

华东师范大学期中试卷

2012 – 2013 学年 第一学期

课程名称: 高等数学A(一)

考试日期: 2012. 11. 14

学生姓名_____

学 号_____

专 业_____

年级/班级 2012

课程性质 专业必修

得	分

一、填空题 (每小题4分, 共20分)

1. 极限 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n-3}{n+3} \right)^n =$ _____ .
2. 设函数 $y = \cos(x^2 + 2^{-x})$, 则微分 $dy =$ _____ .
3. 若当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(x^5 + 2x^3 + 1)$ 是 x^n 的同阶无穷小, 则 $n =$ _____ .
4. 函数 $y = x^3 - 3x^2 + 4$ 在闭区间 $[-1, 1]$ 上的最大值点坐标是 _____ .
5. 设函数 $f(x) = \ln \frac{1}{1-x}$, 则高阶导数 $f^{(2012)}(x) \Big|_{x=0} =$ _____ .

二、计算题

1. (12分) 求下列极限

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right);$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arcsin x}{\sin^3 x}.$

2. (6分) 已知 $f'(1) = -1$, 求极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(1-2h) - f(1-h)}.$

3. (6分) 求曲线 $\sin y + xe^y = 0$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程.

4. (6分) 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \sqrt{1-t}, \\ y = t^2, \end{cases}$ 所确定. 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

5. (6分) 求函数 $f(x) = x \cos 2x$ 的带皮亚诺余项的 n 阶麦克劳林公式.

三、解答题

1. (8分) 证明不等式: 当 $x > 0$ 时, $\ln(x + \sqrt{1+x^2}) > \arctan x$.

2. (8分) 已知函数 $f(x) = \frac{e^x - b}{(x-a)(x-1)}$ 有无穷间断点 $x = 0$ 和可去间断点 $x = 1$, 求 a, b 的值.

3. (14分) 设函数 $y = \frac{x^3+4}{x^2}$, 请列表讨论函数的性态 (求出单调区间, 凹凸区间, 极值点和极值, 拐点, 渐近线方程), 并作草图.

4. (9分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - \cos x}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0, \end{cases}$ 其中函数 $g(x)$ 在 $x = 0$ 处二阶可导, 且 $g(0) = 1$.

(1) a 为何值时 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续?

(2) 当 a 取 (1) 中所确定的值时, 试判断导函数 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性.

5. (5分) 已知函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内处处可导. 证明: 若导函数 $f'(x)$ 在 $(0, 1)$ 内有界, 则 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内也有界. 并举例说明其逆命题一般不成立.