大学基础物理学

University Fundamental Physics

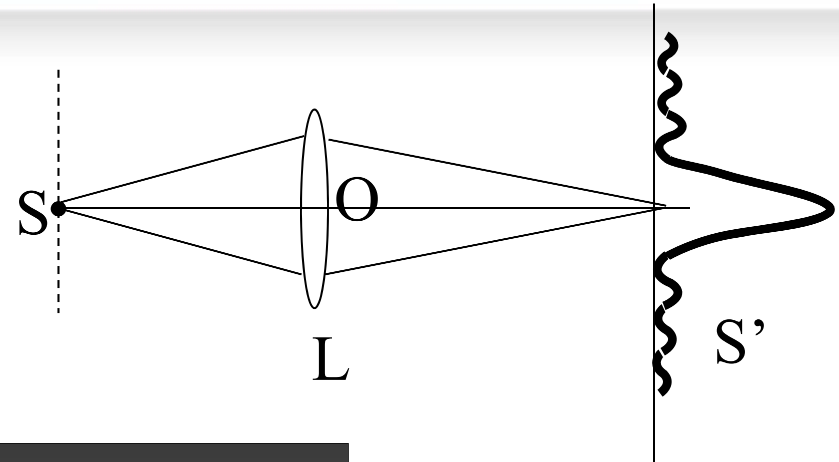
电子工程系@华东师范大学

李波

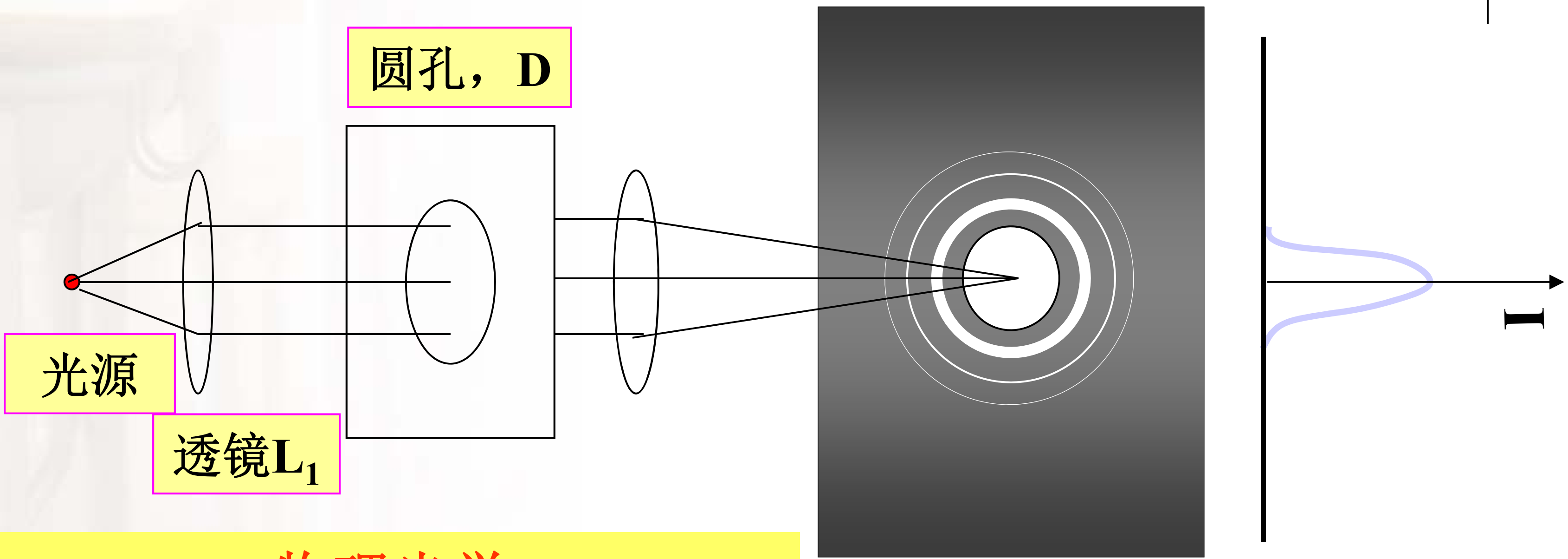
2019年

光学仪器的分辨率

圆孔夫琅和费衍射



1 实验装置及衍射图样



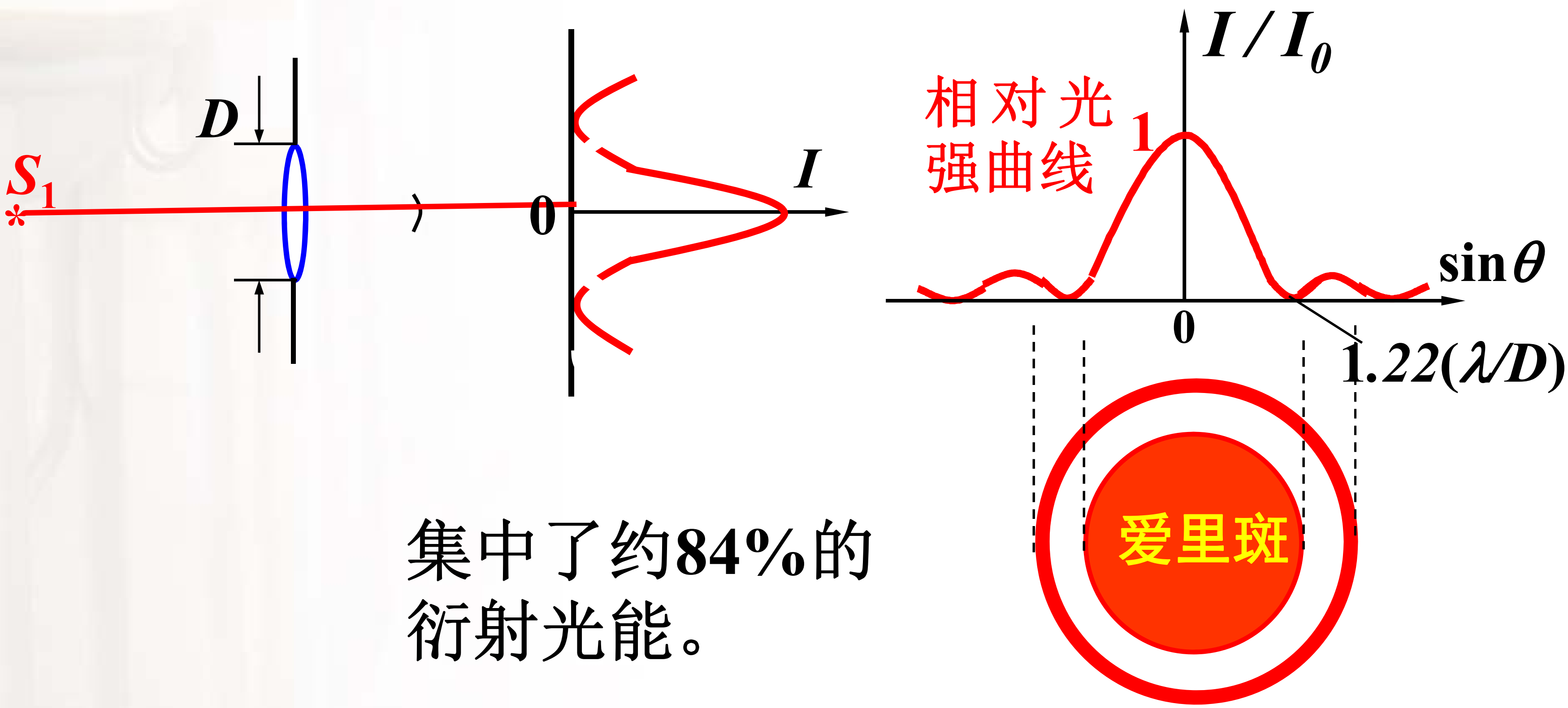
物理光学

象点不再是几何点，而是具有一定大小的艾理斑。

爱里斑：

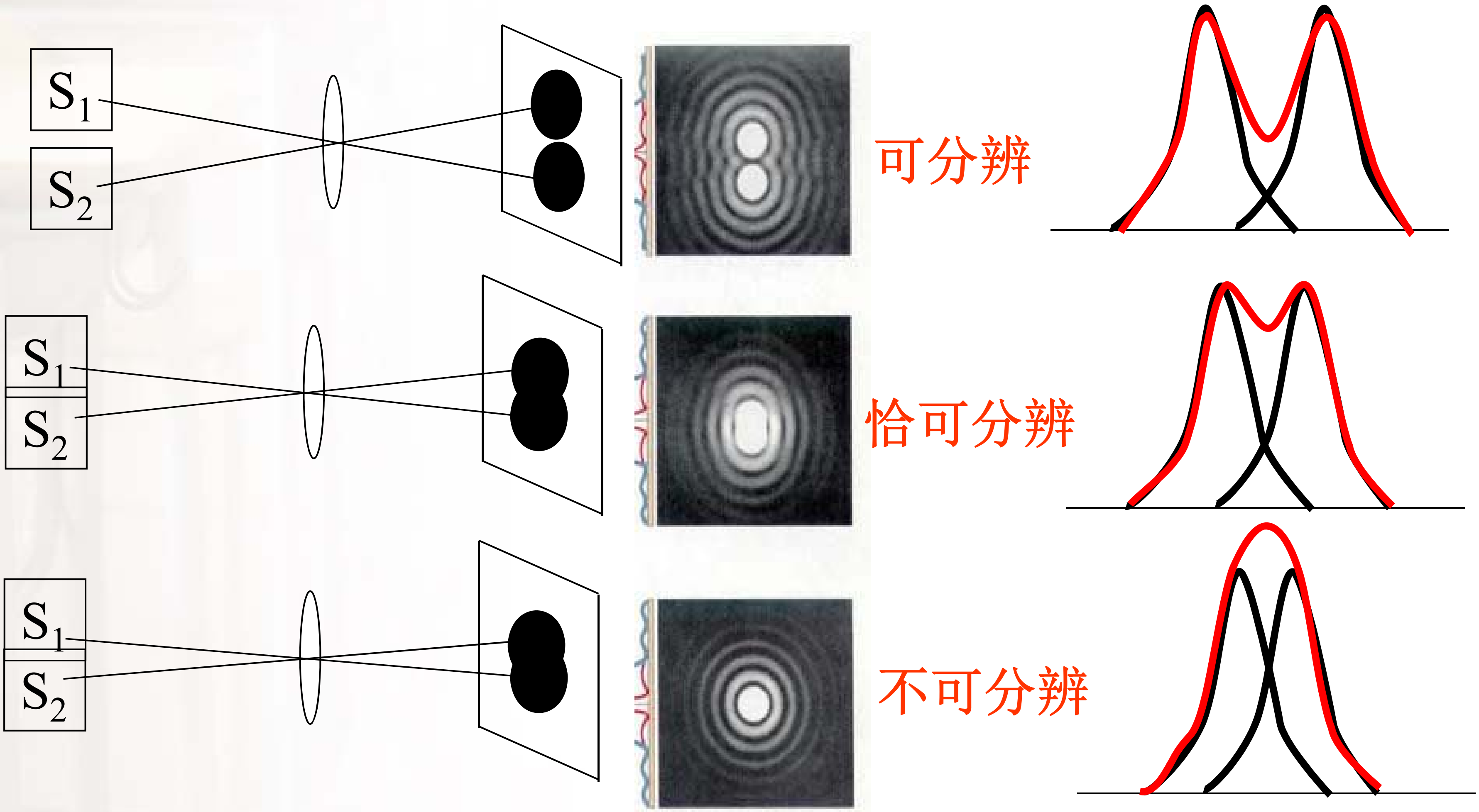
第一暗环对应的衍射角 θ_0 称为爱里斑的半角宽，理论计算得：

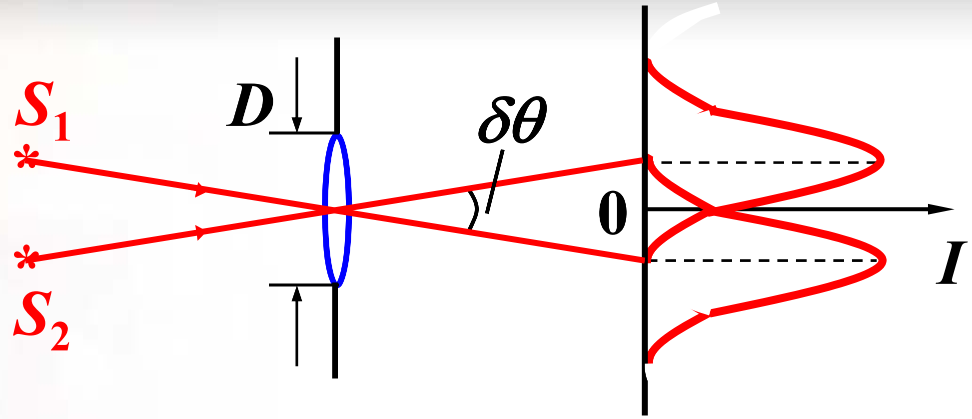
$$\theta_0 \approx \sin\theta_0 = 1.22\lambda / D$$



集中了约84%的衍射光能。

瑞利判据：瑞利给出恰可分辨两个物点的判据：点物S_1的爱里斑中心恰好与另一个点物S_2的爱里斑边缘（第一衍射极小）相重合时，恰可分辨两物点。





最小分辨角

（角分辨率）

（angle of minimum resolution）：

$$\boxed{\delta\theta = \theta_1 \approx 1.22\frac{\lambda}{D}}$$

分辨本领

（resolving power）：

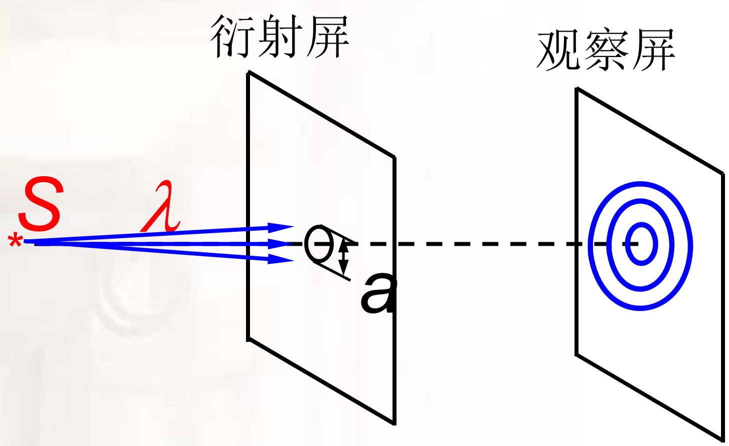
$$\boxed{R \equiv \frac{1}{\delta\theta} = \frac{D}{1.22\lambda}}$$

讨论：

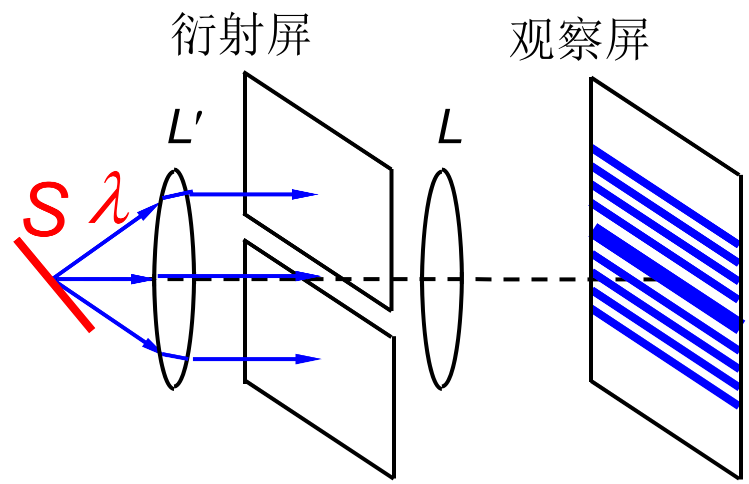
•分辨本领与**D**成正比，与波长成反比：**D**大，分辨本领大；波长小，分辨本领大

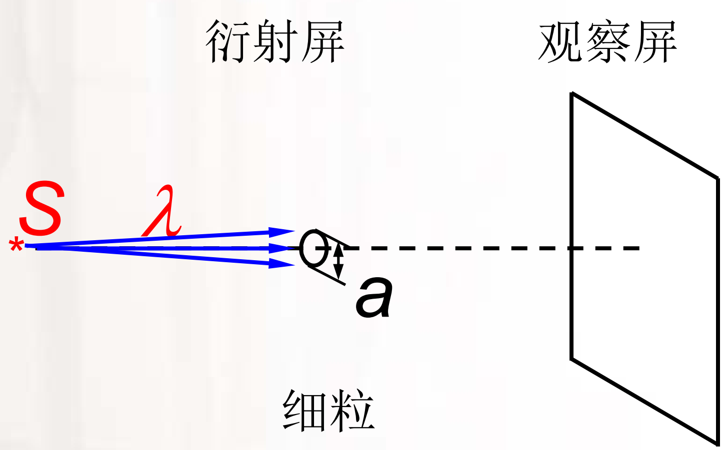
细丝和细粒的衍射

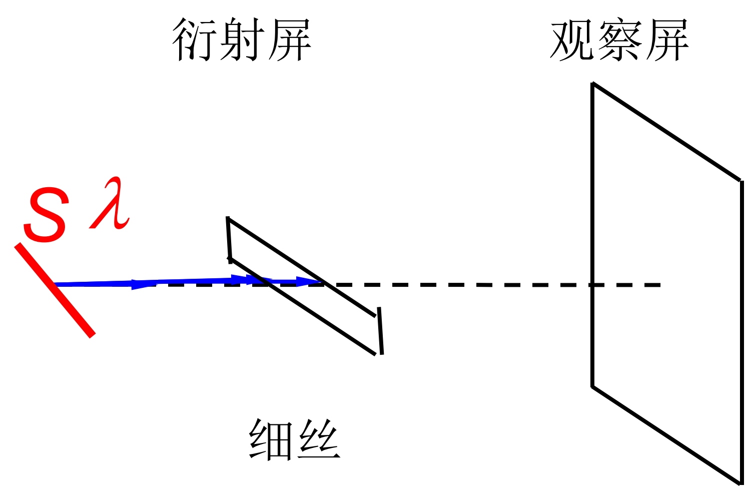
小孔衍射



细缝衍射

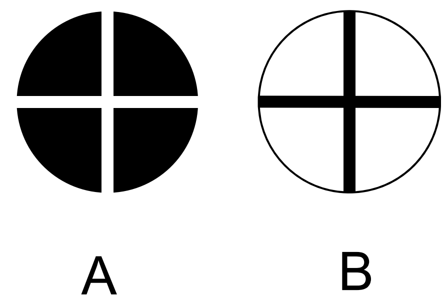






巴比涅原理（Babinet‘s Principle）

其中一个的开孔部分正好对应另外一个屏的不透明部分。这样的屏就是互补屏.



1: A放上去得到的衍射图样是十字缝上各子波波源的在各点的叠加振幅之和，振幅分布用E_1表示

2: B放上去得到的衍射图样是十字缝除外，即四个透光相限上各子波波源在各点的叠加振幅之和，振幅分布用E_2表示

3: 圆洞全部敞开时的振幅分布用E_0表示

$$E_0 = E_1 + E_2$$

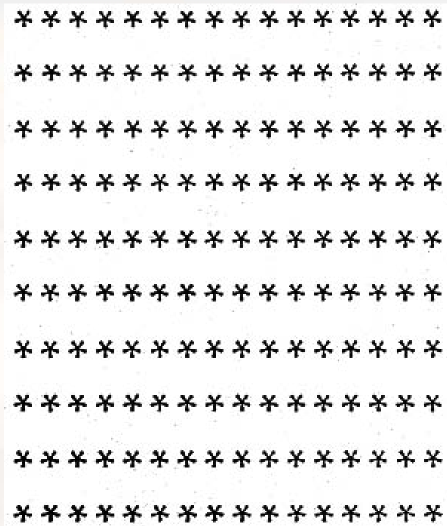
如果a>>λ(光线的直线传播)，屏上的几何阴影部分没有光强，此时E_0=0，即

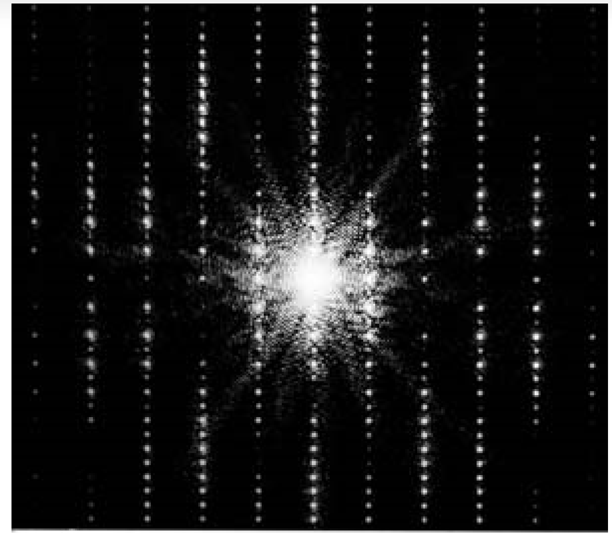
$$E_0 = 0 = E_1 + E_2$$

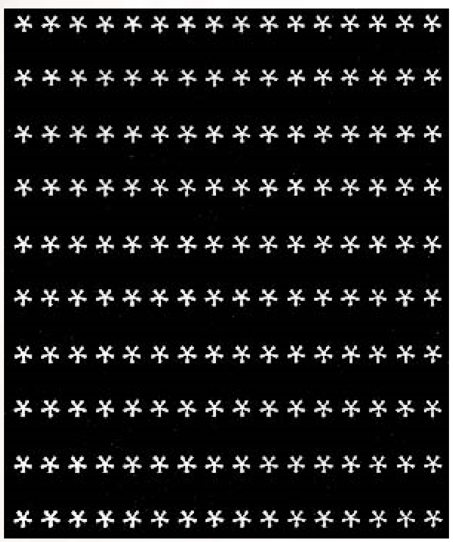
$$E_1 = -E_2$$

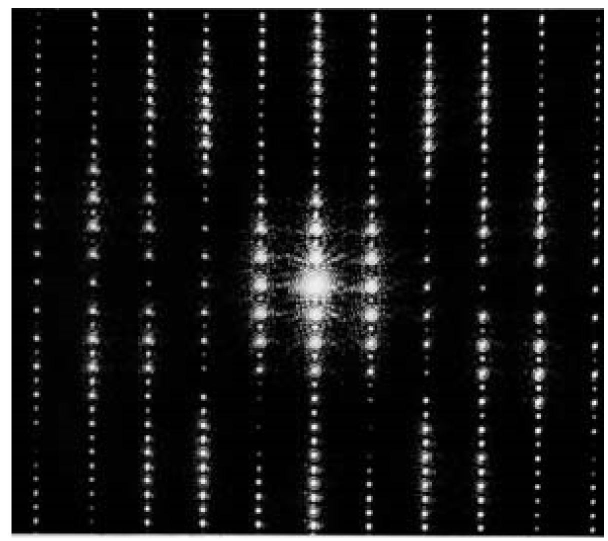
$$I \propto |E|^2 \qquad I_1 = I_2$$

两个互补屏的衍射光强分布相同，具有相同衍射图像









衍射光栅

光栅的概念

光栅是由大量的等宽等间距的平行狭缝（或反射面）构成的光学元件。

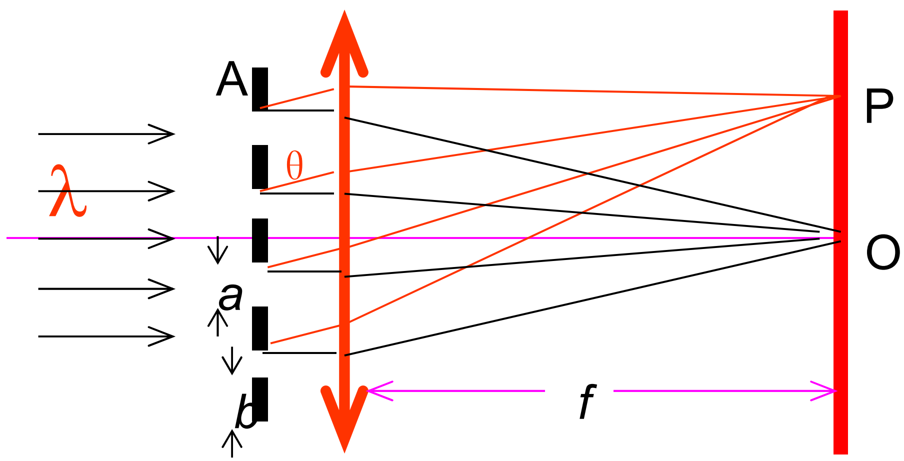
从广义上理解，任何具有空间周期性的衍射屏都可叫作光栅。

光栅常数

光栅常数是光栅空间周期性的表示。

设：*a*是透光（或反光）部分的宽度， *b* 是不透光（或不反光）部分的宽度，

则： $d = a+b$ — 光栅常数

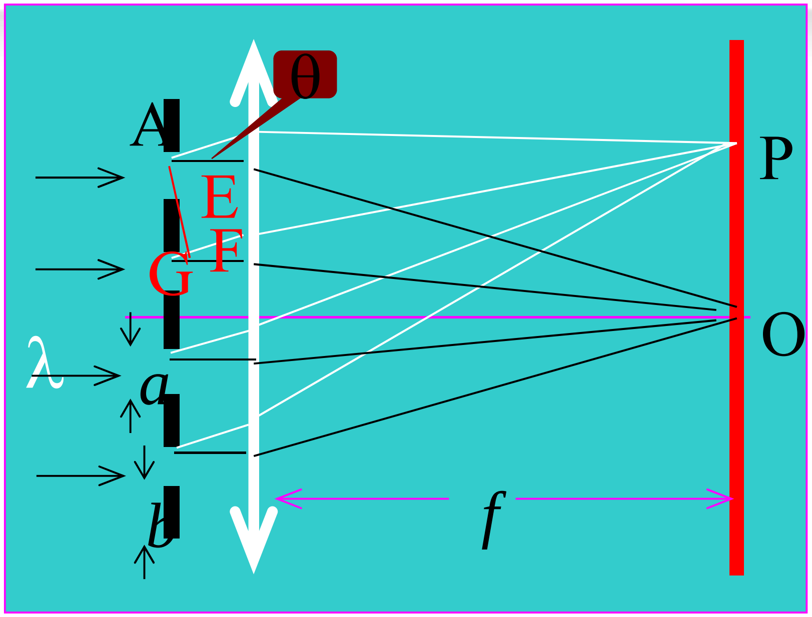


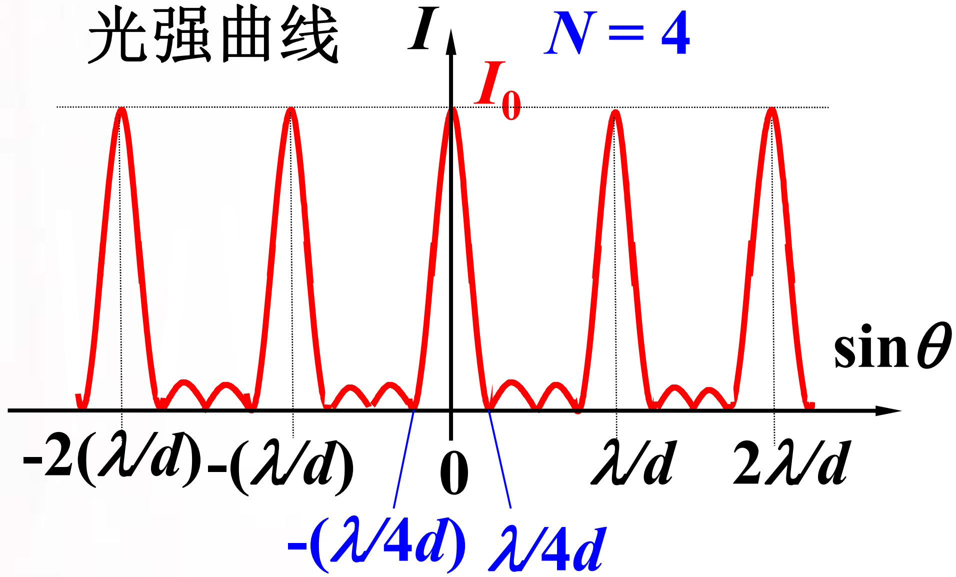
普通光栅刻线为数十条/mm — 数千条/mm，

用电子束刻制可达数万条/mm（$d \sim 10^{-1}\mu m$）。

• 多缝干涉

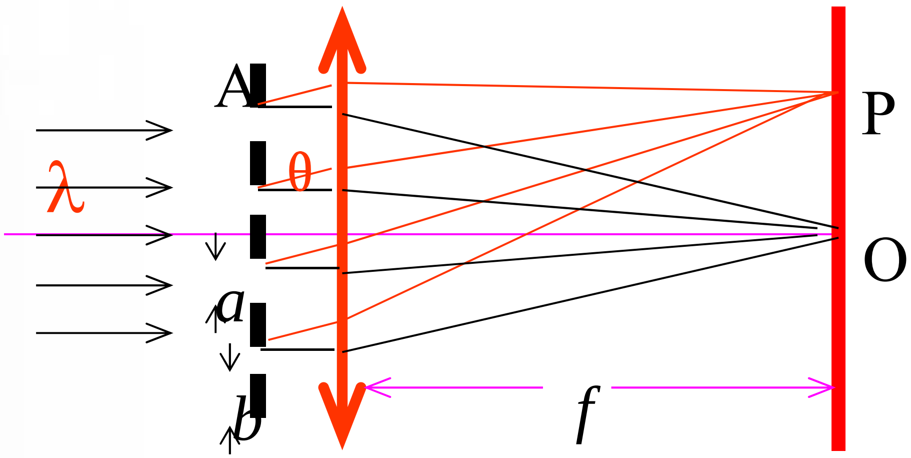
若干平行的单狭缝所分割的波面具有相同的面积。各狭缝上的子波波源一一对应，且满足相干条件。





光栅方程

•垂直入射时的光栅方程



相邻狭缝对应点在衍射角 θ 方向上的光程 差满足：

$$(a+b)\sin\theta = d\sin\theta = \pm k\lambda$$

$k=0, 1, 2, 3 \cdots$

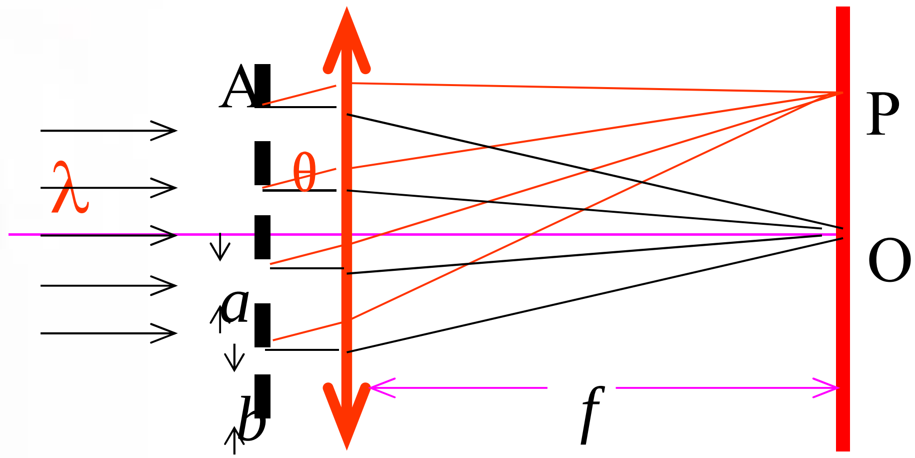
1、主极大明条纹中心位置：

$$(a+b)\sin\theta = d\sin\theta = \pm k\lambda \qquad k=0,\ 1,\ 2,\ 3\cdots$$

•明纹位置由$\pm k\lambda/d$确定，与光栅的缝数无关，缝数增大只是使条纹亮度增大与条纹变窄；

•光栅常数越小，条纹间隔越大；

•由于$|\sin\theta|\leqslant 1$，k的取值有一定的范围，故只能看到有限级的衍射条纹。

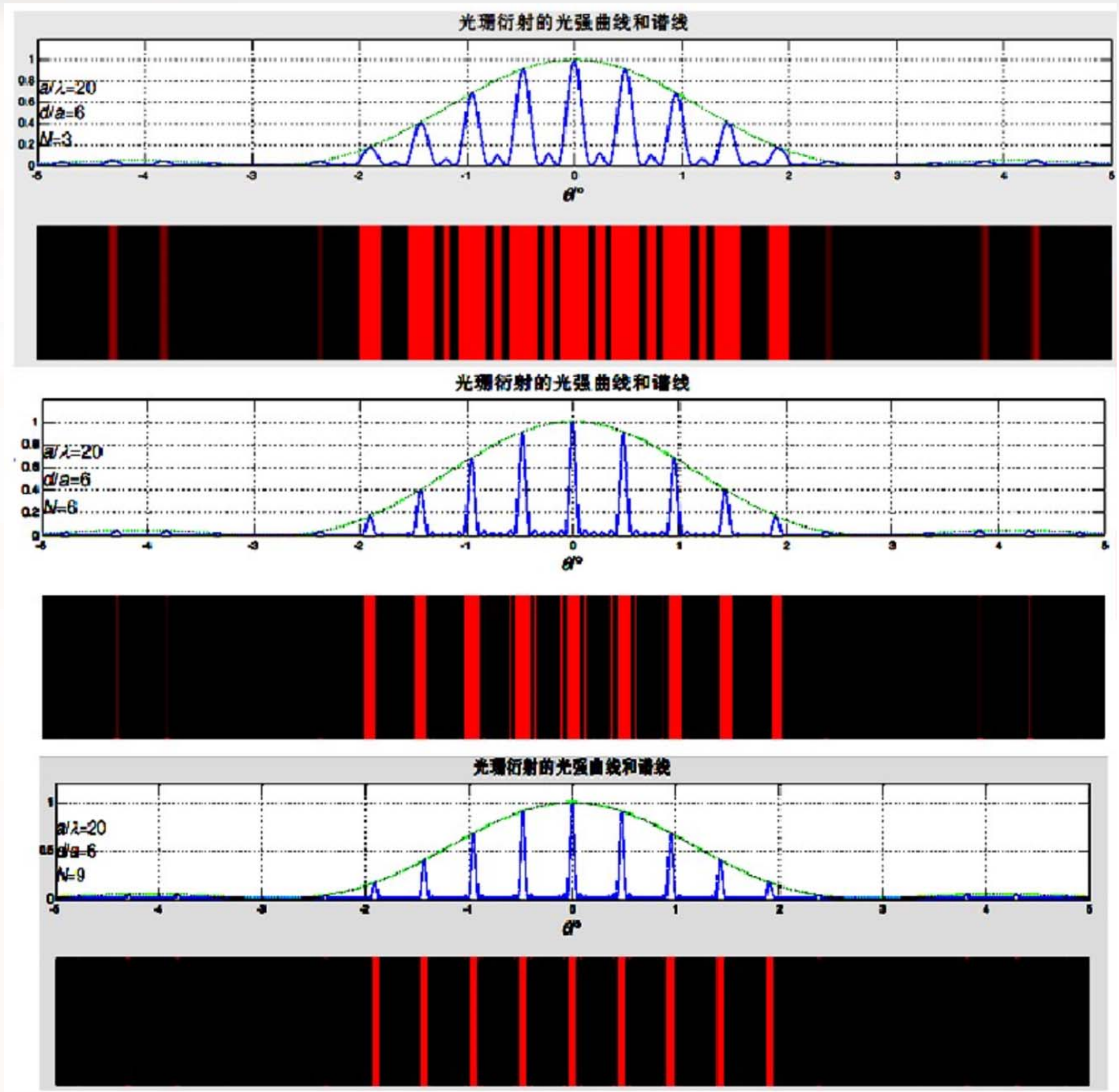


$$(a+b)\sin\theta = d\sin\theta = \pm k\lambda$$

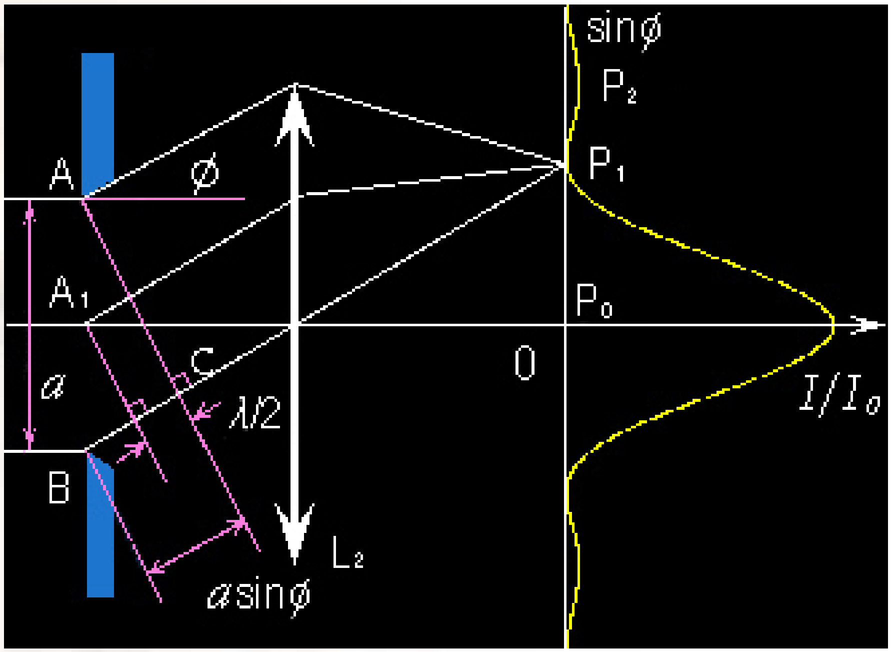
$N d\sin\Delta\theta = k\lambda$　　　**明？暗？**　　　$2\Delta\theta = 2\lambda/(Nd)$

$\theta_1 = \sin\theta_1 = \lambda/d$　　　$\theta_1/\Delta\theta = N/2$

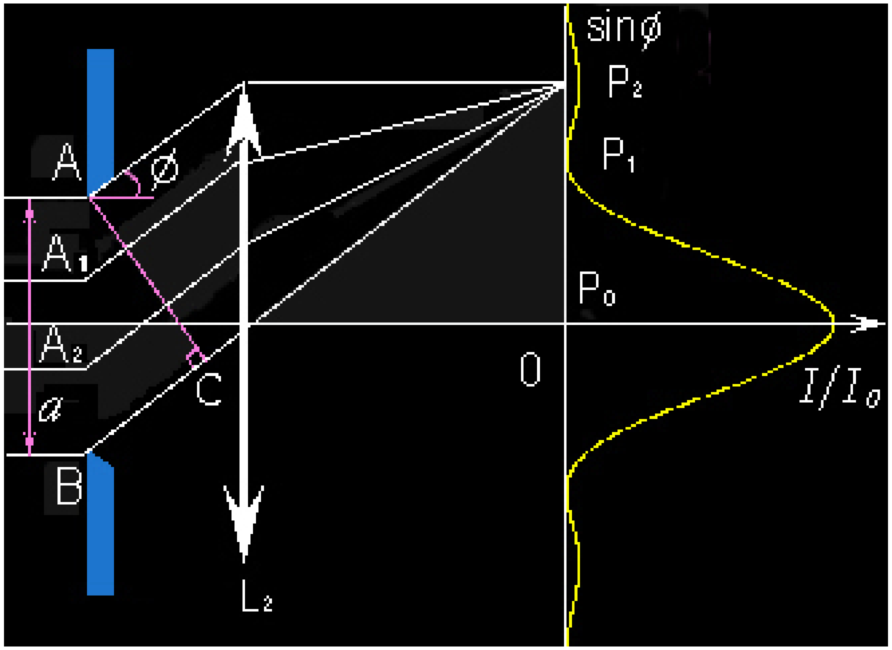
中央明纹宽度比它和第一级明纹距离小很多，条纹很细，N越大，条纹越细


光栅衍射的光强曲线和谱线
a/λ=20
d/a=6
N=3
θ/°
光栅衍射的光强曲线和谱线
a/λ=20
d/a=6
N=6
θ/°
光栅衍射的光强曲线和谱线
a/λ=20
d/a=6
N=9
θ/°

•单缝衍射

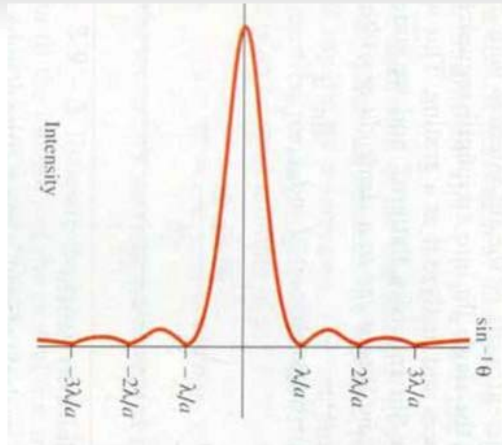


sinφ
P_2
P_1
A
φ
A_1
P_0
C
0
a
λ/2
I/I₀
B
L_2
a sinφ

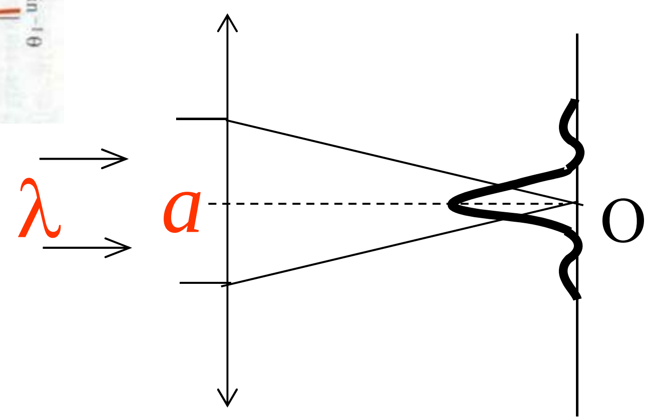


sinφ
P_2
P_1
A
φ
A_1
P_0
A_2
C
0
a
I/I₀
B
L_2

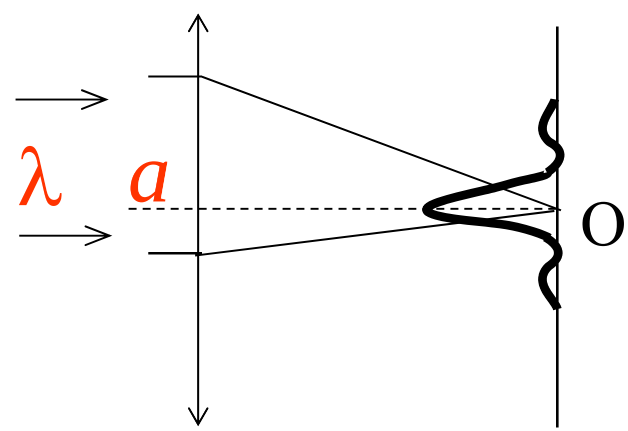
•单缝衍射



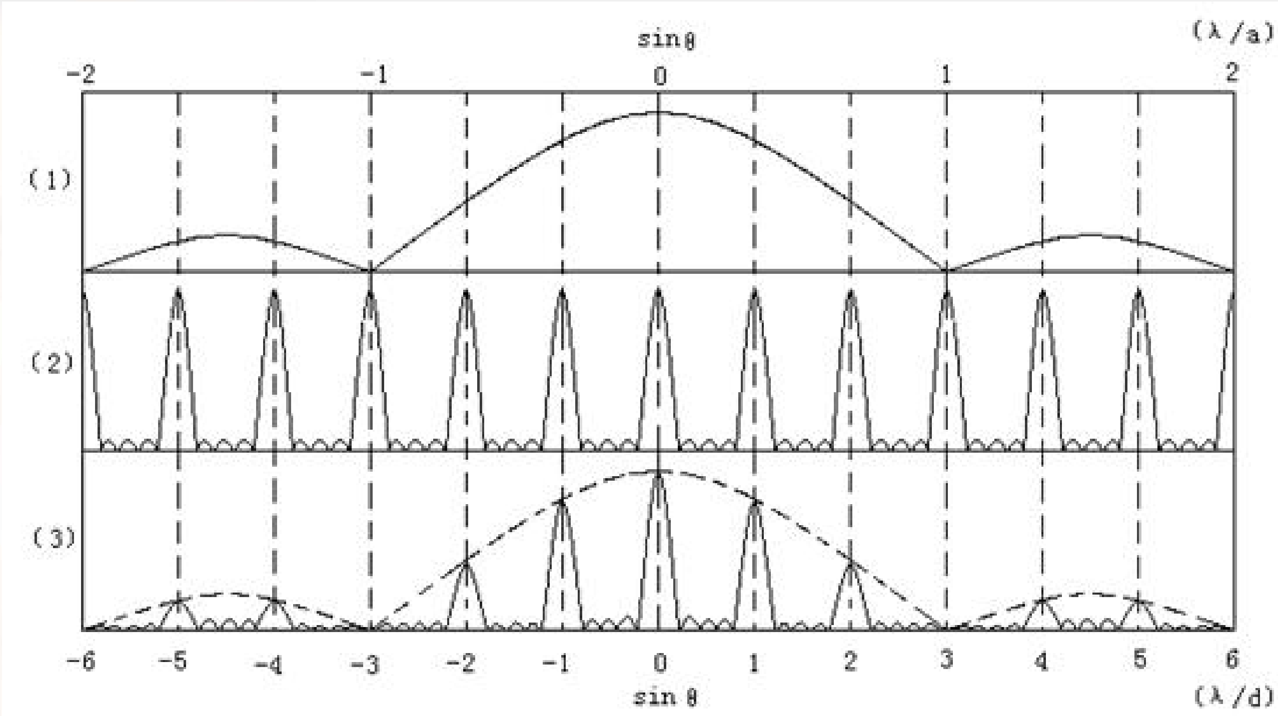
•单缝的夫琅和费衍射图样与在垂直与透镜 L的光轴方向上的位置无关。

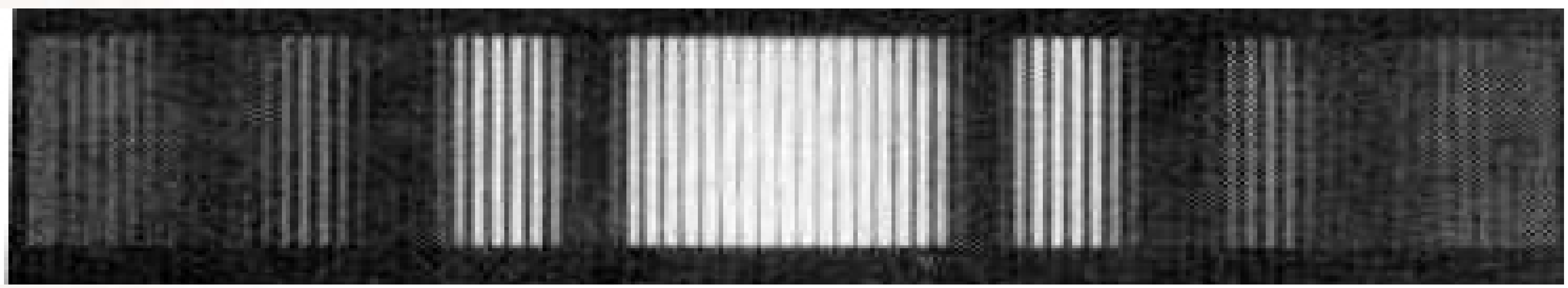


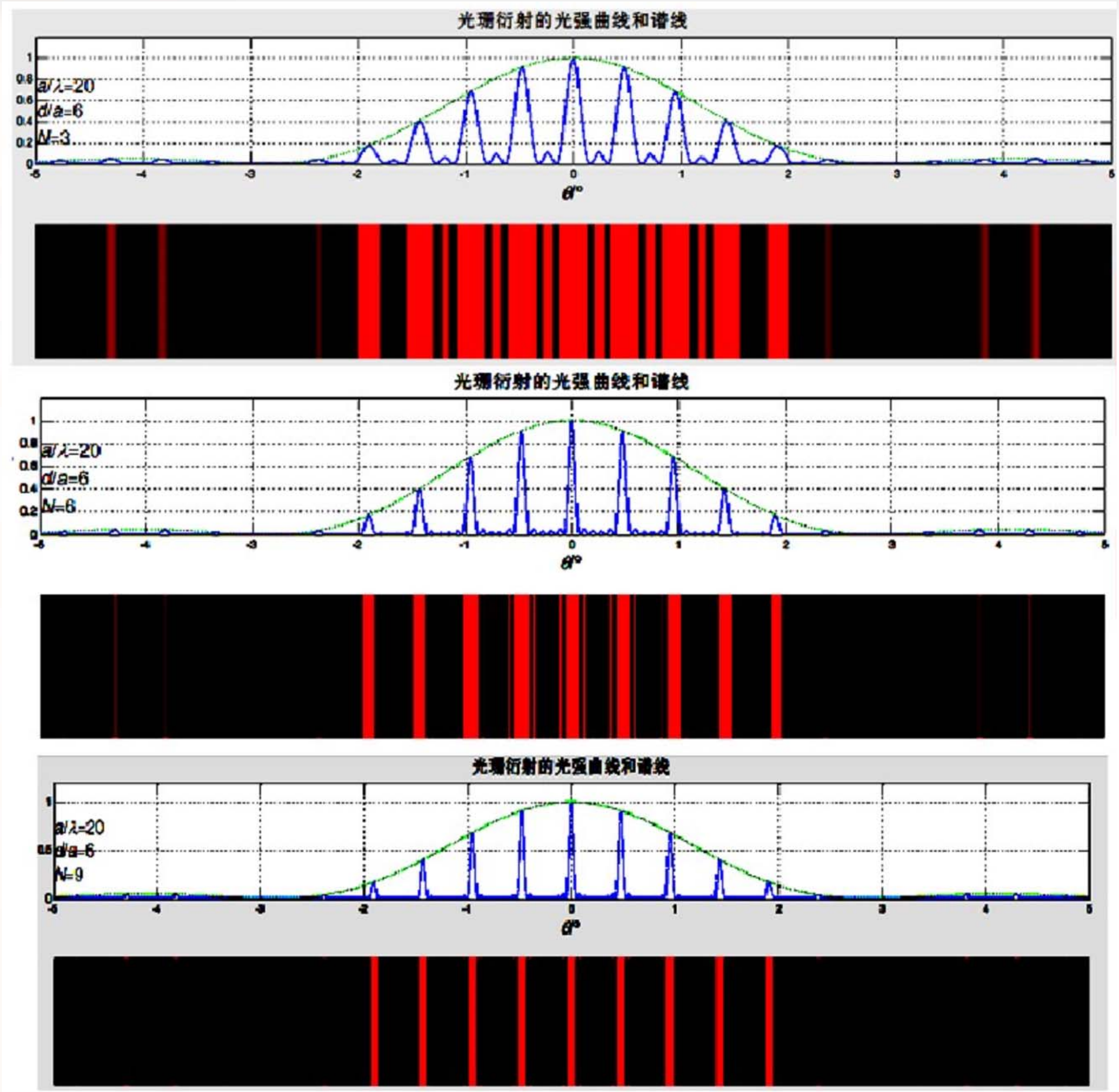
•衍射角相同的光线，会聚在接收屏的相同位置上。

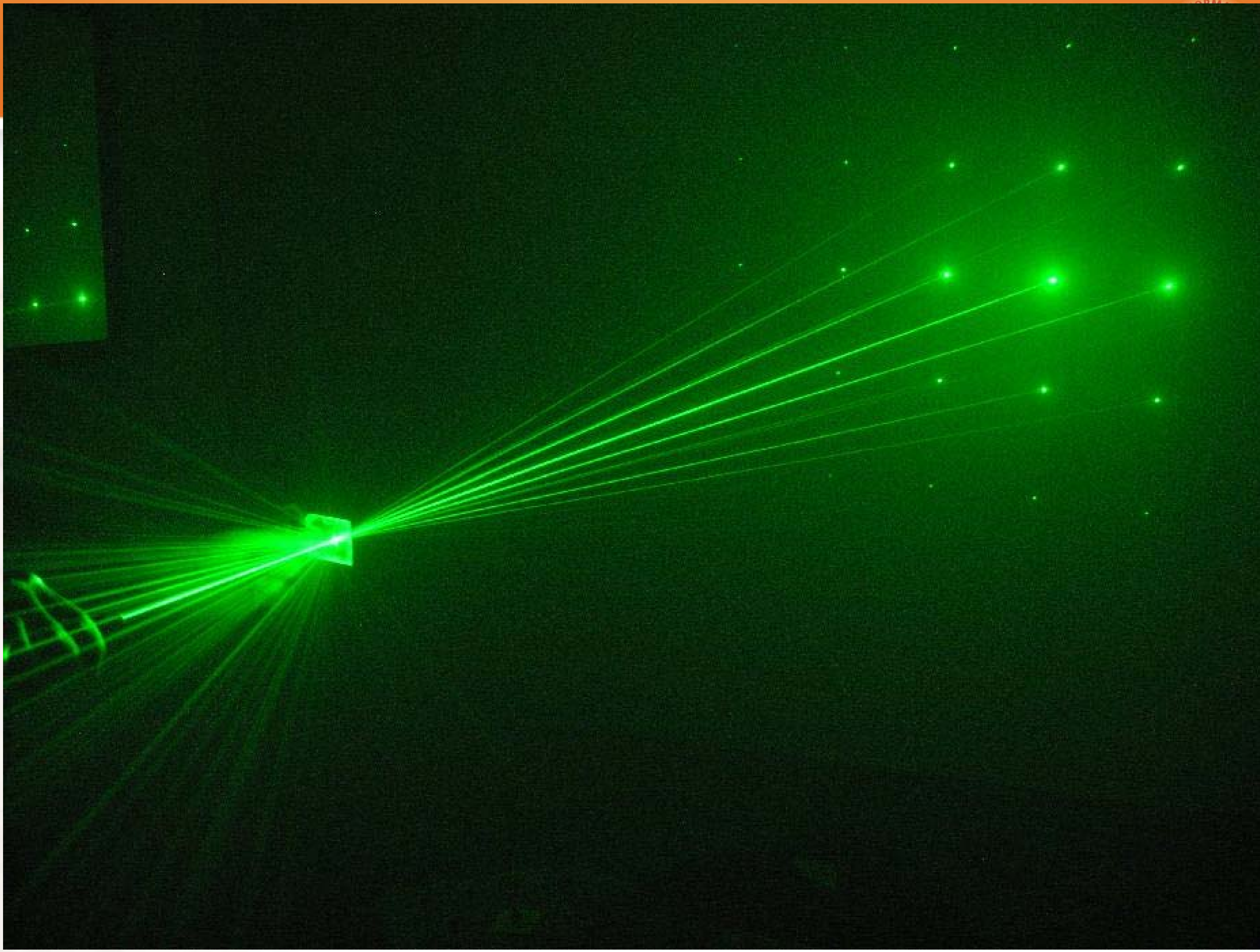


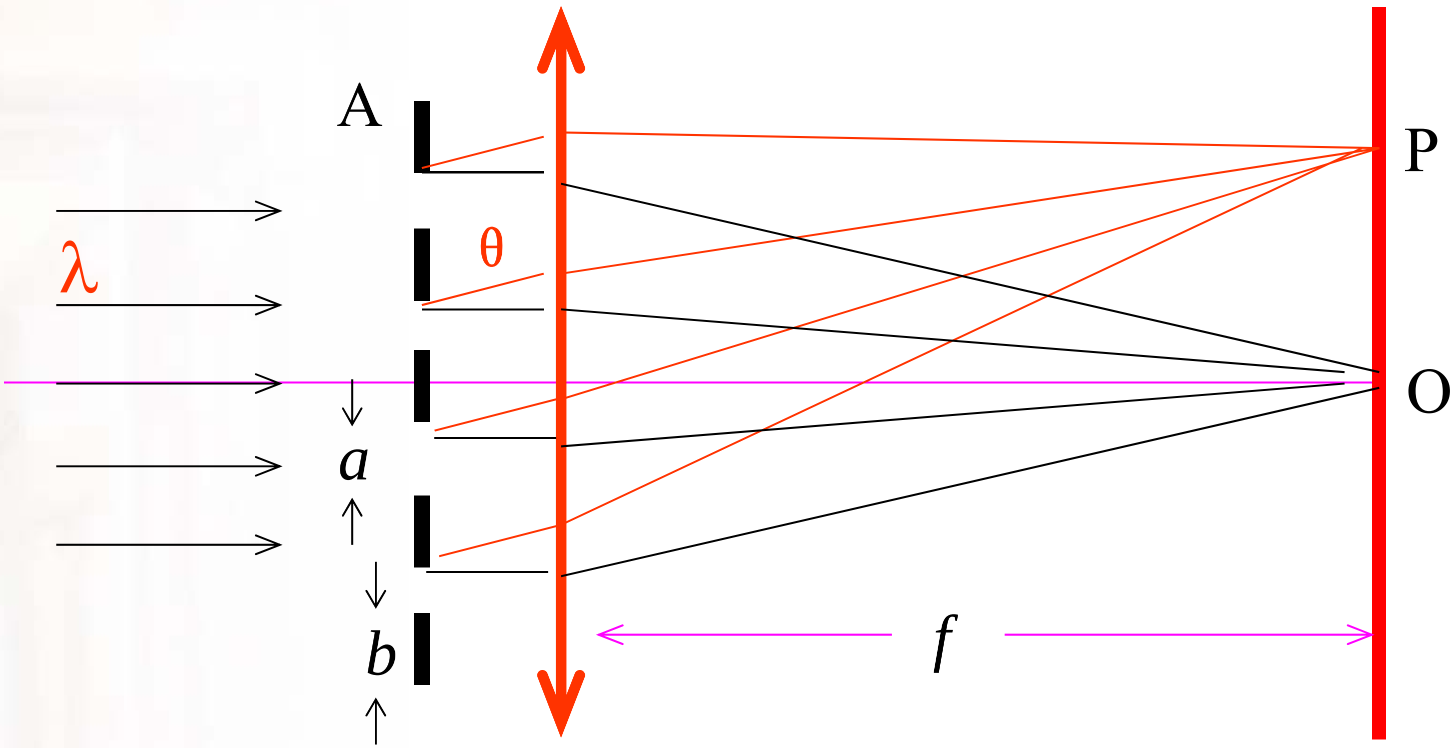
•即单缝的夫琅和费衍射图样，不随缝的上下移动而变化。


sin θ
(λ/a)
-2
-1
0
1
2
(1)
(2)
(3)
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
sin θ
(λ/d)




光栅衍射的光强曲线和谱线
a/λ=20
d/a=6
N=3
θ/°
光栅衍射的光强曲线和谱线
a/λ=20
d/a=6
N=6
θ/°
光栅衍射的光强曲线和谱线
a/λ=20
d/a=6
N=9
θ/°




A
P
θ
λ
O
a
b
f

光栅的缺极

缺极时衍射角同时满足：

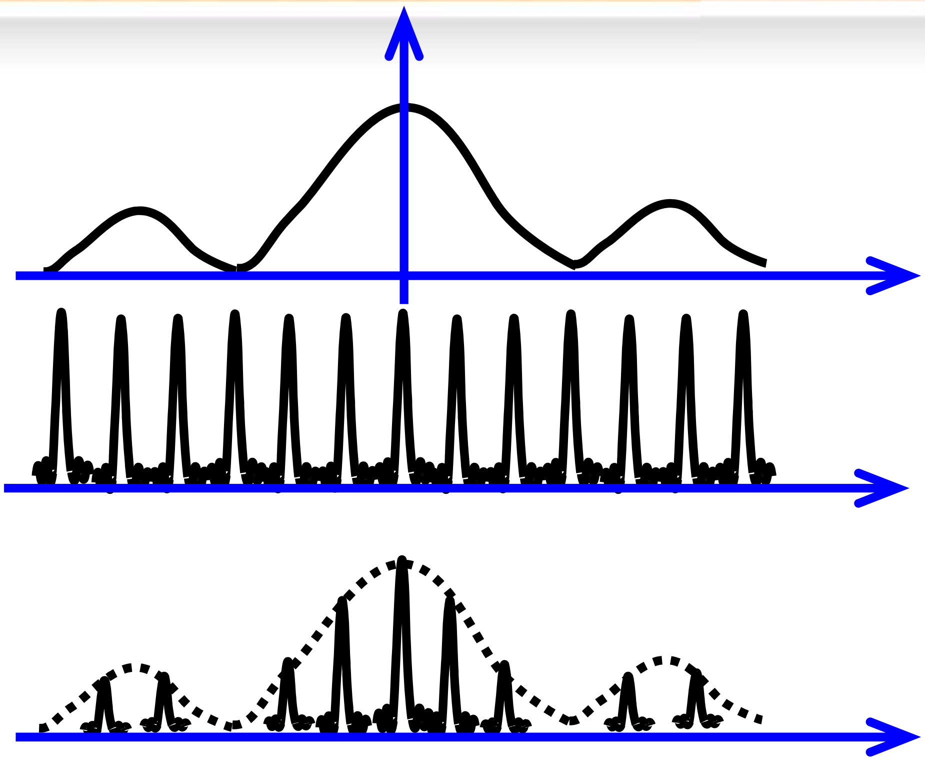
$a \cdot \sin\theta = \pm k'\lambda$

$k' = 0, 1, 2, 3 \cdots$

$d\sin\theta = \pm k\lambda$

$k = 0, 1, 2, 3 \cdots$

在θ衍射方向上各缝间的干涉是加强的，但由于各单缝本身在这一方向上的衍射强度为零，其结果仍是零，因而该方向的明纹不出现。这种满足光栅明纹条件而实际上明纹不出现的现象，称为光栅的缺级。



即

$k = d/a \cdot k'$

k 就是所缺的级次

例如$d = 4a$，则缺±4级，±8级…

*d、a 对条纹的影响：

$\dfrac{d}{a}$ 决定衍射中央明纹范围内的干涉条纹数。

这是因为 $\dfrac{\lambda}{a}$ 决定衍射中央明纹的宽度，

而 $\dfrac{\lambda}{d}$ 决定干涉主极大的的间距。

$a \cdot \sin\theta = \pm k'\lambda$

$k' = 0, 1, 2, 3 \cdots$

$d\sin\theta = \pm k\lambda$

$k = 0, 1, 2, 3 \cdots$

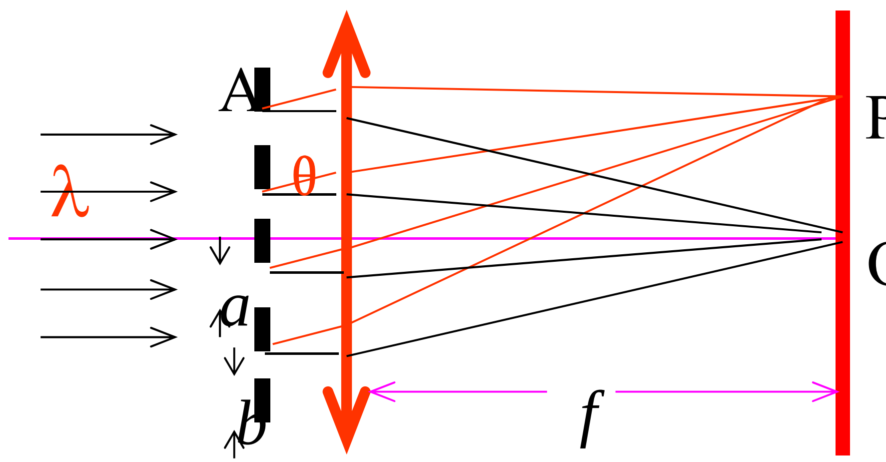
$k = d/a \cdot k'$

▲ 若 a 不变 ⇒ 单缝衍射的轮廓线不变；

d 减小⇒主极大间距变稀，

范围内的主极大个数减少，

则缺级的级次变低。



$a \cdot \sin\theta = \pm k'\lambda$、$k' = 0, 1, 2, 3 \cdots$ $d\sin\theta = \pm k\lambda$ $k = 0, 1, 2, 3 \cdots$

$k = d/a \cdot k'$

▲ 若 d 不变 $\Rightarrow$ 各主极大位置不变；

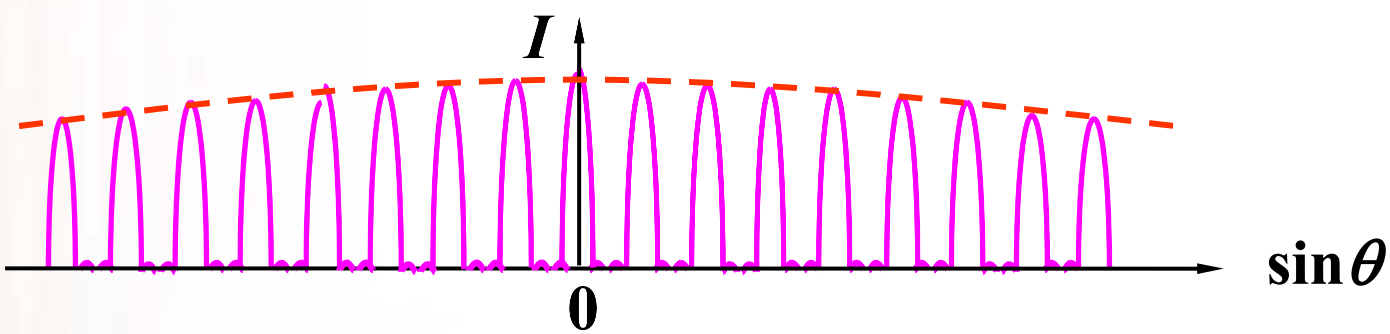
a 减小 $\Rightarrow$单缝衍射的轮廓线变宽，

单缝中央明纹范围内的主极大个数增加， 缺级的级次变高。

极端情形： 当 $a \to \lambda$ 时，单缝衍射的轮廓线变为很平坦，

第一暗纹在距中心 ∞ 处， 此时各主极大光强几乎相同。

多缝衍射图样 $\to$ 多光束干涉图样：



$d\sin\theta = \pm k\lambda$

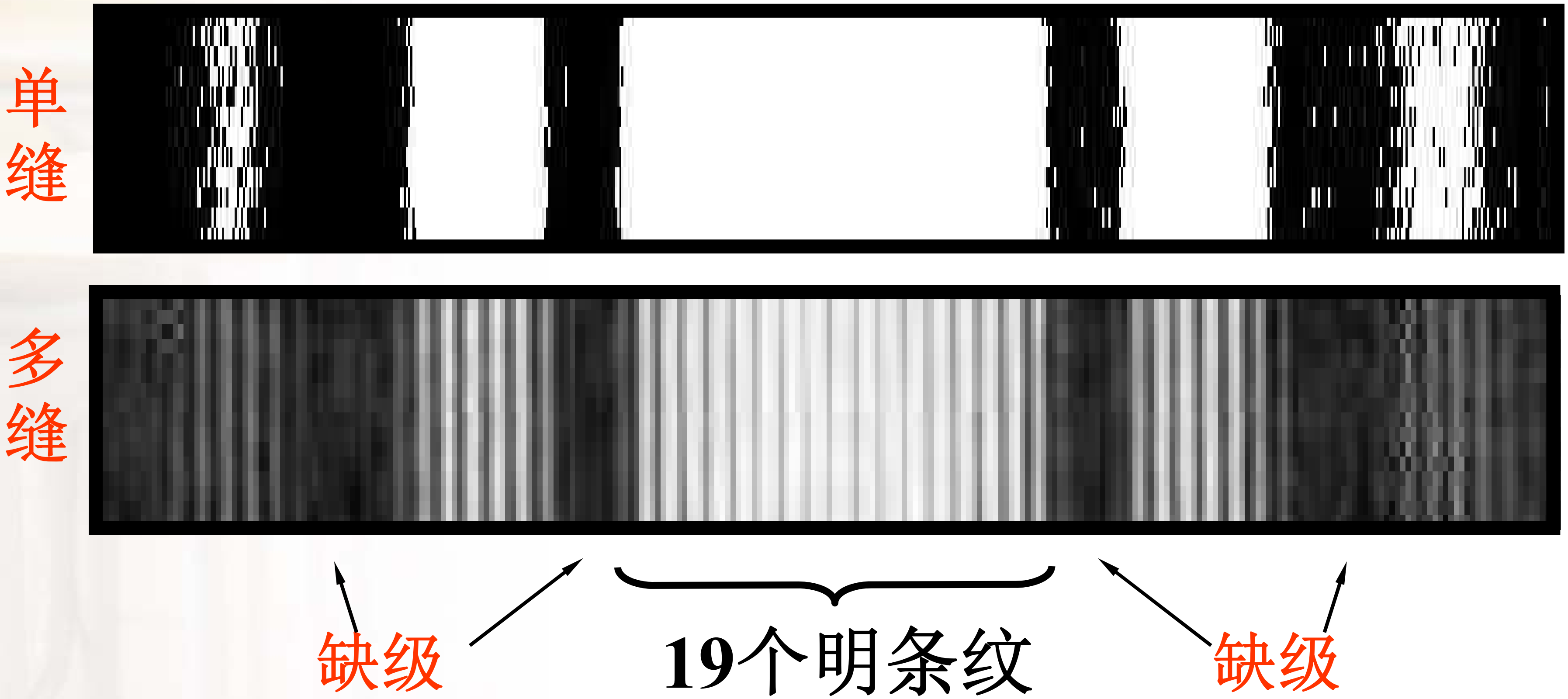
$k=0, 1, 2, 3 \cdots$

$a \cdot \sin\theta = \pm k'\lambda$

$k'=0, 1, 2, 3 \cdots$

- 明纹位置由$\pm k\lambda/d$确定，与光栅的缝数无关，缝数增大只是使条纹亮度增大与条纹变窄；
- 光栅常数越小，条纹间隔越大；
- 由于$|\sin\theta| \leqslant 1$，k的取值有一定的范围，故只能看到有限级的衍射条纹。
- 光栅的缺级

单缝衍射和多缝衍射干涉的对比（$d=10\,a$）



$\dfrac{d}{a}$ 决定衍射中央明纹范围内的干涉条纹数。

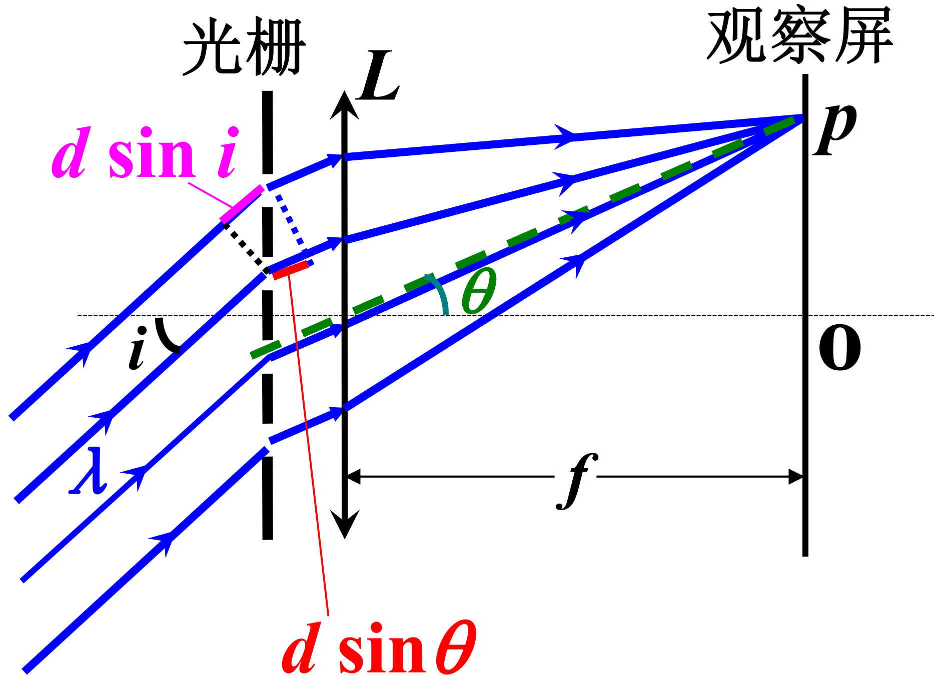
斜入射的光栅方程

$$(a+b)(\sin\theta \pm \sin i) = d(\sin\theta \pm \sin i) = \pm k\lambda$$

$$k = 0, 1, 2, 3 \cdots$$

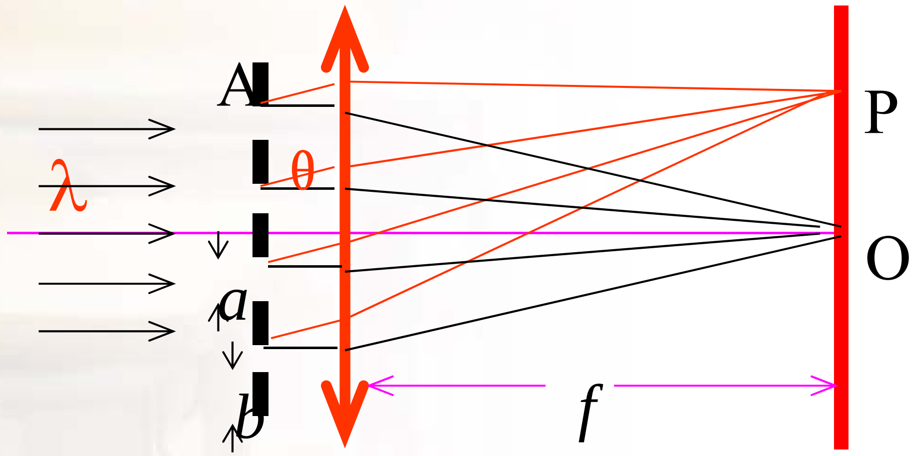
—— 斜入射的光栅方程

衍射光与入射光在光栅法线同侧取正号；
衍射光与入射光在光栅法线异侧取负号。



斜入射可以获得更高级次的条纹（分辨率高）

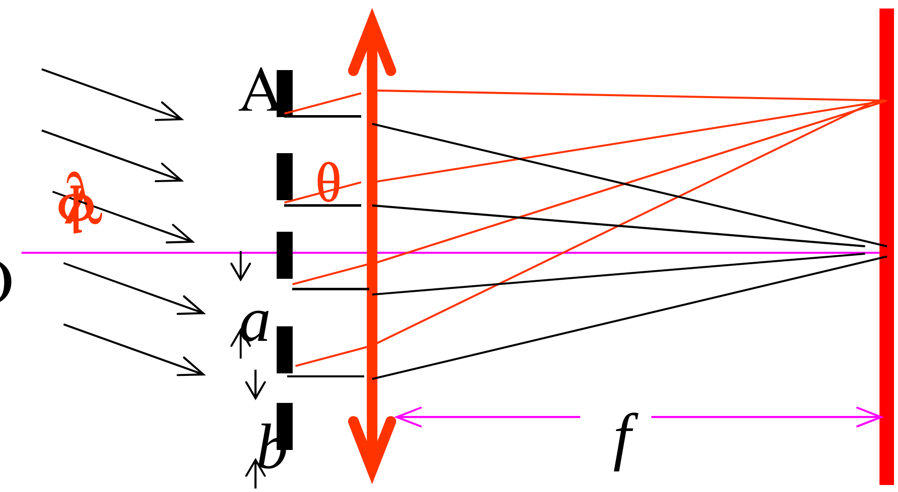
•垂直入射时的光栅方程



相邻狭缝对应点在衍射角 θ 方向上的光程 差满足：

$(a+b)\sin\theta = d\sin\theta = \pm k\lambda$
$k=0, 1, 2, 3 \cdots$

•斜入射时的光栅方程



$(a+b)(\sin\theta \pm \sin\varphi) =$
$d(\sin\theta \pm \sin\varphi) = \pm k\lambda$
$k=0, 1, 2, 3 \cdots$

衍射光与入射光在光栅法线同侧取正号；
衍射光与入射光在光栅法线异侧取负号。

例:一衍射光栅,每厘米有400条透光缝,每条透光缝宽度为 $a=1\times10^{-5}$m,在光栅后放一焦距f=1m的凸透镜,现以λ=500nm 的单色平行光垂直照射光栅,求(1)透光缝a的单缝衍射中央明条纹宽度为多少?(2)在该宽度内,有几个光栅衍射主极大?

解: (1)由单缝衍射中央明条纹宽度公式,

$$L_0 = 2\frac{\lambda}{a}f = 2\times\frac{500\times10^{-9}}{10^{-5}}\times1 = 0.1\text{m}$$

(2)在由单缝衍射第一级暗纹公式 $a\sin\phi=\lambda$,所确定的 ϕ 内,按光栅衍射主极大的公式,即

$$a\sin\varphi = \lambda$$

两式联立 $k = \frac{a+b}{a} = 2.5$

$$d\sin\varphi = k\lambda$$

$$k = 0, \pm1, \pm2$$

$$k = 2.5k'$$

例题17-11　用每毫米刻有500条栅纹的光栅，观察钠光谱线（$\lambda = 589.3\text{nm}$），问

（1）平行光线垂直入射时；

（2）平行光线以入射角30°入射时，

最多能看见第几级条纹？总共有多少条条纹？

解　（1）

按题意知，光栅常数为

$$a+b=\frac{1}{500}mm=2\times10^{-6}m$$

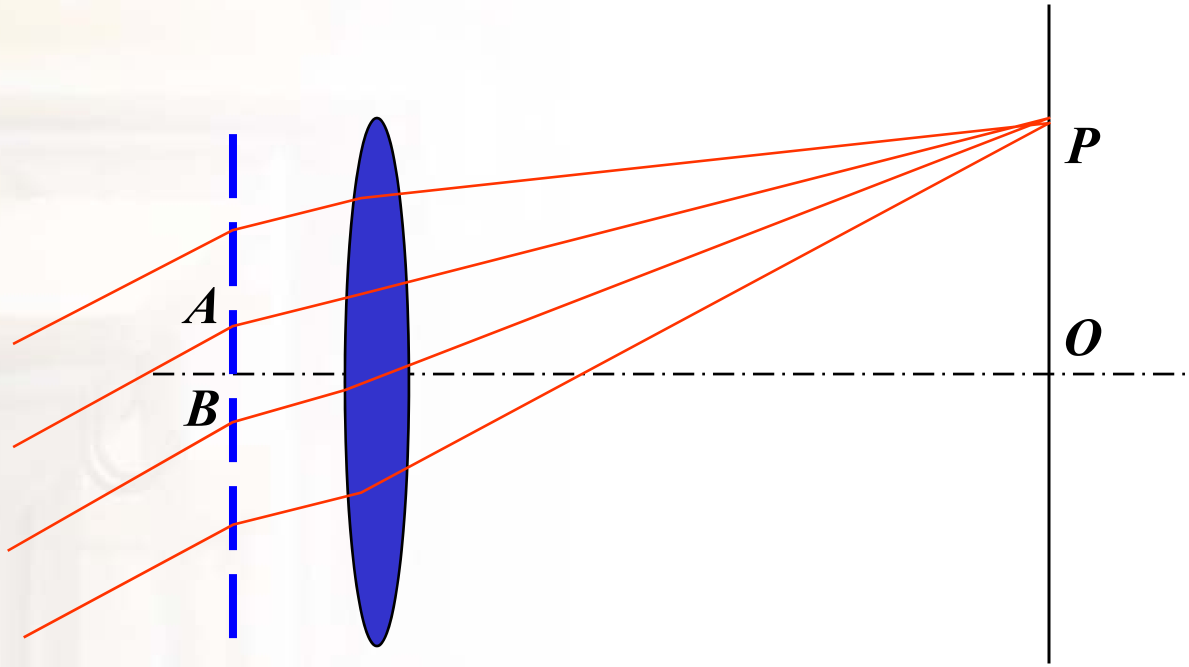
$$(a+b)\sin\theta=k\lambda \quad \Rightarrow \quad k=\frac{a+b}{\lambda}\sin\theta$$

可见　k的可能最大值相应于　$\sin\theta=1$

代入数值得　$k=\frac{2\times10^{-6}}{589.3\times10^{-9}}=3.4$

k只能取整数，故取k=3,即垂直入射时能看到第三级条纹。总共有**7**个条纹

（2）如平行光以 θ 角入射时



斜入射时光栅光程差的计算

$$(a+b)(\sin\theta-\sin\theta')=k\lambda \qquad k=0,\pm 1,\pm 2\cdots$$

同样，k的可能最大值相应于 $\sin\theta = \pm 1$

在0点上方观察到的最大级次为 k_1，取 $\theta = 90^\circ$ 得

$$k_1 = \frac{(a+b)(\sin 90^\circ - \sin 30^\circ)}{\lambda} = \frac{2\times 10^{-6}(1-0.5)}{589.3\times 10^{-9}} = 1.70 \text{取} \ k_1 = 1$$

而在0点下方观察到的最大级次为 k_2，取 $\theta = -90^\circ$ 得

$$k_2 = \frac{(a+b)(\sin(-90^\circ) - \sin 30^\circ)}{\lambda}$$

$$= \frac{(a+b)(-1-0.5)}{589.3\times 10^{-9}} = -5.09 \text{取} \ k_2 = -5$$

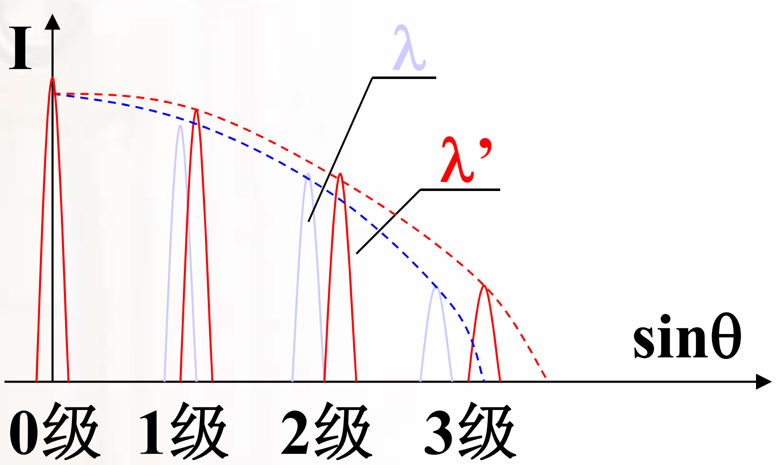
所以斜入射时，总共有 $k_1 + |k_2| + 1 = 7$ 条明纹。

光栅光谱

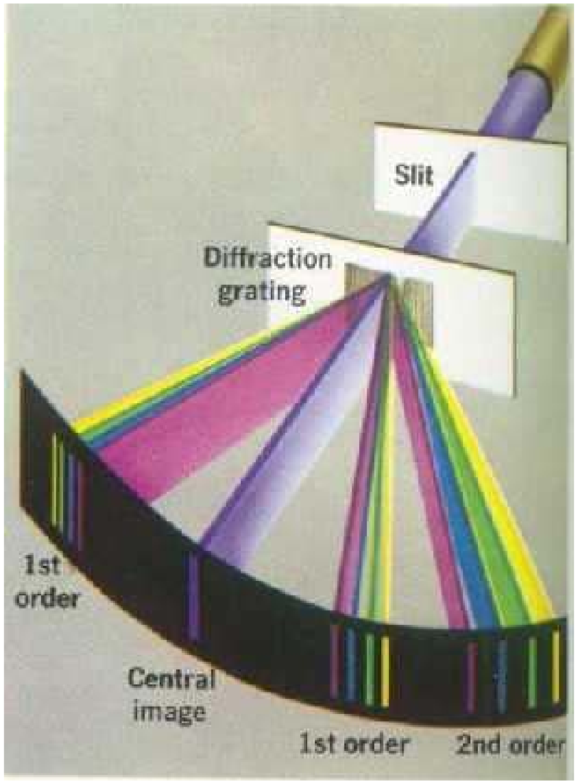
正入射： $d\sin\theta = \pm k\lambda,\quad k = 0,1,2,\cdots$

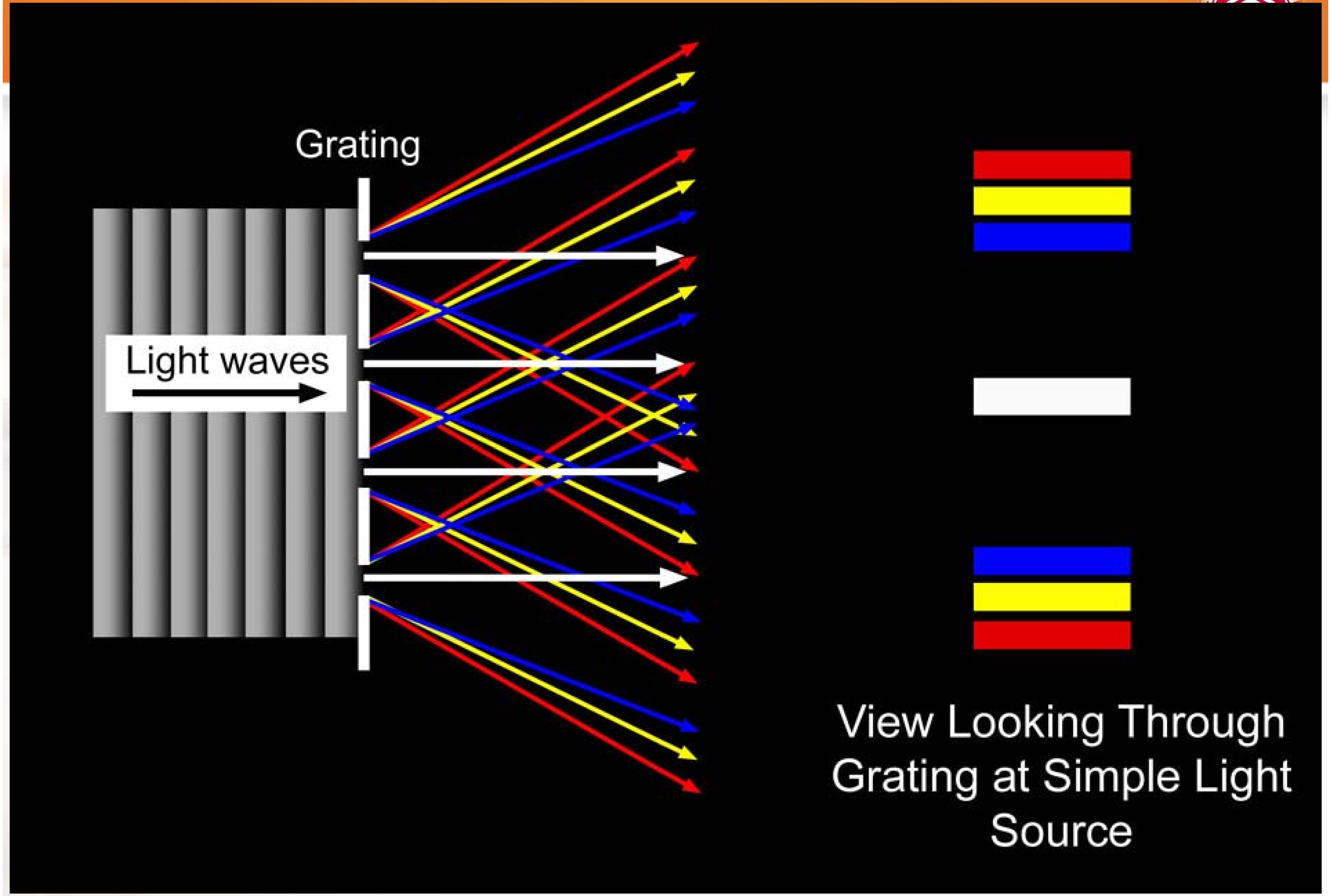
k 一定时，$\lambda\uparrow \rightarrow \theta\uparrow$， 不同颜色光的

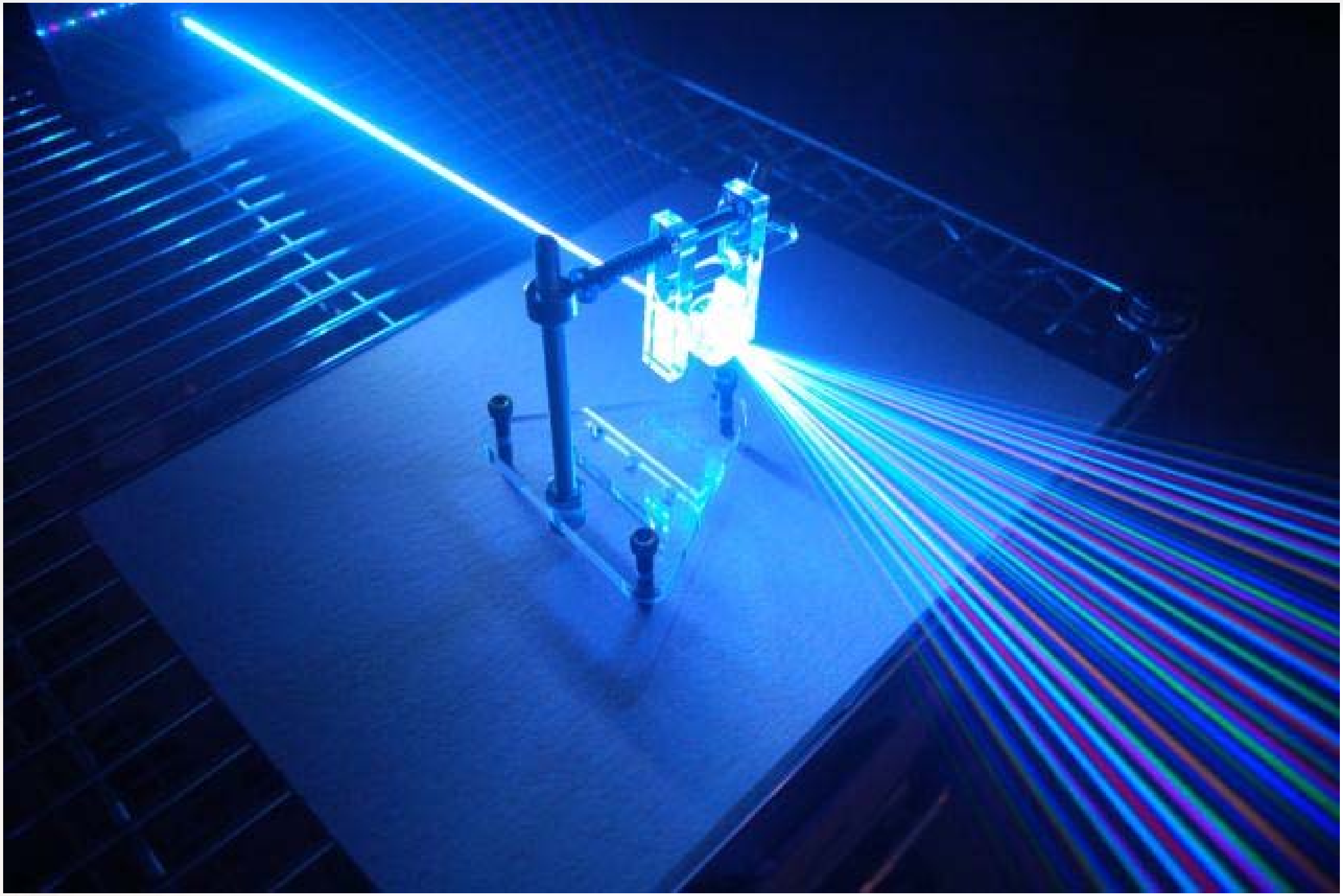
主极大位置也不同，形成同一级光谱。



$\dfrac{\lambda}{a}$ $\dfrac{\lambda'}{a}$




Grating
Light waves
View Looking Through Grating at Simple Light Source



* 光栅的分辨本领 （resolving power of grating）

因为谱线本身是有宽度的， 如何说明谱线是否重叠，为此引入分辨本领。

设入射波长为λ 和$\lambda+\delta\lambda$ 时，两谱线刚能分辨。

定义： 光栅的色分辨本领

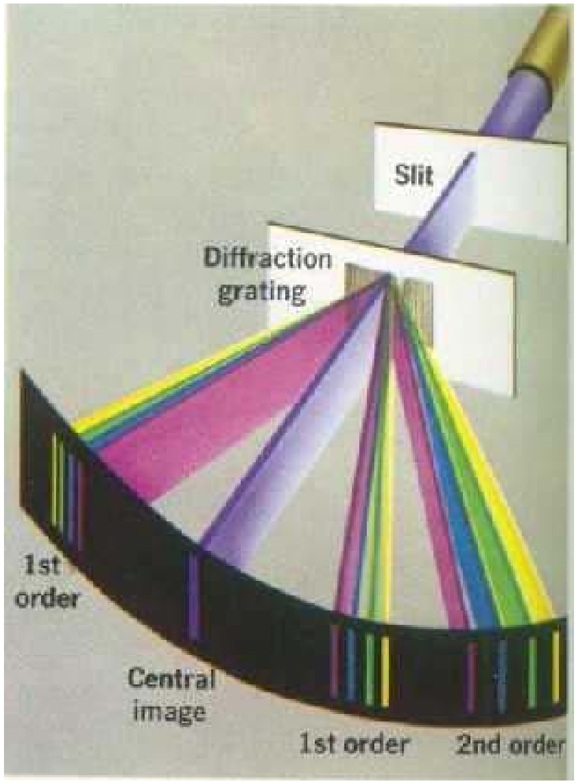
$$\boxed{R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda}}$$

下面分析 R 和哪些因素有关。

利用瑞利判据

$$\boxed{R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN}$$

光栅的分辨本领与级次和总缝数成正比



例如，对波长靠得很近的Na双线：

$$\lambda_1 = \lambda = 589\ \mathrm{nm}\,,$$

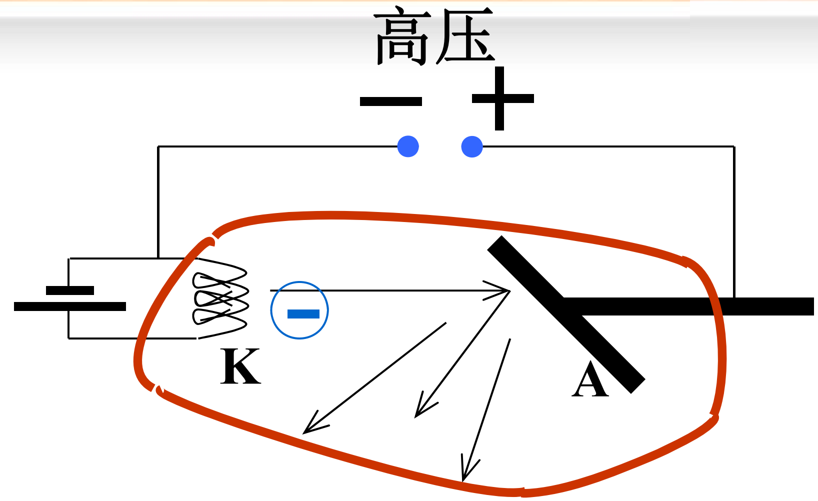
$$\lambda_2 = \lambda + \delta\lambda = 589.6\mathrm{nm},$$

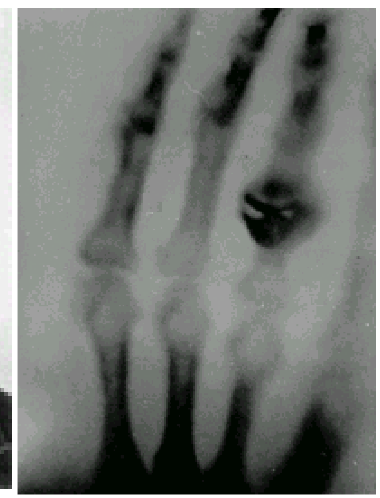
$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{589}{0.6} \approx 982 = Nk$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{若 } k = 2，\text{则 } N = 491 \\ \text{若 } k = 3，\text{则 } N = 327 \end{array}\right\} \text{都可分辨出Na双线}$$

一、X射线

1895年伦琴发现，高速电子撞击某些固体时，会产生一种看不见的射线，它能够透过许多对可见光不透明的物质，对感光乳胶有感光作用，并能使许多物质产生荧光，这就是所谓的X射线或伦琴射线。





其特点是：

1 在电磁场中不发生偏转。

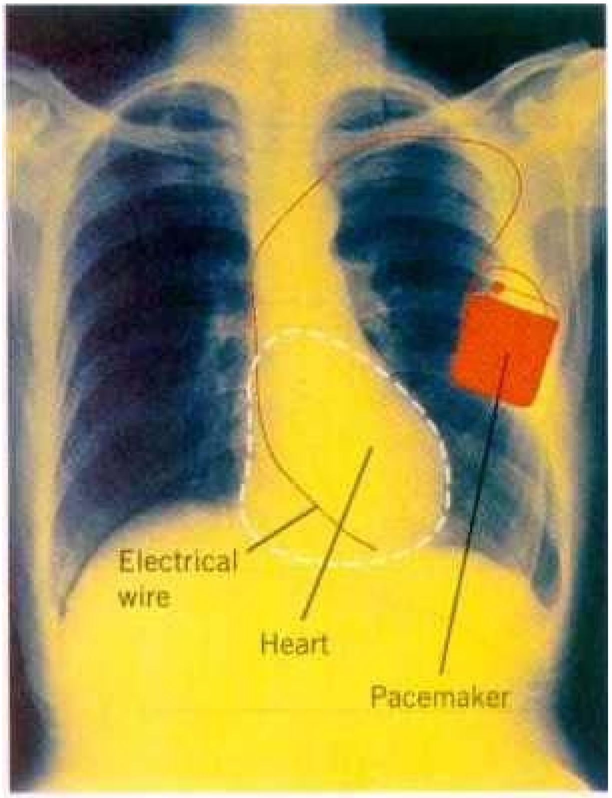
2 穿透力强

3 波长较短的电磁波，

范围在0.001nm~10nm之间。

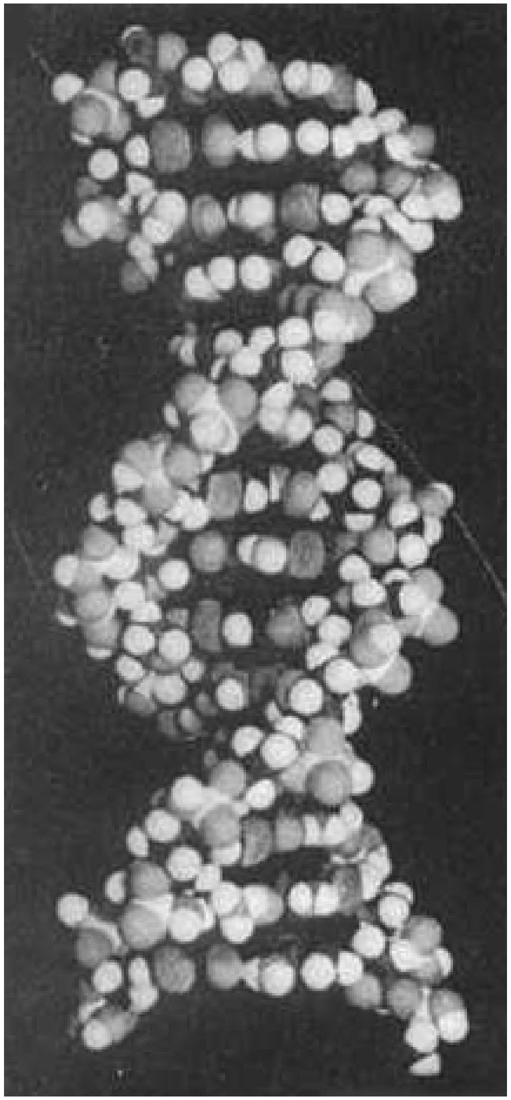
二、X射线的应用

X 射线的应用不仅开创了研究晶体结构的新领域，而且用它可以作光谱分析，在科学研究和工程技术上有着广泛的应用。

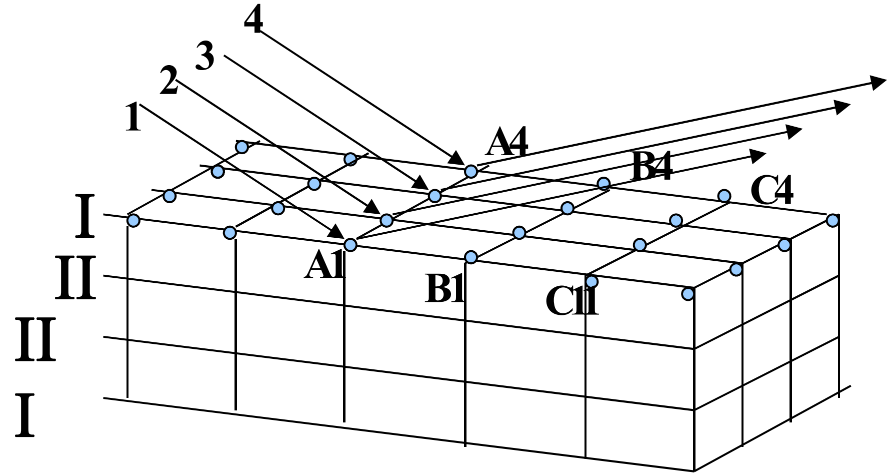


This X-ray photograph shows a heart pacemaker that has been implanted surgically.

1953年英国的威尔金斯、沃森和克里克利用X 射线的结构分析得到了遗传基因脱氧核糖核酸（DNA）的双螺旋结构，荣获了1962 年度诺贝尔生物和医学奖。



X射线波长范围在0.001nm~10nm之间。

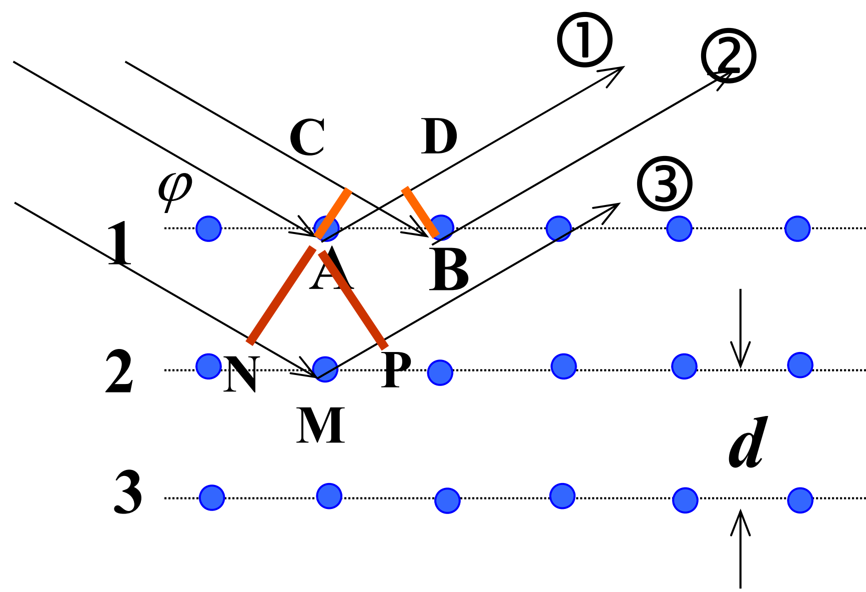


晶体中原子排列成有规则的空间点阵，原子间距为10^{-10}m (nm)的数量级，与X射线的波长同数量级，可以利用晶体作为天然光栅。

晶格上的原子相当于缝;晶格常数相当光栅常数.

布喇格公式

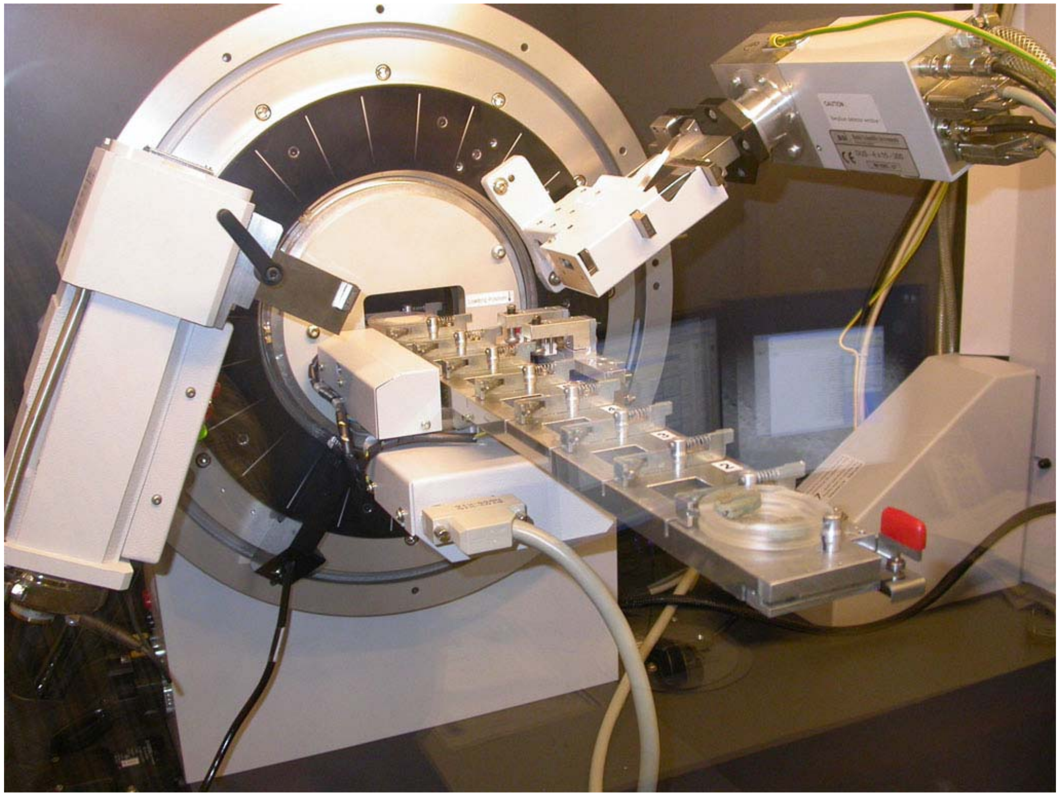
同一晶面上相邻原子散射的光波的光程差等于零 AD-BC= 0， 它们相干加强。若要在该方向上不同晶面上原子散射光相干加强，则必须满足：



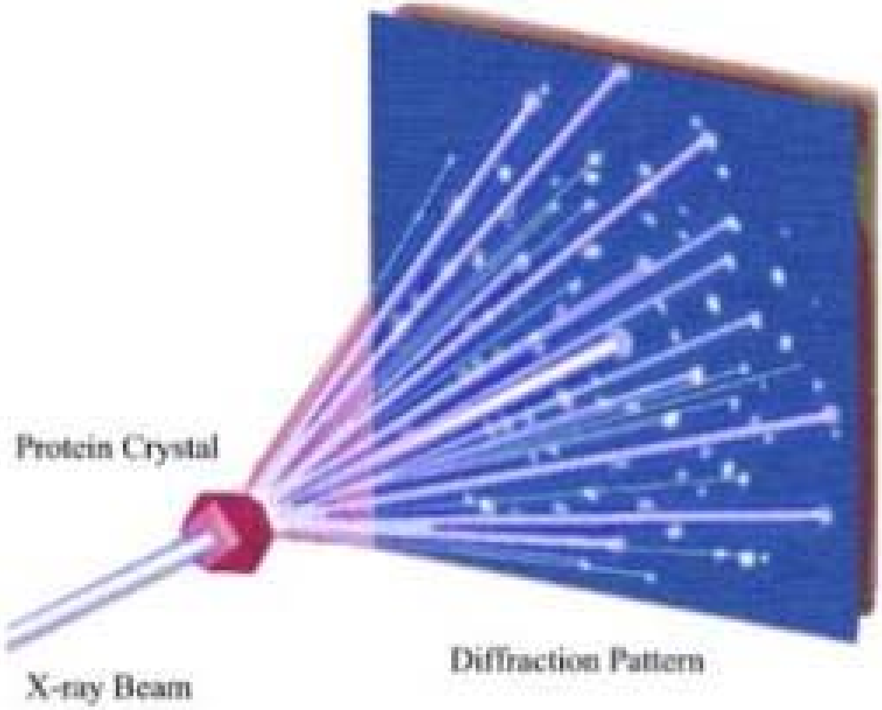
$$\delta = NM + MP = k\lambda \qquad k = 1,2,3\cdots$$

$$2d\cdot\sin\varphi = \pm k\lambda$$

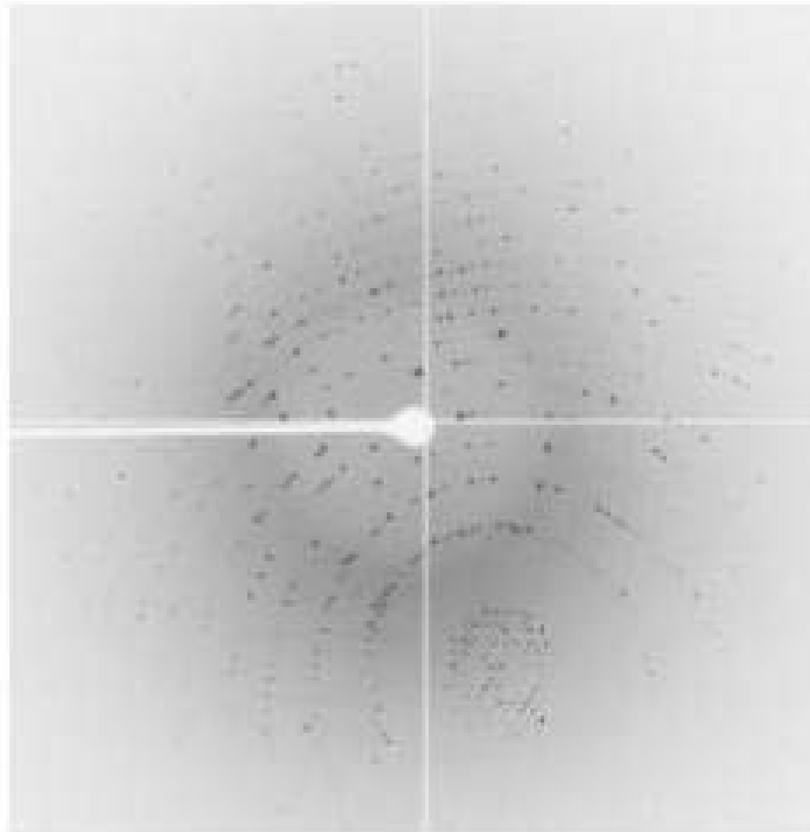
该式称为布喇格公式。



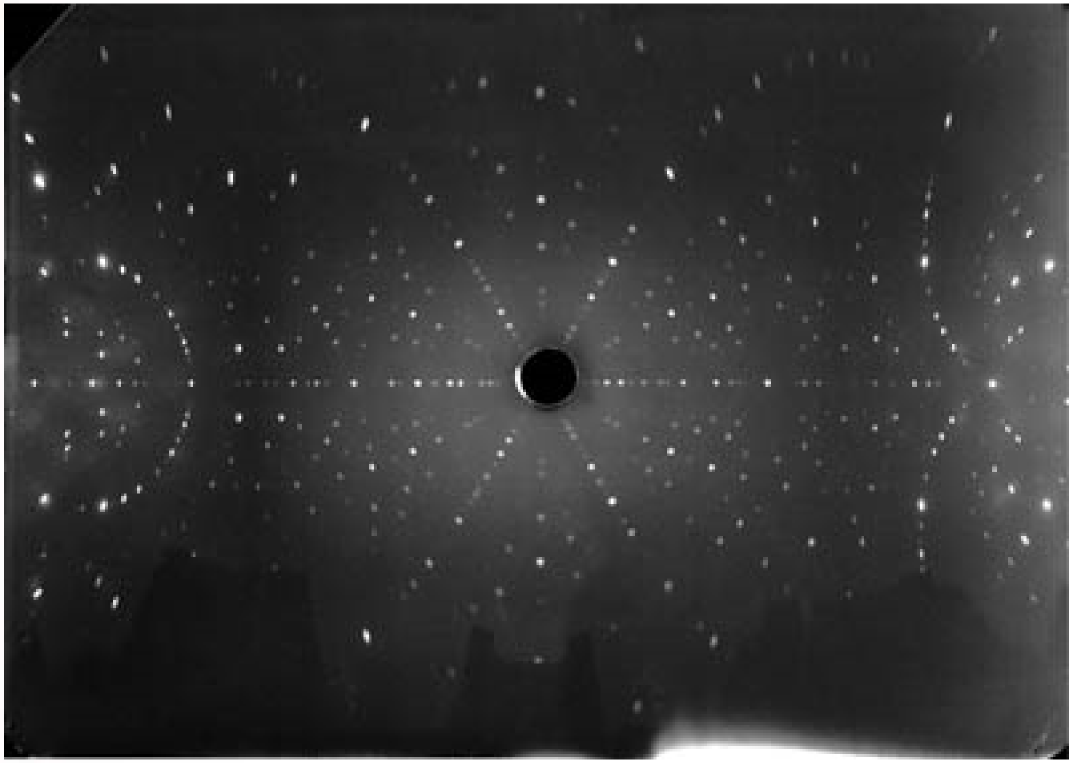
X射线衍射仪



Diffraction Process



Diffraction Pattern from NSLS



干涉与衍射的本质

从本质上讲干涉和衍射都是波的相干叠加。
只是干涉指的是有限多的子波的相干叠加，
衍射指的是无限多的子波的相干叠加，
而二者又常常同时出现在同一现象中。

干涉强调的是不同光束相互影响而形成相长或相消的现象；衍射强调的是光线偏离直线而进入阴影区域。

谢谢！