大学物理（上）

力学（第一篇）

经典力学/牛顿力学

主要内容：研究物体的机械运动的规律

研究工具：微积分和矢量

力学总框架：

运动学(Kinematics)

---研究物体之间相对位置随时间的变化关系

动力学(Dynamics)

---研究物体间的相互作用,以及由此而引起的物体运动状态变化的规律

注：机械运动是指物体的位置随着时间的改变。

第一篇 力学

第一章 质点运动学　　（运动的描述：物质--〉质点）

第二章 牛顿运动定律　　（物质为何会运动：力和运动的关系）

第三章 动量与角动量　　（力的时间效应）

第四章 功与能　　（力的空间效应）

第五章 刚体的定轴转动　（牛顿力学在刚体中的应用）

第六章 狭义相对论　　（物体在高速下的运动）

第一章 质点运动学

（Kinematics of particles）

本章目录

一：运动参数

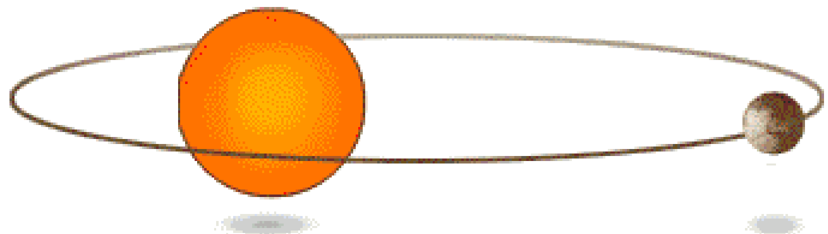
二：运动种类

三：运动的时空观

一：运动参数

§1.1 质点、参考系 、坐标系

一、质点：当物体的大小和形状忽略不计时，可以把物体当做只有质量没有形状和大小的点.



注：1. 质点是一种理想的力学模型。

2. 针对不同的研究问题，对于同一物体，有时可以看作质点，有时则不能。

例如：研究对象：地球

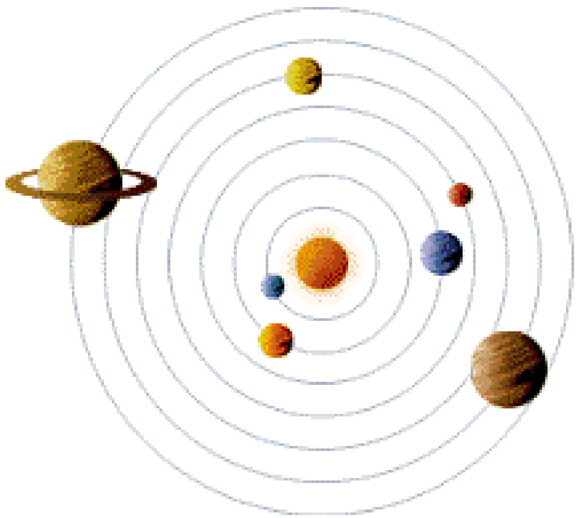
研究问题
- 地球公转：地球可以作为质点
- 地球自转：地球不可以作为质点

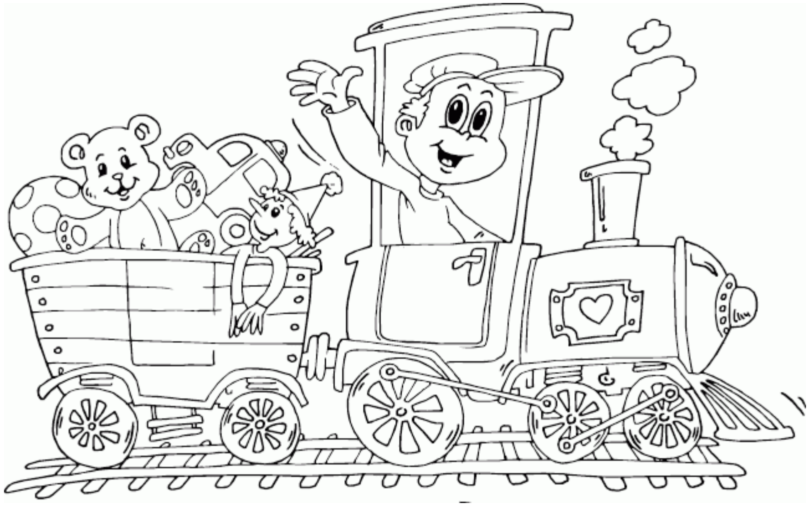
说明：当两物体之间的距离l大于物体自身线度r时，物体可以视为一个质点；否则就不能视为一个质点。

§1.1 质点、参考系、坐标系

一. 参考系（frame of reference, reference system）

参考系： 为了确定物体的机械运动而选取的其他**物体或物体系。**



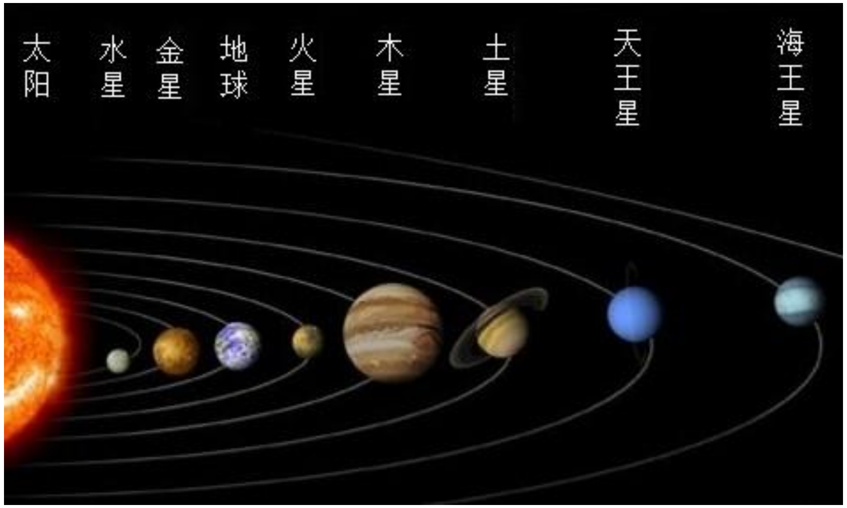


注： 1、物体的**位置**和**运动**总是相对的。

2、不同参考系中物体的运动形式(如轨迹、速度等)可以不同。

3、运动学中参考系可任选。

常用的参考系：

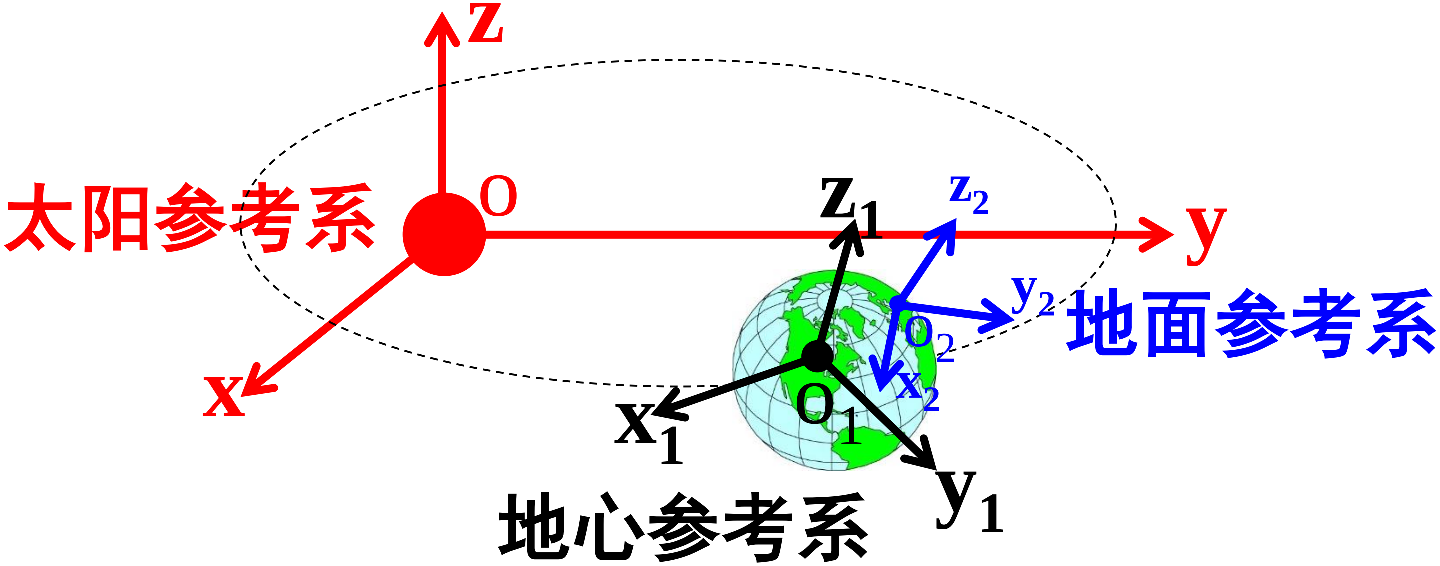


太阳参考系

地心参考系

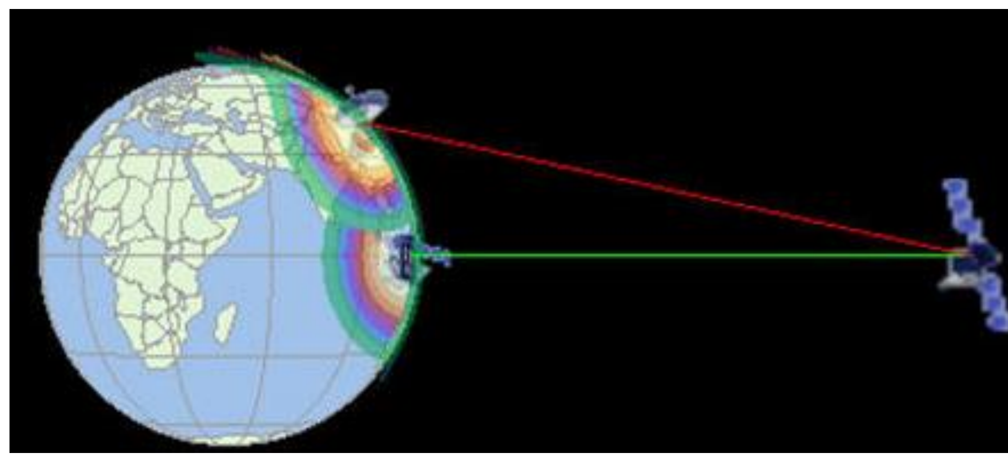
地面参考系

实验室参考系


z
O
太阳参考系
x
y
z_1
z_2
y_2
O_2
地面参考系
x_2
x_1
O_1
y_1
地心参考系

二. 坐标系(coordinate system)

坐标系： 为了**定量地**描述质点的运动，在参考系上固结的一组有刻度的射线、曲线或角度。

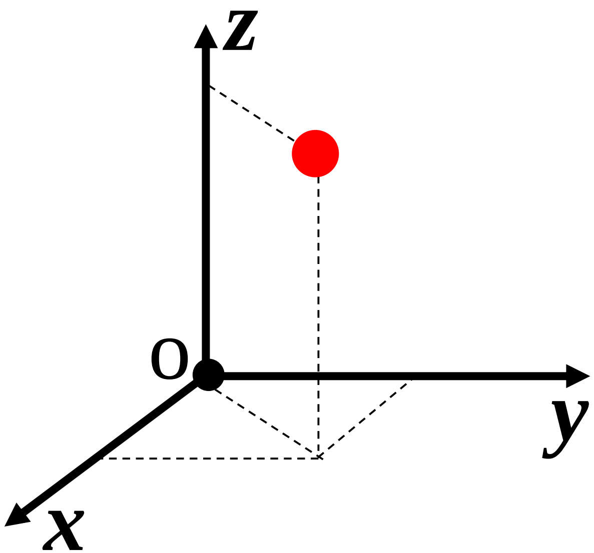


注： 1. 参考系选定后，坐标系还可任选。

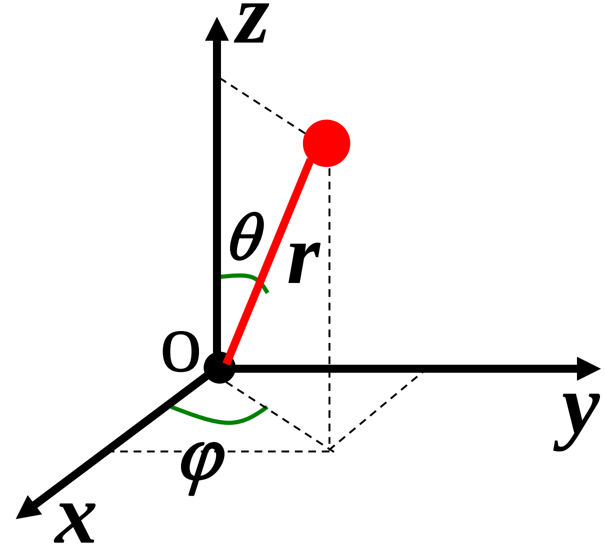
2. 不同坐标系中，运动的数学表述可以不同。

常用的坐标系:

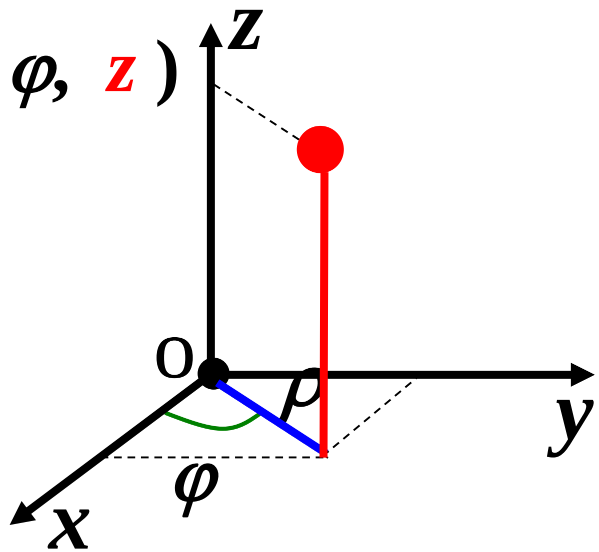
1. 直角坐标系 (x , y , z)



2. 球极坐标系 (r, θ, φ)



3. 柱坐标系 (ρ, φ, z)



§ 1.2 质点的位置矢量、运动函数

一. 质点位置矢量 (position vector of a particle)

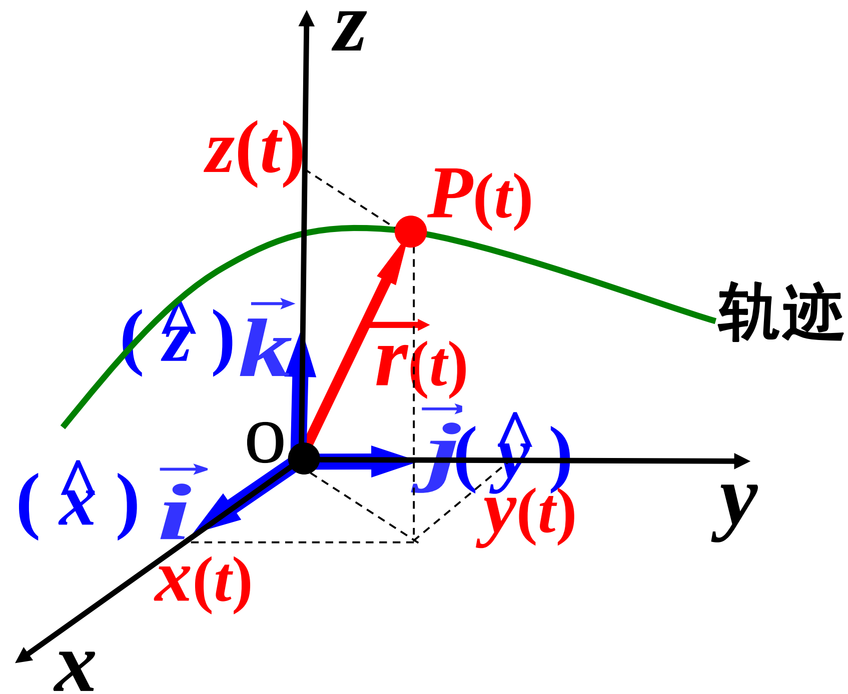
位置矢量： 用来确定某时刻质点位置的矢量(用矢端表示)，也称为**位矢**或**矢径**。

位置矢量：

$$\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$$

$$= x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

或 $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$



轨迹：质点运动时经过的路线。

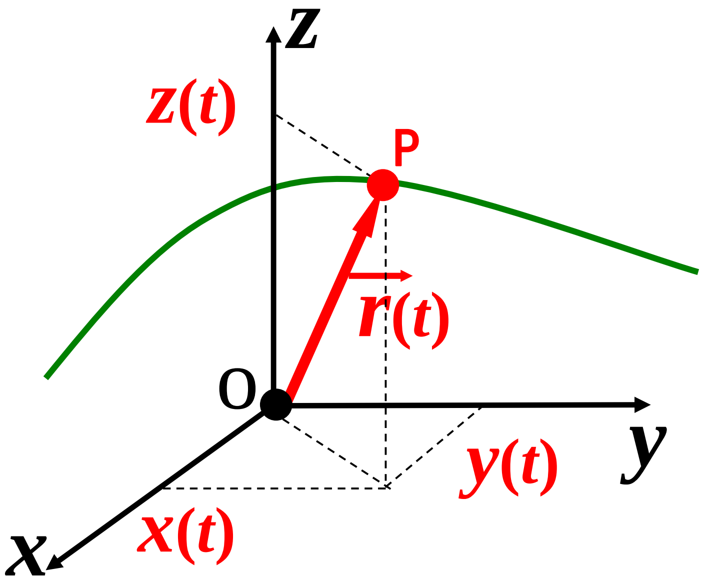
二. 运动函数 (function of motion)

机械运动：物体(质点)位置随时间的改变。

运动函数：位置坐标和时间的函数关系。

$$\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$$

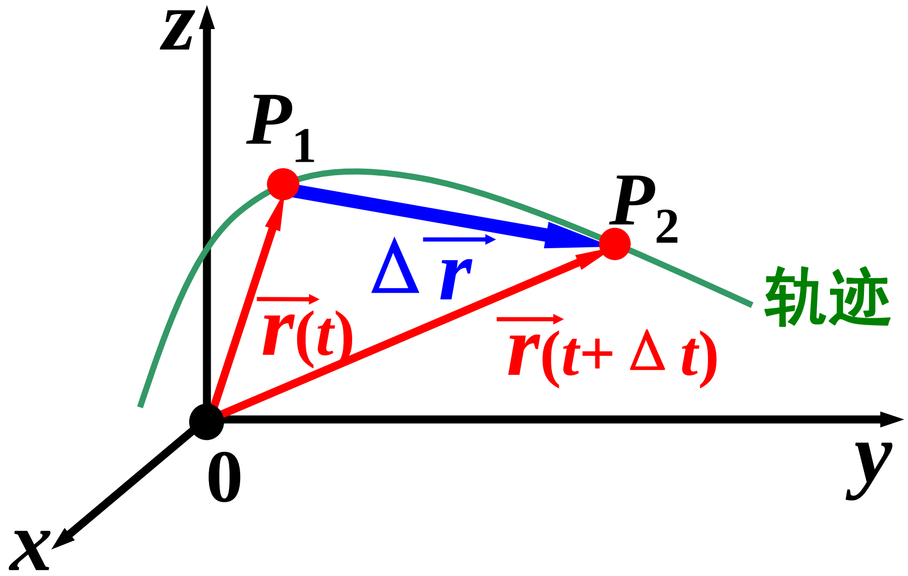
或 $$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$



§1.3 位移，速度，加速度

一. 位移(displacement)

位移：在一段时间内质点的位置的改变。

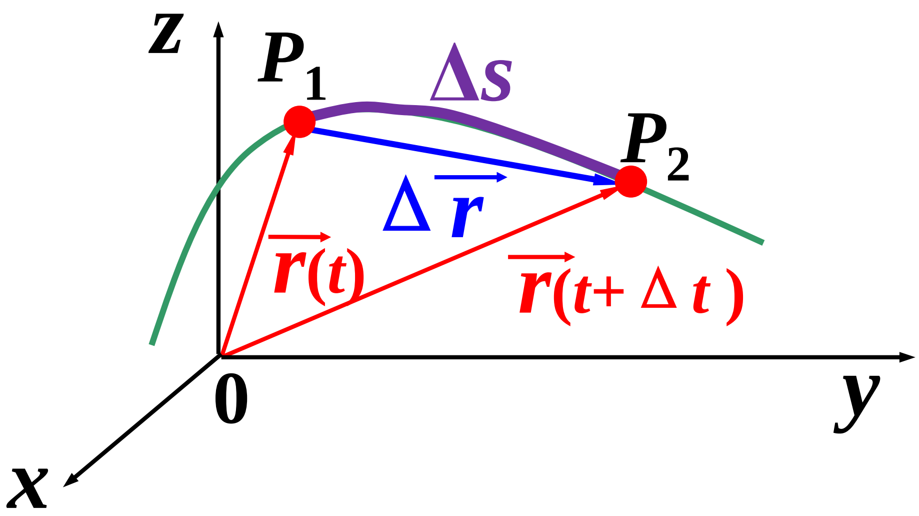


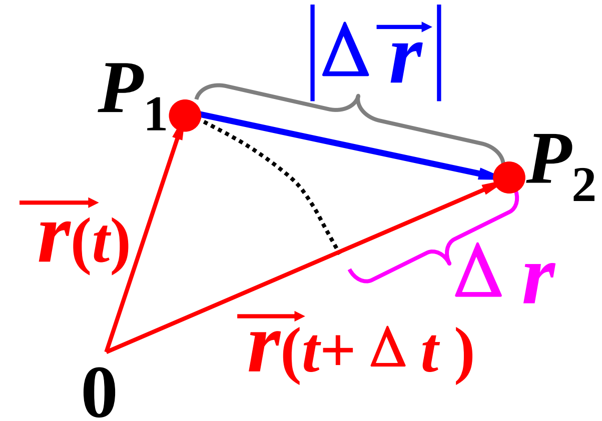
位移：$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$

- **大小**：$|\Delta\vec{r}| = \overline{P_1 P_2}$
- **方向**：$P_1 \to P_2$

二. 路程(path)

在一段时间内，质点实际运动轨迹的长度Δs叫**路程**。





注意：$\Delta s \neq |\Delta\vec{r}|$，但 $\mathrm{d}s = |\mathrm{d}\vec{r}|$；

$$|\Delta\vec{r}| \neq \Delta r\ ,\quad |\mathrm{d}\vec{r}| \neq \mathrm{d}r$$

三. 速度(velocity)

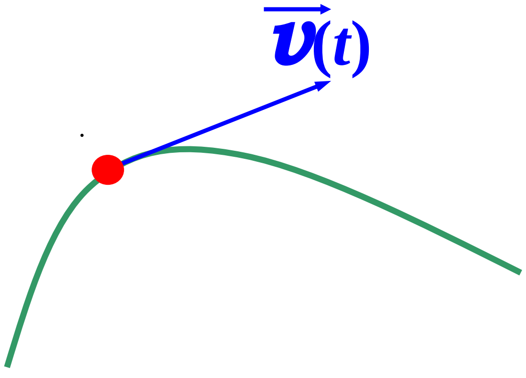
质点位矢对时间的变化率叫速度。

1. 平均速度(average velocity): $\overline{\vec{v}} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

2. (瞬时)速度(instantaneous velocity):

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{r}}$$

速度方向：沿轨迹切线方向。

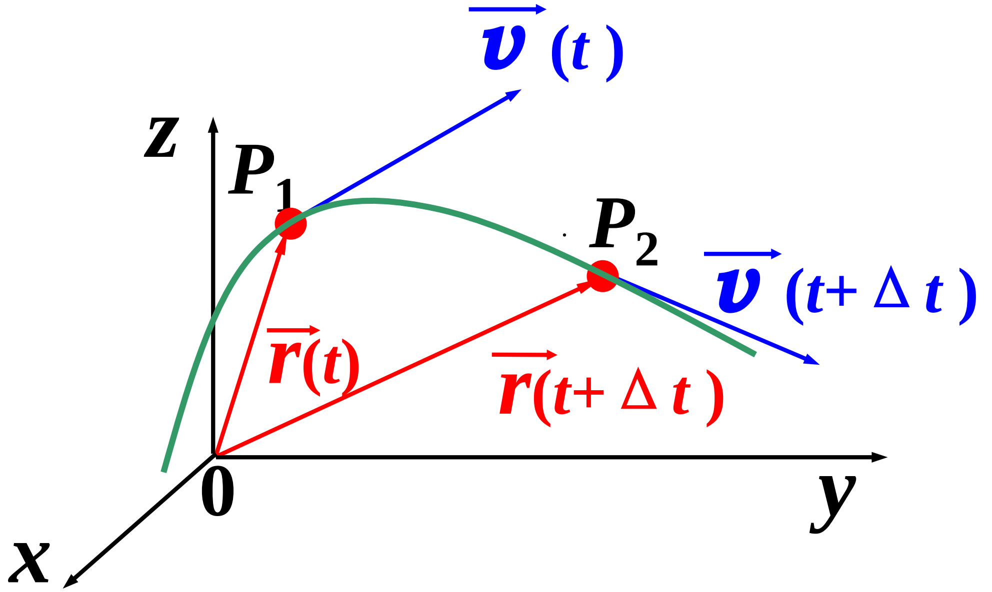


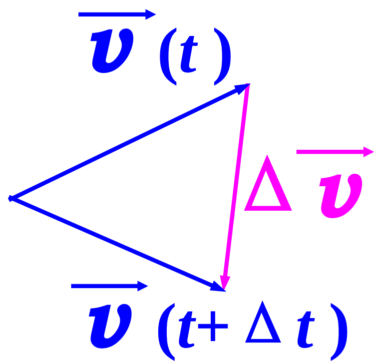
速度大小(速率)(speed):

$$v = |\vec{v}| = \frac{|\mathrm{d}\vec{r}|}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

四. 加速度(acceleration)

质点速度对时间的变化率叫加速度。





加速度:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \begin{cases} \text{方向:} \ \vec{v} \text{变化的方向} \\ \text{大小:} \ a = |\vec{a}| = \left|\dfrac{d\vec{v}}{dt}\right| \end{cases}$$

运动学的两类问题：

$$\boxed{\vec{v},\vec{a}} \;\underset{\text{求导}}{\overset{\text{积分}}{\rightleftarrows}}\; \boxed{\vec{r}(t)}$$

$$\boxed{\vec{a}} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} = \boxed{\ddot{\vec{r}}}$$

$$\boxed{\vec{v}} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \boxed{\dot{\vec{r}}}$$

二：运动种类

§1.4 匀加速运动
(uniformly acceleration motion)

一、匀加速运动

$\vec{a}$=常矢量　　　初始条件：$\vec{r}_0, \vec{v}_0$

公式：

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t}$$

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2}$$

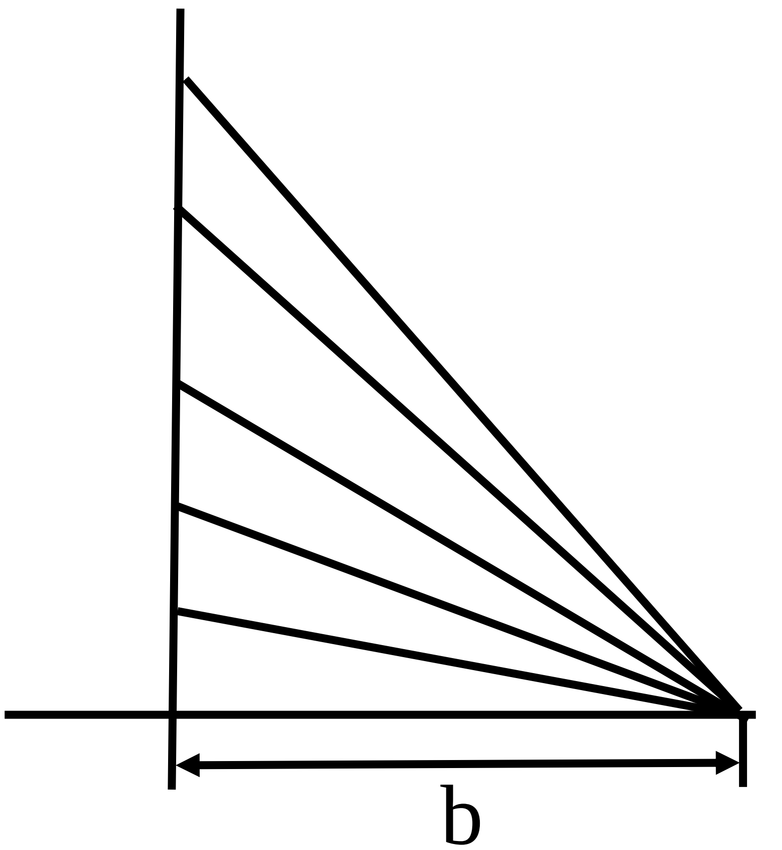
1. 匀加速直线运动

a=常矢量　　　初始条件：x_0, v_0

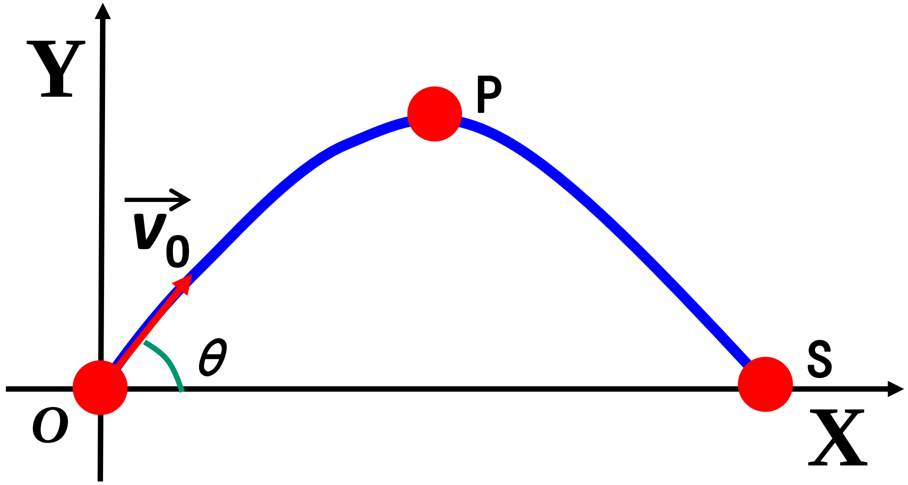
公式

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}\boldsymbol{t} \\
x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2 \\
v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)
\end{cases}
$$

例1： 当从各斜面同时释放物体时，试问哪个斜面的物体先到达底端点?假设表面光滑，底端同长。



2. 抛体运动



加速度 $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$

初始条件

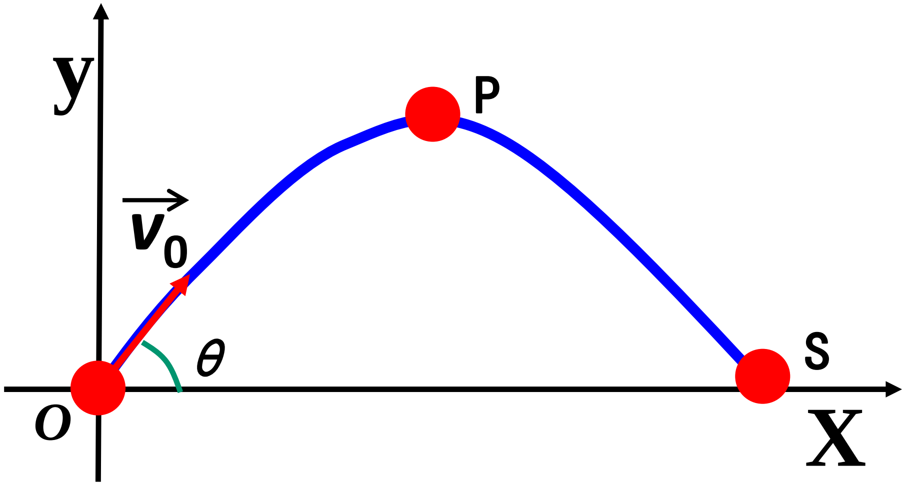
$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\theta \\ v_{0y} = v_0 \sin\theta \end{cases}$$

在任意时刻t，小球的**速度**和**位置**：

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\theta \\ v_y = v_0 \sin\theta - gt \end{cases} \qquad \begin{cases} x = v_0 \cos\theta \cdot t \\ y = v_0 \sin\theta \cdot t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\boxed{y = x \tan\theta - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2\theta}}$$

讨论：



a) 物体到达最高点需要的时间

$$t_P = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

b） 飞行中的最大高度

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

c） 物体回落到抛出点高度所用的时间

$$t_s = 2t_p = \frac{2v_0 \sin\theta}{g}$$

d） 飞行的射程

$$|OS| = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

§1.5 圆周运动(circular motion)

一. 描述圆周运动的物理量

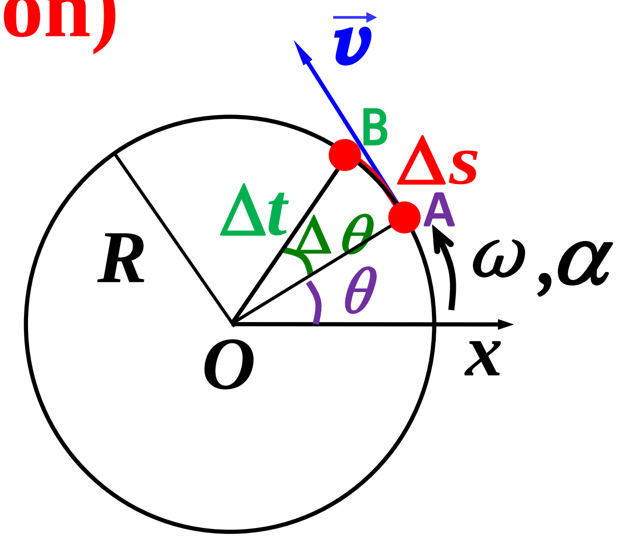
1. 角位移(angular displacement) $\Delta\theta$

2. 角速度(angular velocity)

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}$$

3. 角加速度(angular acceleration)

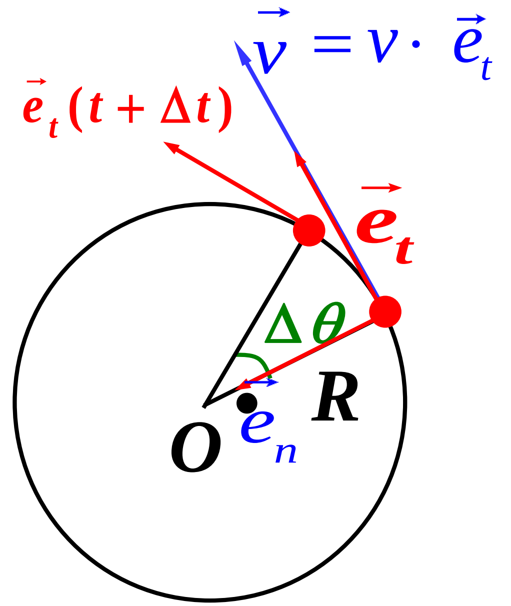
$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \ddot{\theta}$$



4. 线速度(linear velocity)

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{R\,\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = R\omega$$

5. 线加速度(linear acceleration)



$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v \cdot \vec{e}_t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t + v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}$$

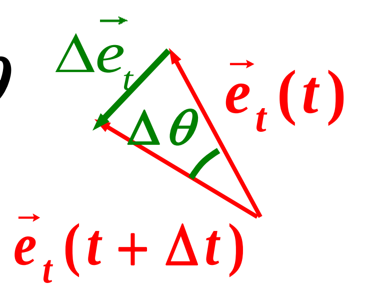
$$\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{e}_t}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\vec{e}_n = \omega\,\vec{e}_n = \frac{v}{R}\vec{e}_n$$

讨论：

$\vec{e}_t$ $\vec{e}_n$：切向和法向单位矢量

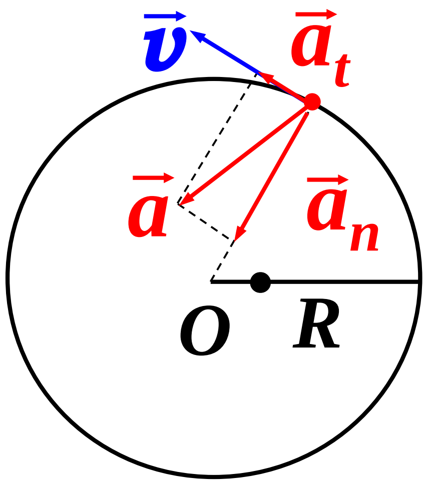
(1) $\Delta\vec{e}_t$ 的大小：

当$\Delta t \to 0$时，$\Delta\theta \to 0$，有$\left|\Delta\vec{e}_t\right| = \Delta\theta \cdot \left|\vec{e}_t\right| = \Delta\theta$



(2) $\Delta\vec{e}_t$ 的方向：

$$\Delta\vec{e}_t \perp \vec{e}_t \to \Delta\vec{e}_t \,//\, \vec{e}_n \qquad \boxed{\Delta\vec{e}_t = \Delta\theta \cdot \vec{e}_n}$$



线加速度

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+v\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}=\lim\frac{\Delta\vec{e}_t}{\Delta t}=\frac{v}{R}\vec{e}_n$$

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+\frac{v^2}{R}\vec{e}_n$$

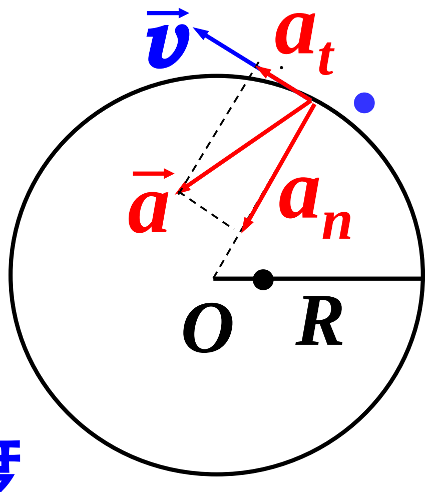
$$=\boldsymbol{a_t}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{t}}+\boldsymbol{a_n}\cdot\vec{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{n}}$$

$$\boxed{a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}}$$ —— 切向加速度

(tangential acceleration)

$$a_t = \begin{cases} + \\ - \\ 0 \end{cases}$$

a_t是引起速度大小改变的加速度。



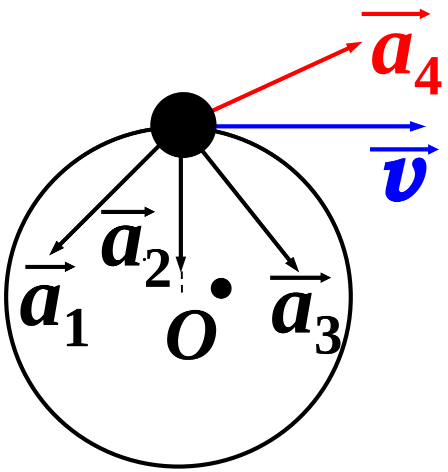
$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$ —— 法向加速度/向心加速度

(normal/centripetal acceleration)

$$a_n = \begin{cases} + \\ - \\ 0 \end{cases}$$

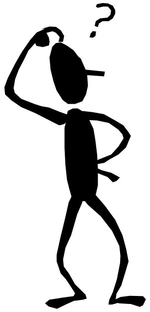
a_n是引起速度方向改变的加速度。

思考题：



左图中，加速度$\vec{a}_1$、$\vec{a}_2$、$\vec{a}_3$分别是什么情形？

$\vec{a}_4$情形是否存在？



角量与线量的关系

线量

$$\boldsymbol{v} = R\boxed{\omega}$$

$$a_t = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = R\boxed{\alpha}$$

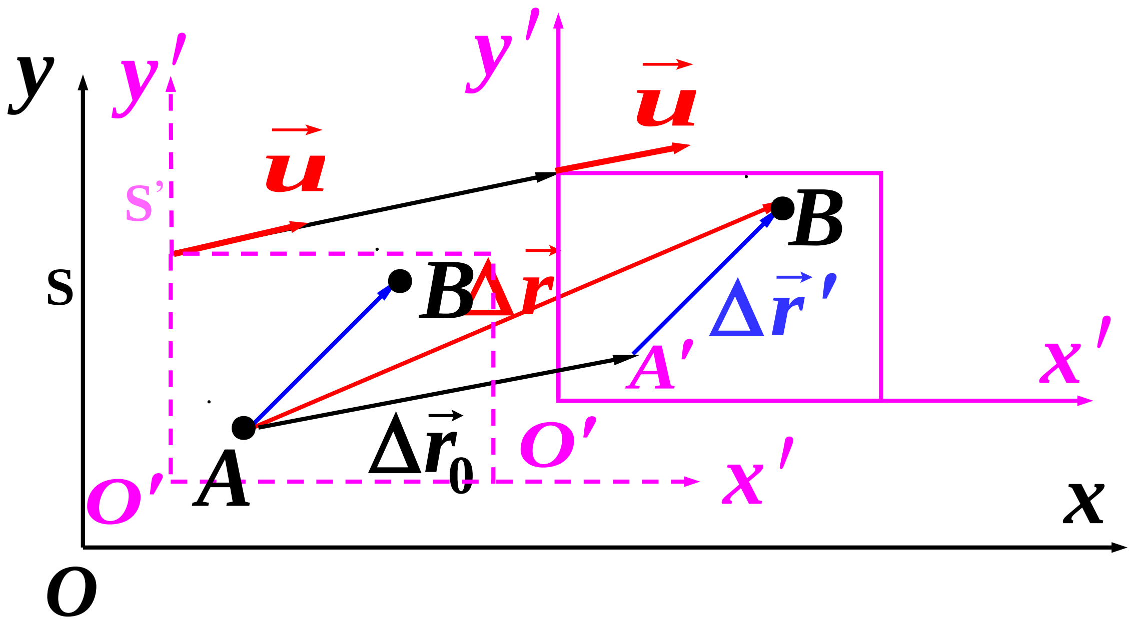
角量

$$a_n = \frac{\boldsymbol{v}^2}{R} = R\boxed{\omega^2}$$

§ 1.6 相对运动(relative motion)

相对运动是指不同参考系中观察同一物体的运动。

仅讨论一参考系 S′ 相对另一参考系 S 以速度 $\vec{u}$ 平动时的情形：



位移关系：

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0}$$

速度关系：

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}}$$

$\vec{v}$: 绝对速度 **(absolute velocity)** $\vec{v}\,'$: 相对速度 **(relative velocity)**

$\vec{u}$: 牵连速度 **(connected velocity)**

$$\boxed{\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u}}$$ 称为伽利略速度变换

（Galilean velocity transformation）

加速度关系：在 S' 相对于 S 平动的条件下

$$\boxed{\vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_0}$$

若 $\vec{u}=\text{const}$. 则 $\vec{a}_0=\dfrac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t}=0$, 有 $\vec{a}=\vec{a}'$

几点说明：

1. 以上结论是在绝对时空观下得出的：

只有假定"长度的测量不依赖于参考系"(空间的绝对性),才能给出位移关系式:

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}' + \Delta\vec{r}_0}$$

只有假定"时间的测量不依赖于参考系"(时间的绝对性)，才能进一步给出关系式:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}} \quad \text{和} \quad \boxed{\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0}$$

绝对时空观只在 $u << c$ 时才成立。

2. 不可将速度的合成与分解和伽利略速度变换关系相混。

速度的合成是在同一个参考系中进行的。

——————————总能够成立

伽利略速度变换则应用于两个参考系之间。

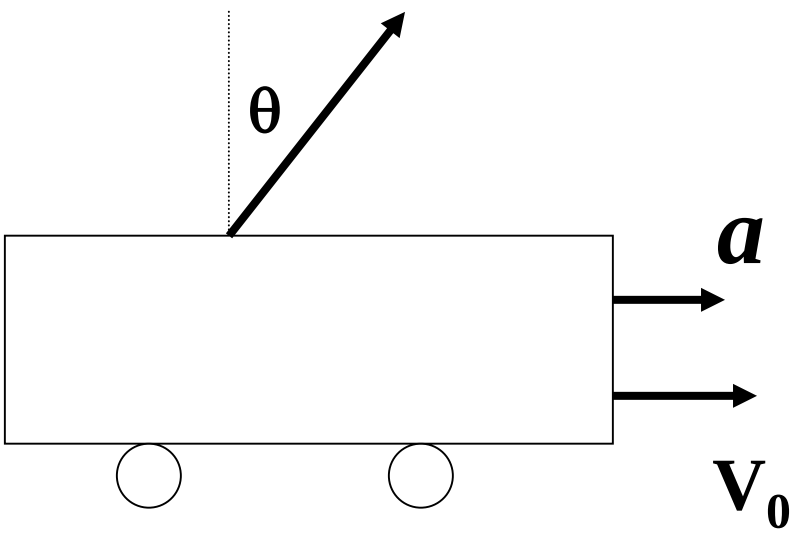
——————————只在$u \ll c$时才成立

例2:

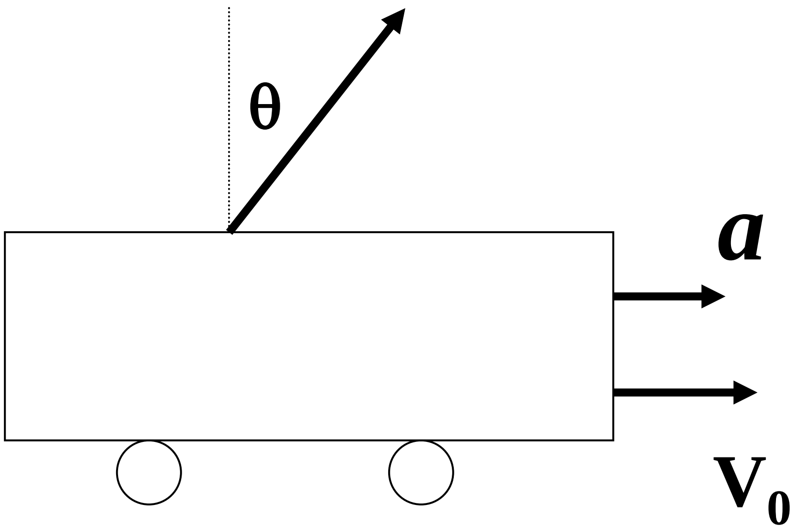
一客车在水平马路上以20m/s的速度向东行驶,而雨滴在空中以10m/s的速度竖直下落.求雨滴相对于车厢的速度的大小和方向.

例3:

一男孩乘坐一铁路平板车，在平直铁路上匀加速行驶，其加速度为a，他沿车前进的斜上方抛出一球，设抛球时对车的加速度的影响可以忽略，如果使他不必移动他在车中的位置就能接住球，则抛出的方向与竖直方向的夹角应为多大?



例3：一男孩乘坐一铁路平板车，在平直铁路上匀加速行驶，其加速度为a，他沿车前进的斜上方抛出一球，设抛球时对车的加速度的影响可以忽略，如果使他不必移动他在车中的位置就能接住球，则抛出的方向与竖直方向的夹角应为多大?



解：抛出后车的位移：

$$\Delta x_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

球的位移：

$$\Delta x_2 = (v_0 + v_0' \sin\theta) t$$

$$\Delta y_2 = (v_0' \cos\theta) t - \frac{1}{2} g t^2$$

小孩接住球的条件为：$\Delta x_1 = \Delta x_2$

$\Delta y = 0$

$$\frac{1}{2} a t^2 = v_0'(\sin\theta) t$$

$$\frac{1}{2} g t^2 = v_0'(\cos\theta) t$$

两式相比得：

$$\frac{a}{g} = \mathrm{tg}\,\theta$$

$$\theta = \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{a}{g}\right)$$

◆ 小结速度和加速度的性质：

相对性： 必须指明参考系

矢量性： 有大小和方向，可进行合成与分解，

合成与分解遵守平行四边形法则

瞬时性： 大小和方向可以随时间改变

在 $u << c$ 时，有伽利略速度变换和加速度变换

第一章结束

第一篇 力学

第一章 质点运动学 （运动的描述：物质--〉质点）

第二章 牛顿运动定律 （物质为何会运动：力和运动的关系）

第三章 动量与角动量 （力的时间效应）

第四章 功与能 （力的空间效应）

第五章 刚体的定轴转动（牛顿力学在刚体中的应用）

第六章 狭义相对论 （物体在高速下的运动）

作业：　课后习题1.6
1.9
1.16
1.19