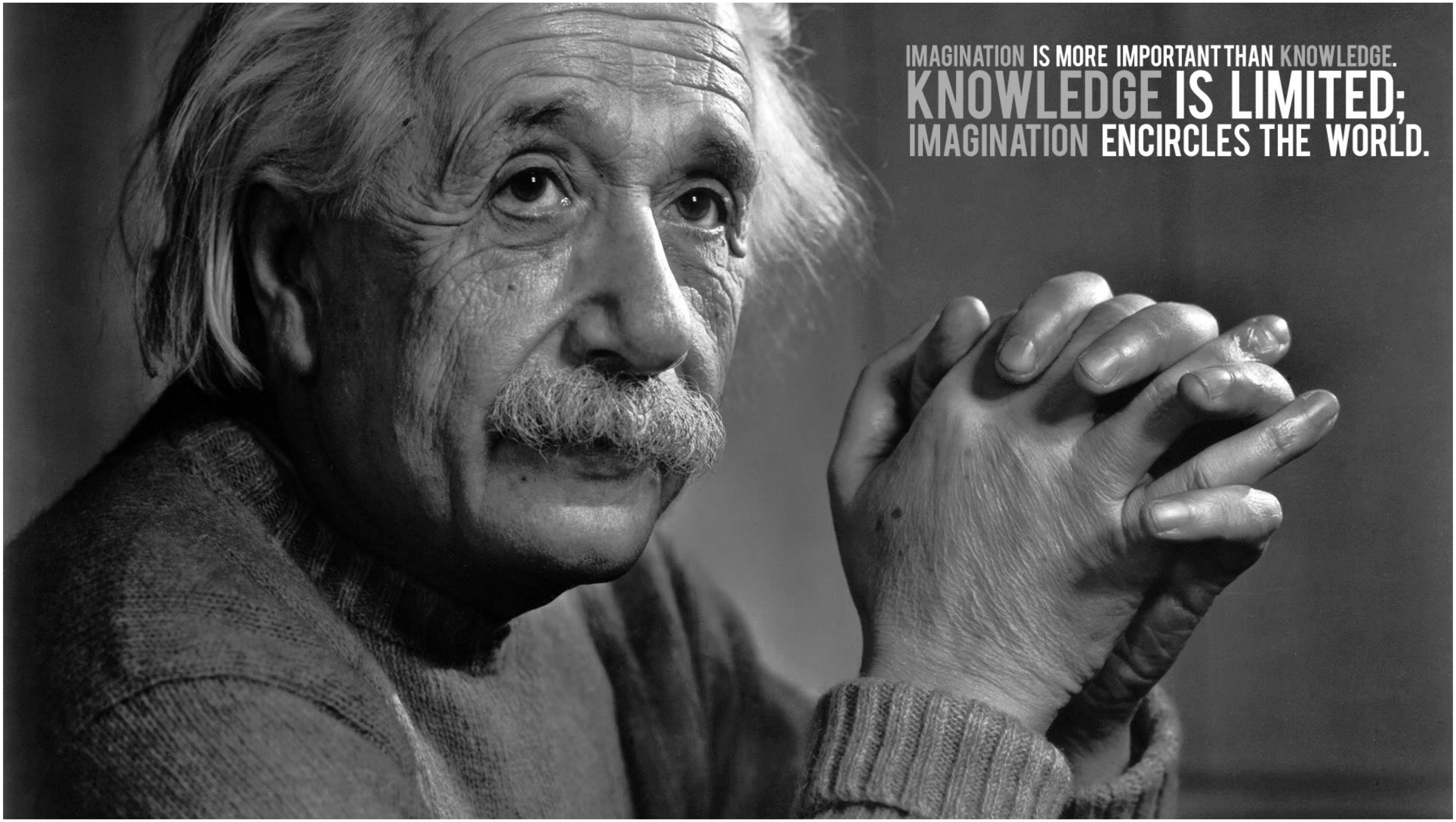
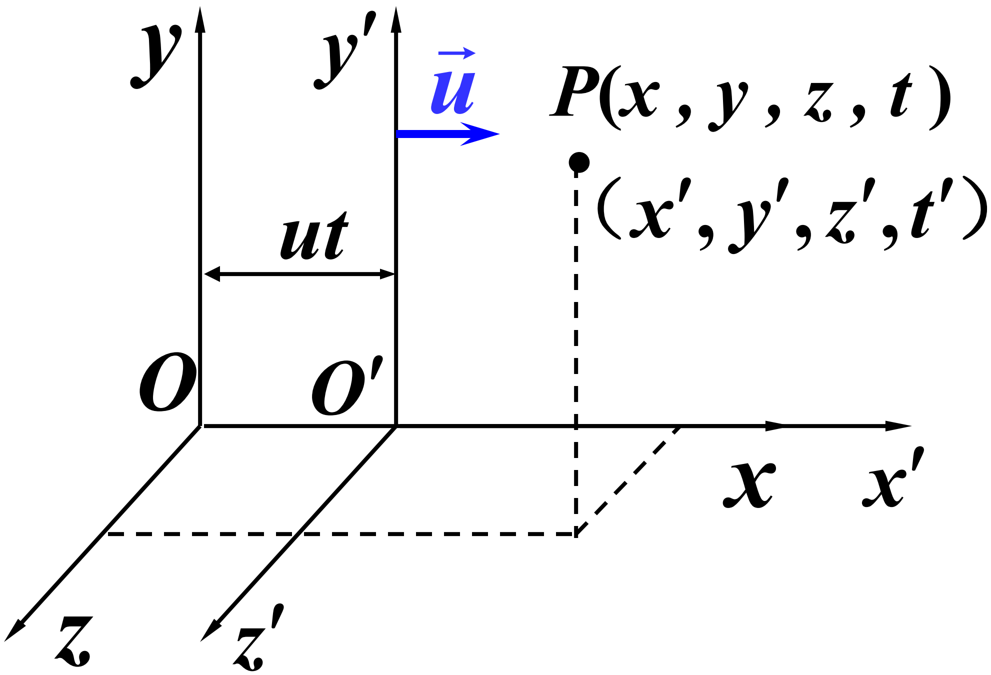
大学物理


IMAGINATION IS MORE IMPORTANT THAN KNOWLEDGE.
KNOWLEDGE IS LIMITED;
IMAGINATION ENCIRCLES THE WORLD.



$x' // x,\ y' // y,\ z' // z,$

$\vec{u} = u\vec{i}x = \text{const}.$

且 O'与 O 重合时，

$t = 0$， $t' = 0$。

由时空间隔的绝对性，有：

$$\left\{\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}\right\}$$

— 伽利略变换

(Galilean transformation)

对时间求导，得：

$$\begin{cases} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases} \rightarrow \boxed{\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}}$$

—伽利略速度变换

$$\because \quad \vec{u} = \text{const.} \qquad \therefore \quad \frac{\mathrm{d}\vec{v}'}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a}$$

牛顿力学中力和质量都与参考系的选择无关，所以在不同惯性系中 $\vec{F} = m\vec{a}$ 的形式不变。这表明伽利略变换和力学相对性原理是一致的 。用力学实验无法判定一个惯性系的运动状态。

牛顿相对性原理（力学相对性原理）：

一切力学规律在不同的惯性系中应有相同的形式。

长度和时间的量度与参考系无关

------绝对时空观

§ 6.2 爱因斯坦相对性原理和光速不变原理

（**Einstein′s principle of relativity and principle of constant speed of light**）

1905年爱因斯坦在《论动体的电动力学》一书中提出如下两条基本原理：

1. 物理规律对所有惯性系都是一样的。

这后来被称为爱因斯坦相对性原理。

2. 任何惯性系中，真空中光的速率都为 c 。

这一规律称为光速不变原理。

光速不变原理与伽利略变换是彼此矛盾的，若保持光速不变原理，就必须抛弃伽利略变换，也就是必须抛弃绝对的时空观。

1、*Einstein* 的相对性原理 是 *Newton*理论的发展

一切物理规律

力学规律

2：光速不变原理---时空观的革命！ ！

牛顿力学

时间标度

长度标度

质量的测量

与参考系无关

速度与参考系有关

（相对性）

狭义相对论力学

光速不变

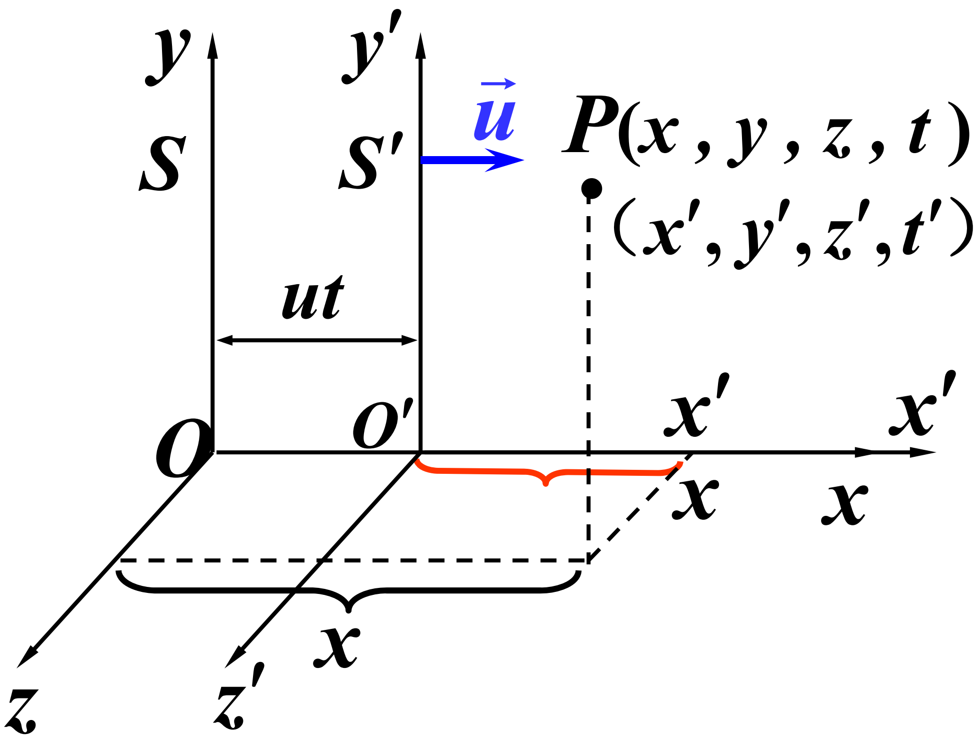
长度 时间 质量

与参考系有关

（相对性）

§ 6.3 洛仑兹变换（Lorentz transformation）

目的：寻找适合光速不变原理的新的时空变换。



设 S、S' 参考系

$x' \parallel x$，$y' \parallel y$，$z' \parallel z$，

$\vec{u} = u\vec{i}x = \text{const}$.

且 O' 与 O 重合时，

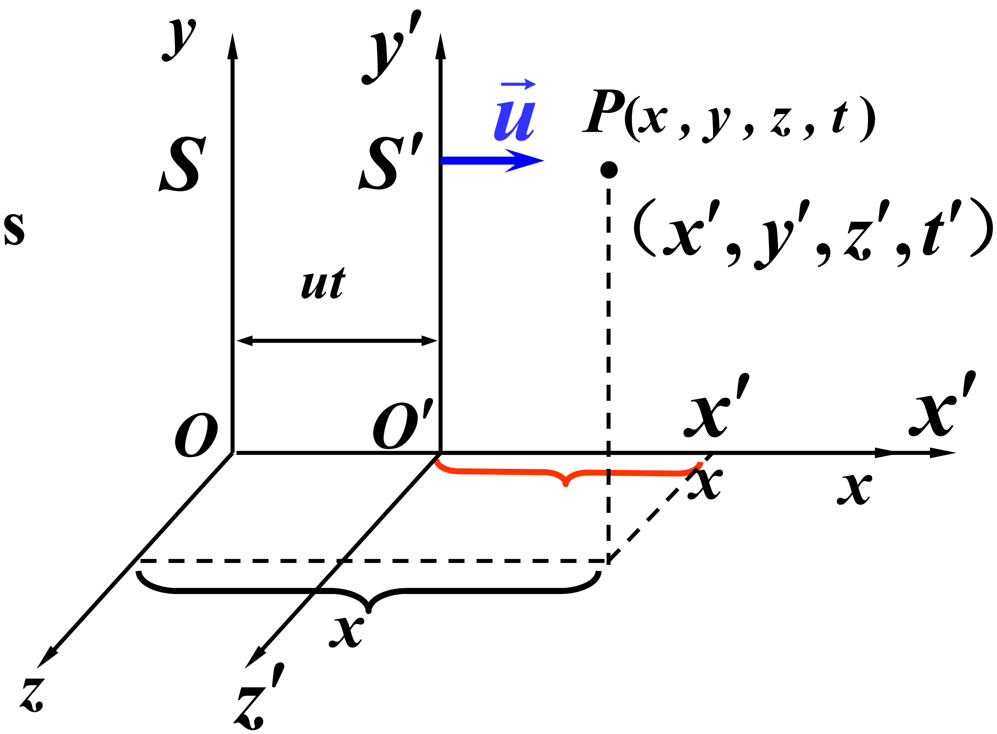
$t = 0$，　$t' = 0$。

两坐标系间需要是线性变换！！！！

初始O'与 O 重合时， $t=0$， $t'=0$。

$$x' = \gamma(x-ut)$$

在s’参考系原点发生的事，在s参考系中发生在x=ut



$$x = \gamma(x'+ut')$$

相对性原理，这两个惯性系是等价的！

$$\Rightarrow \quad x=\gamma(\gamma(x-ut)+ut') \quad \Rightarrow \quad t' = \gamma\left(t - \frac{\gamma^2-1}{\gamma^2}\frac{x}{u}\right)$$

有光速不变原理（测量光脉冲）

x=ct **x’=ct’**

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}\dfrac{x}{\mathrm{u}}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ct' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}\dfrac{ct}{\mathrm{u}}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \gamma^2 = \frac{1}{1 - \dfrac{u^2}{c^2}} \quad \text{或} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$$

于是有：

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{u}{c^2} x}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

几点讨论与说明：

1. c 为一切可作为参考系的物体的极限速率，即两个物体之间的相对速度只能小于c 。

2. $u \ll c$时，洛仑兹变换过渡到伽里略变换。

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{Bmatrix}$$

伽利略变换

令 $\beta = \frac{u}{c}$ ，$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ， 则有：

正变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{\beta}{c}x) \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + ut') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + \frac{\beta}{c}x) \end{cases}$$

§6.4 相对论时空观

1 同时性的相对性

$$\boxed{t' = \gamma(t - \frac{\beta}{c}x)} \Rightarrow \boxed{\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x)}$$

当Δt=0时

$$\boxed{\Delta t' = -\gamma(\frac{\beta}{c}\Delta x)}$$

$$\begin{cases} \text{当}\Delta x=0\text{时} & \Delta t'=0 \\ \text{当}\Delta x\neq 0\text{时} & \Delta t'\neq 0 \end{cases}$$

时间的测量是相对的

2 时间膨胀（时间延缓）

在某一参考系中，同一地点先后发生的两个事件的时间间隔 -------固有时

$x_2 = x_1 \qquad \Delta t = t_2 - t_1$

$$\boxed{\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x)}$$

$$\boxed{\Delta x = 0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta t' = \gamma \Delta t}$$

u=0.001c γ=1.0000005 Δt'=Δt

u=0.7c γ=1.4 Δt'=1.4Δt

u=0.99c γ=7.1 Δt'=7.1Δt

时间间隔增加 ⇒ 时间膨胀
时间延缓

$$\Delta t = \gamma(\Delta t' + \frac{\beta}{c}\Delta x')$$

$$\Delta x' = 0$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

u=0.001c　γ=1.0000005　Δt=Δt'

u=0.7c　γ=1.4　Δt=1.4Δt'

u=0.99c　γ=7.1　Δt=7.1Δt'

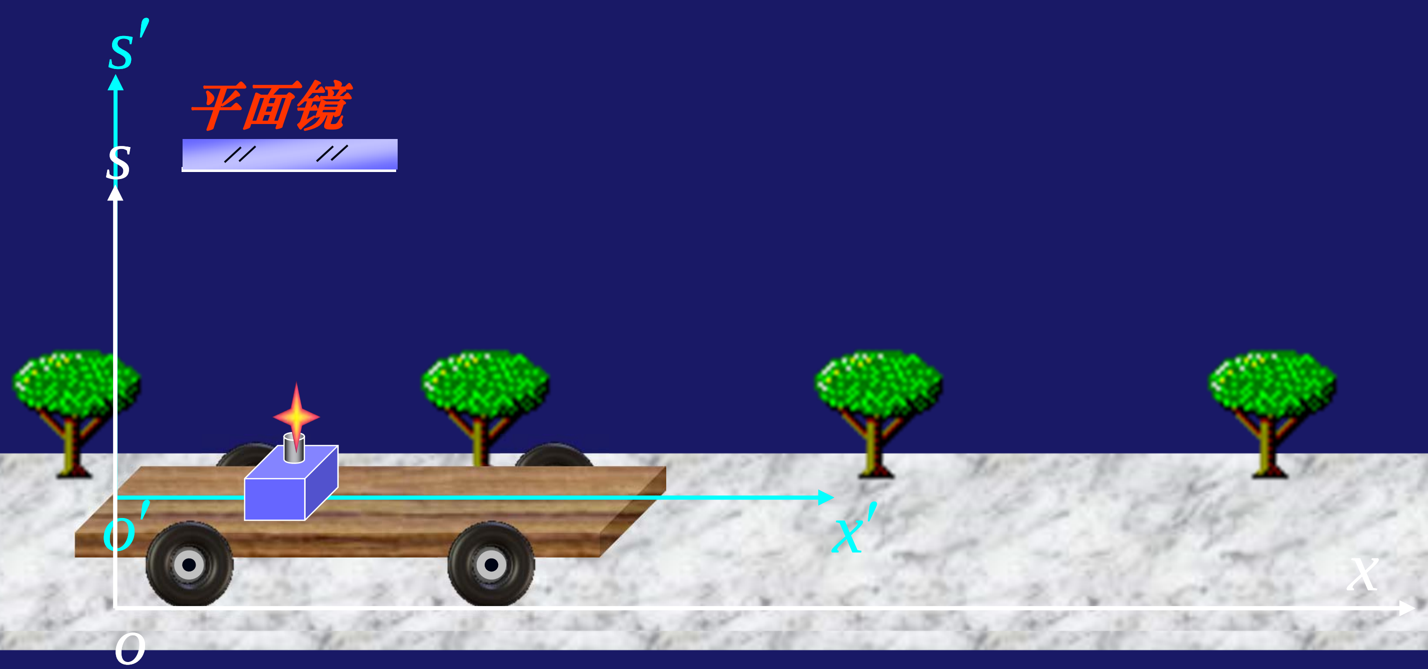
时间间隔增加 → 时间膨胀 时间延缓

固有时最短！！

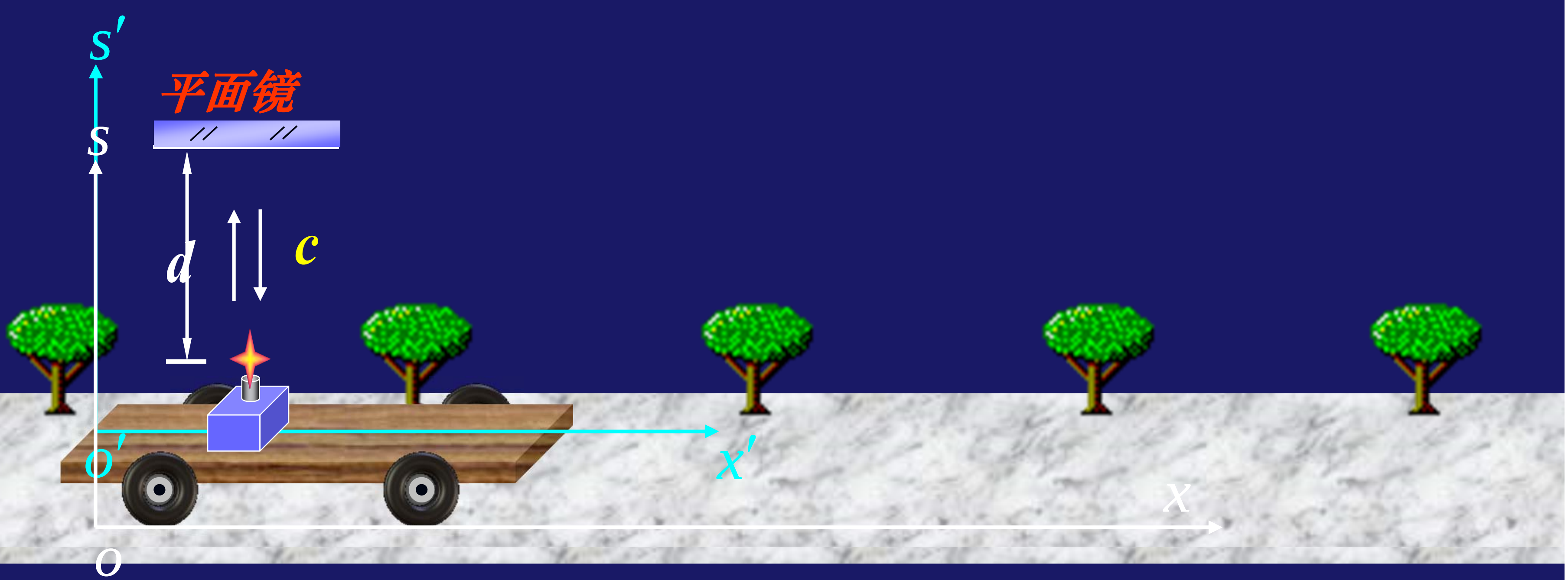
在物理中，无绝对静止的概念！！！！

2.时间膨胀

在不同的惯性参照系中，同时是相对的，两事件发生的时间间隔同样也与参照系有关。



S'系中： $\Delta t' = \dfrac{2d}{c}$



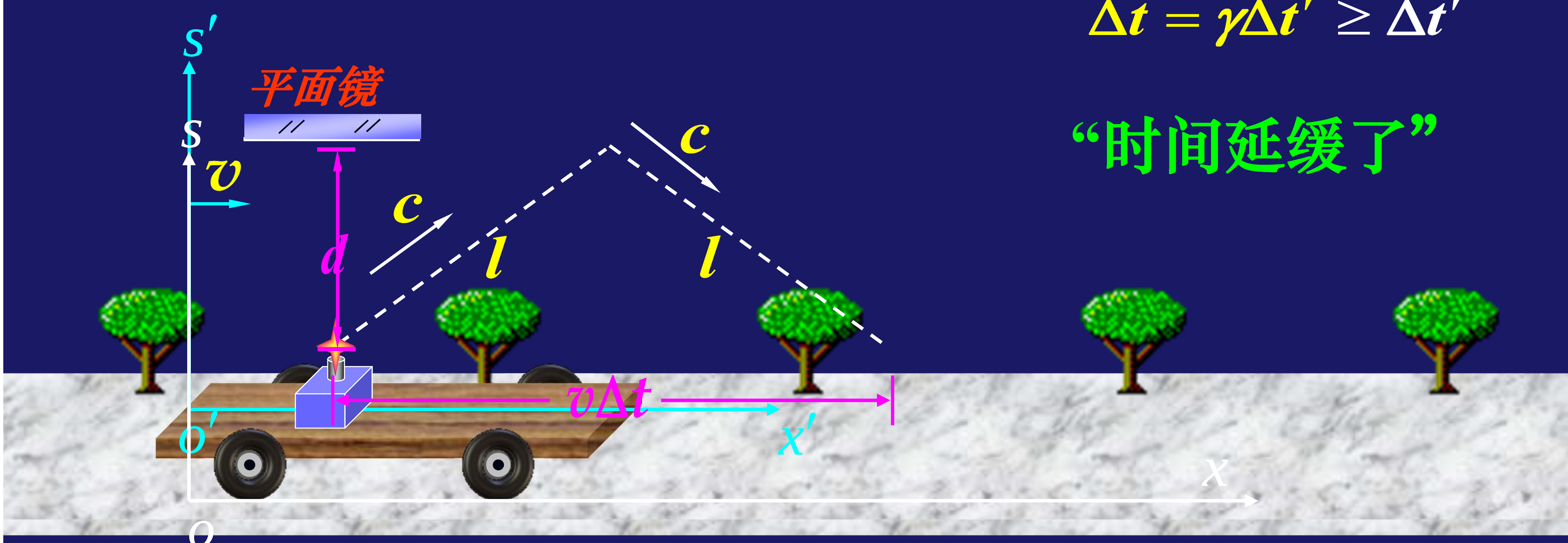
S'系中：$\Delta t' = \dfrac{2d}{c}$

S系中：$\Delta t = \dfrac{2l}{c} = \dfrac{2}{c}\sqrt{d^2 + (\dfrac{v\Delta t}{2})^2} \longrightarrow \Delta t = \dfrac{2d}{c} \Big/ \sqrt{1 - v^2/c^2}$

$$= \gamma \frac{2d}{c}$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \geq \Delta t'$$

“时间延缓了”



用洛沦兹变换式也能得到该式:

光脉冲的发射与接受: $\begin{cases} S'系: \Delta t' \neq 0,\ \Delta x' = 0\ (同地) \\ S系: \Delta t \neq 0,\ \Delta x \neq 0\ (异地) \end{cases}$

$$\Delta t = \gamma\,(\Delta t' + v\Delta x'/c^2) \longrightarrow \boxed{\Delta t = \gamma\,\Delta t'}$$

用洛沦兹变换式也能得到该式:

光脉冲的发射与接受: $\begin{cases} S'\text{系}: \Delta t' \neq 0,\ \Delta x' = 0\ (\text{同地}) \\ S\text{系}: \Delta t \neq 0,\ \Delta x \neq 0\ (\text{异地}) \end{cases}$

$$\Delta t = \gamma\,(\Delta t' + v\Delta x'/c^2) \longrightarrow \boxed{\Delta t = \gamma\,\Delta t'}$$

令: $\Delta t' = \tau$, τ称为**固有时**,则 $\underline{\Delta t = \gamma\,\tau \geq \tau}$

明确几点

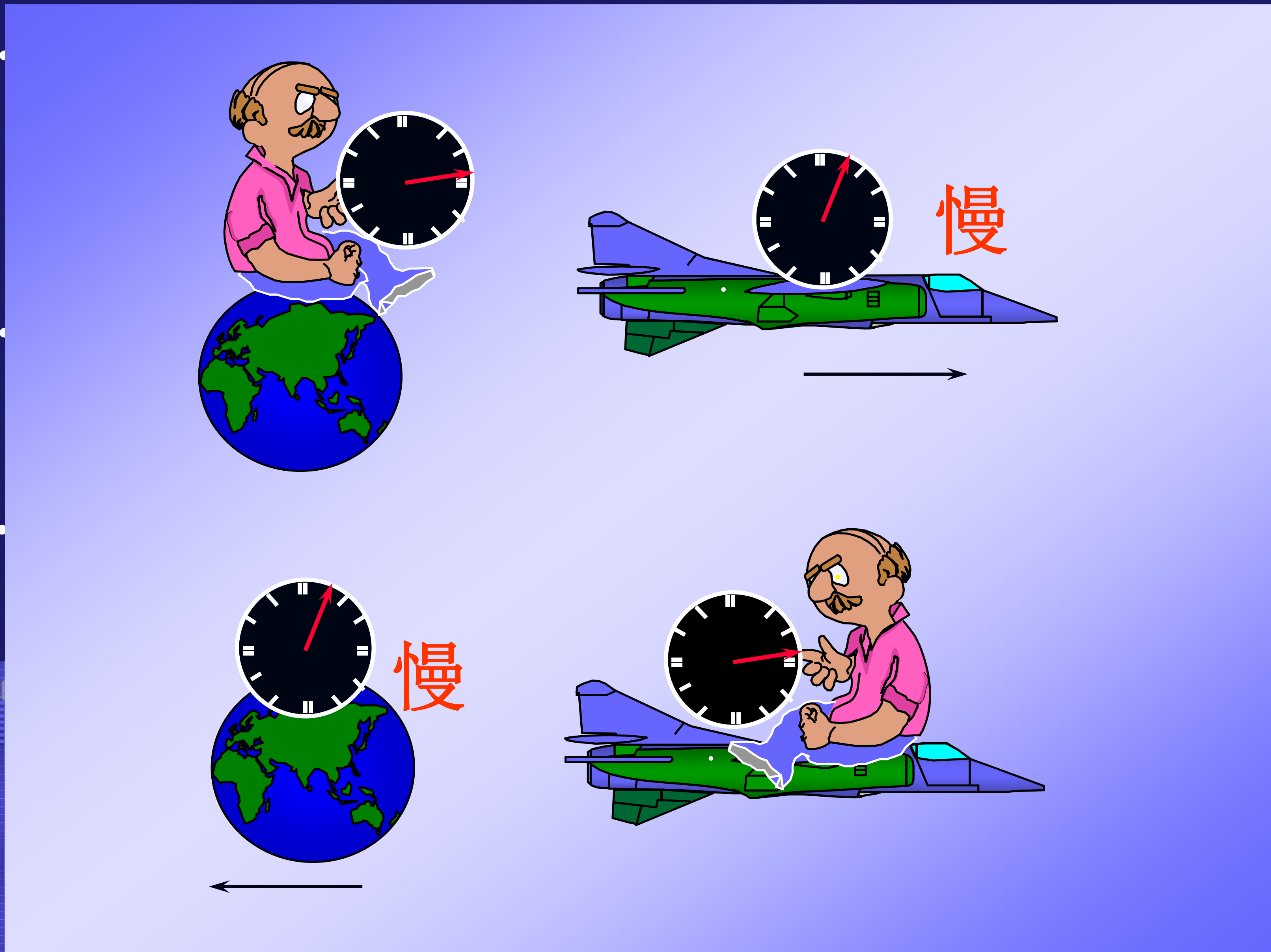
1. 分清固有时 τ ,即为**同一地点**相继发生两物理事件的时间间隔。

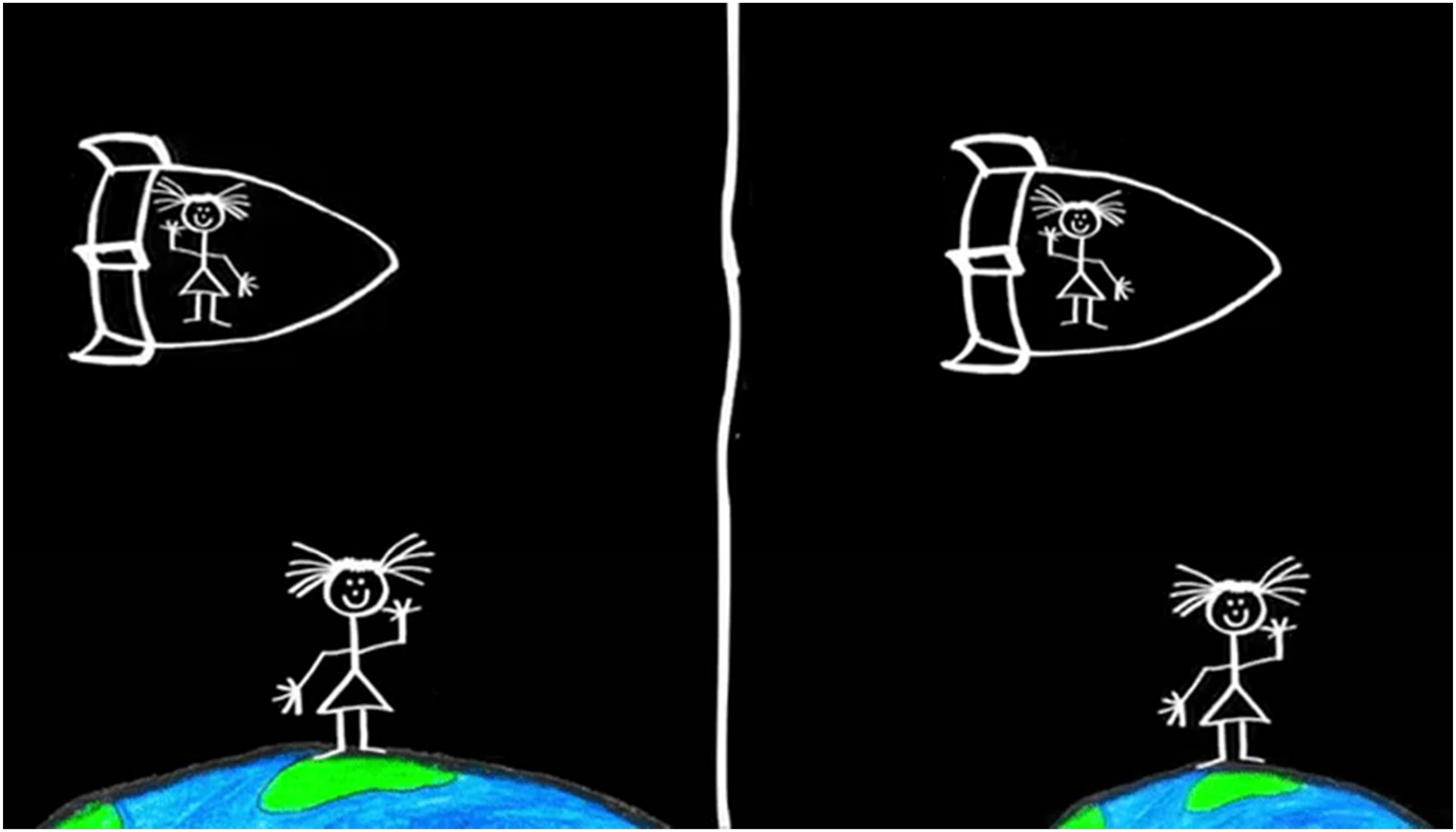
2. 固

化，

3. ，

4.





时间延缓的实例：$\pi^{\pm} \rightarrow \mu^{\pm} + \nu$

π 静止寿命 $\tau' = 2.5\times10^{-8}\,\mathrm{s}$ ，

$u = 0.99\,c$ 时，测得径迹长为 $l = 53\ \mathrm{m}$。

$$u\tau' = 0.99\times3\times10^{8}\times2.5\times10^{-8} = 7.4\,\mathrm{m} < l$$

运动寿命：

$$\tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{2.5\times10^{-8}}{\sqrt{1-0.99^2}} = 1.8\times10^{-7}\ \mathrm{s}$$

$$u\tau = 0.99\times3\times10^{8}\times1.8\times10^{-7}$$

$$= 53\,\mathrm{m} = l \qquad \text{一致}$$

例5-4 设想有一光子火箭以**v = 0.95c** 的速率相对地球作直线运动，若火箭上宇航员的计时器记录他观测星云用去**10min**，则地球上的观察者测得此事用去了多少时间？

解：由下式可得

$$\boxed{\tau = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{10}{\sqrt{1-0.95^2}}\,\text{min} = 32.01\,\text{min}$$

即地球上的计时器记录宇航员观测星云用去了**32.01min**，似乎是运动的钟走得慢了。

应该注意，与钟一起运动的观测者是感受不到钟变慢的效应的。运动时钟变慢纯粹是一种相对论效应，并非运动使钟的结构发生什么改变。

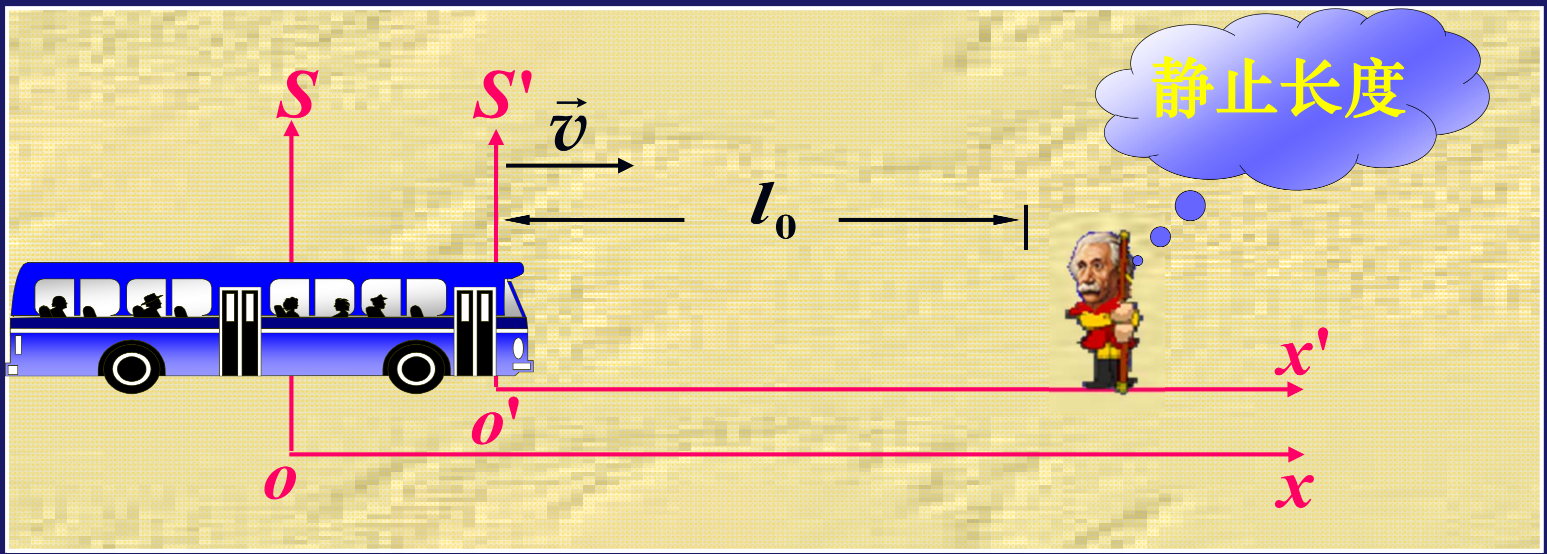
1秒钟 定义为相对于参考系静止的 ^{135}Cs原子发出的一个特征频率光波周期的9192631770倍。在任何惯性系中的1秒钟都是这样定义的。但是在不同惯性系中，观察同一个^{135}Cs原子发的特征频率光波的周期是不同的。

当 $u \ll c$ 时$\Delta t' = \Delta t$，这就回到绝对时间了。

3.长度收缩

在不同的惯性参照系内，对长度的测量也是相对的。

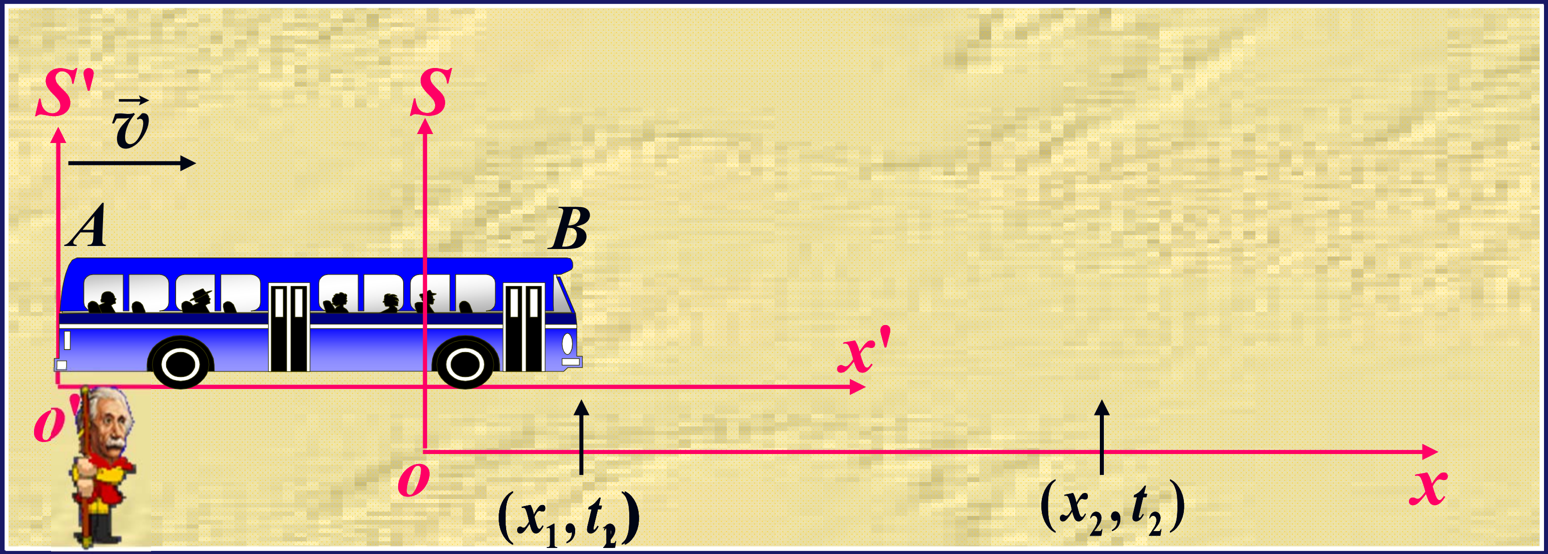
在相对车辆静止的S'参照系中，测得车厢的长度被称为物体的**静止长度**或**固有长度**或**原长**，记为l_o。



S中的观测者测得: t_1时刻车头B经过x_1点；t_2时刻车尾A经过x_1点时，同时车头B经过x_2点。则

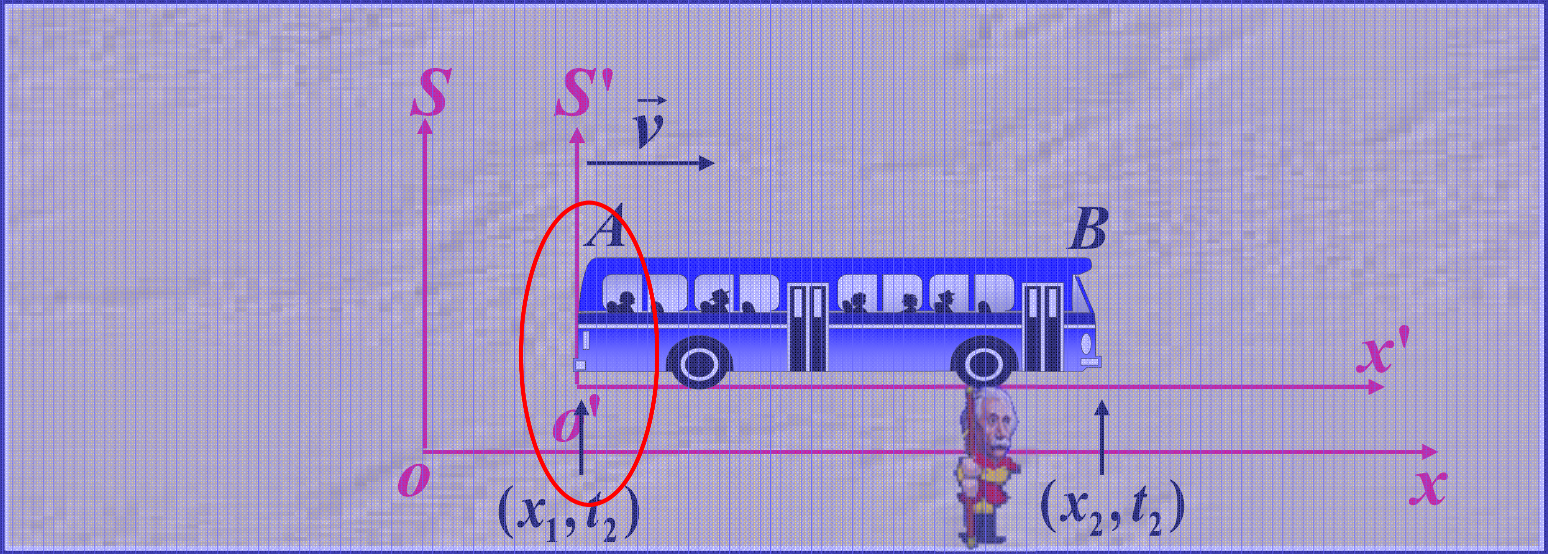
S系中测量长度: $l = x_2 - x_1 = v\Delta t$ ，$\Delta t = t_2 - t_1$

S'中: t'_1时刻x_1点经过车头B； t'_2时刻x_1点经过车尾A



$$\left.\begin{aligned}\text{则有:}\ l_o &= v\Delta t' \\ \text{前面的结论:}\ l &= v\Delta t\end{aligned}\right\} \longrightarrow \quad l = \frac{\Delta t}{\Delta t'} l_0$$

由于S系中，B、A分别经过x_1这两个事件发生在**同一地点**，故$\Delta t = t_2 - t_1 = \tau$为**固有时**。



$$\left.\begin{array}{l}\text{则有：}l_o = v\Delta t' \\ \text{前面的结论：}l = v\Delta t\end{array}\right\} \longrightarrow l = \frac{\Delta t}{\Delta t'} l_0$$

由于S系中，B、A分别经过x_1这两个事件发生在同一地点，故$\Delta t = t_2 - t_1 = \tau$为固有时。

$$\Delta t' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

S系中测得的长度为：$\boxed{l = l_0\sqrt{1 - v^2 / c^2} \le \text{固有长度} l_0}$

结论：在与被测物体相对静止的参照系内测得的物体长度称作**原长**。在与被测物体相对运动的参照系内，物体的长度总是小物体的原长。

S系中测得的长度为：$\boxed{l = l_0\sqrt{1 - v^2 / c^2} \ \leq \text{固有长度} \ l_0}$

注意

①. 对运动的物体，其长度收缩只出现在运动方向。

②. 同一物体速度不同，测量的长度不同。物体静止时长度测量值最大。

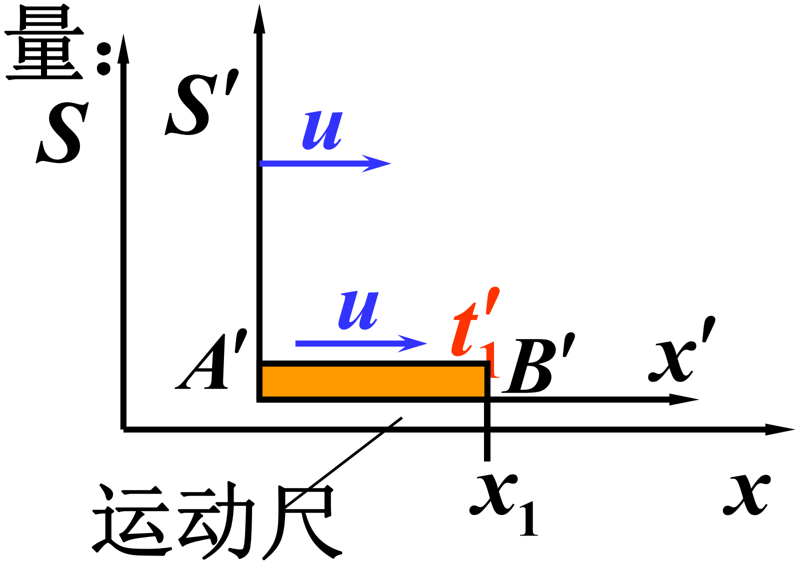
③. 低速空间相对论效应可忽略。

$$v << c \ , \qquad l = l_o\sqrt{1 - v^2 / c^2} \approx l_0$$

④. 长度收缩是相对的，*S*系看*S'*系中的物体收缩，反之，*S'*系看*S*系中的物体也收缩。

3 长度收缩

运动尺长度的测量:



$L' = x_2' - x_1' \qquad L = x_2 - x_1$

$L' = \gamma(x_2 - ut_2) - \gamma(x_1 - ut_1)$

$L' = \gamma(x_2 - x_1 - u(t_2 - t_1))$

$L' = \gamma(L - u(0)) = \gamma L$

$$L = L'\sqrt{1 - \frac{u^2}{c}}$$

u=0.001c	γ=1.0000005	L=L'
u=0.7c	γ=1.4	L=0.7L'
u=0.99c	γ=7.1	L=0.14L'

固有长度：当静止时测得的长度

固有长度最长

$$\boxed{\text{动长} = \text{原长} \times \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

固有长度最长

运动尺的缩短是相对论的效应，并不是运动尺的结构发生了改变。

与尺一起运动的观测者感受不到尺的变短。

在任何惯性系中**1**米都定义为**1/ 299792458**秒内光在真空中所通过的距离。由于时间延缓效应，同一个尺在不同惯性系中所测量的长度也不同。

$u << c$ 时 $l = l'$，这又回到了牛顿的绝对空间。

例　固有长度为5米的飞船以$9x10^3$ m/s的速度相对于地面匀速飞行，若从地面测量，它的长度为多少？

$$L = L'\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = 5\sqrt{1-(\frac{9\times10^3}{3\times10^8})^2}$$

$$= 4.999999998\text{m}$$

4 四维时空

伽利略变换

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

绝对时空观

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \dfrac{\beta}{c} x) \end{cases}$$

相对时空观

四维空间（x, y, z, t）

§ 6.5 相对论速度变换

（relativistic velocity transformation）

设同一质点在 S 和 S' 中速度分别为 $\vec{\boldsymbol{v}}$ 和 $\vec{\boldsymbol{v}}'$。

由洛仑兹坐标变换

$$\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}=\frac{v_x-u}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$

和

$$\frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t}=\frac{1-\dfrac{u}{c^2}v_x}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$

上面两式之比

$$\boxed{v'_x=\frac{dx'}{dt'}=\frac{v_x-u}{1-\dfrac{u}{c^2}v_x}}$$

由洛仑兹变换

$$\frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t'}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t'}=\frac{\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}}{\dfrac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t}}$$

和

$$\frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t}=\frac{1-\dfrac{u}{c^2}\upsilon_x}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$

由上面两式得

$$\boxed{\upsilon'_y=\frac{\upsilon_y}{1-\dfrac{u}{c^2}\upsilon_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

同样得

$$\boxed{\upsilon'_z=\frac{\upsilon_z}{1-\dfrac{u}{c^2}\upsilon_x}\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

洛仑兹速度变换式

正变换

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \dfrac{u}{c^2} v_x}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{1 - \dfrac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{1 - \dfrac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

逆变换

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \dfrac{u}{c^2} v'_x}$$

$$v_y = \frac{v'_y}{1 + \dfrac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v_z = \frac{v'_z}{1 + \dfrac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

几点讨论：

1.若$u \ll c$，则洛仑兹速度变换过渡到伽里略速度变换：$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$

2. 不可能通过参考系变换达到超光速。

由速度变换可得到：

$$v'^2 = v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2 = c^2\left[1 - \frac{(1-\frac{u^2}{c^2})(1-\frac{v^2}{c^2})}{(1-\frac{uv_x}{c^2})^2}\right]$$

若 $v = c$，则 $v' = c$。若 $v < c$，则 $v' < c$。

3. 一维运动情况：

令 $\boldsymbol{v}_y = \boldsymbol{v}_z = 0$， $\boldsymbol{v}_x = \boldsymbol{v}$ （代数量）

则 $\boldsymbol{v}'_y = \boldsymbol{v}'_z = 0$， $\boldsymbol{v}'_x = \boldsymbol{v}'$（代数量）

有
$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{\boldsymbol{v}' = \dfrac{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}}{1 - \dfrac{\boldsymbol{u}\boldsymbol{v}}{c^2}}} \\[2em] \boxed{\mathrm{v} = \dfrac{\mathrm{v}' + u}{1 + \dfrac{u\mathrm{v}'}{c^2}}} \end{array} \right.$$

谢谢！！！