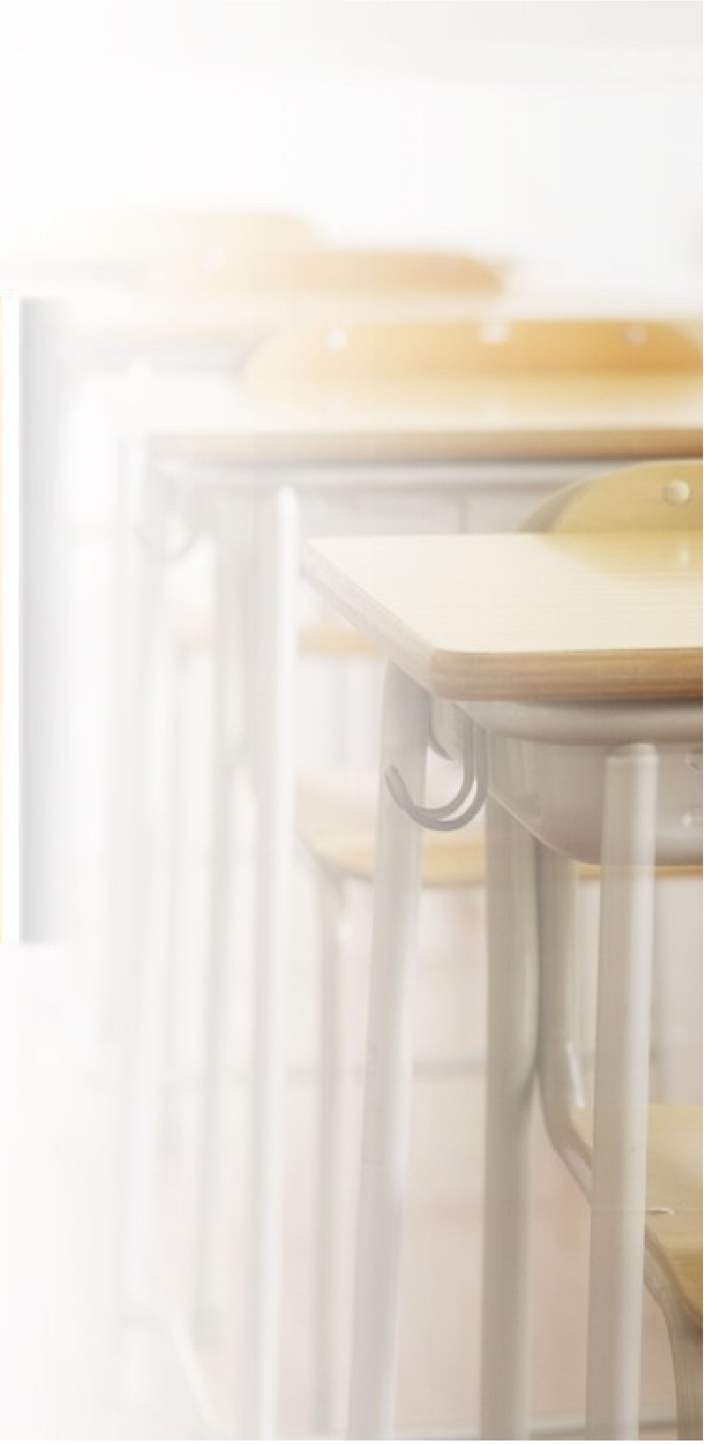
大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

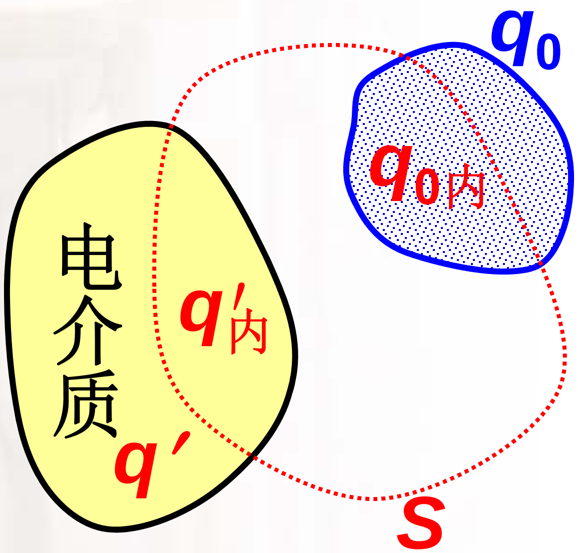
2019年



§ 3.5 D矢量及其高斯定律

在有介质时，$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$ 仍成立，而高斯定理因为与电荷有关，所以需要修改。

一. $\vec{D}$ 的高斯定理



$$\left.\begin{array}{l} q_0 \rightarrow \vec{E}_0 \\ q' \rightarrow \vec{E}' \end{array}\right\} \vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_{0内}+\sum q'_{内}\right)$$

一般而言，感应电荷非常难求

$$\therefore \qquad \boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}}$$

$\vec{D}$ 称为电位移矢量（electric displacement）

或称为电感（应）强度，于是有 $\quad (E = \dfrac{E_0}{\varepsilon_r})$

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\,\vec{s} = \oint_S \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} . d\vec{s} = \varepsilon_0 \oint_S \vec{E}_0 . d\vec{s} = \sum q_{0内}$$

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0$$

自由电荷

——$\vec{D}$ 的高斯定理

$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ 称介质的介电常数（电容率）

（permittivity）

平行板电容器：$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} = \frac{\varepsilon S}{d}$

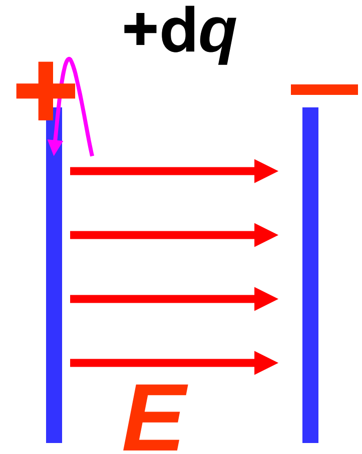
球形电容器：$C_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1} \rightarrow C = \frac{4\pi\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

柱形电容器：$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \rightarrow C = \frac{2\pi\varepsilon L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$

充电过程

设在某时刻两极板之间的电势差为*U*，此时若把**+d*q***电荷从带负电的负极板搬运到带正电的正极板，外力所作的功为

$$dA = Udq = \frac{q}{C}dq$$



若使电容器的两极板分别带有±**Q**的电荷，则外力所作的功为

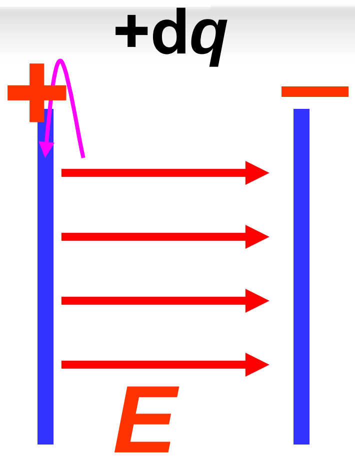
$$A = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

电容器所储存的静电能

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2$$

外力克服静电场力作功，把非静电能转换为带电体系的静电能

放电过程



设在某时刻两极板之间的电势差为*U*，此时若把+d*q*电荷从带负电的负极板搬运到带正电的正极板，电场力所作的功为

$$dA = -Udq = -\frac{q}{C}dq$$

若使电容器的两极板±Q的电荷中和，则电场力所作的功为

$$A = -\int_Q^0 \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

电容器所储存的静电能

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2$$

带电体系的静电能通过灯泡释放出来

若认为是极板间充满电介质ε_r的平行板电容器（**S, d**）

$$\because C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d} \qquad \because E=\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}$$

$$W=\frac{Q^2}{2C}=\frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0\varepsilon_r S}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{2}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}\right)^2 Sd$$

$$=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{2}E^2 Sd \qquad \therefore W=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 V$$

- 电容器储存的能量与场量的关系

$$\therefore W=\frac{1}{2}\varepsilon E^2V=\frac{1}{2}DEV$$

有介质存在时电场中单位体积内的能量

$$w_e=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}DE$$

对任意电场其能量为

$$W=\int_V w_e dV=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 dV=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 dV$$

$$=\int_V \frac{1}{2}DEdV$$

电荷静止---------静电场

电荷运动---------???

4.1 电流和电流密度

一、电流

电流的形成：电荷的定向运动(漂移)

正电荷移动的方向定义为电流的方向

电流的方向与电子移动的方向是相反的。

在导体内有可以移动的电荷（载流子）

在半导体中是电子或空穴

在金属中是电子

在电解质溶液中是离子

2、电流（强度）

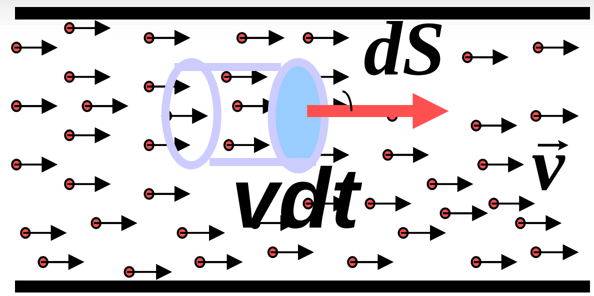
$$I = \frac{dq}{dt}$$

单位时间内通过任一截面的电量，叫做电流强度

是表示电流强弱的物理量，是**标量**，用 *I* 表示(宏观量)。

2、电流强度

电流强度与电子漂移速度的关系



- *n*——导体中自由电子的数密度
- *e*——电子的电量
- v_d——假定每个电子的漂移速度

在时间间隔**d*t***内，长为$dl=v_d dt$、横截面积为**dS** 的圆柱体内的自由电子都要通过横截面积**dS**，所以此圆柱体内的自由电子数为$ndSv_d dt$，电量为

$dq=nedSv_d dt$

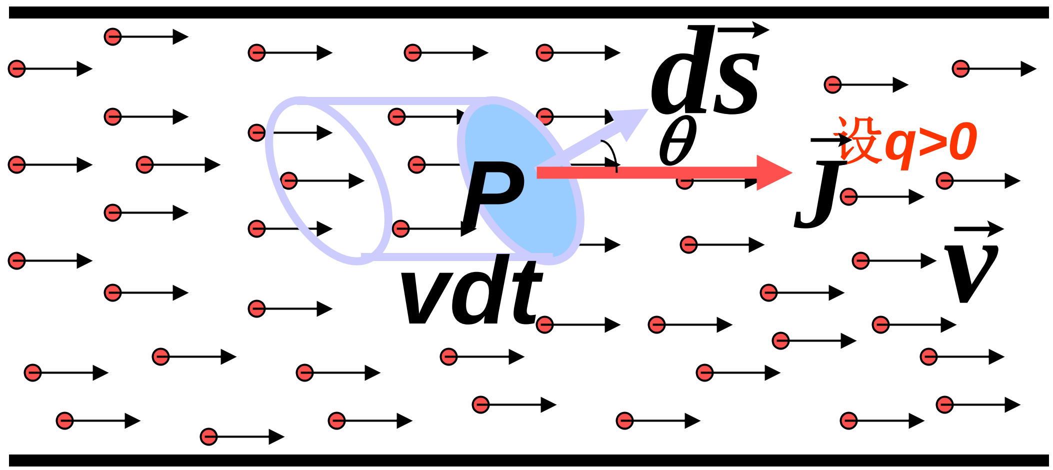
通过此导体的电流强度为

$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{nev_d dt}{dt}dS=nev_d dS$$

3、电流密度

电流密度矢量的方向为空间某点处正电荷的运动方向，它的大小等于单位时间内该点附近垂直与电荷运动方向的单位截面上所通过的电量。

$$j=\frac{dq}{dSdt}=\frac{dI}{dS}$$



电流密度与电荷运动速度的关系

$$\vec{j}=ne\vec{v}_d$$

$$\vec{j}=qn\vec{v}$$

$$\vec{v}=\sum_i n_i\vec{v}_i/n$$

通过任意截面的电流

$$I=\int dI=\iint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

引入电流密度的必要性：

描述导体中电流分布的物理量——电流密度。

方向：正载流子，与速度方向相同；负载流子，与速度方向相反

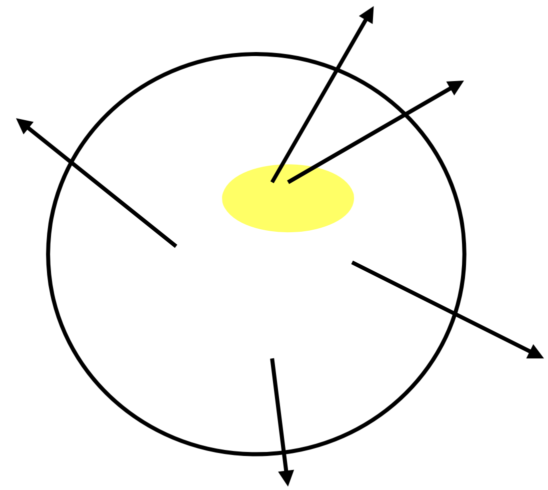
电荷的运动
- 无规则运动(热运动)----不产生电流
- 漂移运动(电场作用下的运动)---产生电流

漂移速度: 平均定向运动速度

4、电流的连续性方程

对于任意一个闭合曲面，在单位时间内从闭合曲面向外流出的电荷，即通过闭合曲面向外的总电流为

$$\frac{dQ}{dt} = I = \oint\!\!\!\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



根据电荷守恒定律，在单位时间内通过闭合曲面向外流出的电荷，等于此闭合曲面内单位时间所减少的电荷

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{dQ_i}{dt}$$

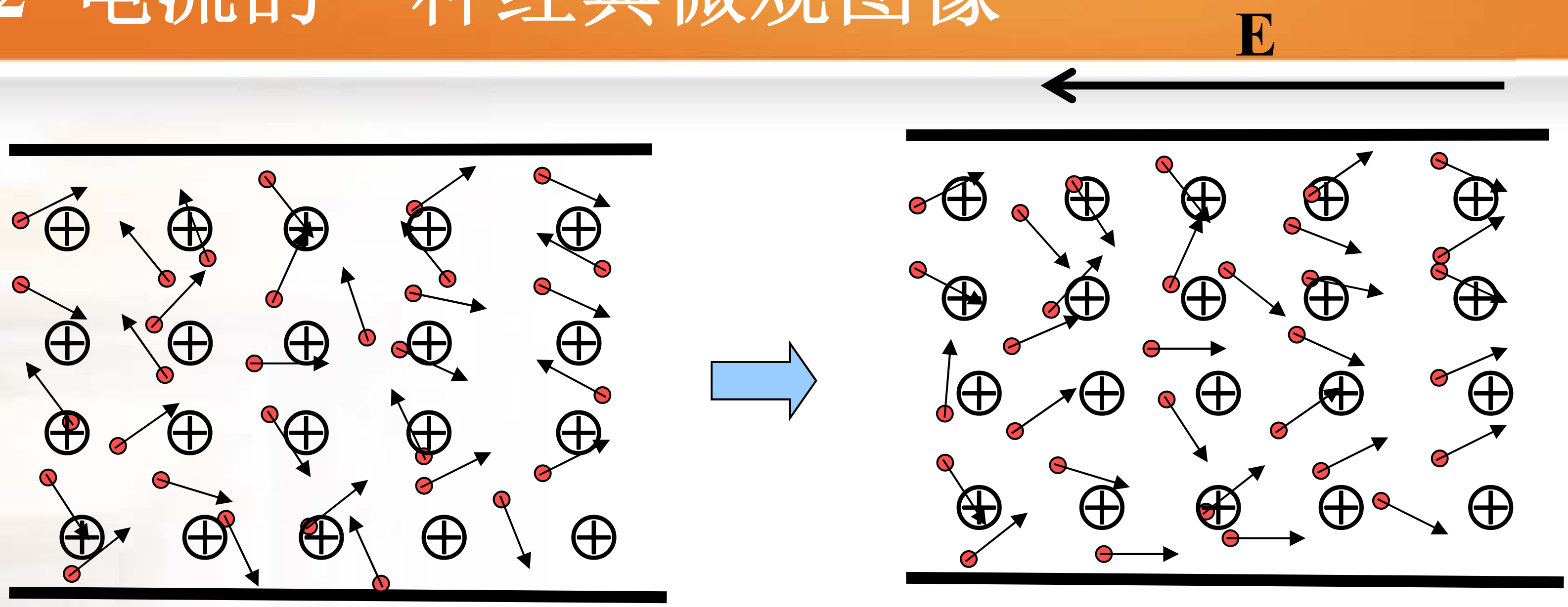
$$\boxed{\oint\!\!\!\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dQ_i}{dt}}$$

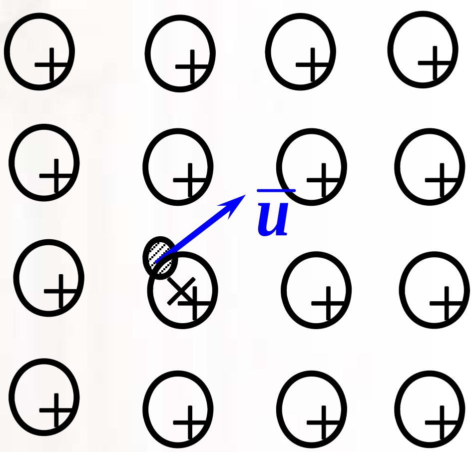
电流连续性方程

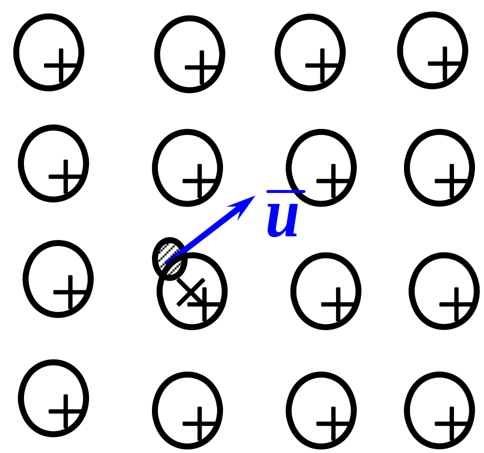
电流的连续性：

单位时间内通过闭合曲面向外流出的电荷等于此时间内闭合曲面里电荷的减少。

4.2 电流的一种经典微观图像







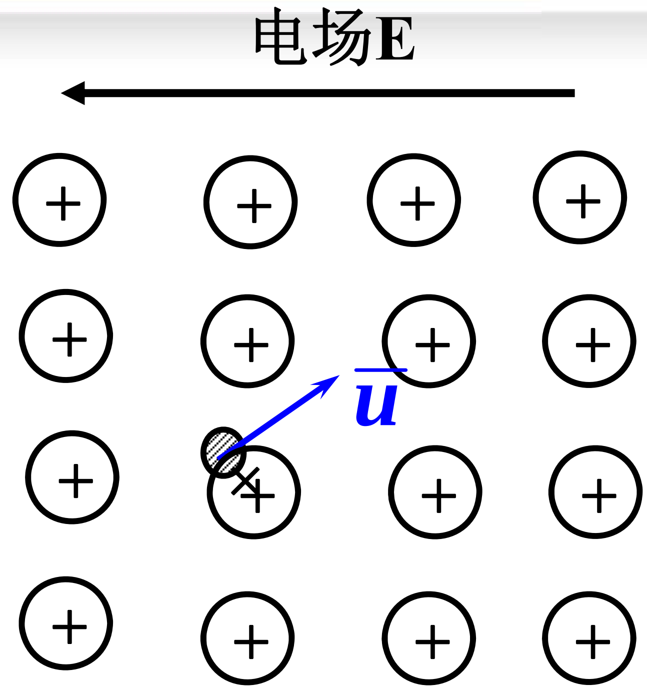
$$v_i = v_{0i} + \frac{eE}{m} t_i$$

$$v_{0i} \Rightarrow v_i = v_{0i} + \frac{eE}{m} t_i$$

求某一时刻t的平均速度

$$\overline{\boldsymbol{v}_i} = \overline{\boldsymbol{v}_{0i}} + \overline{\frac{\boldsymbol{eE}}{\boldsymbol{m}} \boldsymbol{t}_i}$$

由于V0i的任意性,其平均值为0



$$\overline{\vec{\boldsymbol{v}}} = \frac{\boldsymbol{eE}}{\boldsymbol{m}} \boldsymbol{\tau}$$

平均速度

$$\tau = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i}{n}$$

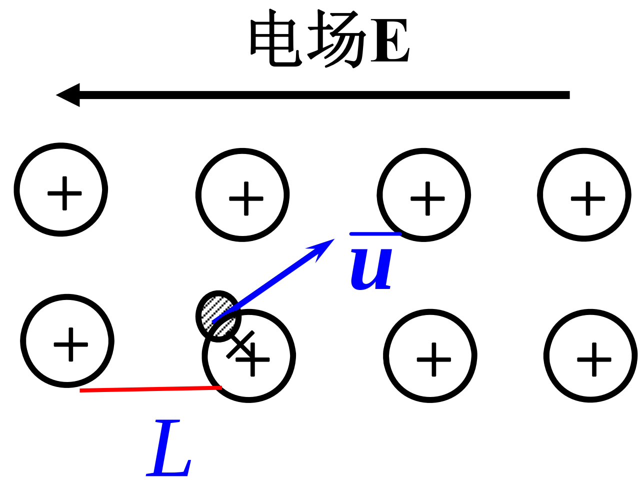
平均自由飞行时间

$$\Rightarrow \vec{\boldsymbol{J}} = \boldsymbol{ne}\overline{\vec{\boldsymbol{V}}} = \frac{\boldsymbol{ne}^2 \boldsymbol{\tau}}{\boldsymbol{m}} \vec{\boldsymbol{E}}$$

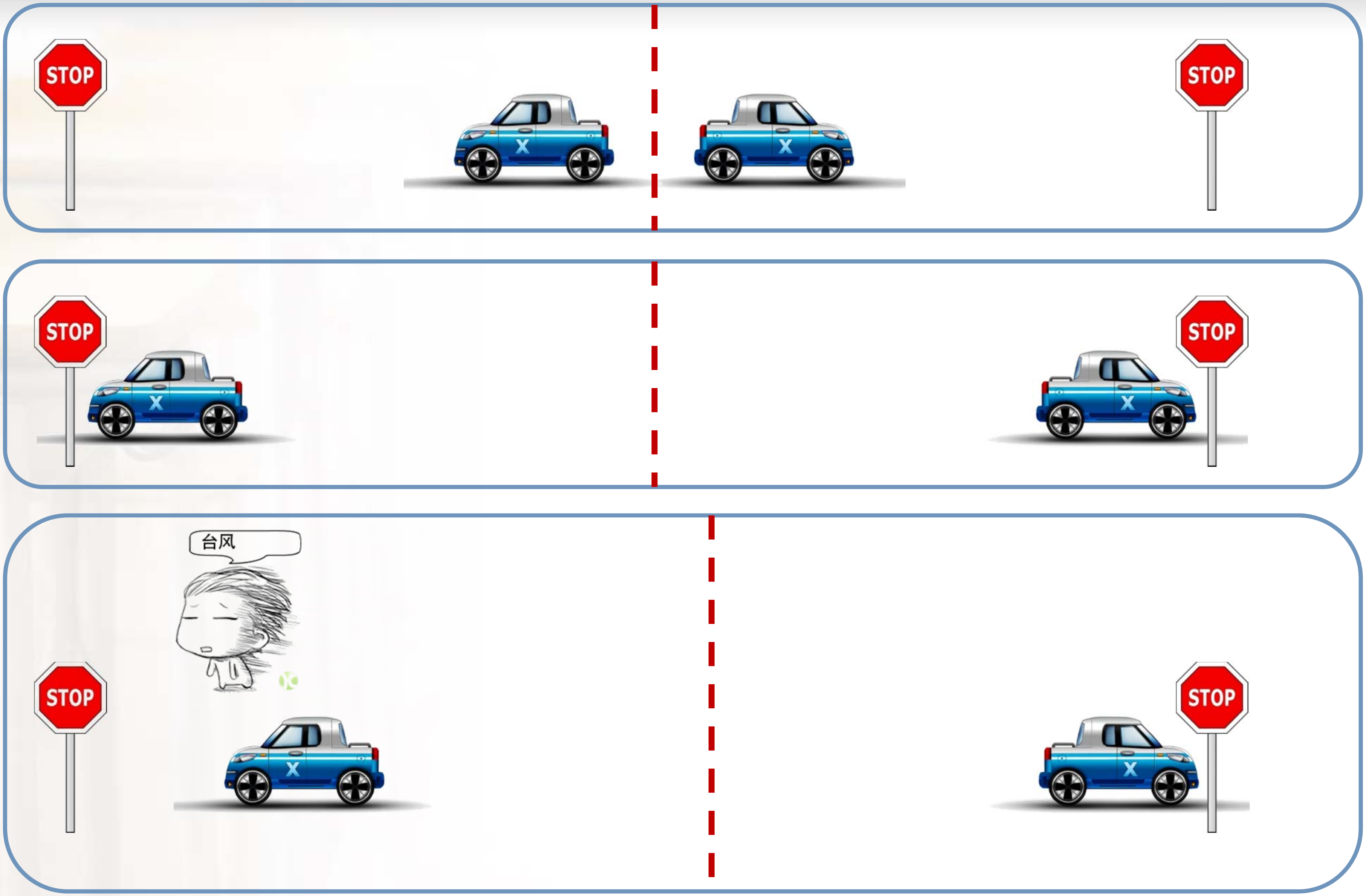
$$L = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= v_0 t + \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2$$

热运动 > 电场加速



平均自由飞行时间由**热运动**决定,与电场强度无关


STOP
台风

$$\vec{J} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

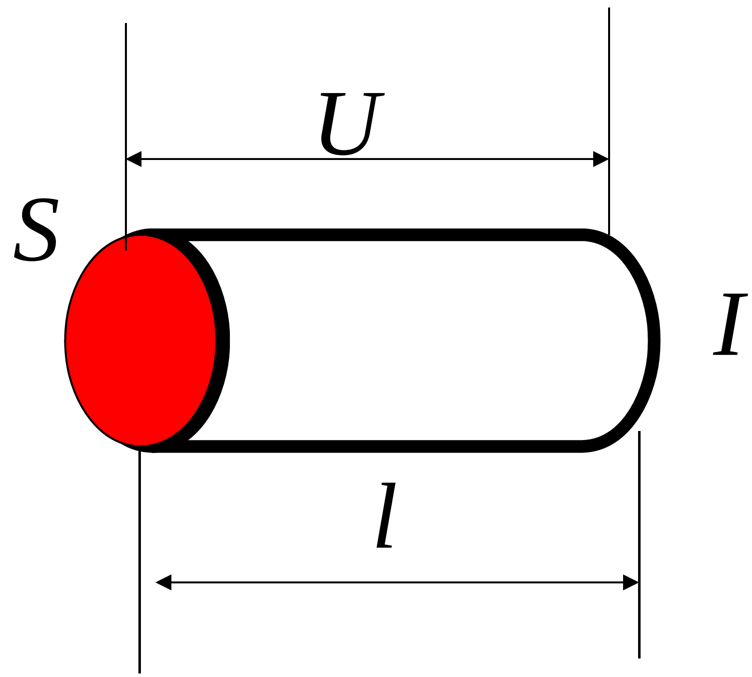
定义: 电导率 $\sigma = \dfrac{ne^2\tau}{m} = \dfrac{1}{\rho}$

电阻率

$$\Rightarrow \quad \vec{J} = \sigma\vec{E}$$

$$E = \frac{U}{l} \qquad R = \rho\frac{l}{S}$$

$$I = JS = \sigma ES = \frac{U\sigma S}{l} = \frac{S}{\rho l}U = \frac{U}{R}$$



欧姆定律

恒定电流:导体内各处电流密度不随时间而改变

$$I=\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0$$

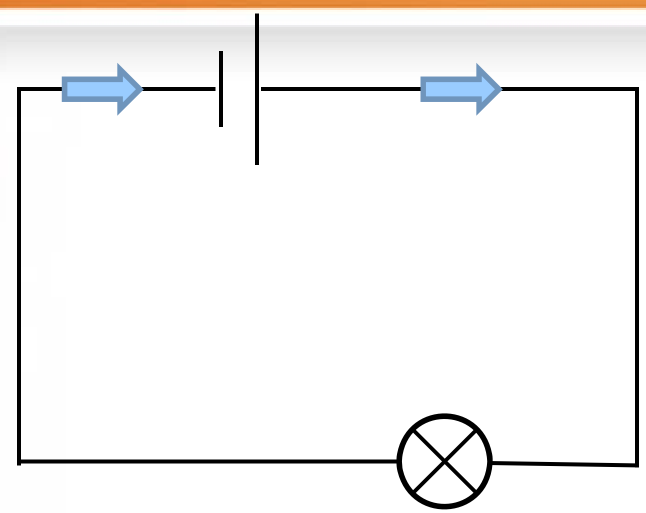
电流必然闭合的

反证法：if I≠0 dq/dt ≠ 0, q分布随时间发生改变，电场E也随时间发生改变，j=σE也必将随时间发生改变，非恒定

恒定电流: 电荷分布不随时间发生改变，电场E也不随时间发生改变(恒定电场---和静电场一样的性质)

$$\oint_c E\cdot dr=0$$

保守性



恒定电场--保守性，　静电场回路能量变化为零

灯泡发光的能量来自非静电力（电源内部）

电源的电动势　$$U=\int_{L}E\cdot dl$$

L为非静电场区经过的路径

2. 和静电场比较

相同之处

- 电场不随时间改变
- 满足高斯定理
- 满足环路定理　是保守场 $\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0}$

  可引入电势概念
- 回路电压定律(基尔霍夫第二定律)

在稳恒电路中 沿任何闭合回路一周的电势降落的代数和等于零

✂不同之处

◆产生稳恒电流的电荷是运动的电荷　电荷分布不随时间改变

◆稳恒电场对运动电荷作功 稳恒电场的存在总伴随着能量的转移

人们最早认识磁现象是从天然磁铁开（称天然磁铁为永恒磁铁）

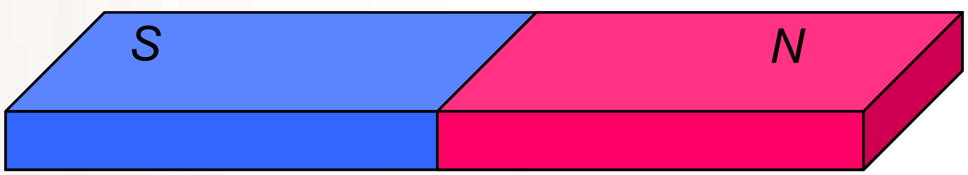
对其基本现象的认识归纳如下：

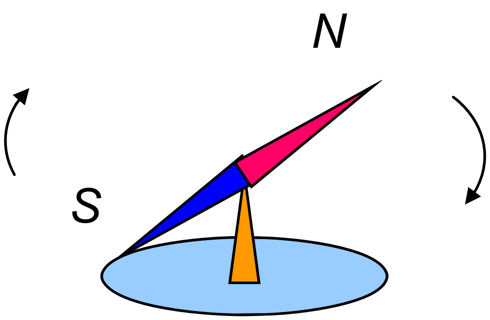
（1）同号磁极有相互排斥力，异号的磁极有相互吸引力（磁铁间相互作用力称为磁力）

（2）磁铁分割成小段，小段仍有两极（磁荷假说）

（3）铁棒可以被磁化

磁铁间的相互作用





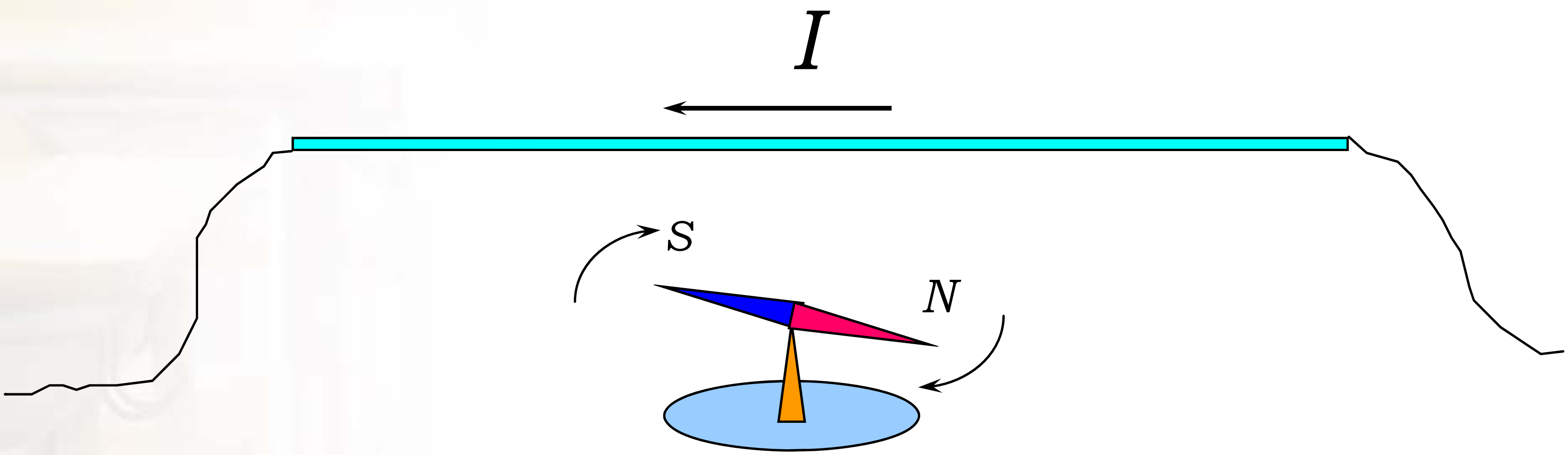
二、磁力、磁性的起源

在1820年以前，人们对磁现象的研究仅限于磁极（magniticpole）磁极间的相互作用。而把磁与电分割开来，看作彼此无关。

丹麦物理学家奥斯特——一位康德哲学思想的信奉者，就坚信：客观世界的各种力具有统一性。并开始对电与磁的统一性进行研究。

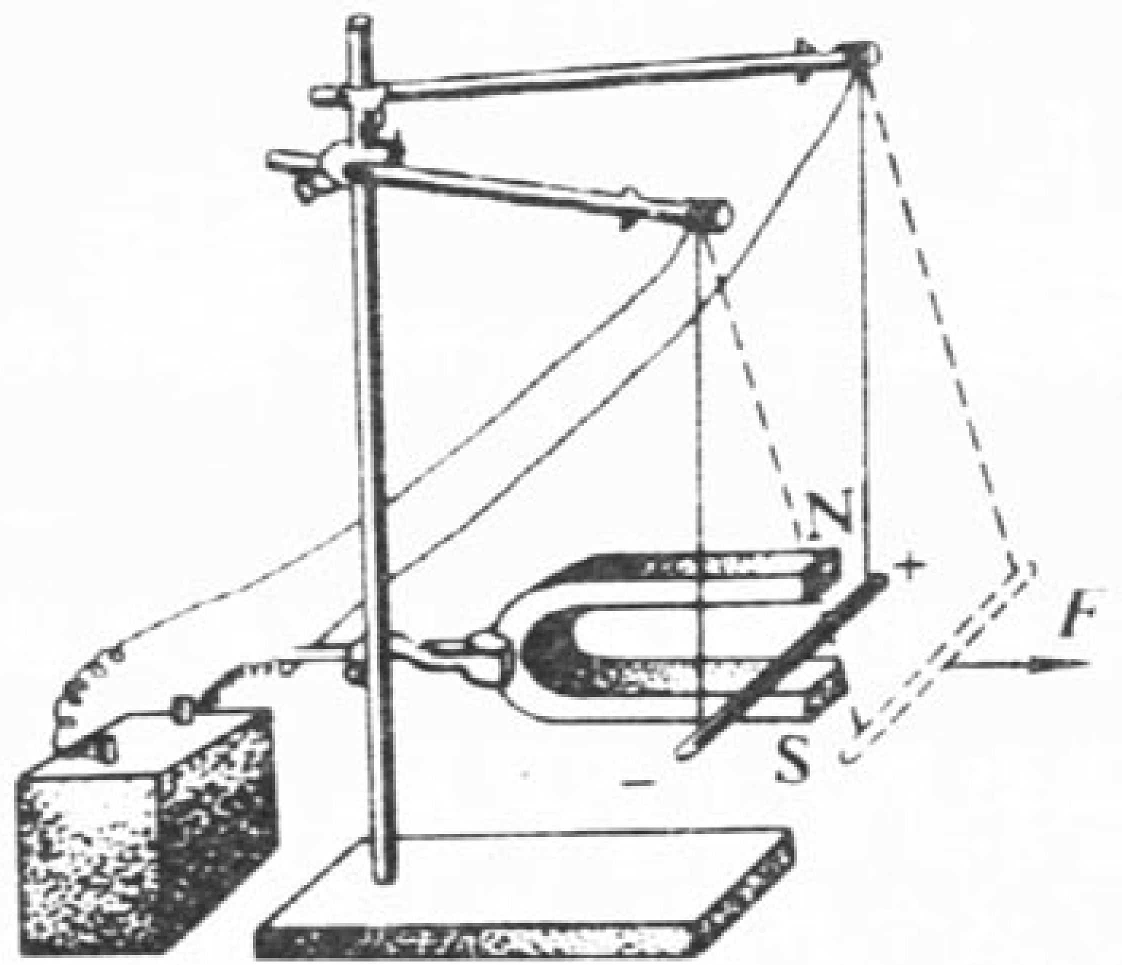
奥斯特（Hans Christan Oersted，1777-1851）丹麦物理学家，发现了电流对磁针的作用，从而导致了19世纪中叶电磁理论的统一和发展。

电流对磁铁的作用



1820年 奥斯特 磁针的一跳 电流的磁效应

电流能够产生磁场



磁体对电流的作用

奥斯特的发现立即引起法国数学家物理学家安培（A.M.Ampere）的注意

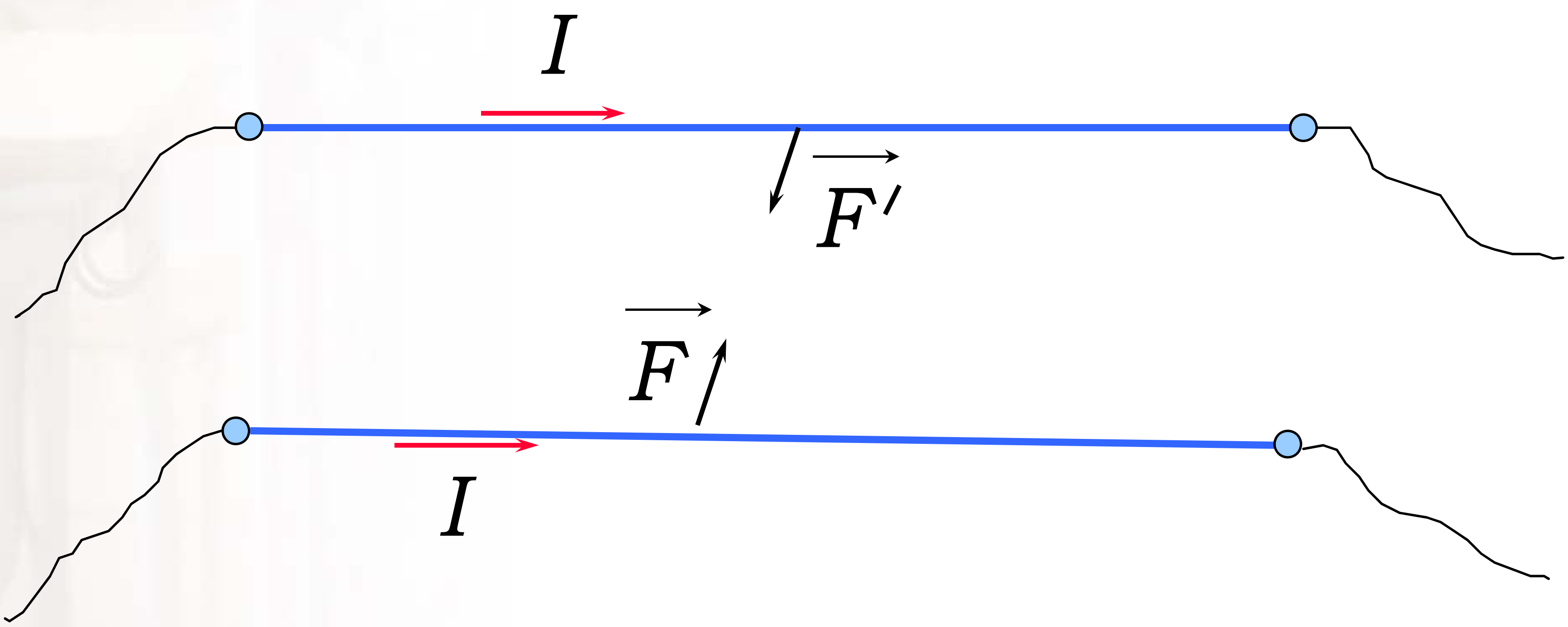

安培

他的想法是：

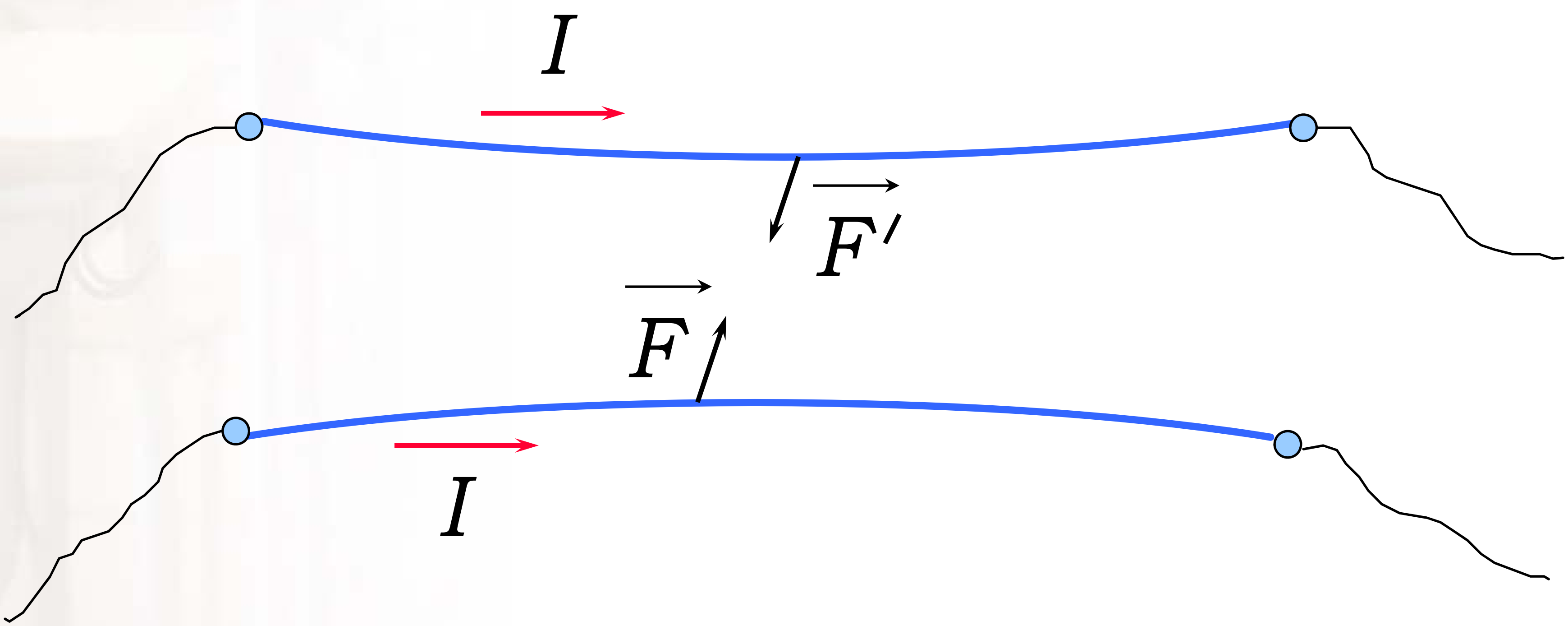
如果电流激发的磁场能作用于磁性物质，那么它也应能作用于电流！

他在短短的几个星期内对电流的磁效应作了系列的研究。发现不仅电流对磁针有作用，而且两个电流之间彼此也有作用。安培提出分子电流(molecular current)的假设。

电流与电流之间的相互作用

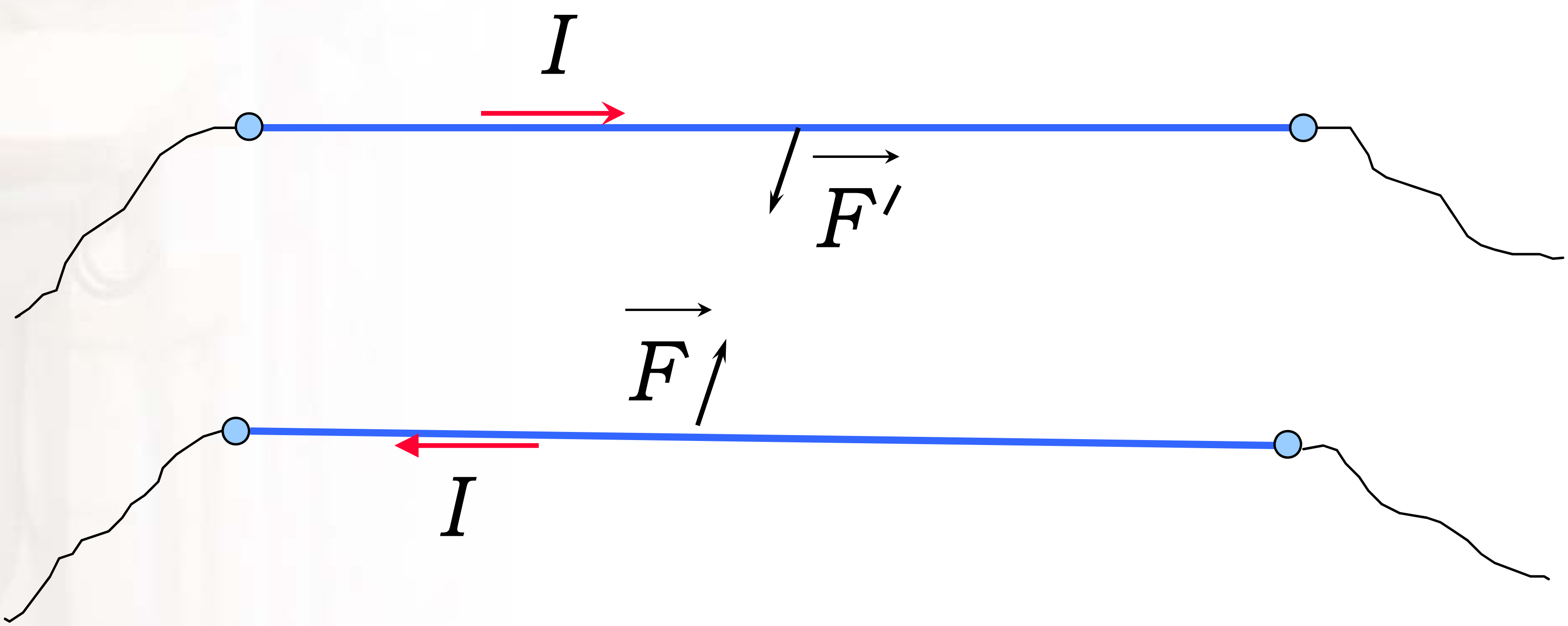


电流与电流之间的相互作用

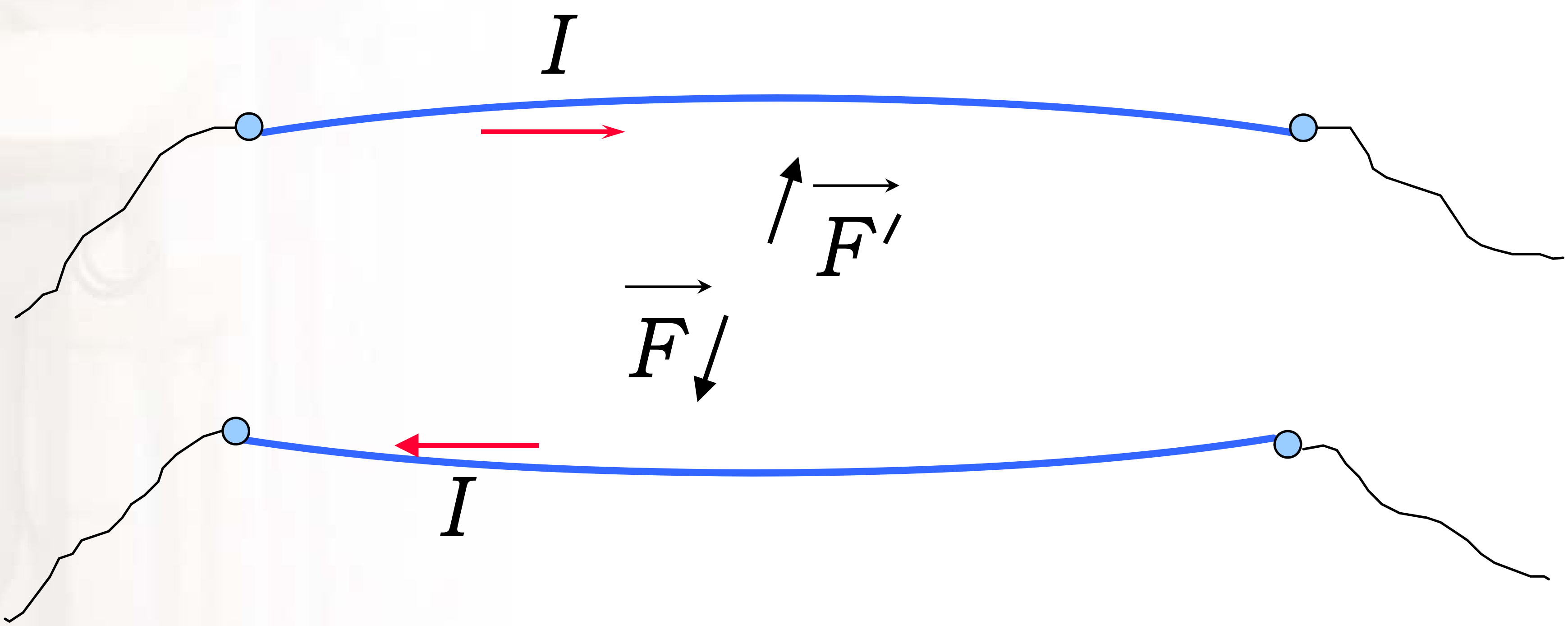


电流产生磁场，磁场对电流有力的作用

电流与电流之间的相互作用

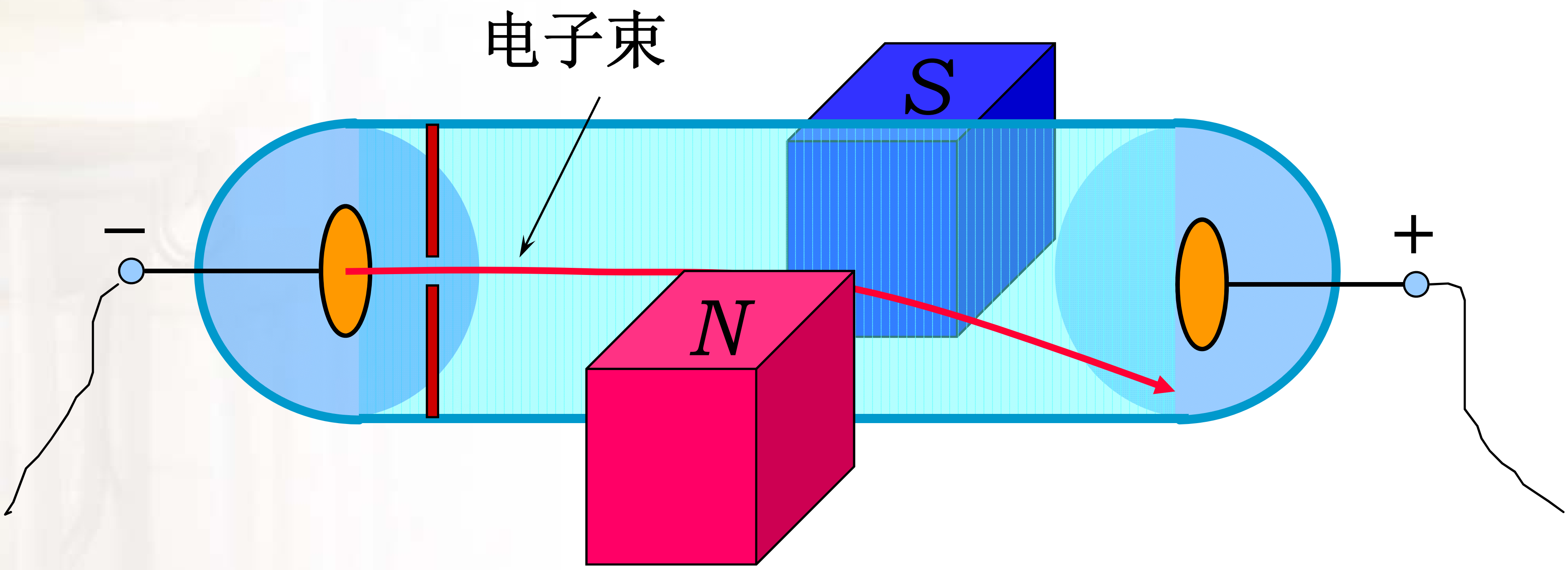


电流与电流之间的相互作用



电流产生磁场，磁场对电流有力的作用

磁场对运动电荷的作用



磁场对运动电荷有力的作用

磁铁与载流导线的相互作用；

磁体与运动的电荷有相互作用力；

载流导线与载流导线的相互作用。

结论

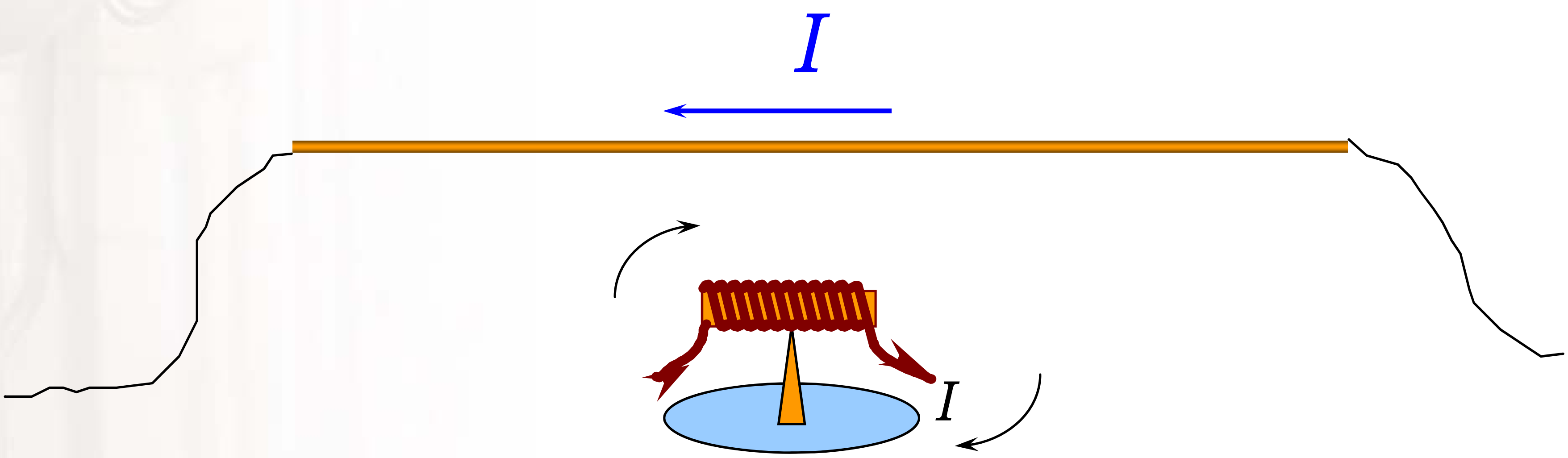
一切磁现象归结为**运动电荷**（电流）之间的相互作用

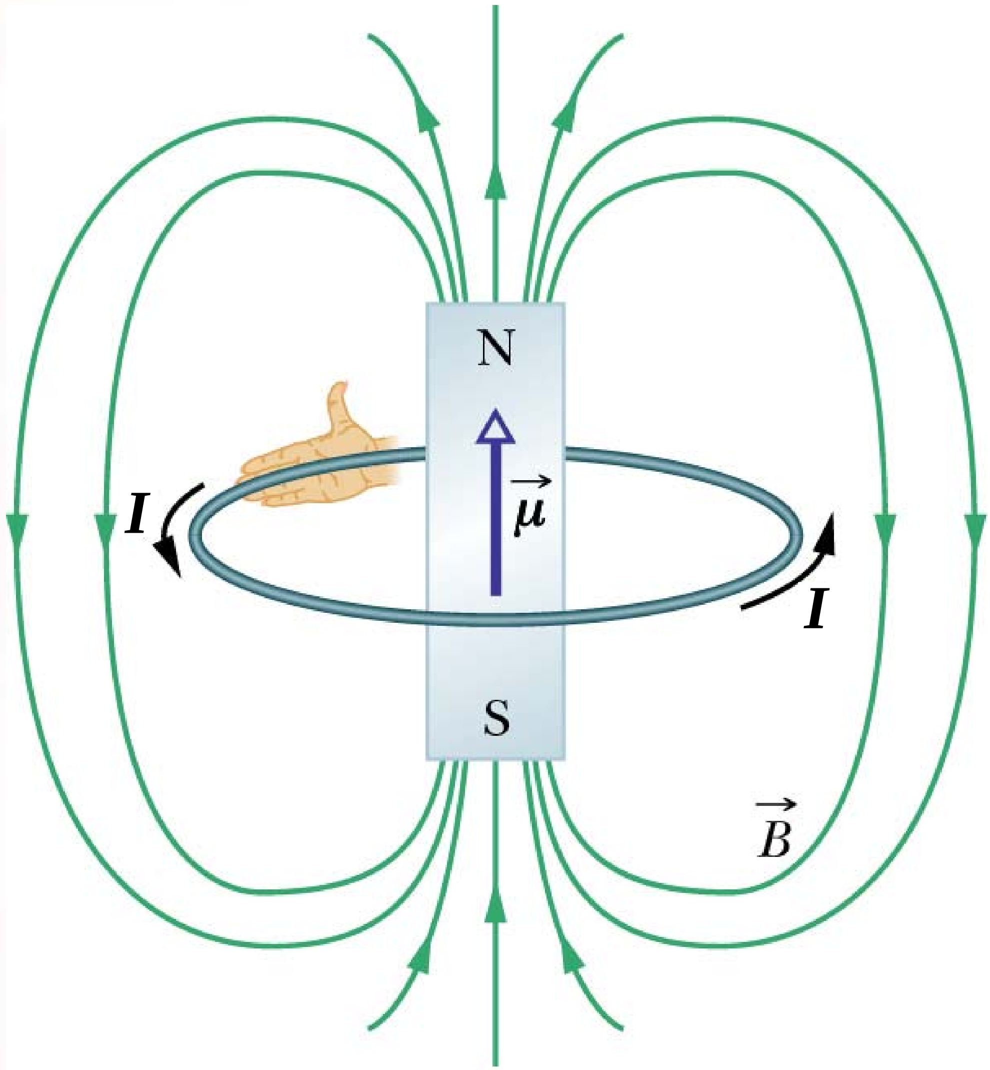
磁力

- 通电导线 → 运动电荷 (电子)
- 磁铁： → 分子电流

磁铁究竟是什么？如果磁场是由电荷运动激发的，那么来自一块磁铁的磁场是否也可能是由于电流的的效果呢？

安培用通电螺线管很好地模拟了一个磁针：

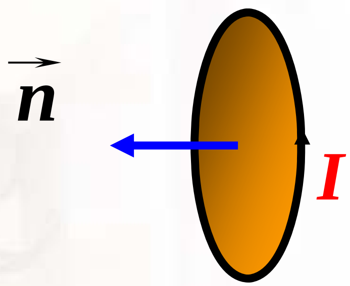


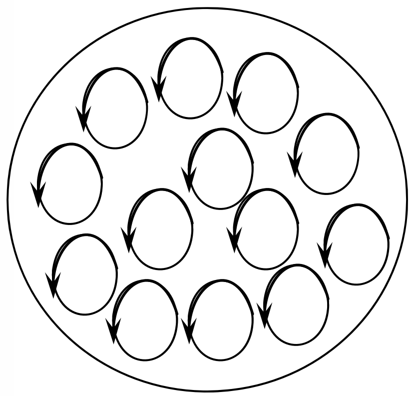


N
S
$\vec{\mu}$
I
I
$\vec{B}$

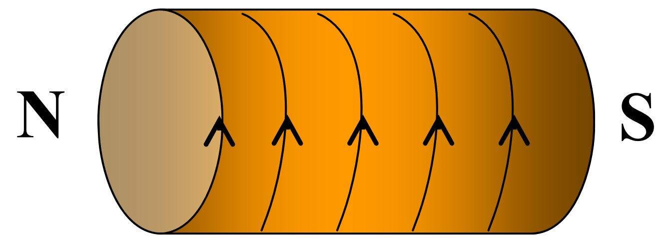
安培分子环流假说

天然磁性的产生也是由于磁体内部有电流流动。





等效环形电流



分子内部，电子和质子等带电粒子的运动形成微小的电流----分子电流

永磁铁内部的分子电流的方向都按一定的方式排列起来了

电荷的运动是一切磁现象的根源

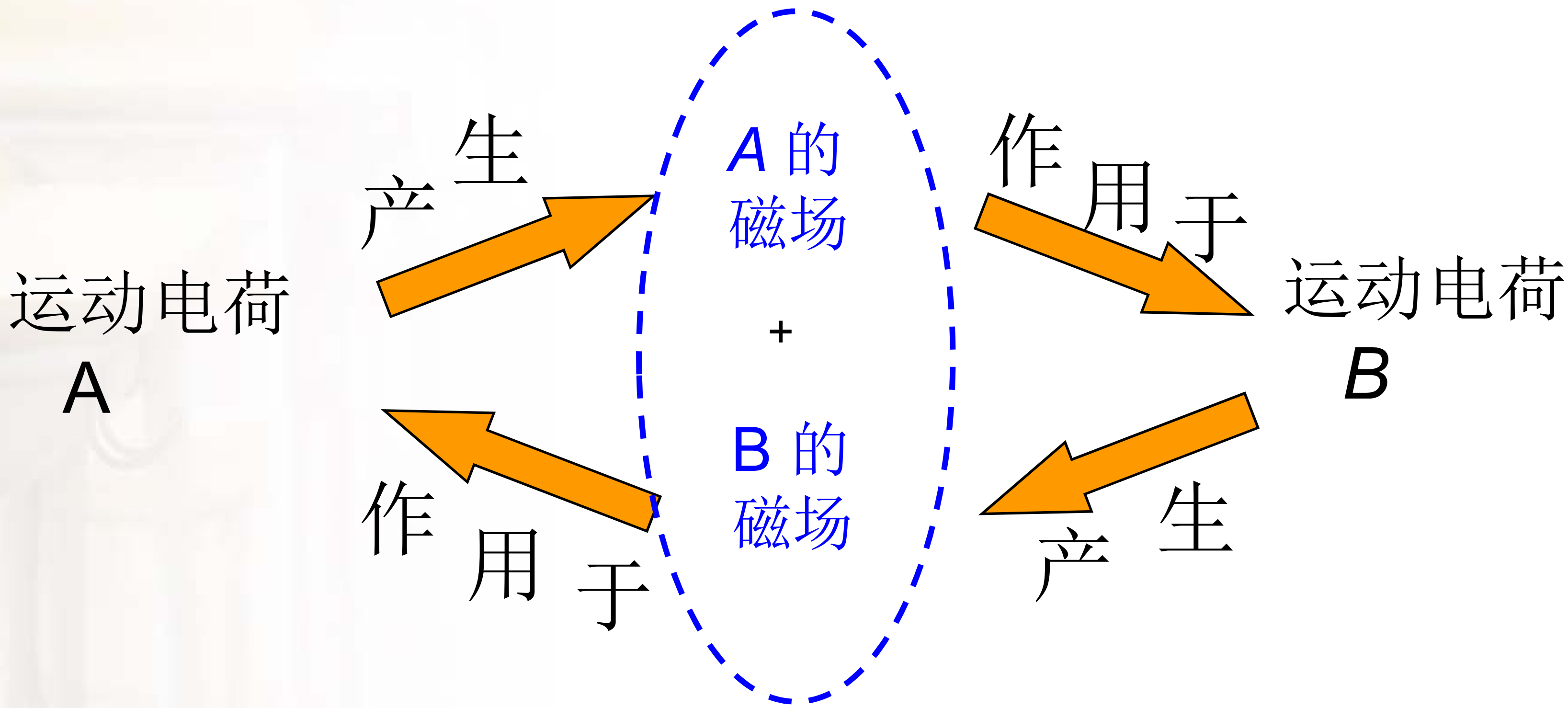
磁力 通电导线 → 运动电荷 (电子)

磁铁： → 分子电流

磁力---运动电荷

电荷的运动是一切磁现象的根源

所有磁现象可归纳为：



运动电荷：

- 非静电场
- 磁场

4.4 磁场与磁感应强度

1、磁场对外的重要表现为：

①磁场对进入场中的运动电荷或载流导体有磁力作用。

②载流导体在磁场中移动时，磁力将对载流导体作功，表明磁场具有能量。

若一个运动电荷在另外的运动电荷（或电流或永磁）周围运动时，所受作用力：

$$\mathbf{F=Fe+Fm}$$

电场力：$\mathbf{Fe=q_0E}$

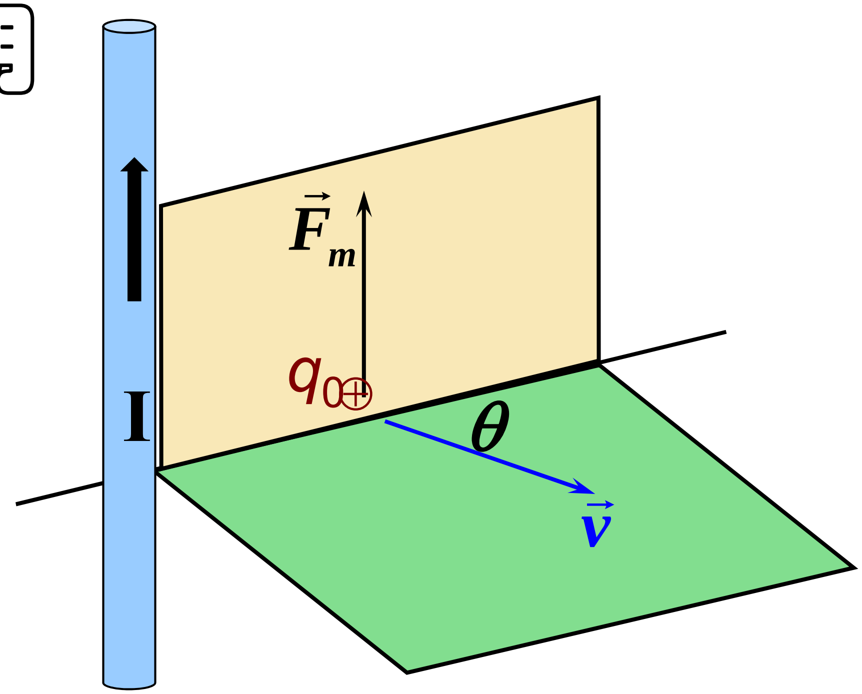
磁场力：$\mathbf{Fm}$=???

1. 磁感应强度 $\vec{B}$ 的定义：

对比静电场场强的定义 $\vec{F} = q_0 \vec{E}$

将一实验电荷射入磁场，运动电荷在磁场中会受到磁力作用

实验表明



① $\vec{F}_m \perp \vec{v}$

② $F_m \propto q_0 v \sin\theta$

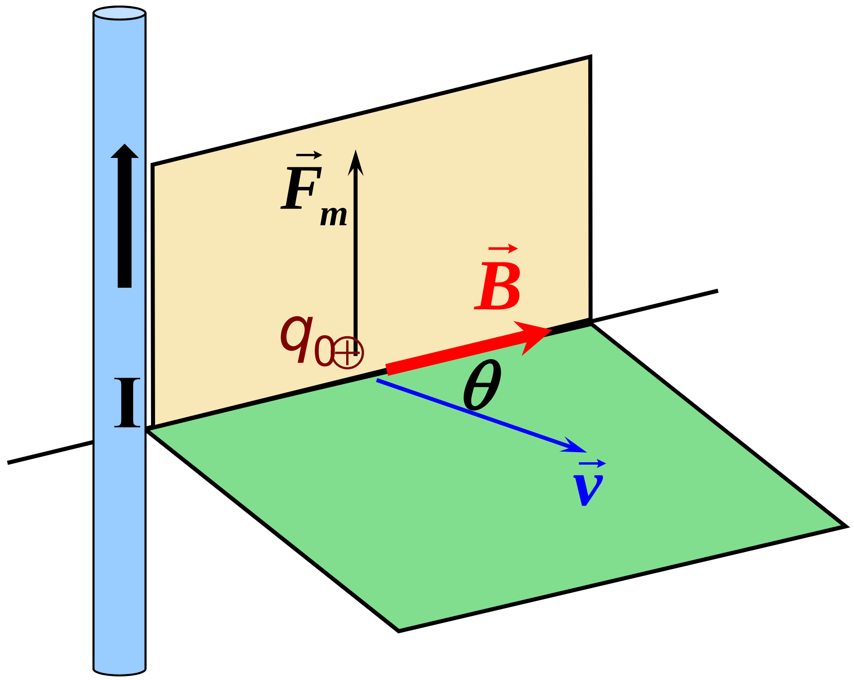
$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ 时 F_m 达到最大值

$\theta = 0$ 时 $F_m = 0$，

将F_m= 0 时的速度方向定义为$\vec{B}$ 的方向

$$\vec{F}_m \perp (\vec{v}, \vec{B})$$

定义 $$B = \frac{F_m}{q_0 v \sin\theta}$$



SI单位：T（特斯拉）

工程单位常用高斯（G）

$$1\text{T} = 10^4\,\text{G}$$

磁感应强度是反映磁场性质的物理量，与引入到磁场的运动电荷无关。