的物态方程

$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ pV = \frac{m}{M} RT \end{cases}$$

$$R = 8.31 \quad (\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K}))$$

— 普适气体常数


$$\begin{cases} pV = NkT \\ p = nkT \end{cases}$$

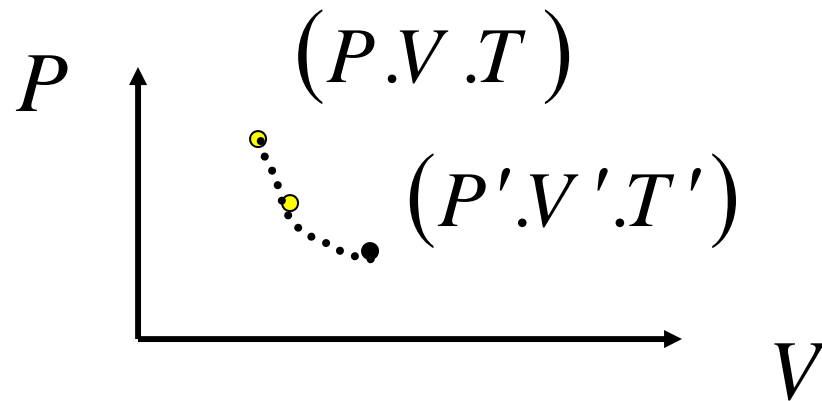
$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

— 玻尔兹曼常量

(Boltzmann Constant)

( $m$  — 气体质量,  $M$  — 气体摩尔质量,  $\nu$  — 摩尔数,  $N_A$  — 阿伏伽德罗常量,  $N$  — 气体分子总数,  $n$  — 气体分子数密度)

状态图：（ $P$ - $V$ 图）

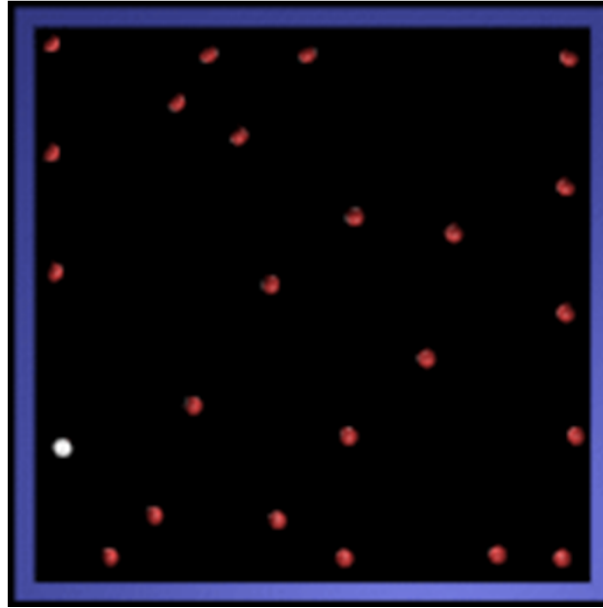


$P$   $V$  图上一个点代表一个平衡态  
一条线代表一个准静态过程

通常还画  $P$  -  $T$ 、 $T$  -  $V$ 、图



# 气体分子的的无规则运动



碰撞在分子运动中是个最活跃的因素

非平衡  $\xrightarrow{\text{碰撞}}$  平衡  $\xrightarrow{\text{碰撞}}$  保持动态平衡

# 平均碰撞频率 & 平均自由程的定义

## 平均碰撞频率(mean collision frequency)

$\bar{z}$ : 单位时间内一个气体分子与其它分子碰撞的平均次数。

## 平均自由程 (mean free path)

$\bar{\lambda}$ : 气体分子在相邻两次碰撞间飞行的平均路程 —

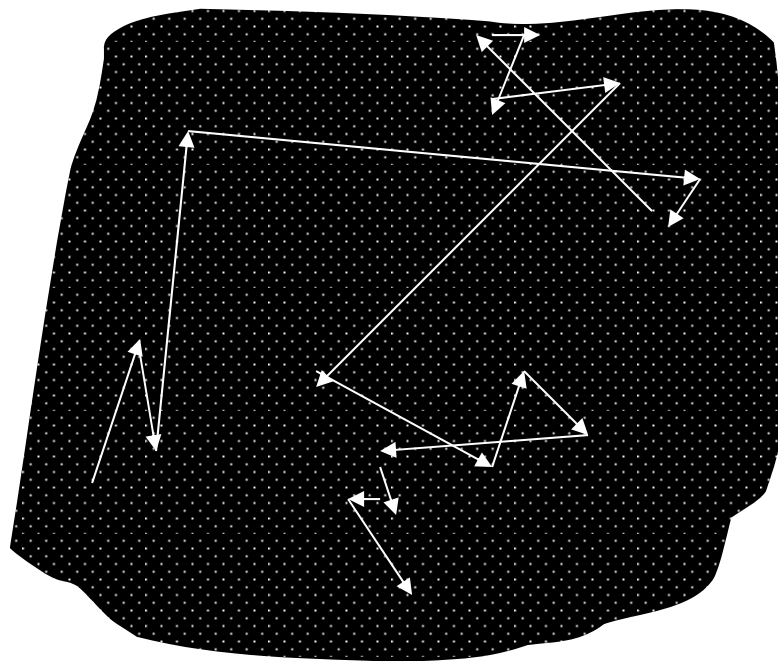
$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v} \Delta t}{\bar{z} \Delta t} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}$$

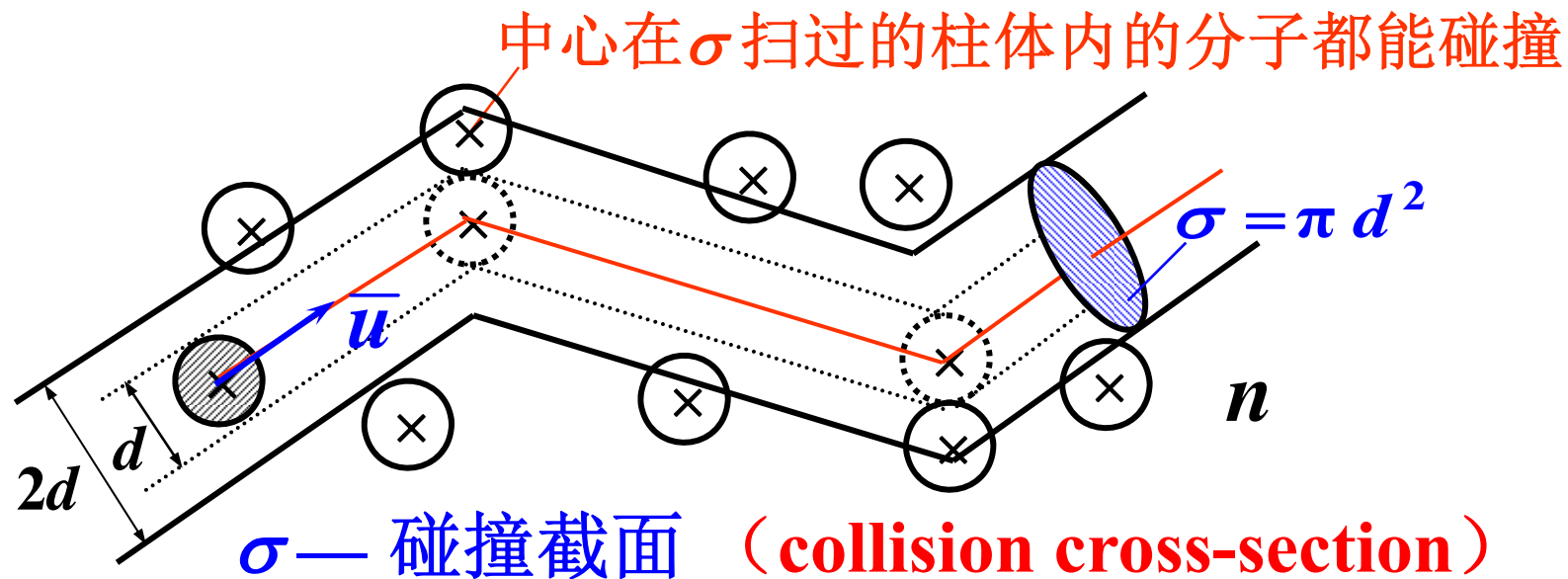
## 二. 平均碰撞频率与平均速率的关系

理想气体，在平衡态下

并假定：

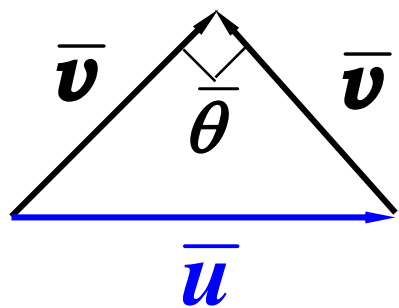
- (1) 只有一种分子；
- (2) 分子可视作直径为  $d$  的刚球；
- (3) 被考虑的分子以平均相对速率  $\bar{u}$  运动，其余的分子静止。





$\sigma$  单位时间内扫过的体积  $= \sigma \cdot \bar{u}$

$$\therefore \bar{z} = \sigma \bar{u} \cdot n = \pi d^2 n \bar{u}$$



碰撞夹角 $\theta$ 有各种可能 (0 — 180°)

$$\bar{\theta} = 90^\circ \rightarrow \bar{u} = \sqrt{2} \bar{v}$$

$$\therefore \bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} n$$

### 三. 平均自由程与压强、温度的关系

$$\left. \begin{aligned} \bar{\lambda} &= \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \\ p &= nkT \end{aligned} \right\} \rightarrow \bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \propto \frac{T}{p}$$

$$T = 273\text{K}: \quad p(\text{atm}) \qquad \bar{\lambda}(\text{m})$$

$$1 \qquad \sim 7 \times 10^{-8}$$

$$10^{-7} \qquad \sim 0.7 \text{ (灯泡内)}$$

$$10^{-11} \qquad \sim 7 \times 10^3 \text{ (几百公里高空)}$$

[例] 已知:  $\text{O}_2$ ,  $d \approx 3.6 \times 10^{-10} \text{m}$ ,

$$T = 273 \text{K}, \quad p = 1 \text{atm}$$

求:  $\bar{z} = ?$   $\bar{\lambda} = ?$   $\bar{v} \approx 425 \text{m/s}$

解:

$$n = \frac{p}{kT} \approx 2.69 \times 10^{25} / \text{m}^3$$

$$\bar{z} = \sqrt{2} \pi d^2 n \bar{v} \approx 6.58 \times 10^9 \text{s}^{-1}$$

( $\sim 66$  亿次/秒! )

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} \approx 6.46 \times 10^{-8} \text{m}$$

## § 7.6 理想气体的压强

( pressure of ideal gases )

### 一. 气体动理论的基本观点

1. 宏观物体由大量分子、原子构成，分子间有一定的间隙；
2. 分子永不停息地作无规则运动 — 热运动
3. 分子间有一定相互作用力。

## 二. 理想气体的微观假设

### 1. 关于每个分子的力学性质

(1) 大小 — 分子线度  $\ll$  分子间平均距离;

(2) 分子力 — 除碰撞的瞬间, 在分子之间、  
分子与器壁之间无作用力;

(3) 碰撞性质 — 弹性碰撞;

(4) 服从规律 — 牛顿力学。



## 2.关于大量分子的统计假设（对平衡态）

(1) 无外场时，分子在各处出现的概率相同，

$$n = \frac{dN}{dV} = \frac{N}{V} = \text{const.}$$

(2) 由于碰撞，分子可以有各种不同的速度，速度取向各方向等概率，即：

$$\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} = 0; \quad \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

**注意：**统计规律有**涨落**（**fluctuation**），统计对象的数量越大，涨落越小。

### 三. 理想气体压强公式的推导

前提：平衡态，忽略重力，分子看成质点  
（只考虑分子的平动）；

设：同种气体，分子质量为 $m$ ，

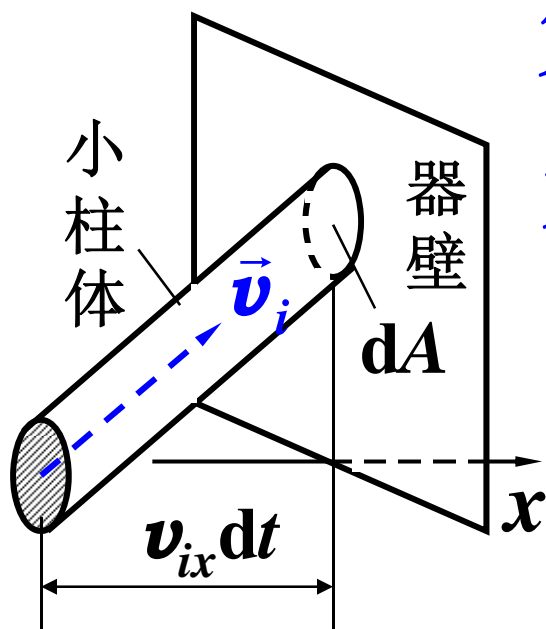
$N$  — 总分子数， $V$  — 体积，

$n = \frac{N}{V}$  — 分子数密度（足够大），

$n_i = \frac{N_i}{V}$  — 速度为 $\vec{v}_i$ 的分子数密度，

$$N = \sum_i N_i, \quad n = \sum_i n_i$$

推导：取器壁上小面元 $dA$  ( $\gg$ 分子截面面积)



第1步：一个分子对 $dA$ 冲量： $2m\mathbf{v}_{ix}$

第2步： $dt$ 内所有 $\vec{v}_i$ 分子对 $dA$ 冲量：

$$\begin{aligned} dI_i &= (2m\mathbf{v}_{ix})(n_i\mathbf{v}_{ix}dt dA) \\ &= 2n_i m \mathbf{v}_{ix}^2 dt dA \end{aligned}$$

第3步： $dt$ 内所有分子对 $dA$ 冲量：

$$dI = \sum_{(\mathbf{v}_{ix} > 0)} dI_i = \frac{1}{2} \sum_i dI_i = \sum_i n_i m \mathbf{v}_{ix}^2 dt dA$$

( $\mathbf{v}_{iy}$ 和 $\mathbf{v}_{iz}$ 可取任意值)

第4步: 
$$p = \frac{dF}{dA} = \frac{dI}{dt dA} = \sum_i n_i m \mathbf{v}_{ix}^2 = \sum_i \frac{N_i}{V} m \mathbf{v}_{ix}^2$$

$$= \frac{N}{V} m \frac{\sum N_i \mathbf{v}_{ix}^2}{N} = nm \overline{\mathbf{v}_x^2}$$

$$= \frac{1}{3} nm \overline{\mathbf{v}^2}$$

由分子平均平动动能  $\bar{\varepsilon}_t = \frac{1}{2} m \overline{\mathbf{v}^2}$  和  $p = \frac{1}{3} nm \overline{\mathbf{v}^2}$

有

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_t$$

—— 气体压强公式

## § 7.7 温度的统计意义

$$\left. \begin{array}{l} \text{由 } p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_t \\ \text{和 } p = nkT \end{array} \right\} \rightarrow \bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2} kT, \text{ 即 } T \text{ 和 } \bar{\varepsilon}_t \text{ 单值对应。}$$

由此给出温度的统计意义：

$T$  是大量分子热运动平均平动动能的量度。

$$\left. \begin{array}{l} \bar{\varepsilon}_t = \frac{1}{2} m \overline{v^2} \\ \bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2} kT \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \propto \sqrt{T},$$

$\sqrt{\overline{v^2}}$  称为方均根速率 (root-mean-square speed)

**$T = 273\text{K}$ 时,**

$$\bar{\varepsilon}_{\text{t}} = \frac{3}{2}kT \doteq 5.65 \times 10^{-21} \text{ J}$$

$$\doteq 3.53 \times 10^{-2} \text{ eV}$$

$$\text{H}_2: \sqrt{\boldsymbol{v}^2} = 1.84 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$\text{O}_2: \sqrt{\mathbf{v}^2} = 4.61 \times 10^2 \text{ m/s}$$

1、理想气体状态方程：

$$pV = \nu RT = \frac{M}{M_{mol}} RT \quad \frac{pV}{T} = \text{常量}$$

2、理想气体压强公式：

$$P = n k T$$

$$p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t}$$

3、理想气体温度公式：

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k T$$

## § 7.8 能量均分定理

### 一. 气体分子自由度 (**degree of freedom**)

自由度：决定物体空间位置的**独立**坐标数，  
用  $i$  表示。

#### 1. 单原子分子 (**monatomic molecule**)

● 如：He, Ne...可看作质点，只有平动。

$t$  — 平动自由度

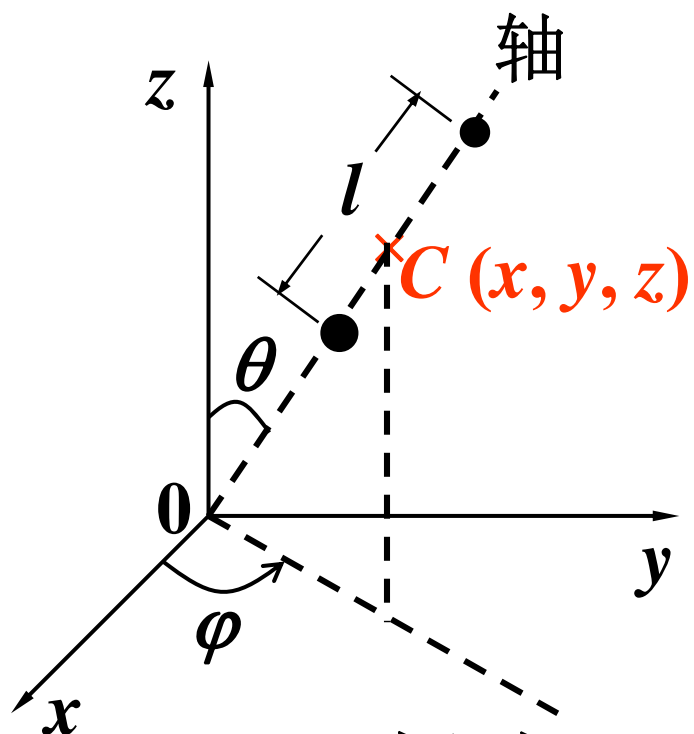
(**degree of freedom of translation**)

$$i = t = 3$$



## 2. 双原子分子 (biatomic molecule)

如:  $\text{O}_2$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{CO}$  ...



质心C平动:  $(x, y, z)$

$t=3$  — 平动自由度,

轴取向:  $(\theta, \varphi)$

$r$  — 转动(rotation)自由度,

$r=2$

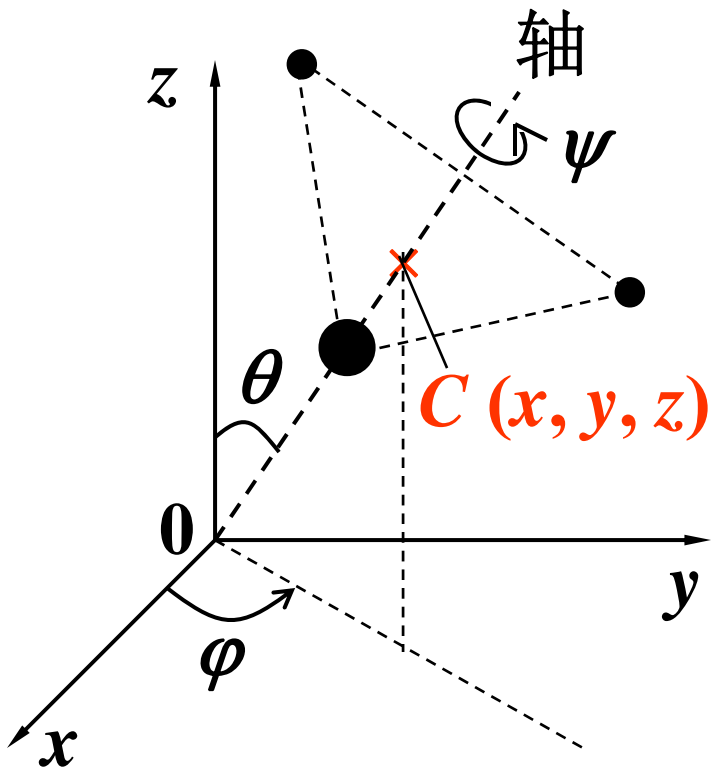
距离  $l$  变化:

$v$  — 振动(vibration)自由度,  $v=1$

$\therefore$  总自由度:  $i = t + r + v = 6$

### 3. 多原子分子 (multi-atomic molecule)

如:  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NH}_3$ , ...



$N$ : 分子中的原子数

$$i = t + r + v = 3N$$

$t = 3$  (质心坐标  $x, y, z$ )

$r = 3$  ( $\theta, \varphi, \psi$ )

$$v = 3N - 6$$

## 二. 能量均分定理 (equipartition theorem)

由  $\bar{\varepsilon}_t = \frac{3}{2}kT$  及  $t = 3$  有:

一个平动自由度对应的平均动能为  $\frac{1}{2}kT$

即: 
$$\frac{1}{2}m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_y^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_z^2} = \frac{1}{2}kT$$

由于分子碰撞频繁, 平均地说, 能量分配没有任何自由度占优势。即:

在温度为 $T$ 的平衡态下, 分子热运动的每一个自由度所对应的平均动能都等于 $\frac{1}{2}kT$

—— 能量均分定理

谢谢大家！