大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

第 三 篇

电　　磁　　学

（Electromagnetism）

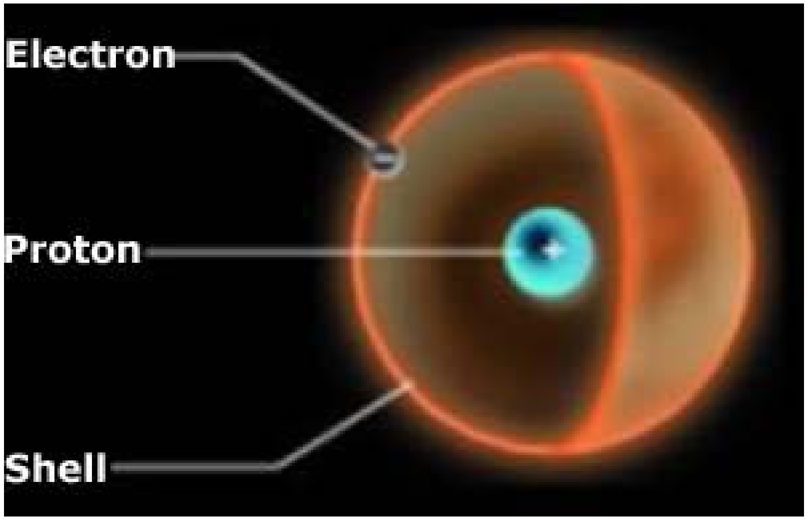
(第10章~第16章)

电磁学研究电磁现象的规律

- 电荷、电流产生电场、磁场的规律，
- 电场和磁场的相互联系，
- 电磁场对电荷、电流的作用，
- 电磁场对物质的各种效应。

§ 1.1 电荷（electric charge）

物质世界的组成



宏观物质　　分子

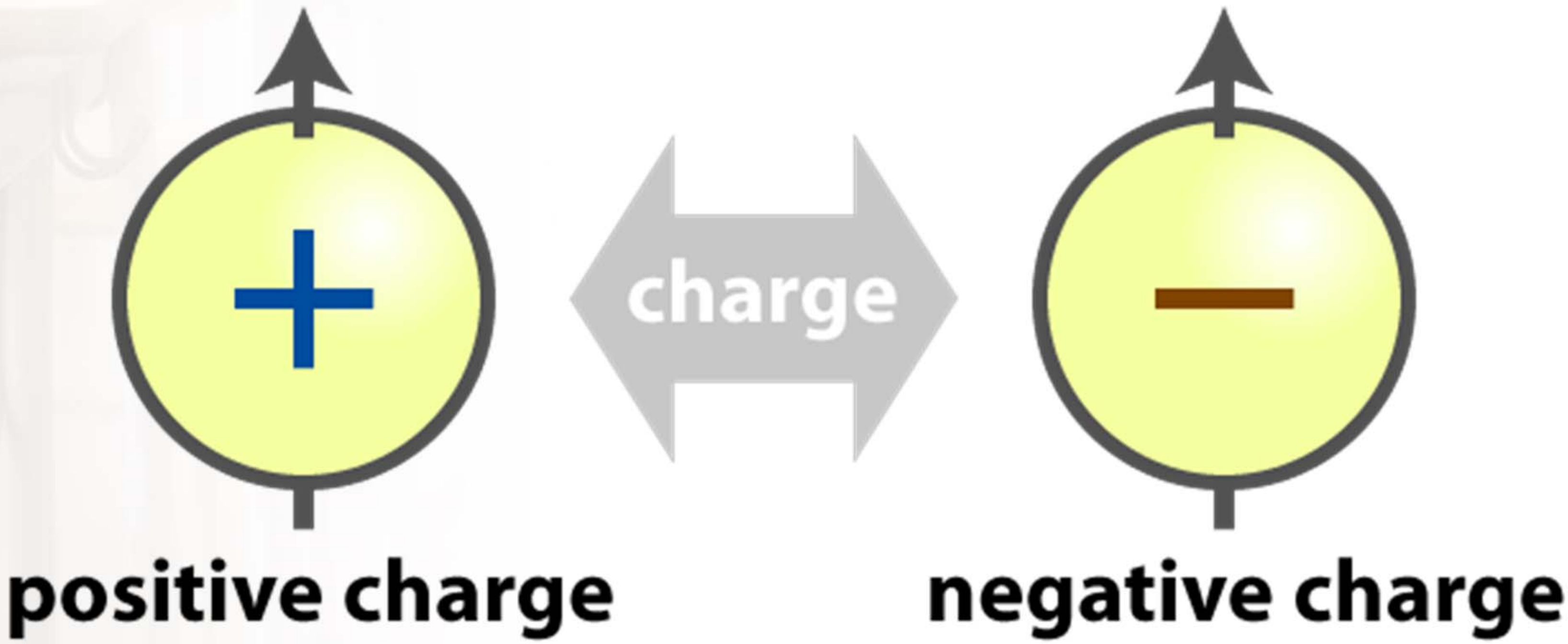
原子 { 原子核 { 中子 / 质子(+) } / 电子(-) }

质子数（正电荷）=电子数（负电荷）

§ 1.1 电荷（electric charge）

电磁现象来源于**电荷**或电荷的**运动**

电荷时物质**基本属性**之一



§ 1.1 电荷（electric charge）

一． 电荷的基本性质

1. 电荷的种类

- 正电荷、负电荷，同种相斥，异种相吸
- 带电体所带电荷数量的多少称为电量，用Q或q表示，单位为*库仑*（C）；

2. 电荷量子化

1906～1917年，密立根用液滴法测定了电子电荷，*证明微小粒子带电量的变化是不连续的，它只能是元电荷 e 的整数倍*，即粒子的电荷是量子化的。（ $e=1.602*10^{-19}C$）

§ 1.1 电荷（electric charge）

基本电荷　e=1.6×10^{-19}C

电子：　Q= - e= -1.6×10^{-19}C

质子：　Q= e= 1.6×10^{-19}C

电荷量子化：

$$\boxed{Q = \pm Ne}$$

迄今所知，电子是自然界中存在的最小负电荷，质子是最小的正电荷。

近代物理从理论上预言两种夸克的存在

- 宏观的电磁规律

  认为宏观带电体的电荷是连续分布的

- 点电荷——带电体本身的线度比所研究的问题中所涉及的距离小的多时

- 电荷守恒定律

对于一个系统，如果没有净电荷出入其边界，则该系统的正负电荷的电量的代数和将保持不变，这就是电荷守恒定律

电荷不能凭空产生，但能改变

光子（**0**）**------**正（+）、负（**-**）电荷

正（+）、负（**-**）电荷**------**光子（**0**）

§ 1.1 电荷（electric charge）

- 电荷的相对论不变性

在不同的参照系内观察，同一个带电粒子的电量不变。电荷的这一性质叫做电荷的相对论不变性。

☞电荷守恒定律的表述：

在一个和外界没有电荷交换的系统内，正负电荷电量的代数和在任何物理过程中保持不变。

☞电荷守恒定律适用于一切宏观和微观过程（ 例如核反应和基本粒子过程 ），是物理学中普遍的基本定律之一。

§ 1.1 电荷（electric charge）

- 电荷和质量

电荷之间的作用力	质点之间的作用力
相吸 （异种电荷） 相斥 （同种电荷）	相吸
相对论不变性	质量随速率变化

§ 1.2 电场和电场强度

“电力”是怎样传递的？

早期：电磁理论是超距作用理论　电荷 ⇄ 电荷

后来：法拉第提出近距作用

　　　并提出力线和场的概念　电荷 ⇄ 电场 ⇄ 电荷

一. 电场及其物质性

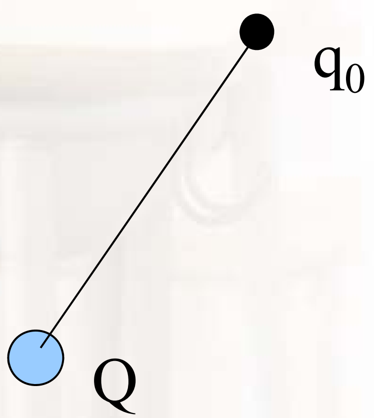
场的物质性：

- 给电场中的带电体施以力的作用。
- 当带电体在电场中移动时，电场力作功，场具有能量。
- 变化的电场以光速在空间传播，表明电场具有动量

§ 1.2 电场和电场强度

电荷q_A $\rightleftharpoons$ 电场 $\rightleftharpoons$ 电荷q_B

$\boxed{\text{检验电荷}}$ 条件 $\begin{cases}\text{电量充分地小}\\ \text{线度足够地小}\end{cases}$



场源电荷

q0----F0
q1----F1
q2----F2
….
…

$$\boxed{\frac{F_0}{q_0} = \frac{F_1}{q_1} = \frac{F_2}{q_2} = \cdots\cdot}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \vec{E}(\vec{r}, t)}$$

电场强度 $\boxed{\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}}$

q_0— 静止的检验（点）电荷

$\vec{F}$ — 检验电荷受的电场力

§ 1.2 电场和电场强度

电场强度 $\boxed{\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}}$

q_0— 静止的检验（点）电荷

$\vec{F}$ — 检验电荷受的电场力

反映电场本身的性质

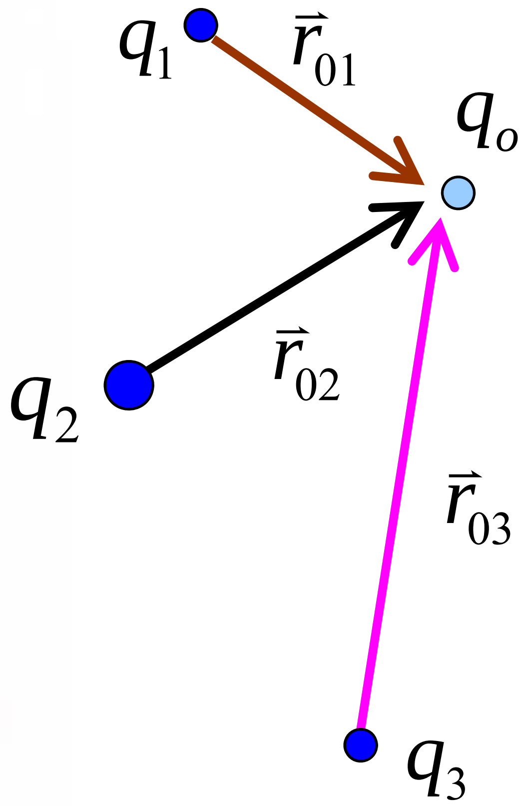
电场强度的方向为静止的**正**检验电荷受力方向

大小为**单位**电荷受的力

场源电荷静止，周围的电场称为**静电场**

单位为： 牛顿每库仑 N/C

§ 1.2 电场和电场强度



实验证明库仑力满足线形叠加原理，不因第三者的存在而改变两者的相互作用。当电场是由多个点电荷形成的，则试验电荷受的力为：

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

由场强定义：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\sum \vec{F}_i}{q} = \sum_i \frac{\vec{F}_i}{q} = \sum_i \vec{E}_i$$

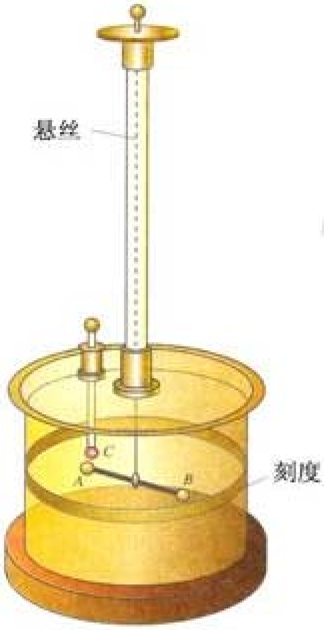
场强叠加原理：

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots\ldots \qquad \vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

在多个点电荷产生的电场中某点的电场强度等于每个点电荷单独存在时在该点所产生的电场强度的矢量和。

§ 1.3 库仑定律

1785年，库仑通过扭称实验得到。



库仑扭秤实验

§ 1.3 库仑定律

1. 表述：

在真空中，两个静止*点电荷*之间的相互作用力大小，与它们的电量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比；作用力的方向沿着它们的联线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。

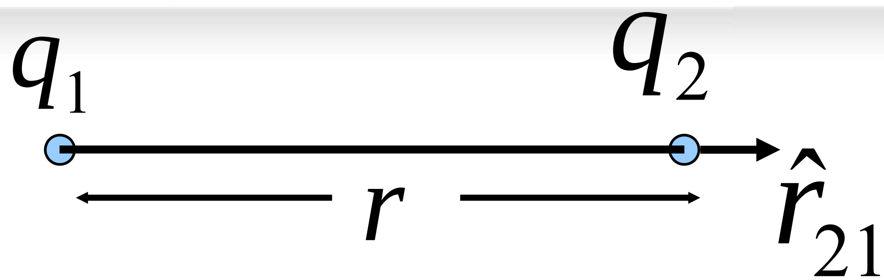
大小：

$$\boxed{F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

§ 1.3 库仑定律

矢量表示:

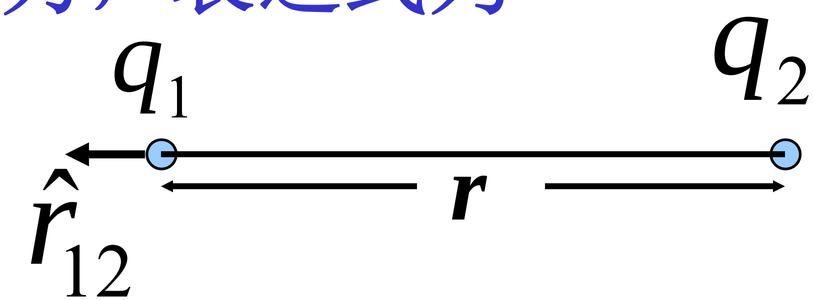
电荷2受电荷1的力



$$\boxed{\vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\vec{e}_{r_{21}} = -\vec{F}_{12}}$$

$\hat{r}_{21}$为从电荷1指向电荷2的单位矢量.

若表示电荷1受电荷2的力，表达式为



$$\boxed{\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{e}_{r_{12}} = -\vec{F}_{21}}$$

$\hat{r}_{12}$为从电荷2指向电荷1的单位矢量.

§ 1.3 库仑定律

$$\boxed{\vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\vec{e}_{r_{21}} = -\vec{F}_{12}}$$

国际单位制（SI）中：$\boxed{k = 9\times 10^9 \mathrm{m}^2\mathrm{N}/\mathrm{c}^2}$

k的一种常用形式：

令 $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

真空介电常量

$$\boxed{\varepsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\frac{\mathrm{c}^2}{\mathrm{m}^2\mathrm{N}}}$$

$$\boxed{\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{21}^2}\vec{e}_{r_{21}} = -\vec{F}_{12}}$$

§1.3 库仑定律

▲ 库仑定律适用的条件：

- 真空中点电荷间的相互作用
- 施力电荷对观测者静止（受力电荷可运动）

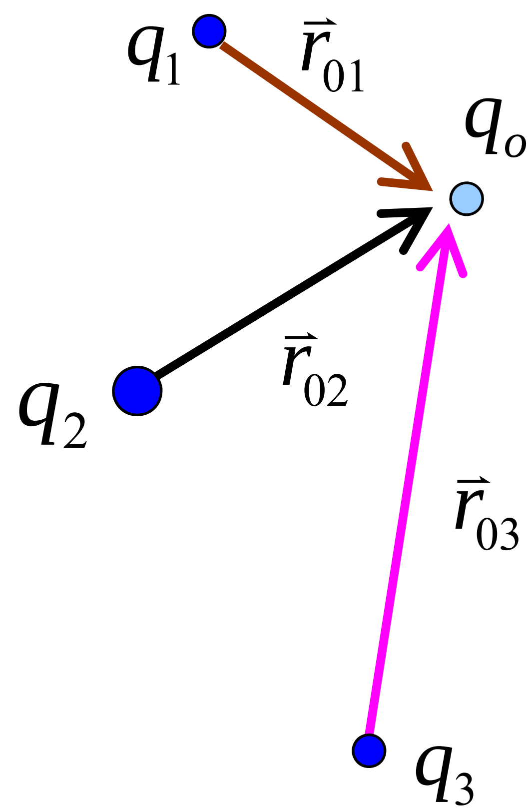
§ 1.3 库仑定律

静电力的叠加原理：

实验表明，库仑力满足线性叠加原理，即不因第三者的存在而改变两者之间的相互作用。

$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$

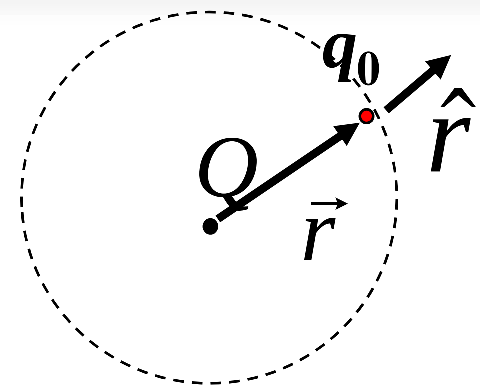
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$



§ 1.3 库仑定律

静止的点电荷的电场及其叠加

根据库仑定律和场强的定义



由场强定义：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

由库仑定律：

$$\vec{F} = \frac{Qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

由上述两式得

$$\vec{E} = \frac{q_i \vec{e}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

1） $\left|\vec{E}\right| = E = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ 球对称

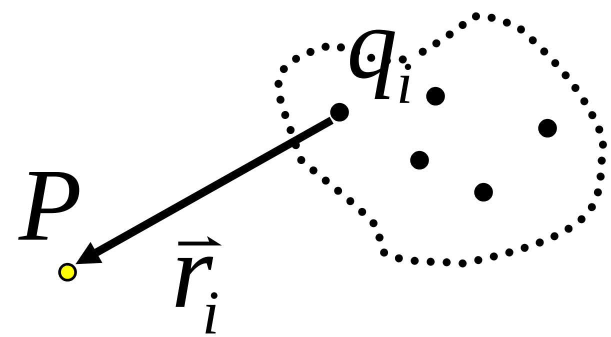
2） $\hat{r}$ 为从场源电荷指向场点的单位矢量

任意带电体的场强E=?

1) 如果带电体由 n 个点电荷组成，如图

由场强的叠加原理

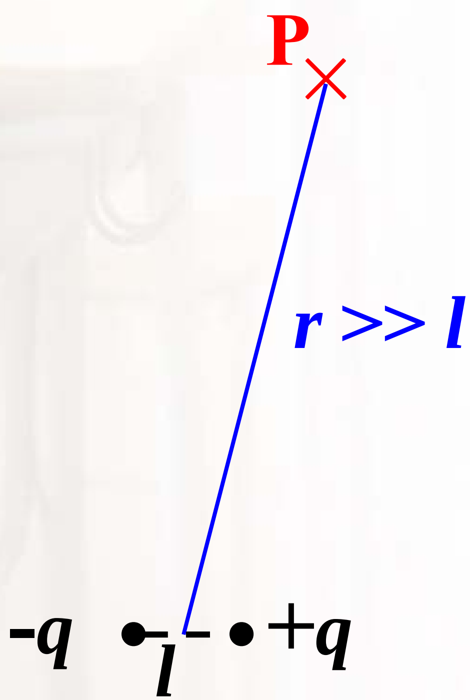
$$\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i}$$



$$\vec{E} = \sum_i \frac{q_i \vec{e}_{r_i}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}$$

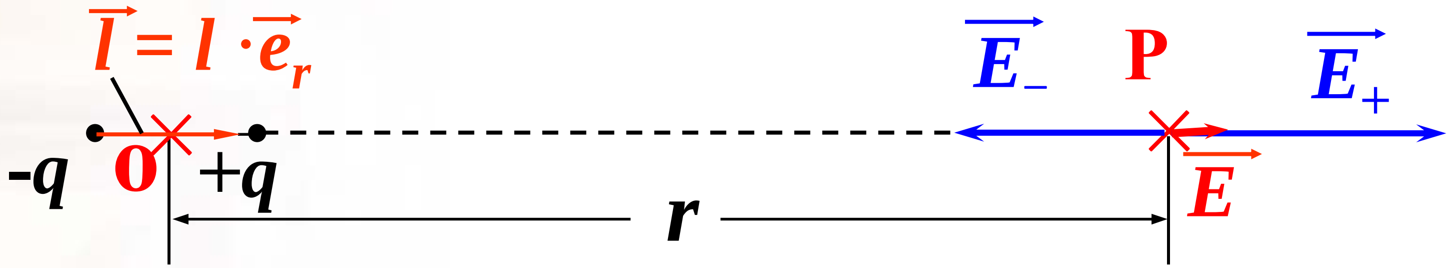
1.电偶极子（electric dipole）的场强

电偶极子：一对靠得很近的等量异号的点电荷所组成的电荷系



电偶极子是个相对的概念，它也是一种实际的物理模型（如极性分子）。

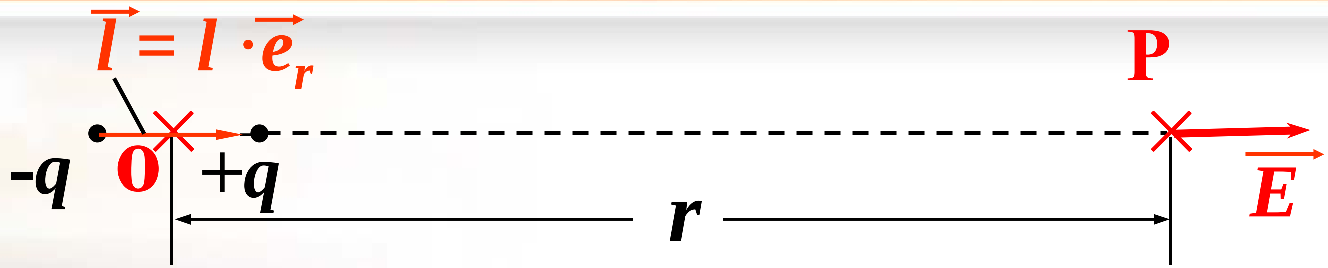
（1）轴线上的场强



$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q\vec{e}_r}{(r-\frac{l}{2})^2} + \frac{-q\vec{e}_r}{(r+\frac{l}{2})^2}\right]$$

$r >> l$ 时：

$$\frac{1}{(r\mp\frac{l}{2})^2} = \frac{1}{r^2}(1\mp\frac{l}{2r})^{-2} \approx \frac{1}{r^2}(1\pm\frac{l}{r})$$



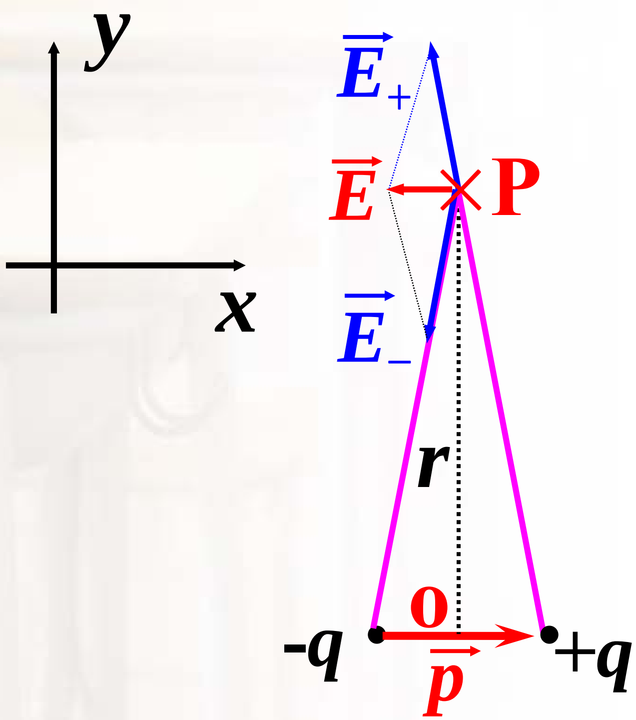
$$\therefore\ \vec{E}=\frac{q\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{1}{r^2}\left[\left(1+\frac{l}{r}\right)-\left(1-\frac{l}{r}\right)\right]=\frac{2q\vec{l}}{4\pi\varepsilon_o r^3}$$

令 $\vec{p}=q\vec{l}$，$\vec{l}:-q\rightarrow+q$， 则 $\vec{E}=\dfrac{2\vec{p}}{4\pi\varepsilon_o r^3}$

$\vec{p}$称为电偶极矩（**electric dipole moment**）

这表明电偶极子的 q 和 $\vec{l}$ 是作为一个整体影响它在远处的电场的。

Δ（2）中垂线上的场强



$$\vec{E}_+ = \frac{q\vec{r}_+}{4\pi\varepsilon_0 r_+^3} \qquad \vec{E}_- = \frac{-q\vec{r}_-}{4\pi\varepsilon_0 r_-^3}$$

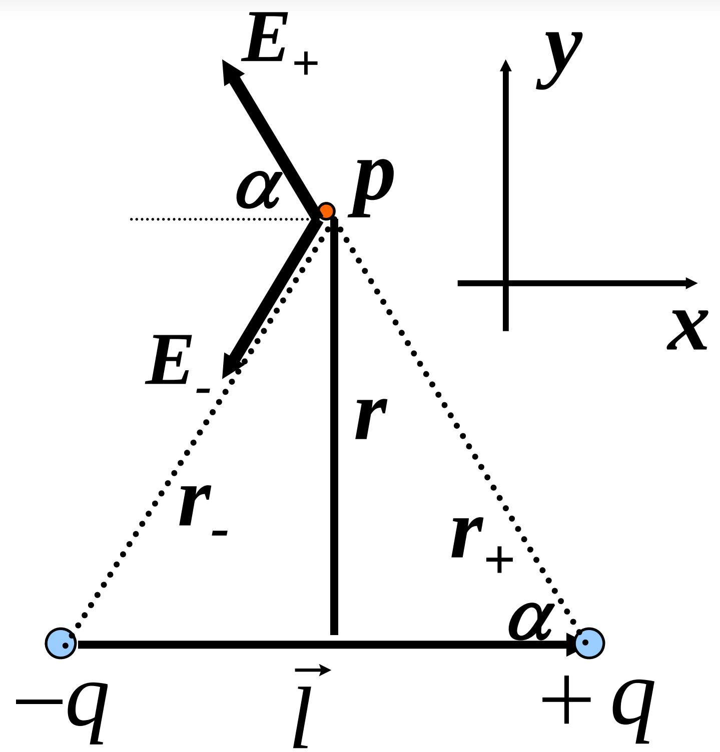
$$E_x = 2E_{+x} = -2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+^2}\cos\alpha$$

$$= -2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0[r^2+(\frac{l}{2})^2]}\frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2+(\frac{l}{2})^2}}$$

$$= -\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0[r^2+(\frac{l}{2})^2]^{3/2}} \approx -\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(r >> l)$$

☞垂直平分线上的一点

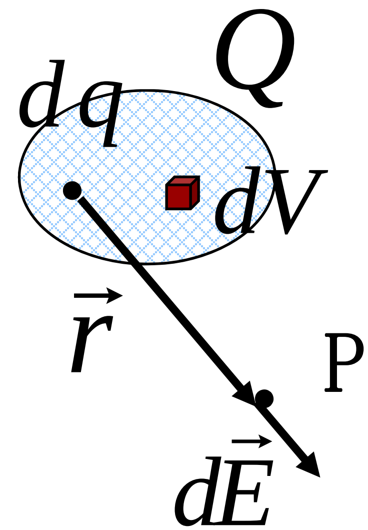
$$\boxed{\vec{E} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}$$



电偶极子中垂线上距离电偶极子中心较远处各点的电场强度与电偶极子的极矩成正比，与该点到电偶极子中心的距离的三次方成反比，方向与电矩的方向相反

➤连续带电体的场强

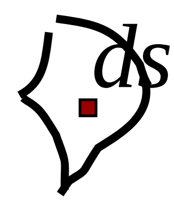
把带电体看作是由许多个电荷元组成



$$\boxed{\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \int_q \frac{\mathrm{d}q \cdot \vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

电荷分布：

- 体电荷分布　$\boxed{dq = \rho dV}$
- 面电荷分布　$\boxed{dq = \sigma dS}$
- 线电荷分布　$\boxed{dq = \lambda dl}$



[例] 已知：一根带电直棒，λ，L

求：中垂线上的场强

解：（1）划分电荷元

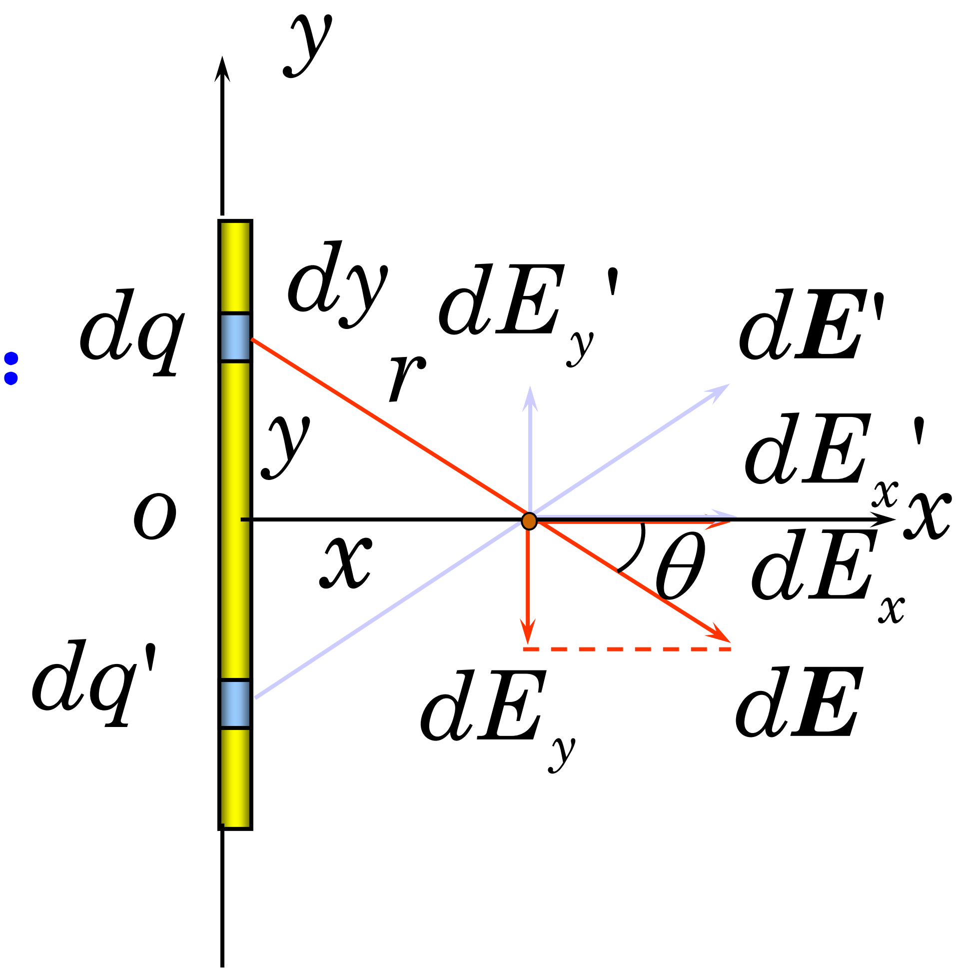
$$\mathrm{d}q=\lambda\,\mathrm{d}y$$

（2）分析 $\mathrm{d}\vec{E}$ 大小、方向：

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta,$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}$$

$$\mathrm{d}E_y=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta。$$

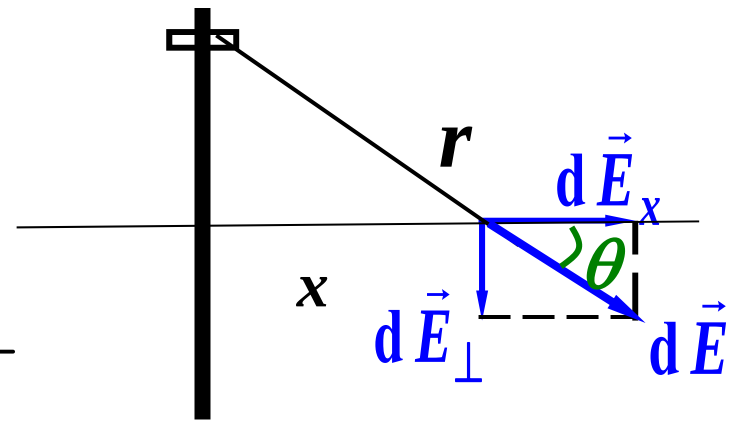


（3）积分求 $\vec{E}$：

$$\vec{E} = \int_q \mathrm{d}\vec{E} = \vec{i}\int_q \mathrm{d}E_x$$

$$\left.\begin{aligned} dE_x &= \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta = \frac{x\lambda dy}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \\ l &= x\tan\theta \Rightarrow dy = \frac{xd\theta}{\cos^2\theta} \end{aligned}\right\}$$

$$E = \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 x} d\theta = \frac{\lambda\sin\theta_1}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

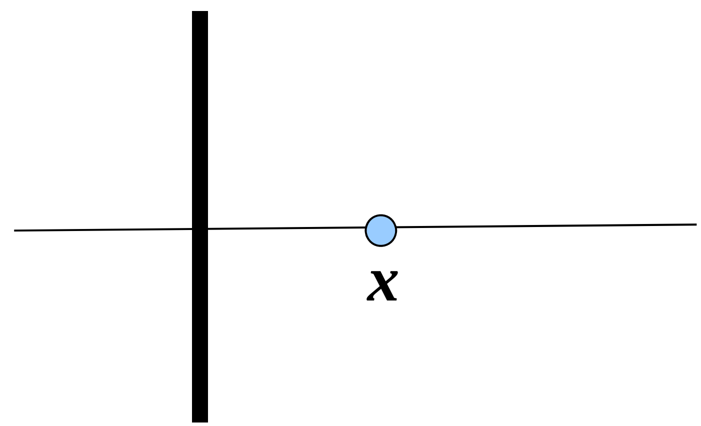


$$E = \frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 x\sqrt{x^2 + L^2/4}}$$

讨论： $E=\dfrac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 x\sqrt{x^2+L^2/4}}$

1： 当x<<L(直线中部近旁区域，也可以认为是无限长直线)

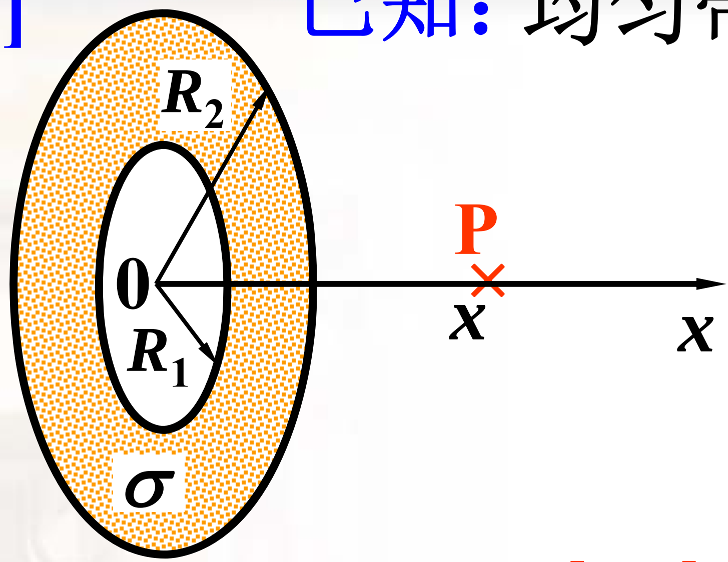
$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$



2： 当x>>L(无限远处)

$$E=\frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 x^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$ 点电荷

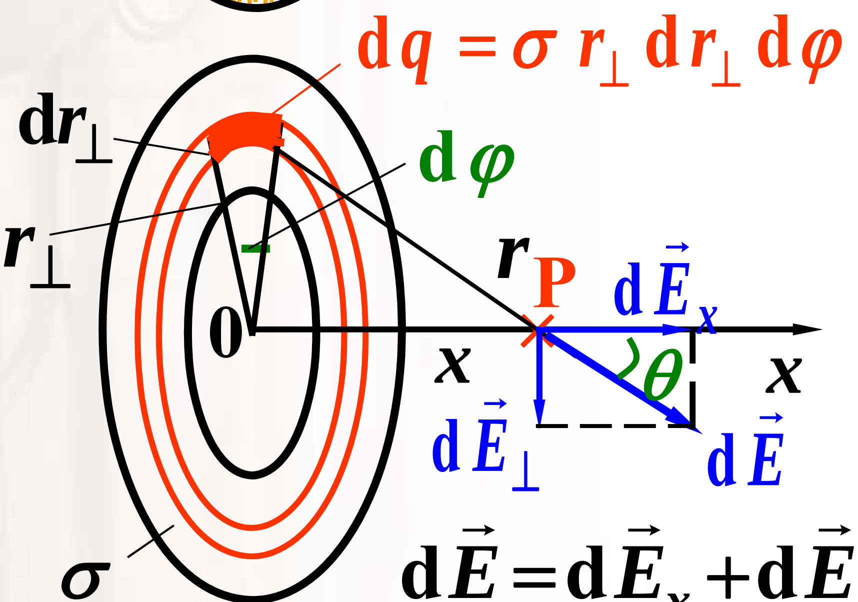
[例] 已知：均匀带电环面，σ，R_1，R_2



求：轴线上的场强 $\vec{E}$

解：（1）划分电荷元

$$\mathrm{d}q = \sigma\,\mathrm{d}s$$
$$= \sigma\, r_\perp \mathrm{d}r_\perp \cdot \mathrm{d}\varphi$$



$$\mathrm{d}\vec{E} = \mathrm{d}\vec{E}_x + \mathrm{d}\vec{E}_\perp$$

（2）分析 $\mathrm{d}\vec{E}$ 大小、方向：

$$\mathrm{d}E_x = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta\,,$$

$$\mathrm{d}E_\perp = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta\,。$$

（3）积分求 $\vec{E}$：$\vec{E}=\int_q \mathrm{d}\vec{E}=\vec{i}\int_q \mathrm{d}E_x=E_x\cdot\vec{i}$

$$E_x=\int_q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta=\int_0^{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\sigma\, r_\perp\,\mathrm{d}r_\perp\,\mathrm{d}\varphi}{4\pi\varepsilon_0\cdot r^2}\cdot\cos\theta$$

$$=\frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\int_{R_1}^{R_2}\frac{r_\perp\cdot\mathrm{d}r_\perp}{r^2}\cdot\frac{x}{r}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\int_{R_1}^{R_2}\frac{x\cdot r_\perp\cdot\mathrm{d}r_\perp}{(x^2+r_\perp^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma\,x}{2\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{1}{\sqrt{x^2+R_1^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R_2^2}}\right]$$

$$\therefore \quad \vec{E} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_2^2}}\right] \cdot \vec{i}$$

（4）分析结果的合理性：

① 量纲正确；

② 令 $x = 0$，得 $\vec{E} = 0$ ， 合理；

③ 令 $x >> R_2$， 则：

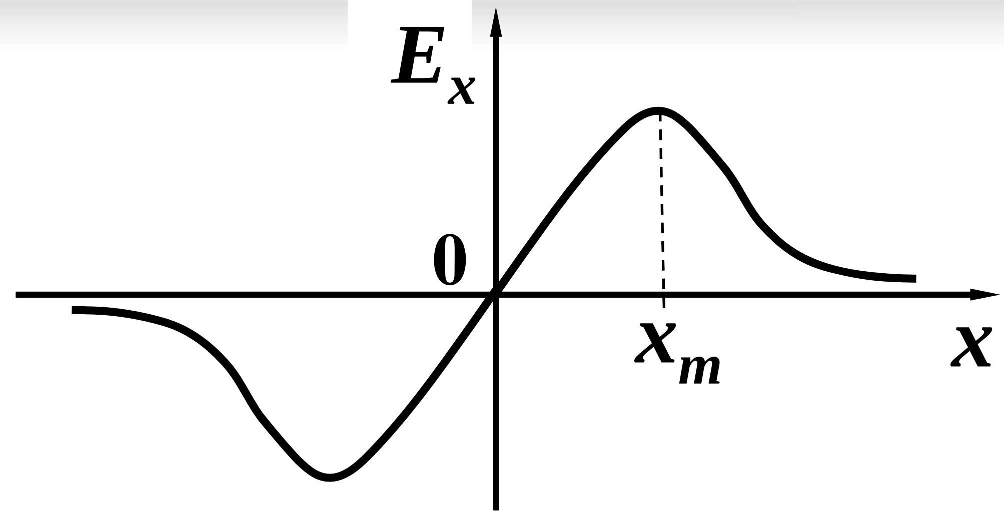
$$\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{1}{x\sqrt{1+R^2/x^2}} = \frac{1}{x}\left[\left(1+\frac{R^2}{x^2}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{x}\left(1-\frac{R^2}{2x^2}\right)$$

$$E_x \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{2x^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \propto \frac{1}{x^2},$$

点电荷合理。

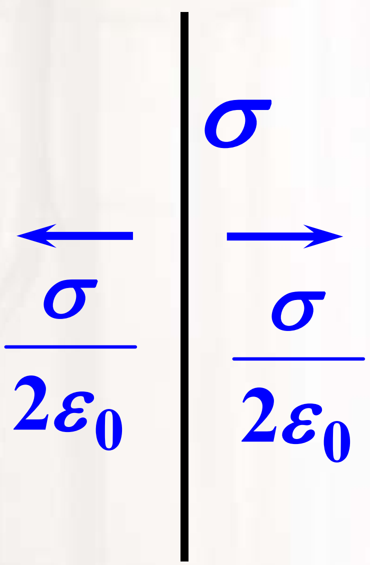
（5）对结果的讨论：

① E的分布：



x_m=?，自己计算。

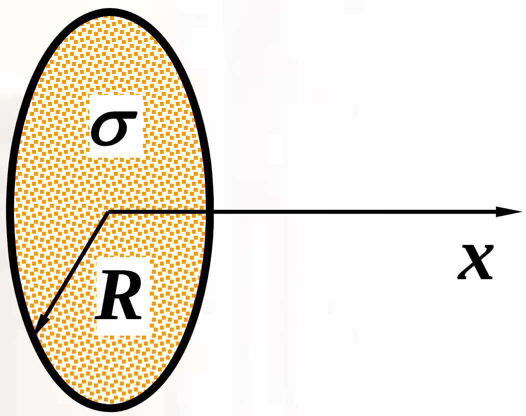
② $R_1 \to 0$， $R_2 \to \infty$，此为均匀带电无限大平面：



$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{|x|},$$

$$E = |E_x| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \text{常量} \begin{cases} \text{与轴无关} \\ \text{与 } x \text{ 无关} \end{cases}$$

③ $R_1 \to 0$， $R_2 = R$ ，此为均匀带电圆盘情形：



$$E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{|x|} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right]$$

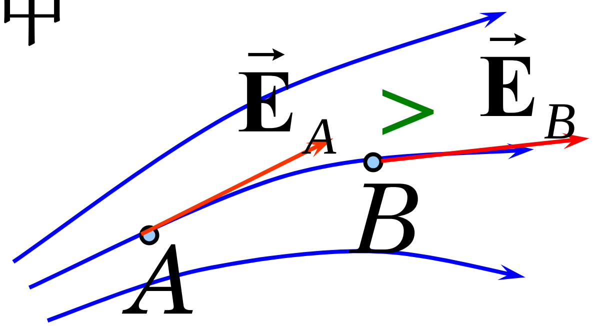
$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{|x|}\left[1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right]$$

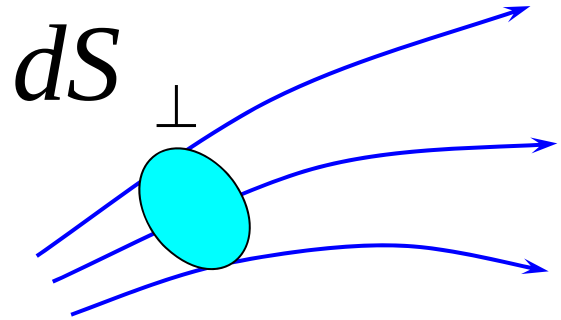
§ 1.4 电场线和电通量

一、电力线 ——用一族空间曲线形象描述场强分布

方向： 各点的切线方向表示电场中该点场强的方向



大小：在垂直于电力线的单位面积上的电力线的条数(数密度)等于该点的场强的大小。



$$E = \frac{d\Phi_e}{dS_\perp}$$

§ 1.4 电场线和电通量

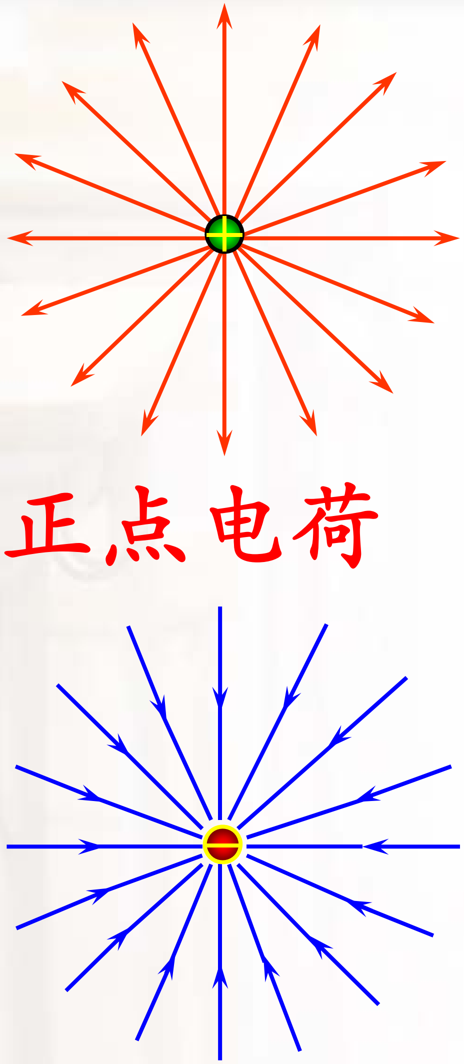
➢电力线的性质：

1) 电力线起始于正电荷(或无穷远处)，终止于负电荷，不会在没有电荷处中断；

2) 两条电场线不会相交；

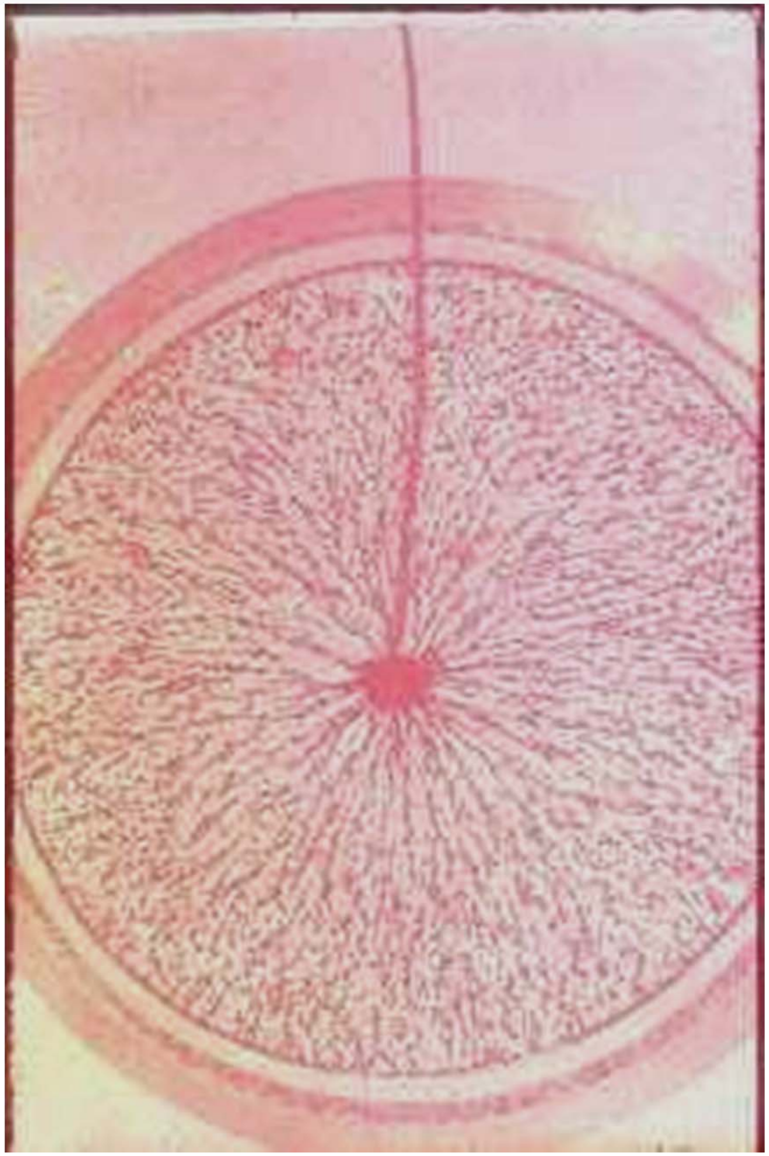
3) 电力线不会形成闭合曲线。

§ 1.4 电场线和电通量

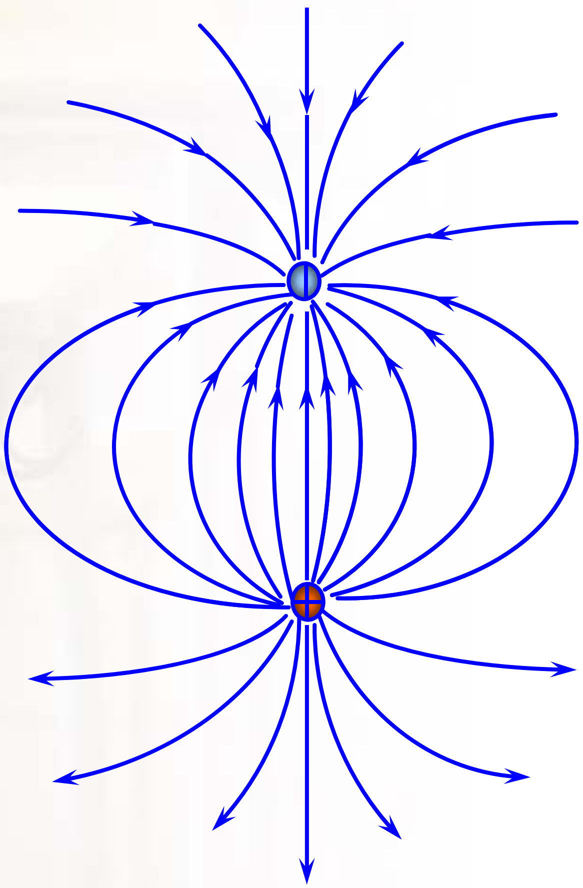


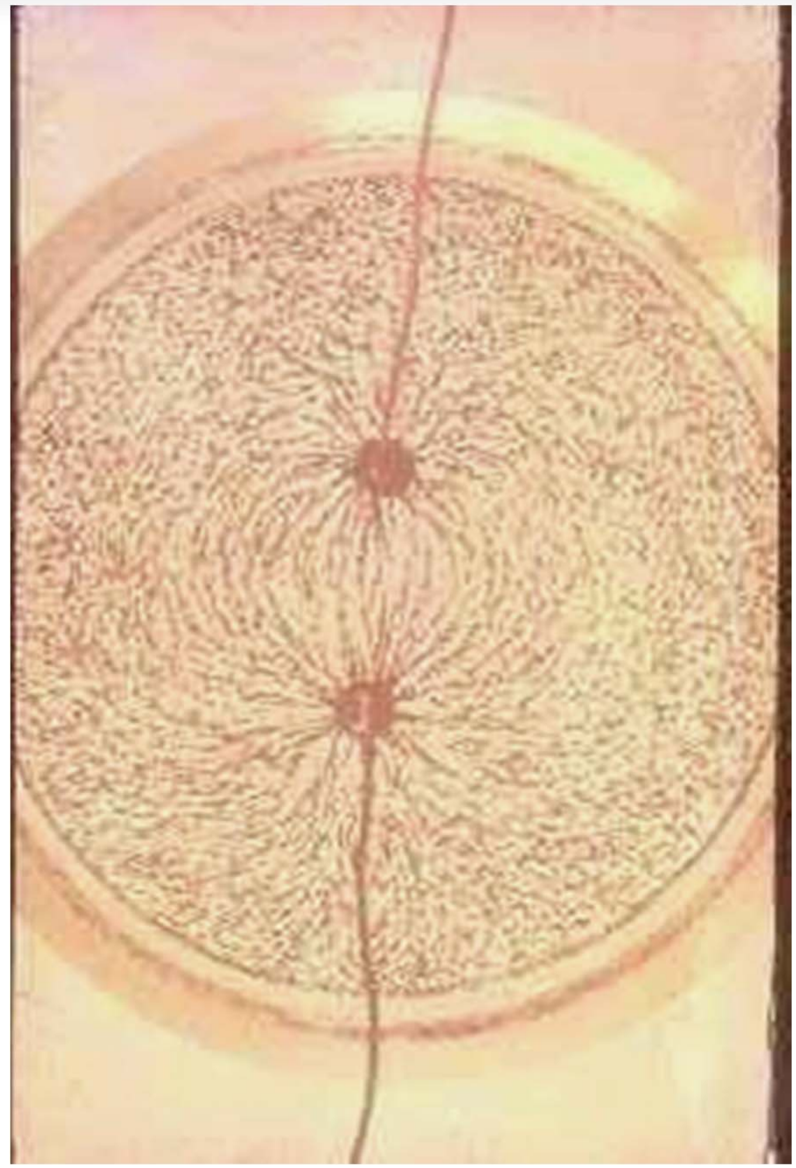
正点电荷

负点电荷

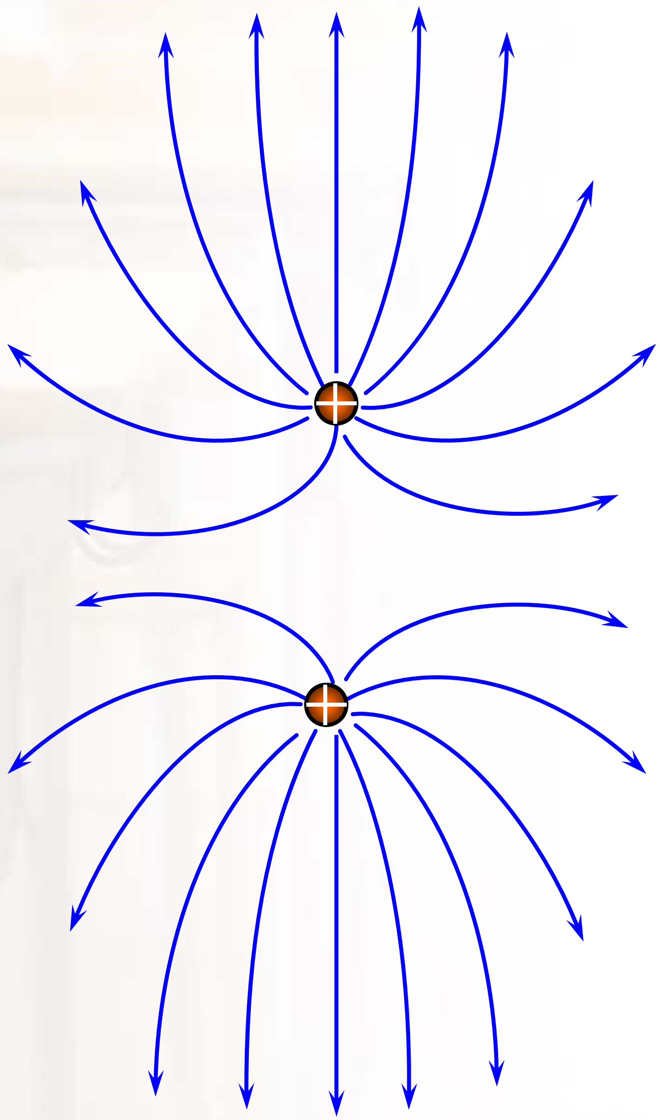


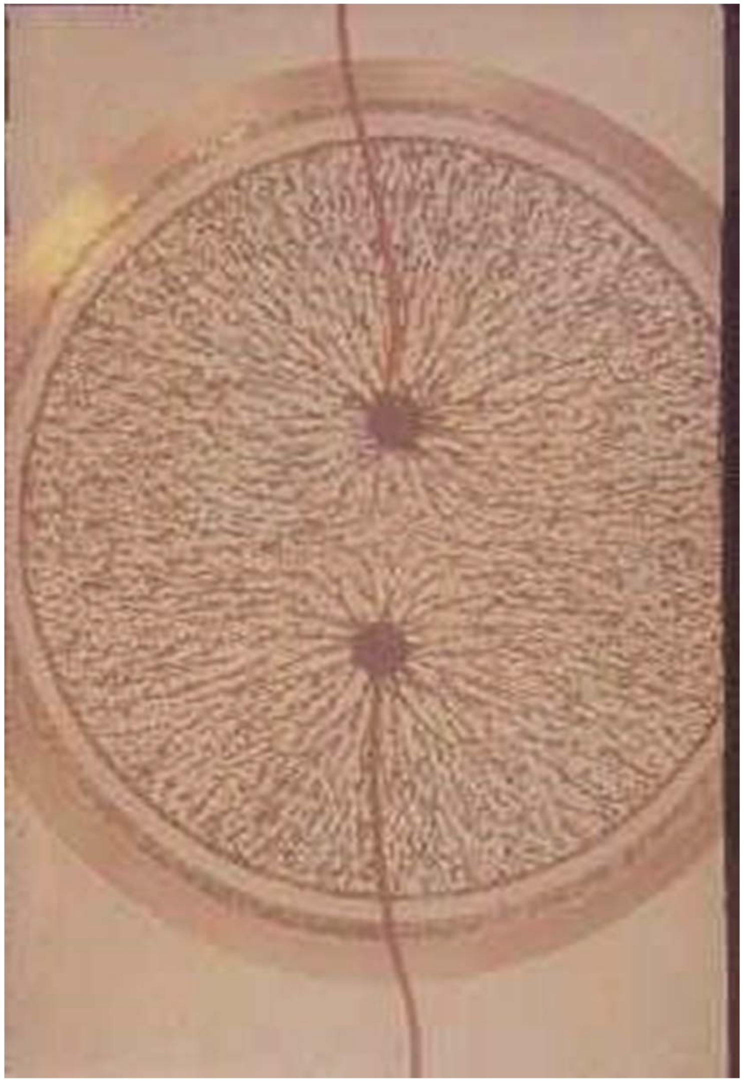
§ 1.4 电场线和电通量



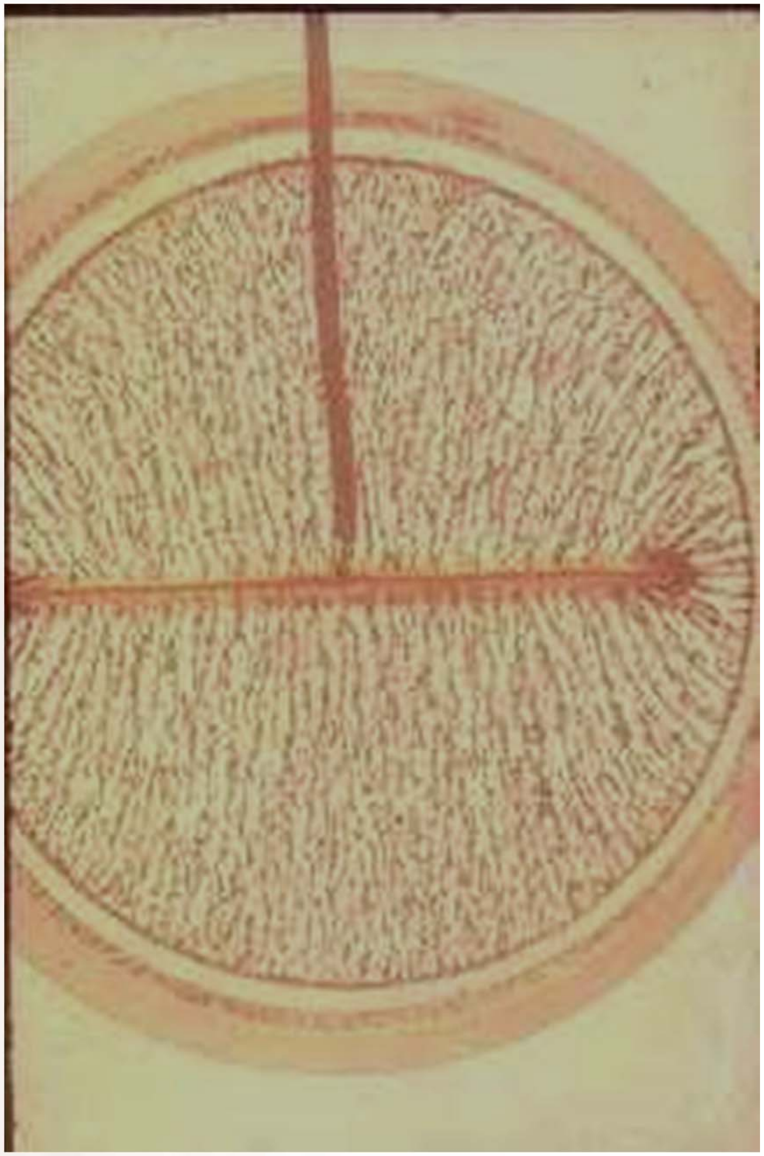


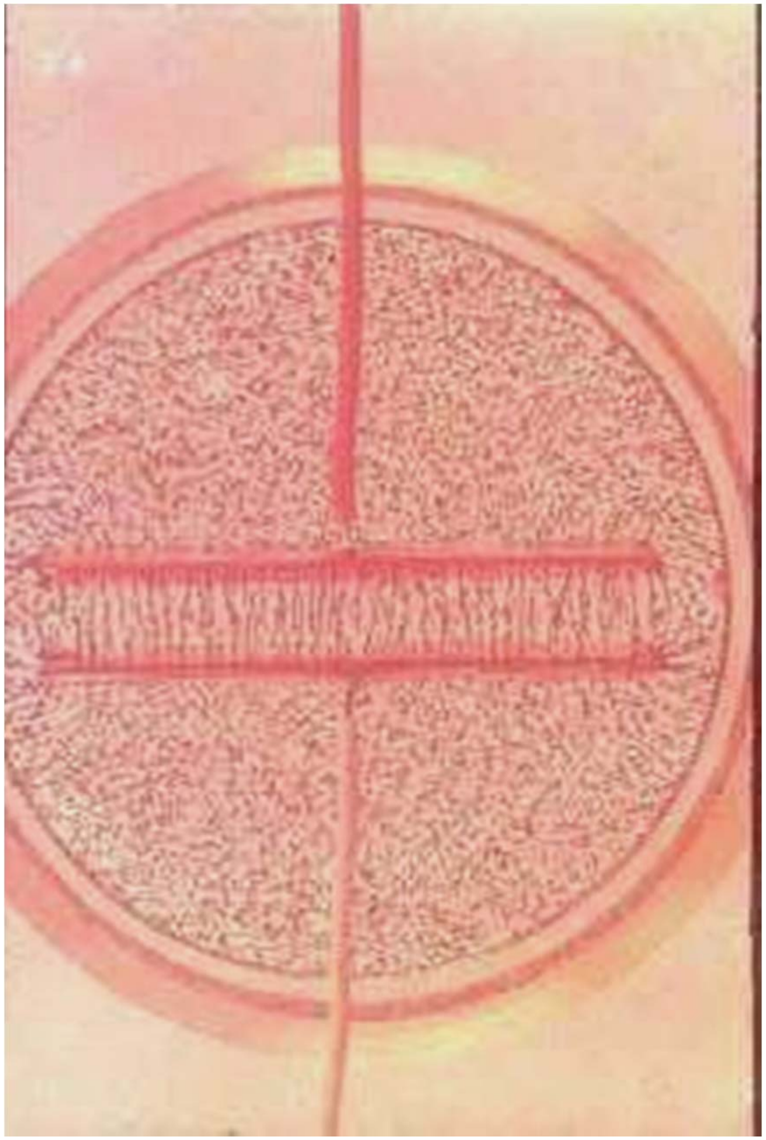
§ 1.4 电场线和电通量





§ 1.4 电场线和电通量





§ 1.4 电场线和电通量

谢谢！