第一型曲线积分 $\int f(x,y)ds$

第一型曲面积分 $\iint_{\Sigma} f(x,y,z)dS$

第二型曲线积分（平面）

$$\int \mathrm{P}\mathrm{d}x + \mathrm{Q}\mathrm{dy} \quad or \quad \int \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$$

第二型曲线积分（空间）

$$\int \mathrm{P}\mathrm{d}x + \mathrm{Q}\mathrm{dy} + \mathrm{R}dz$$

第二型曲面积分

$$\iint\limits_{\Sigma} P dydz + Q dzdx + R dxdy \quad or \quad \iint\limits_{\Sigma} \boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{n}dS$$

第一型曲线积分

$$\int f(x,y)ds$$

1.画图看奇偶
2.看是否能向第二型曲线积分转化

$$\int (\mathrm{P}\cos\alpha + Q\cos\beta)ds = \int Pdx + Qdy$$

3.公式求解:

$$= \int_{\mathrm{a}}^{b} f[\varphi(t) + \Psi(t)]\sqrt{\left(\varphi'(t)\right)^2 + \left(\Psi'(t)\right)^2}dt$$

第二型曲线积分（平面）

$$\int \mathrm{P}dx + \mathrm{Q}dy \quad or \quad \int \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

注意有方向!

1.积分与路径无关（满足4个条件中任意一个、连续的一阶偏导数、D为单连通区域）//PS.求u(x,y)的三种方法：p128

2.格林公式（封闭、在D上有连续的一阶偏导数、正方向）：

$$\oint_{\mathrm{L}} Pdx + Qdy = \iint_{\mathrm{D}} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy$$

3.暴力求解

第二型曲线积分（空间）

$$\int \mathrm{P}dx + \mathrm{Q}dy + \mathrm{R}dz$$

注意有方向!

1.积分与路径无关（rot**V**=**0**）

//求u(x,y,z)的方法：p155

2.斯托克斯公式（封闭、右手规则、连续一阶导数）：

$$\oint_L Pdx + Qdy + Rdz = \iint_\Sigma \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right) dydz + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}\right) dzdx + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy$$

3.暴力求解

第一型曲面积分

$$\iint_{\Sigma} f(x,y,z)dS$$

1.画图看奇偶

2.看是否能向第二型曲面积分转化

$$\int (\mathrm{P}\cos\alpha + Q\cos\beta + Rcos\gamma)dS = \int Pdydz + Qdzdx + Rdzdy$$

3.公式求解

第二型曲面积分

$$\iint\limits_{\Sigma} Pdydz + Qdzdx + Rdxdy \quad or \quad \iint\limits_{\Sigma} \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{n} dS$$

注意有方向!

1.画图看奇偶、正负

2.高斯公式（Σ封闭、有连续的一阶偏导数）：

$$\oiint\limits_{\Sigma} Pdydz + Qdzdx + Rdxdy = \iiint\limits_{\Omega} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right) dxdydz$$

3.将dydz、dzdx都化为dxdy（利用$dS = \frac{dxdy}{cos\gamma} = \frac{dydz}{cos\alpha} = \frac{dzdx}{cos\beta}$）

4. 投影（公式）

格林公式求面积:

A=$\iint_D \ dxdy = \frac{1}{2}\oint_L \ xdy - ydx$

高斯公式求体积:

$$V = \iiint_{\Sigma} dxdydz = \frac{1}{3}\oiint_{\Sigma} xdydz + udzdx + zdxdy$$