大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

行波： 扰动的传播，介质并不迁移

简谐波的波函数 & 波长

简谐运动传播时，各质元做简谐运动，位移随时间改变

各质元的初相位不同，简谐运动并不同步，在同一时刻，各质元的位移随位置的不同而不同

横波，纵波

$$y(x,t)=A\cos\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)=A\cos(\omega t-kx)=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

注：　如果沿x轴负向传播，负号改为正号

固体棒中的横波

$$u=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

固体棒中的纵波

$$u=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

固体中可以传输横波和纵波，液体和气体中仅能传播纵波（通过体变模量）

$$u=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

$$\Delta W_k = \Delta W_p = \frac{1}{2}\rho \Delta V \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\Delta W = \Delta W_k + \Delta W_p = \Delta m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi)$$
$$= \frac{\Delta m \omega^2 A^2}{2}[1 - \cos 2(\omega t - kx + \varphi)]$$

平均能流密度：一个周期内能量密度的平均值

$$\overline{w} = \frac{1}{2}\rho \omega^2 A^2 = 2\pi^2 \rho \nu^2 A^2$$

波的强度： $I = \dfrac{dW}{dtdS} = \overline{w} u = \dfrac{1}{2}\rho \omega^2 A^2 u$

应力和应变成正比：胡克定律

单位体积弹性势能：模量和应变平方乘积的一半

1. 线变 $\frac{F}{S}=E\frac{\Delta\ell}{\ell_0}$ $\boxed{\omega_p=\frac{1}{2}E(\frac{\Delta l}{l})^2}$ E：杨氏模量

2. 剪切形变 $\frac{F}{S}=G\frac{\Delta d}{D}$ $\boxed{\omega_p=\frac{1}{2}G(\frac{\Delta d}{D})^2}$ G：剪切模量

3. 体变 $\Delta P=-K\frac{\Delta V}{V}$ $\boxed{\omega_P=\frac{1}{2}K(\frac{\Delta V}{V})^2}$ K：体弹模量

惠更斯原理

媒质中任意波面上的各点，都可看作是发射子波（次级波）的波源（点源），其后的任一时刻，这些子波面的包络面（包迹）就是波在该时刻的新的波面。

波的叠加原理：　几列波可以保持各自的特点（方向、振幅、波长、频率）　同时通过同一媒质，在它们相遇处，质元的位移为各波单独在该处产生位移的合成。　（亦称波传播的独立性）

$$y = \underbrace{2A\cos\frac{x}{\lambda}2\pi}\cdot\underbrace{\cos\omega\ t}$$

—— 不具备传播的特征

其绝对值为振幅　相位中无 x

驻波的振幅与位置有关

各质点都在作同频率的简谐运动

$$\left|\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right| = \begin{cases} 1 & 2\pi\dfrac{x}{\lambda} = \pm k\pi \quad k = 0,1,2,\cdots \quad \text{波腹} \\ 0 & 2\pi\dfrac{x}{\lambda} = \pm(k+\dfrac{1}{2})\pi \quad k = 0,1,2,\cdots \quad \text{波节} \end{cases}$$

$$x = \begin{cases} \pm k\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,\cdots \quad A_{max} = 2A \\ \pm(k+\dfrac{1}{2})\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,\cdots \quad A_{max} = 0 \end{cases}$$

波腹

波节

$$L = 10\log\frac{I}{I_0} \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2 \text{ 单位：分贝} dB$$

声速:

$$u = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

$$\nu_R = \frac{u + V_R}{u - V_S}\nu_S$$

$$\nu_R = \frac{u + V_R}{u}\nu_S \qquad \nu_R = \frac{u}{u - V_S}\nu_S$$

电磁波 $$\nu_R = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\nu_S \qquad \nu_R = \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}\nu_S$$

马赫锥 $$\sin\alpha = \frac{u}{V_S}$$

$$\frac{\boldsymbol{v}_S}{\boldsymbol{u}}$$ —— 马赫数

18.2　解题思路

1. 关于波函数的题目，基本的是两类。一类是识别给定波函数，即由给定的波函数公式求波的频率、振幅、速度、波长等。这时将给定波函数和波函数的标准式加以对比即可求得。另一类由已知条件，如某一质元的振动表达式和波速，写出波函数。这时要注意"沿波的传播方向振动逐点延迟"这一基本规律，求出延迟的时间$\left(\Delta t=\dfrac{\Delta x}{u}\right)$，然后改写已知质元的振动表达式即可得所求的波函数。

在写反射波的波函数时，也要先计算从给定质元到反射波中任一点的时间延迟。这时还要特别留意反射的情况 。如果是遇到波密介质(或固定点)而反射，需要计入半波损失，即在传播距离上要加上(或减去)半个波长，或在波函数的相(位)式中加(或减)π。

2. 在计算波的能量或强度时，要注意质元的振动速度$\left(\dfrac{\partial y}{\partial t}\right)$和波的传播速度 u 的区别。质元的动能决定于前者，而波的强度还和后者有关。

3. 对驻波的波函数，应注意到它是由一个振动因子($\cos \omega t$)和一个随坐标周期性变化的因子$\left(\cos \dfrac{2\pi}{\lambda}x\right)$的乘积组成，由此可制定各质元的振动频率以及振幅、相(位)随坐标的分布。

对于两端固定的弦上形成的驻波，应注意波长是“量子化”了的。由波长和弦中的波速可求得波的频率，此波的频率也就是弦振动的频率，而且也就是弦振动时所发出的声音的频率。

4. 在计算由于多普勒效应而产生频率改变时，要注意公式中速度的符号。要注意区别发射的频率，波的频率和接收的频率的区别。

18.3 一横波沿绳传播，其波函数为

$$y = 2\times10^{-2}\sin 2\pi(200t - 2.0x)$$

（1）求此横波的波长、频率、波速和传播方向；

（2）求绳上质元振动的最大速度并与波速比较。

（1）将所给波函数和标准式 $y = A\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)$

$\lambda = 1/2.0 = 0.50\ \text{m}$， $\nu = 200\ \text{Hz}$， $u = \lambda\nu = 100\ \text{m/s}$

由于 t 和 x 的系数反号，知波沿 x 正向传播。

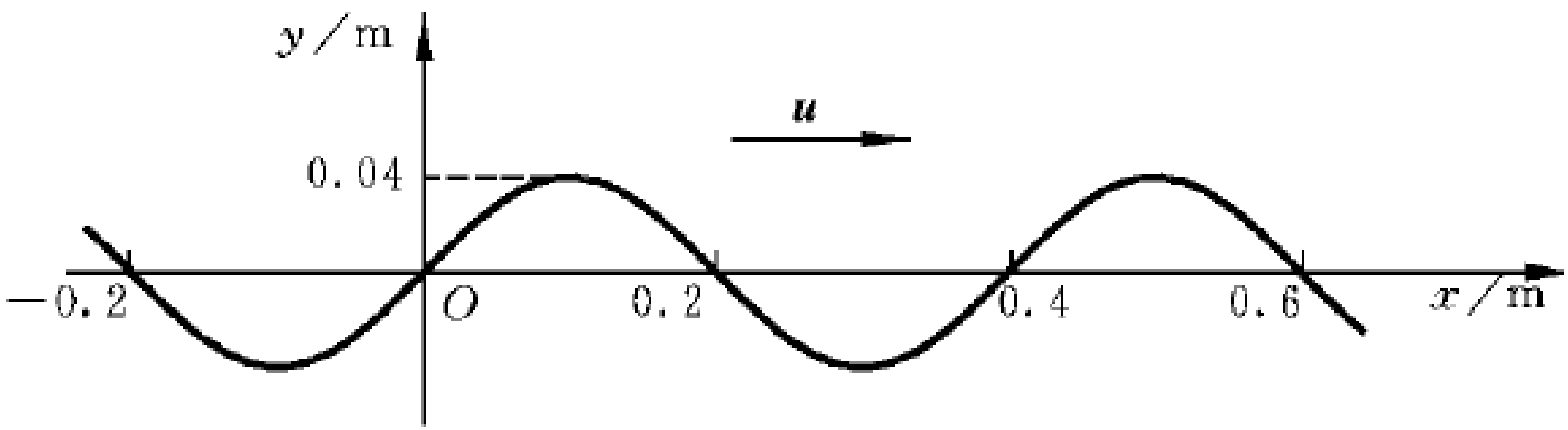
（2）由于振动速度为 $v = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2\pi\nu A\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)$

$$v_{\max} = 2\pi\nu A = 2\pi \times 200 \times 2 \times 10^{-2} = 25\ \text{m/s}$$

18.5 一平面简谐波在 $t=0$ 时的波形曲线如图 18.1 所示。

(1) 已知 $u=0.08\ \mathrm{m/s}$,写出波函数;

(2) 画出 $t=\dfrac{T}{8}$时的波形曲线。



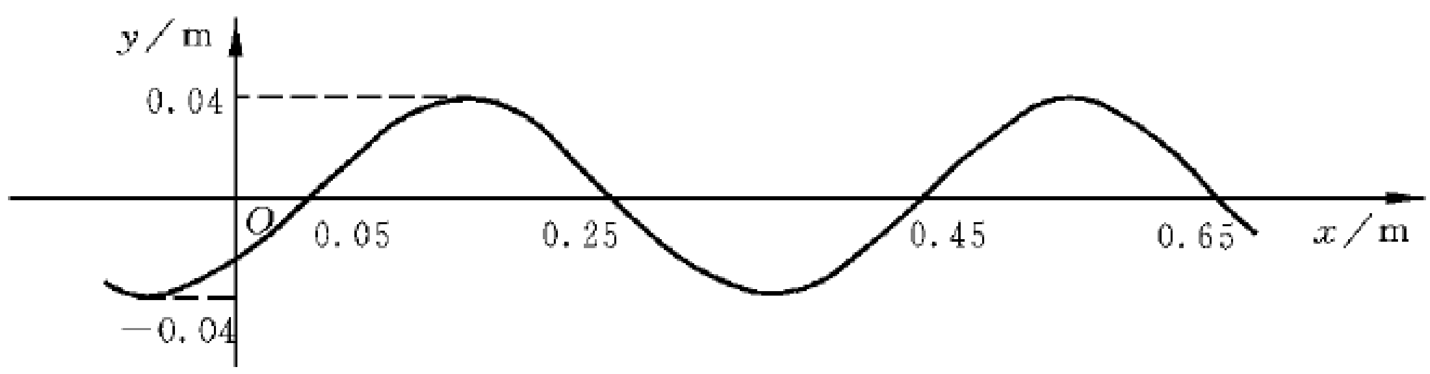
(1) 由图可知，$\lambda=0.4\ \text{m}$，$u=0.08\ \text{m/s}$，$\nu=\frac{u}{\lambda}=\frac{0.08}{0.4}=0.2\ \text{Hz}$。

以余弦函数表示波函数，

由图知，$t=0$，$x=0$ 时，$y=0$，因而 $\varphi=\pi/2$。

$$y=A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]=0.04\cos\left(0.4\pi t-5\pi x+\frac{\pi}{2}\right)$$

(2) $t=\frac{T}{8}$的波形曲线可以将原曲线向 x 正向平移$\frac{\lambda}{8}=0.05\ \text{m}$



18.15 位于 A,B 两点的两个波源，振幅相等，频率都是 100 Hz

相差为 π，若 A,B 相距 30 m，波速为 400 m/s

求 AB 连线上二者之间叠加而静止的各点的位置

考虑 AB 间距离 A 为 x 的一点

两波由 A 和 B 传到此点的相差为

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi &= \varphi_A - \frac{2\pi}{\lambda}x - \left[\varphi_B - \frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\right] \\
&= \varphi_A - \varphi_B + \frac{2\pi\nu}{u}(l-2x) \\
&= \pi + \frac{2\pi\times 100}{400}(l-2x) \\
&= \pi + \frac{\pi(l-2x)}{2}
\end{aligned}$$

两波叠加而质点静止的条件是 $\Delta\varphi=(2n+1)\pi$

$$\pi+\frac{\pi(l-2x)}{2}=(2n+1)\pi$$

$$x=\frac{l}{2}-2n=15-2n$$

n 为整数，$0<x<30$，所以有 $x=1,3,5,\cdots,29\ \mathrm{m}$

18.16 一驻波波函数为

$$y = 0.02\cos 20x \cdot \cos 750t$$

(1) 形成此驻波的两行波的振幅和波速各为多少？

(2) 相邻两波节间的距离多大？

(3) $t=2.0\times10^{-3}$ s 时，$x=5.0\times10^{-2}$ m 处质点振动的速度多大？

(1) 与 $y=2A\cos kx\cos\omega t$ 比较，可得 $A=0.01\ \mathrm{m}$

$$u=\frac{\omega}{k}=\frac{750}{20}=37.5\ \mathrm{m/s}$$

(2) 由于 $\lambda=\frac{2\pi}{k}$，相邻两波节之间的距离为

$$\Delta x=\frac{\lambda}{2}=\frac{\pi}{k}=\frac{\pi}{20}=0.157\ \mathrm{m}$$

(3) $v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-0.02\times750\cos 20x\ \sin 750t$

$$=-0.02\times750\cos(20\times0.05)\sin(750\times2.0\times10^{-3})$$

$$=-8.08\ \mathrm{m/s}$$

18.20 一驱逐舰停在海面上，它的水下声纳向一驶近的潜艇发射 1.8×10^4 Hz 的超声波。由该潜艇反射回来的超声波的频率和发射的相差 220 Hz，求该潜艇的速度。

已知 海水中声速为 1.54×10^3 m/s。

驱逐舰发射的超声波的频率为 ν_S，潜艇反射回来

而被驱逐舰接收到的超声波的 频率为 $\nu_S' = \frac{u+v}{u-v}\nu_S$。二者相差为

$$\Delta\nu = \nu_S' - \nu_S = \left(\frac{u+v}{u-v} - 1\right)\nu_S = \frac{2v}{u-v}\nu_S$$

一般的，$u \gg v$，所以 $\Delta\nu = \frac{2v\nu_S}{u}$，而潜艇速度为

$$v = \frac{u\Delta\nu}{2\nu_S} = \frac{1.54 \times 10^3 \times 220}{2 \times 1.8 \times 10^4} = 9.4\ \text{m/s}$$

光的干涉：

叠加产生的光强在空间有一稳定的分布

相干光

相干条件： 振动方向相同，频率相同，相位差恒定

分波阵面法 & 分振幅法

杨氏双缝：

条纹间距：

相邻明纹中心或相邻暗纹中心的距离称为条纹间距

$\Delta x = D\lambda / d$

光程：

$$\boxed{\text{相差} = \text{光程差}\ \frac{2\pi}{\lambda}}$$

注意有无半波损失

19.2 解题思路

1. 干涉问题的解答根本上是依靠两束相干光的相差或光程差的计算。首先要判断是哪两束相干光叠加，然后再看它们路程差。在光线通过介质时，还要计算出光程差。在有反射时，还要判断是否有半波损失。总的光程差计算出来后，就可以用光程差和(真空中的)波长的关系来判断叠加时明暗条纹的位置了：光程差等于波长的整数倍时给出明条纹，等于半波长的奇数倍时给出暗条纹。

2. 要注意干涉条纹的分布和相干光的波长的关系。白光干涉时会出现彩色条纹。

19. 3 一双缝实验中两缝间距为 0. 15 mm，在 1. 0 m 远处测得第 1 级和第 10 级暗纹 之间的距离为 36 mm。求所用单色光的波长。

$$\lambda=\frac{d}{D}\Delta x=\frac{0.15\times10^{-3}}{1.0}\times\frac{36\times10^{-3}}{10-1}$$

$$=6.0\times10^{-7}=0.60\ \mu\text{m}$$

19.5 使一束水平的氦氖激光器发出的激光($\lambda=632.8$ nm)垂直照射一双缝。在缝后 2.0 m 处的墙上观察到中央明纹和第 1 级明纹的间隔为 14 cm。

(1) 求两缝的间距；

(2) 在中央条纹以上还能看到几条明纹？

解 (1)

$$d=\frac{D\lambda}{\Delta x}=\frac{2.0\times 632.8\times 10^{-9}}{0.14}=9.0\times 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

(2) 由于 $\theta<\frac{\pi}{2}$。按 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 计算，则

$$k=\frac{d\sin\theta}{\lambda}=\frac{D}{\Delta x}=2.0/0.14=14.3$$

应取 14 即还能看到 14 条明纹。

19.10 制造半导体元件时，常常要精确测定硅片上二氧化硅薄膜的厚度，这时可把二氧化硅薄膜的一部分腐蚀掉，使其形成劈尖，利用等厚条纹测出其厚度。已知 Si 的折射率为 3.42，SiO_2 的折射率为 1.5，入射光波长为 589.3 nm，观察到 7 条暗纹如图 19.8 所示。问 SiO_2 薄膜的厚度 h 是多少？

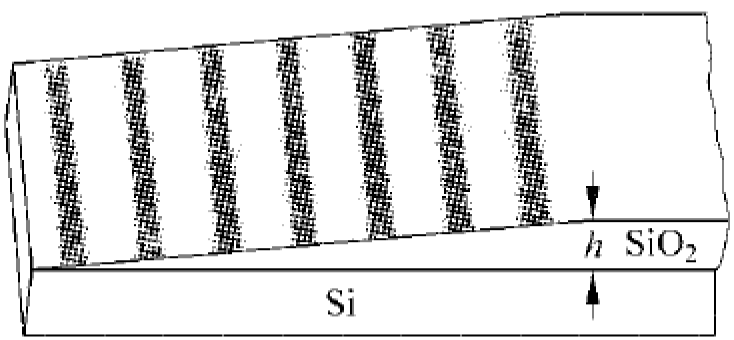


图 19.8　习题 19.10 用图

由 $2nh=\frac{(2k+1)\lambda}{2}$可得

$$h=\frac{(2k+1)\lambda}{4n}$$

$$=\frac{(2\times 6+1)\times 589.3\times 10^{-9}}{4\times 1.5}$$

$$=1.28\times 10^{-6}\ \mathrm{m}=1.28\ \mu\mathrm{m}$$

19.11 一薄玻璃片，厚度为 0.4 μm，折射率为 1.50，用白光垂直照射，问在可见光范围内，哪些波长的光在反射中加强？哪些波长的光在透射中加强？

解 反射光加强的条件是

$$2nh - \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 0,1,2,\cdots$$

$$\lambda = \frac{4nh}{2k+1} = \frac{4 \times 1.50 \times 0.4 \times 10^{-6}}{2k+1}$$

$$= \frac{2.4 \times 10^{-6}}{2k+1}\ \mathrm{m}$$

在可见光范围内，$k=2$，$\lambda=480\ \mathrm{nm}$，反射加强。

透射光加强的条件是

$$2nh = k\lambda, \quad k = 1,2,3,\cdots$$

$$\lambda = 2nh/k = 2 \times 1.50 \times 0.4 \times 10^{-6}/k = 1.2 \times 10^{-6}/k$$

在可见光范围内，$k=2$，$\lambda=600$ nm；$k=3$，$\lambda=400$ nm，透射加强。

19.15　利用迈克耳孙干涉仪可以测量光的波长。在一次实验中，观察到干涉条纹。

当推进可动反射镜时，可看到条纹在视场中移动。

当可动反射镜被推进 0.187 mm 时，在

视场中某定点共通过了 635 条暗纹。

试由此求所用入射光的波长。

可动反射镜每推进 $\lambda/2$，两臂的反射光的光程差增加 λ，经某定点将移过一个条纹。因此应有

$$\Delta l = \frac{N\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{2\Delta l}{N} = \frac{2\times 0.187\times 10^{-3}}{635} = 5.89\times 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

$$= 589\ \mathrm{nm}$$

惠更斯-菲涅尔原理：

波阵面各点看成子波波源，其后各点的强度有各子波相干叠加

$$a\sin\theta = 2k\lambda/2 = \pm k\lambda \quad \text{暗纹中心}$$

$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\lambda/2 \quad \text{明纹中心}$$

$$k = 1,2,3,\cdots$$

巴比涅：细丝，细缝同样规律

最小分辨角
（角分辨率）

$$\boxed{\delta\theta = \theta_1 \approx 1.22\frac{\lambda}{D}}$$

分辨本领

$$\boxed{R \equiv \frac{1}{\delta\theta} = \frac{D}{1.22\lambda}}$$

光栅方程：

$(a+b)\sin\theta = d\sin\theta = \pm k\lambda \qquad k=0, 1, 2, 3 \cdots$

布拉格公式：

$2d\sin\varphi = \pm k\lambda$

20.2 解题思路

1. 关于光的衍射问题的分析，基本上也是相(位)差的计算，不过此处处理的是连续分布的相干子波波源所发出的光的叠加。书中所给公式都是入射光垂直于衍射屏的情况。这种情况下，衍射屏上连续分布的子波波源都是同相的。如果是斜入射，则计算光程差时还需要计入这些子波波源的相差。

2. 细丝和细粒的衍射应和细缝及细孔的衍射一样处理。

3. 光栅衍射是结合了各缝之间的干涉和每条缝中连续波源的衍射所引起的叠加现象。要既能求主极大(即谱线)的角位置，又能求谱线的宽度；还要能解决缺级现象。

4. 对于 X 射线衍射，要能根据具体的入射情况和晶体的晶面间距，自己列出干涉加强的条件，不可以死套公式。

20.2 用波长 $\lambda=632.8\ \text{nm}$ 的激光垂直照射单缝时，其夫琅禾费衍射图样的第 1 极小与单缝法线的夹角为 5°，试求该缝的缝宽。

解 由于 $a\sin\theta_1=\lambda$，所以

$$a=\frac{\lambda}{\sin\theta_1}=\frac{632.8\times10^{-9}}{\sin 5^\circ}=7.26\times10^{-6}\ \text{m}$$

20.5　用肉眼观察星体时，星光通过瞳孔的

衍射在视网膜上形成一个小亮斑。

（1）瞳孔最大直径为 7.0 mm，入射光波长为 550 nm。

星体在视网膜上的像的角宽度 多大？

（2）瞳孔到视网膜的距离为 23 mm。视网膜上星体的像的直径多大？

（3）视网膜中央小凹（直径 0.25 mm）中的柱状感光细胞

每平方毫米约 1.5×10^5 个。

星体的像照亮了几个这样的细胞？

解 （1）角宽度

$$\delta = 2\theta_1 = 2 \times 1.22 \times \frac{\lambda}{D}$$

$$= \frac{2 \times 1.22 \times 550 \times 10^{-9}}{7.0 \times 10^{-3}} = 1.9 \times 10^{-4}\ \text{rad}$$

（2）像的直径

$$D_i = \delta l = 1.9 \times 10^{-4} \times 23 = 4.4 \times 10^{-3}\ \text{mm}$$

（3）细胞数目

$$N = \frac{\pi D_i^2 n}{4} = \frac{\pi \times (4.4 \times 10^{-3})^2 \times 1.5 \times 10^5}{4} = 2.3\ \text{个}$$

20.11 一双缝，缝间距 $d=0.10\ \mathrm{mm}$，缝宽 $a=0.02\ \mathrm{mm}$，用波长 $\lambda=480\ \mathrm{nm}$ 的平行单色光垂直入射该双缝，双缝后放一焦距为 50 cm 的透镜，试求：

(1) 透镜焦平面处屏上干涉条纹的间距；

(2) 单缝衍射中央亮纹的宽度；

(3) 单缝衍射的中央包线内有多少条干涉的主极大。

解　（1）干涉条纹的间距

$$\Delta x = \frac{f\lambda}{d} = \frac{50 \times 10^{-2} \times 480 \times 10^{-9}}{0.10 \times 10^{-3}}$$

$$= 2.4 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

（2）单缝衍射中央亮纹宽度为

$$\Delta x' = \frac{2f\lambda}{a} = \frac{2 \times 50 \times 10^{-2} \times 480 \times 10^{-9}}{0.02 \times 10^{-3}}$$

$$= 2.4 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

（3）中央亮纹内干涉主极大的数目

$$N = \frac{\Delta x'}{\Delta x} - 1 = \frac{24}{2.4} - 1 = 9$$

20.13 某单色光垂直入射到每厘米有 6000 条刻痕的光栅上

其第 1 级谱线的角位 置为 $20°$，试求该单色光波长。

它的第 2 级谱线在何处？

$$\lambda = d\sin\theta_1 = \frac{10^{-2}\sin 20^\circ}{6000}$$

$$= 5.70 \times 10^{-7}\ \mathrm{m} = 570\ \mathrm{nm}$$

$$\theta_2 = \arcsin\frac{2\lambda}{d}$$

$$= \arcsin\frac{2 \times 5.70 \times 10^{-7} \times 6000}{10^{-2}}$$

$$= 43.2^\circ$$

20.16 在原书图 20.24 中，若 $\varphi=45°$，入射的 X 射线包含

有从 0.095 nm 到 0.130 nm 这一波带中的各种波长。

已知晶格常数 $d=0.275$ nm，问是否会有干涉加强的

衍射 X 射线产生？如果有，这种 X 射线的波长如何？

解　由布拉格公式 $2d\sin\varphi = k\lambda$ 可得干涉加强的可能 X 射线波长为

$$\lambda = \frac{2d\sin\varphi}{k} = \frac{2 \times 0.275 \times \sin 45^{\circ}}{k} = \frac{0.389}{k}\ \mathrm{nm}$$

在所给波长范围内能干涉加强的波长为

$$\lambda_3 = \frac{0.389}{3} = 0.130\ \mathrm{nm}$$

$$\lambda_4 = \frac{0.389}{4} = 0.097\ \mathrm{nm}$$

谢谢！