华东师范大学期末试卷（A卷）

2014 – 2015 学年 第二学期

课程名称: 高等数学A(二)　　课程性质: 专业必修　考试日期: 2015. 07. 06

学生姓名________________　　　　学　　号________________

专　　业________________　　　　年级/班级　2014　

一	二	三	总 分	阅卷人签名

一、填空题（每小题4分，共20分）

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1-\cos(xy)}{e^{x^2y^2}-1} =$ ________________ .

2. 设$f(x,y)=\arctan\frac{x}{y}$, 则$\mathrm{grad} f\,|_{(0,1)}=$ __________.

3. 区域D由直线$x=2$, $y=x$及曲线$xy=1$所围成，则$\iint\limits_D xd\sigma =$ ________________.

4. 微分方程$2xy^2dx-dy=0$的通解为________________.

5. 设当$-\pi<x<0$时，$f(x)=-x-\pi$；当$0\le x\le\pi$时，$f(x)=x+\frac{\pi}{2}$, $f(x)$ 在$[-\pi,\pi]$上展成的傅立叶级数的和函数是$S(x)$,则$S(\pi)=$ ________________.

二、简答题 (本题共40分，要求给出主要解题步骤)

1. (6分) 求微分方程$\frac{dy}{dx}=y+e^x$的通解.

2. (6分) 求微分方程$y''+2y'+y=10\sin 2x$的通解.

3. (6分) 求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$的收敛域与和函数.

4. (10分) 判别下列级数的敛散性.(如果收敛，请指出是绝对收敛还是条件收敛)

(1) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} n \sin \frac{1}{n^3}$;　　　　(2) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt[3]{n}}$.

5. (6分) 设曲线L以$(1,1)$点为起点，$(2,3)$点为终点，计算$I = \int_L (x+y)dx + (x-y)dy$.

6. (6分) 求函数 $f(x) = \int_0^x \frac{\sin(2t)}{t} dt$ 在点 $x = 0$处的幂级数展开式.

三、解答题 (本题共40分，要求给出主要解题步骤)

1. (8分) 设函数 $z = f(u, v)$ 有二阶连续偏导数，且$u = xy, v = x^2 + y^2$, 求$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. (8分) 计算曲线积分 $\oint_L (zy^2)dx + (zx^2)dy + (y + x)dz$, 其中 L为圆柱$x^2 + y^2 = 1$与平面$z = x - y$的交线，从z轴正向看去为逆时针方向.

3. (8分)已知锥面$\Sigma : z = \sqrt{x^2 + y^2}, z \le t, t > 0$的密度函数是$x^2 + y^2$. 求该锥面的质量$f(t)$, 并由此计算

$$\lim_{t \to 0^+} \frac{f(t)}{(\sin^2 t)(e^{2t^2} - 1)}.$$

4. (8分) 设Σ为抛物面$z = 1 - x^2 - y^2$位于$z \geq 0$的上侧, 求

$$I = \iint_{\Sigma} (\sin y - x)dydz + (y - x^2 z)dzdx + (xy + 2z)dxdy.$$

5. (8分) 设$f(x)$有二阶连续导数, $f(0) = f'(0) = 1$, 已知方程

$$f(x)ydx + [f(x) - f'(x)]dy = 0$$

是一个全微分方程，求$f(x)$.