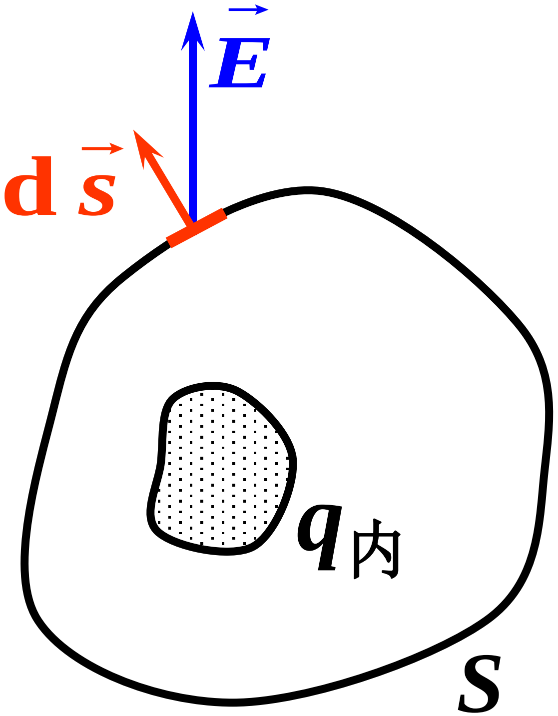
二. 高斯定理的内容

高斯定理： 在真空中的静电场内，通过任意闭合曲面的电通量，等于该曲面所包围电量的代数和除以ε_0。



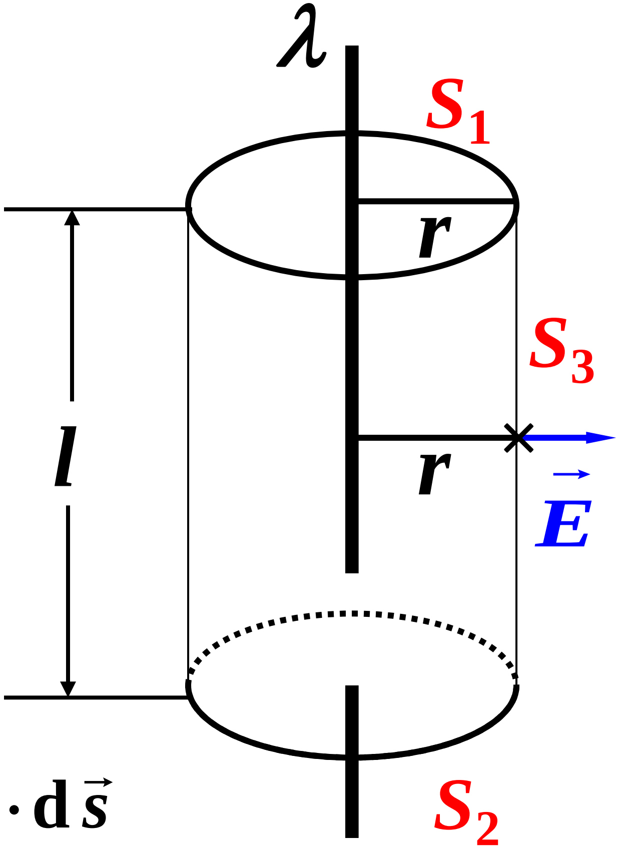
$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$$

例2 已知：无限长均匀带电直线，线电荷密度为λ。

求： $\vec{E}$ 的分布

解： $\vec{E}$ 的分布：$\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$

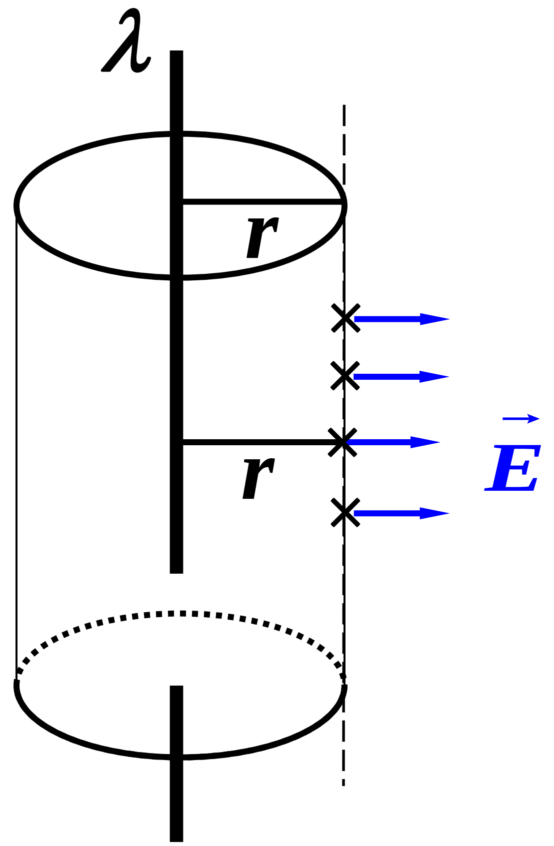
——**轴对称性**



选高斯面S为同轴柱体表面，有

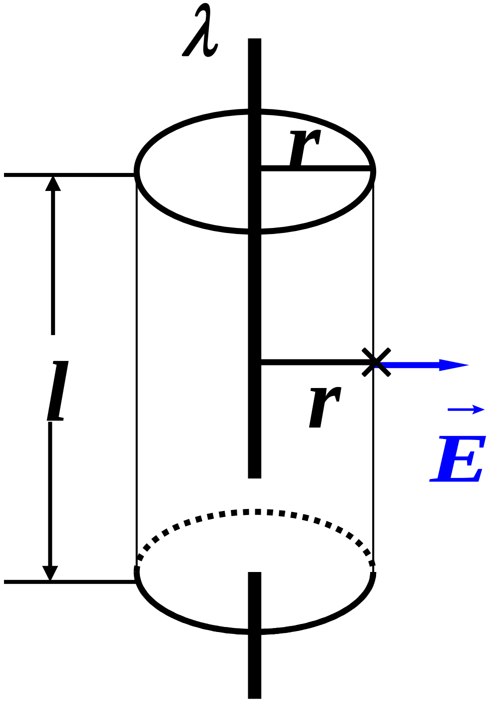
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{s} + \int_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{s} + \int_{S_3} \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

$$= 0 + 0 + E\cdot\int_{S_3} ds = E\cdot 2\pi rl$$



λ
r
r
E

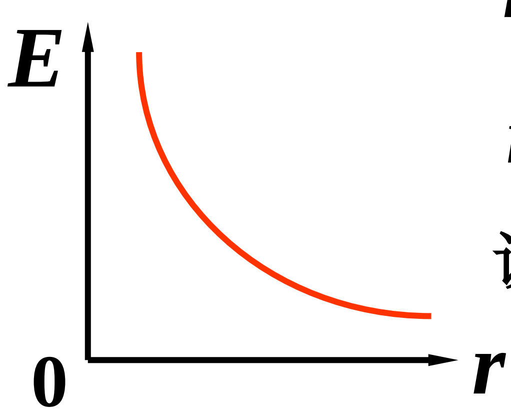
无限长均匀带电直线的电场 $\vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$



$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = E\cdot 2\pi r l$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

讨论：1）E 的分布：$E \propto \dfrac{1}{r}$

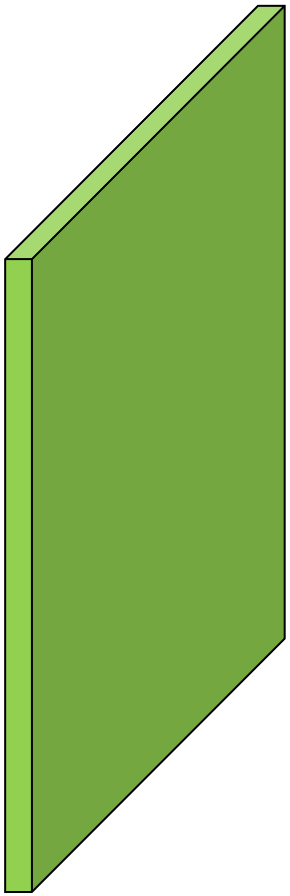


$r \to 0$，$E \to \infty$，

说明此时带电直线不能视为几何线。

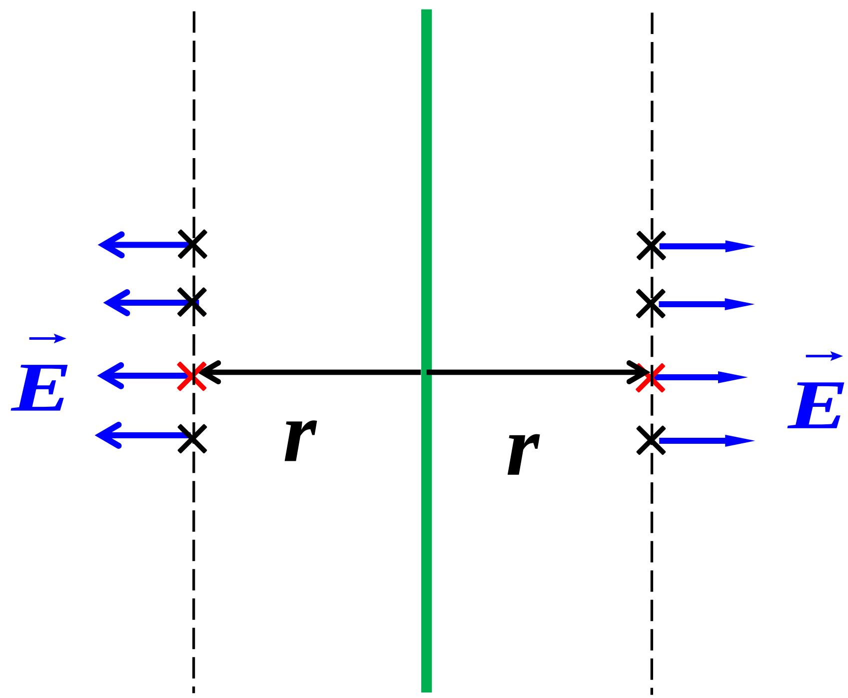
2）所求出的 $\vec{E}$ 是仅由 $q_{内}=\lambda l$ 产生的吗？

例3　均匀带电无限大平面

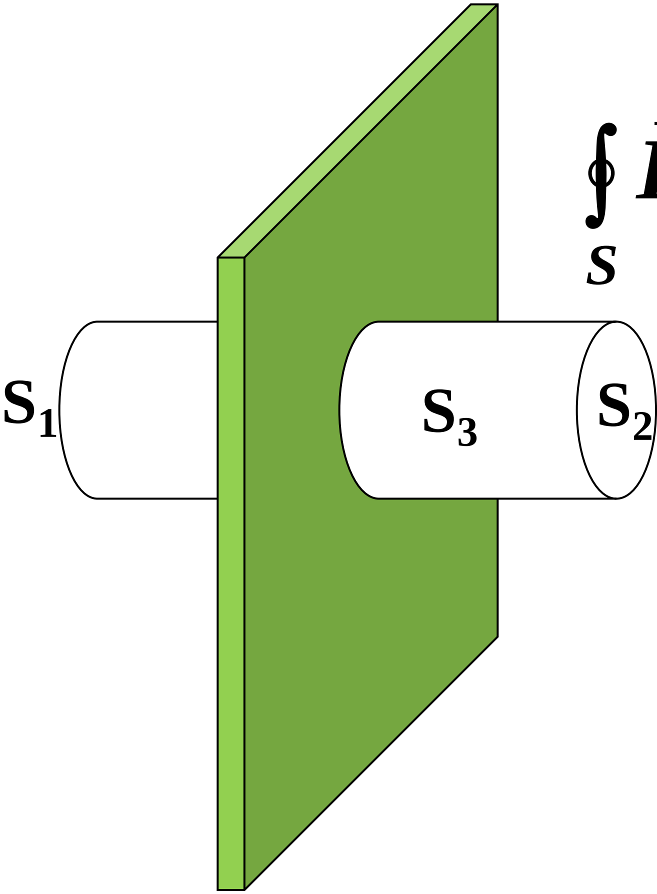


解： $\vec{E}$ 的分布：$\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$

——面对称性



例3　均匀带电无限大平面



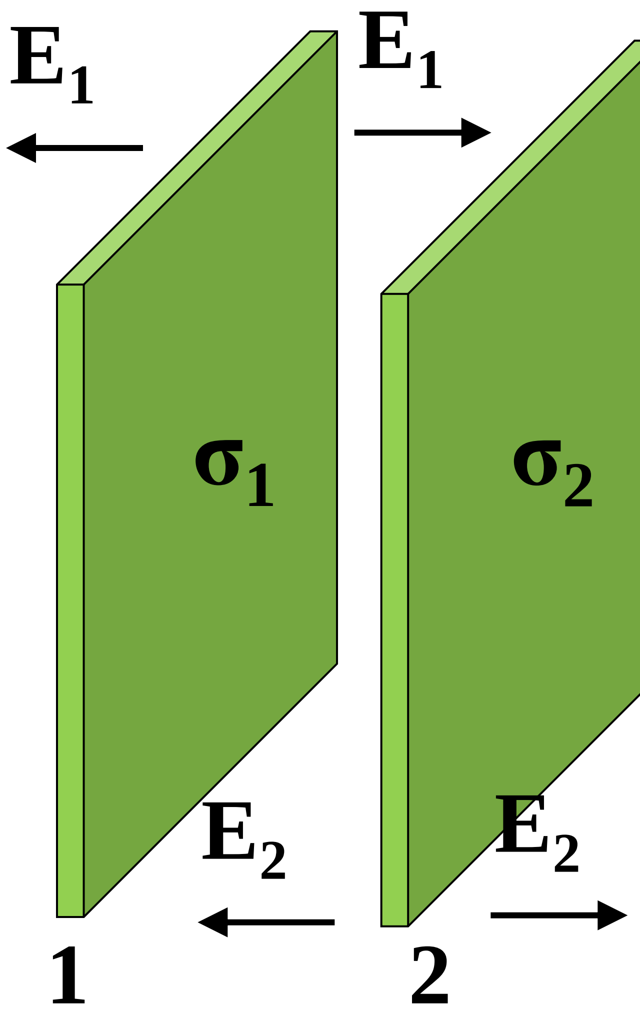
$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_{S_1}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} + \int_{S_2}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} + \int_{S_3}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 2E\Delta S = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \left|E_x\right| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

例4 两个均匀无限大带电平面



场叠加原理！ $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$

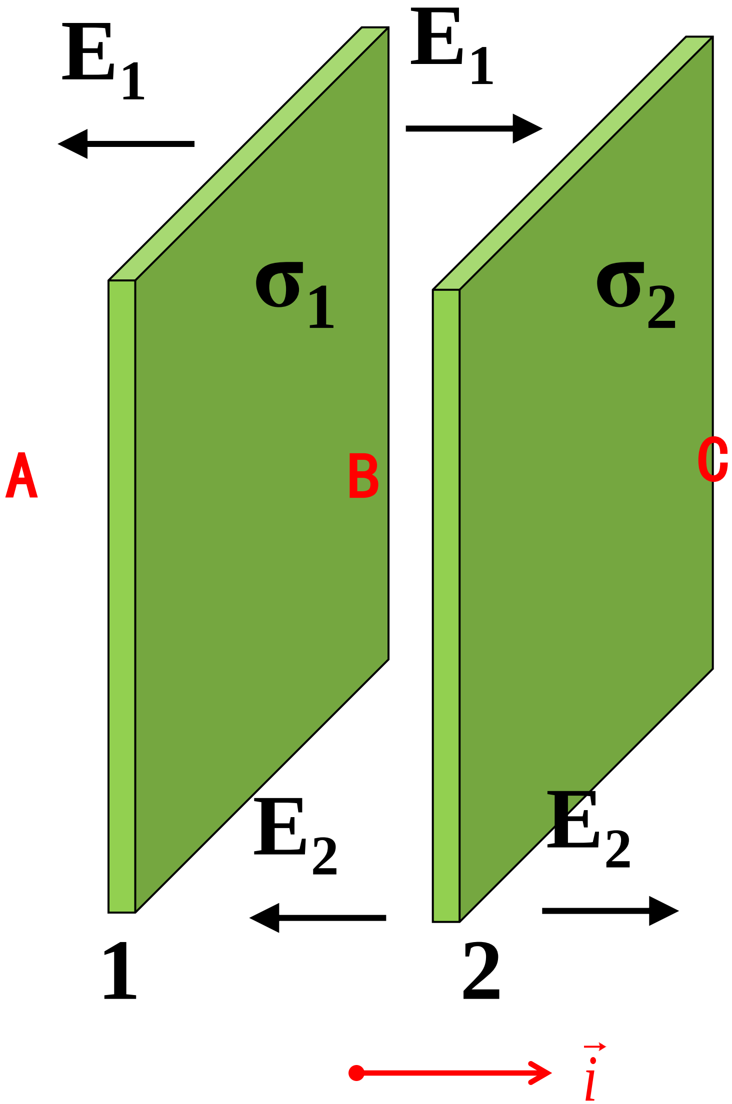
$$E_1=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_o} \qquad E_2=\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_o}$$

特例：等量异号电荷！

只有两者间有电场分布！

$$E=\frac{|\sigma|}{\varepsilon_o}$$

例4 两个均匀无限大带电平面 $E_1=\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$ $E_2=\dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$



场叠加原理！ $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$

A区： $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2=-\dfrac{\sigma_1+\sigma_2}{2\varepsilon_0}\vec{i}$

$\vec{E}_1=-\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\vec{i}$ $\vec{E}_2=-\dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\vec{i}$

B区： $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2=\dfrac{\sigma_1-\sigma_2}{2\varepsilon_0}\vec{i}$

$\vec{E}_1=+\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\vec{i}$ $\vec{E}_2=-\dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\vec{i}$

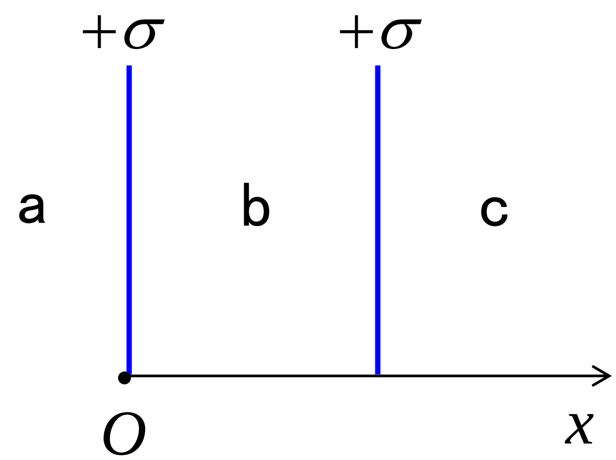
C区： $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2=\dfrac{\sigma_1+\sigma_2}{2\varepsilon_0}\vec{i}$

$\vec{E}_1=+\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\vec{i}$ $\vec{E}_2=-\dfrac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\vec{i}$

4. 如图所示两块无限大的铅直平行平面**A**和**B**，均匀带电，其电荷密度均为$\sigma\left(\sigma>0\right)$，在如图所示的**a**、**b**、**c**三处的电场强度分别为（ **D** ）

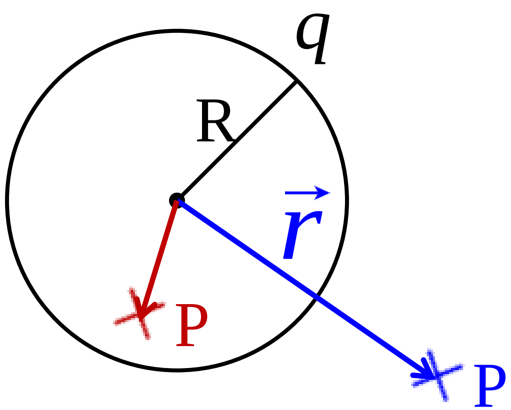
A、$0,\dfrac{\sigma}{\varepsilon_{,0}},0$　　B、$0,\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_{,0}},0$

C、$\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0},\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0},\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$　　D、$\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0},0,\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$



例5　求均匀带电球壳的电势

取无穷远处为电势零点 $\varphi_\infty = 0$



$$\varphi = \int_P^\infty \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & \text{r<R} \\ \dfrac{q\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{r>R} \end{cases}$$

（1）当r>R时，球壳外电势的分布

$$\boxed{\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}} \quad (r > R)$$

（2）当r<R时，球壳内电势的分布

$$\varphi = \int_{(r)}^{(\infty)} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{(r)}^{(R)} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} + \int_{(R)}^{(\infty)} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$= 0 + \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \boxed{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}} \quad (r \le R)$$

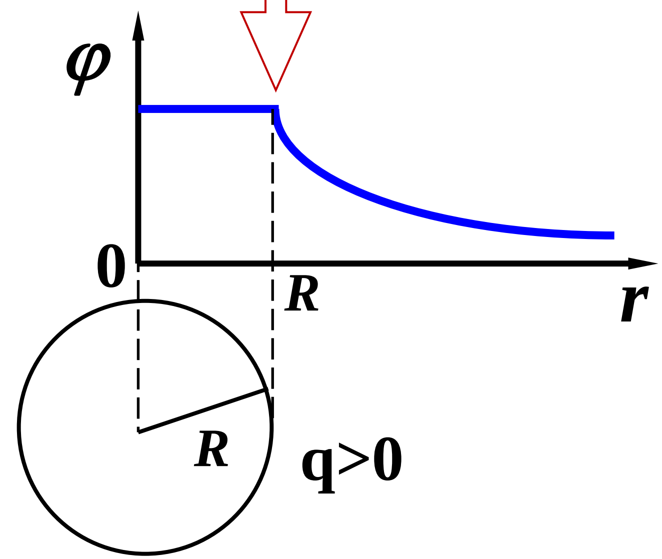
例5 求均匀带电球壳的电势

$$\varphi_\infty = 0$$

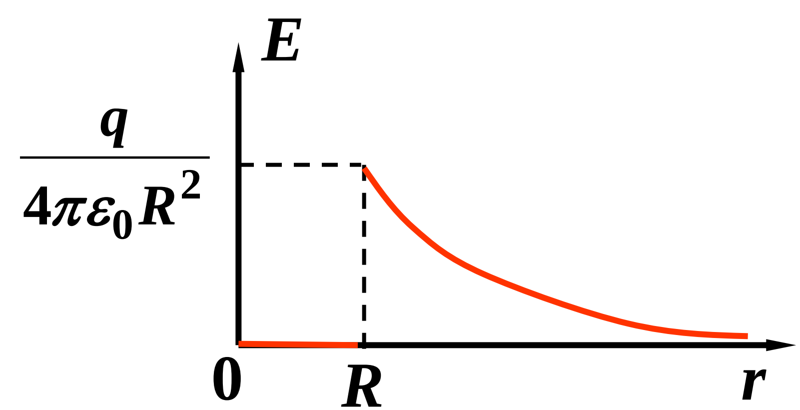
均匀带电球壳电势的分布

$$\varphi = \begin{cases} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} & (r \le R) \\[2ex] \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} & (r > R) \end{cases}$$

在球面处
电场不连续
电势连续



$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & \mathbf{r<R} \\[2ex] \dfrac{q\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \mathbf{r>R} \end{cases}$$



$\boxed{\text{小结}}$ 应用高斯定理求场强的要点：

适用对象： 有球、柱、平面对称的某些电荷分布。

方法要点：

（1）分析 $\vec{E}$ 的对称性；

（2）选取高斯面的原则：

a、需通过待求的区域；

b、在 S 上待求 $\vec{E}$ 处，$\vec{E} \parallel \mathrm{d}\vec{s}$ 且等大，

使得 $\int \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = E\int \mathrm{d}s$，其余处必须有

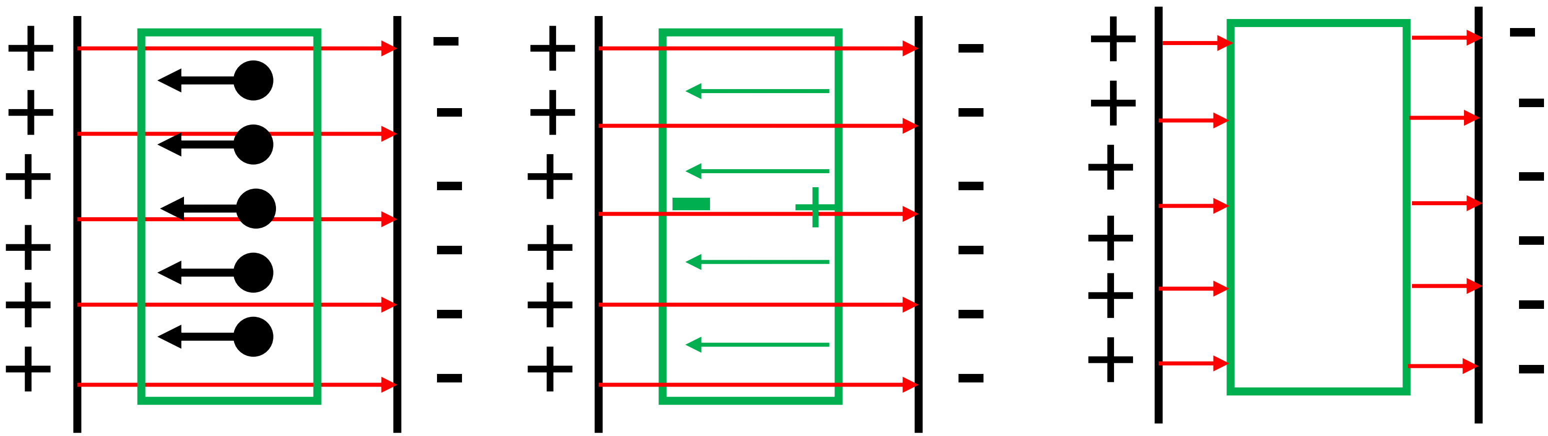
$$\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = 0 \begin{cases} \text{或} \quad E = 0, \\ \text{或} \quad \vec{E} \perp \mathrm{d}\vec{s} \text{。} \end{cases}$$

§ 12.8 静电场与导体和电介质的相互作用

材料分类	导体	半导体	绝缘体（电介质）
材料特性	导电 自由电荷 价电子自由	两者之间 少量自由电荷 价电子束缚，但可以改变	不导电 无自由电荷 价电子束缚
材料举例	金属、石墨 ····	硅 (Si)、锗 (Ge)、砷化镓(GaAs)、 ···	气体、塑料、玻璃、…

一、静电场与导体的相互作用

1. 导体的静电平衡状态：导体内部和表面没有电荷定向移动(导体内部的场强E就是E'和E_0的叠加)

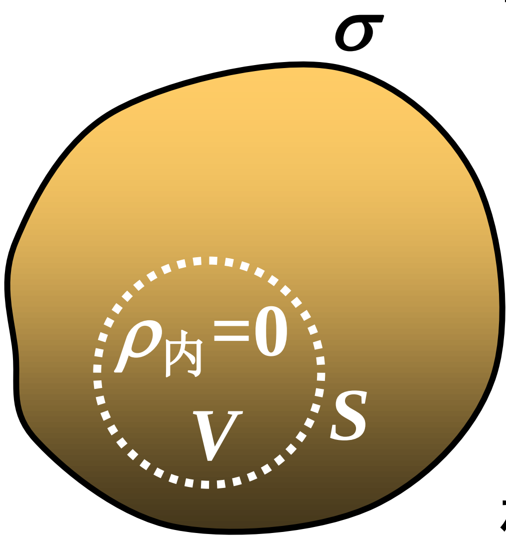


导体刚放入电场中， 导体内部场强不为零，自由电子开始运动，E'增大。

当$E'=E_0$即导体内部的场强为零，导体内的电荷不再定向运动，**导体处于静电平衡状态。**

2. 静电平衡时导体电荷分布在导体的表面

实心导体：面电荷密度σ可以不为零， 但体电荷密度ρ必须为零。



当实心导体处于静电平衡时，有

$$\vec{E}_{内}=0\ ,$$

在实心导体内取一高斯面，其电通量

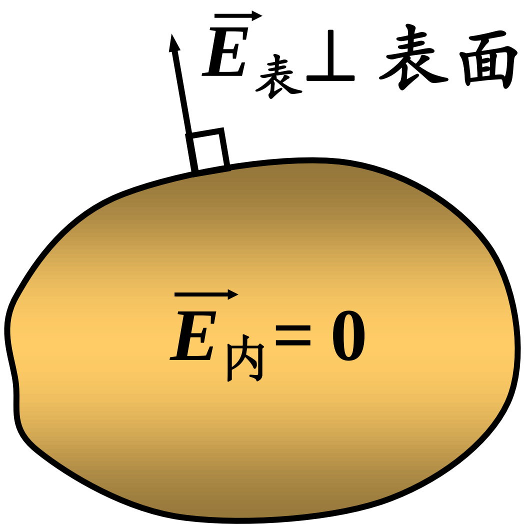
$$\oint_S \vec{E}_{内}\cdot d\vec{s}=0$$

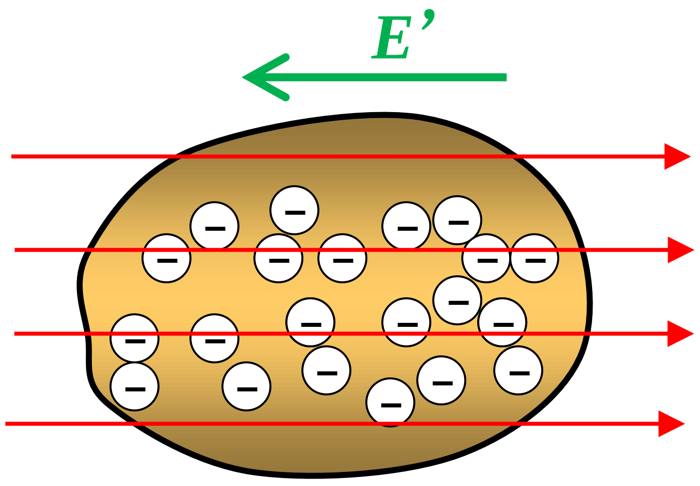
根据高斯定理 $\oint_S \vec{E}_{内}\cdot d\vec{s}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho_{内}\, dV$

$$\Rightarrow \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho_{内}\, dV=0$$

S 是任意的，令$S\rightarrow 0$， 则必有$\rho_{内}=0$。

3. 静电平衡时导体内部和表面的电场分布

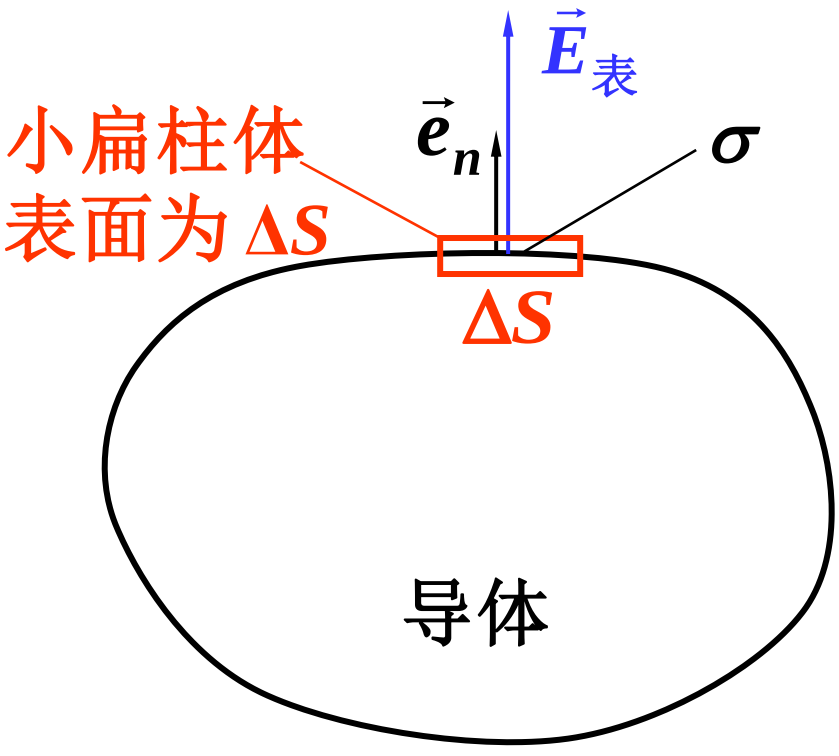




静电场内的导体

场描述
- $E_{内}=0$；
- $E_{表}\perp$表面；
- 与导体形状无关

4. 表面场强与面电荷密度的关系



$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = E_{表}\cdot \Delta S$$

$$\overset{(高)}{=} \frac{\sigma\,\Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},\ \vec{E}_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_n$$

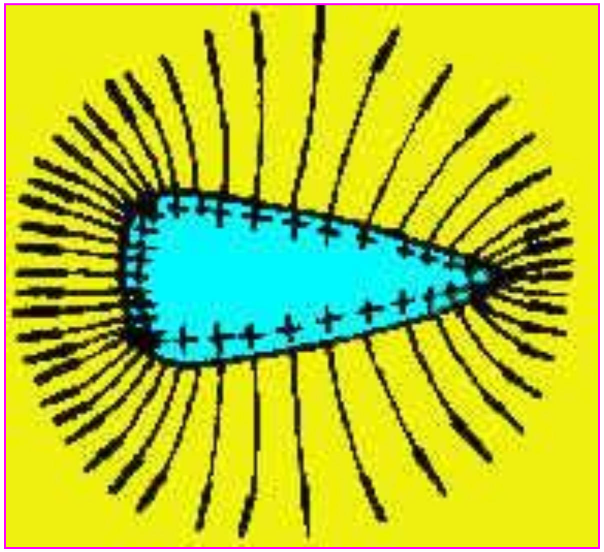
5. 孤立导体表面电荷分布的特点

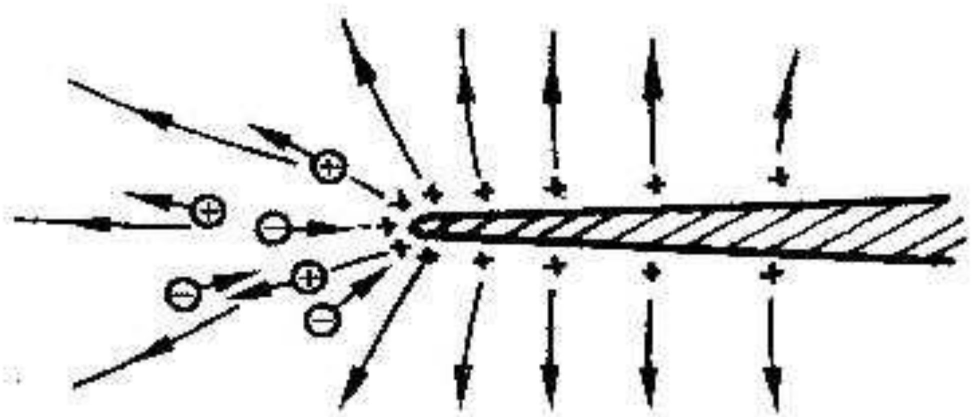
孤立导体表面曲率大处面电荷密度也大，

但不存在单一函数关系。

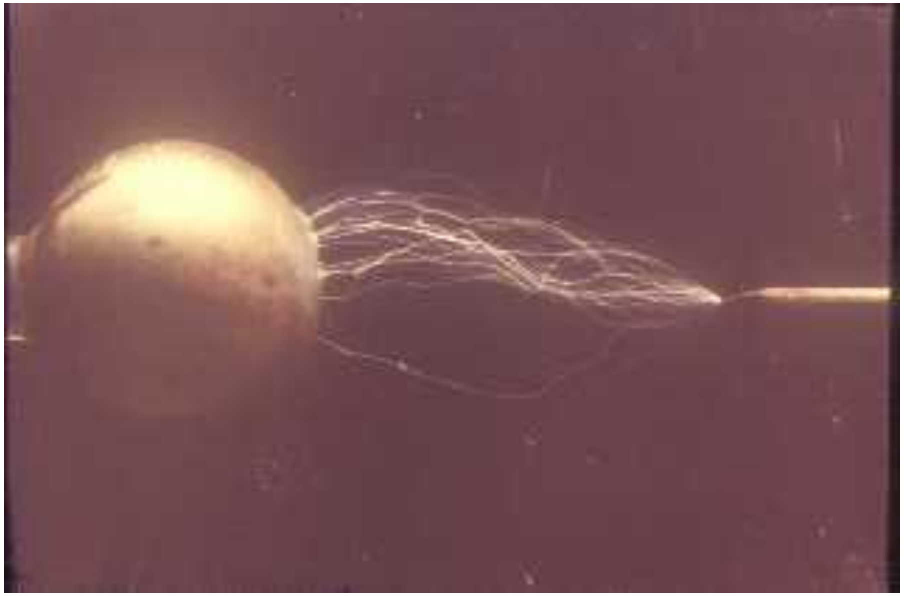
尖端放电： 带电的尖端电场强，使附近的空气电离，因而产生放电。

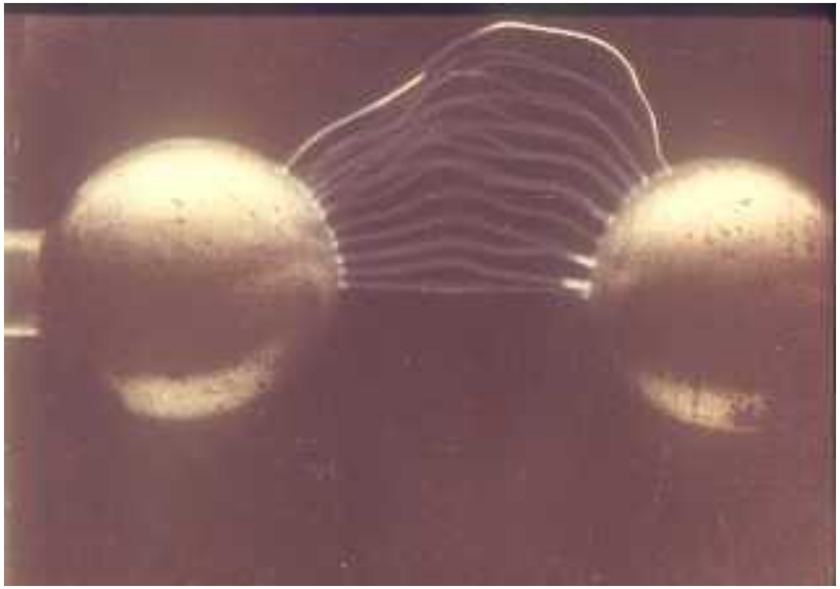
$$\vec{E}_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_n$$





空气中的直流高压放电图片：





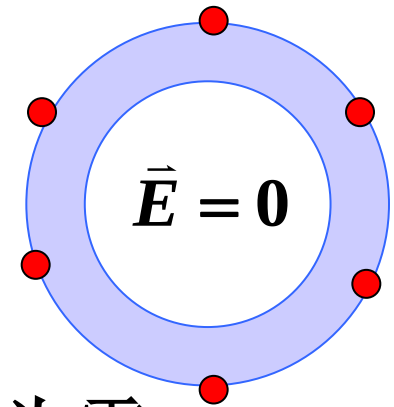
闪电的图片：

云层和大地间的闪电

雷击大桥

遭雷击后的草地

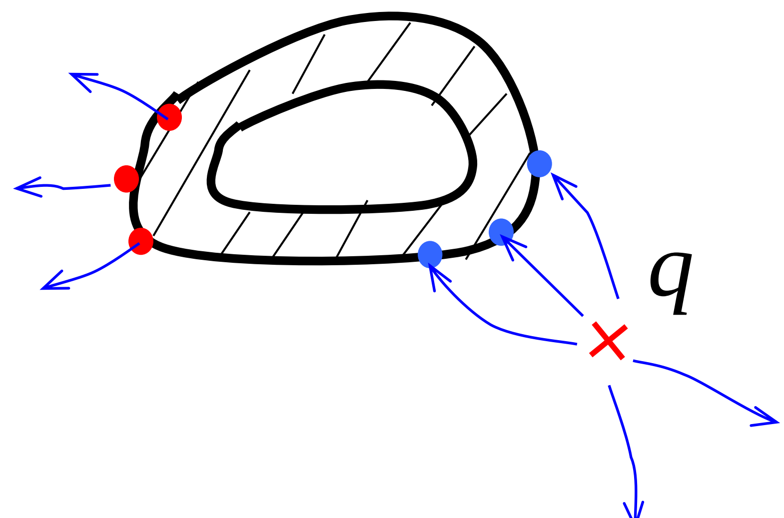
静电屏蔽



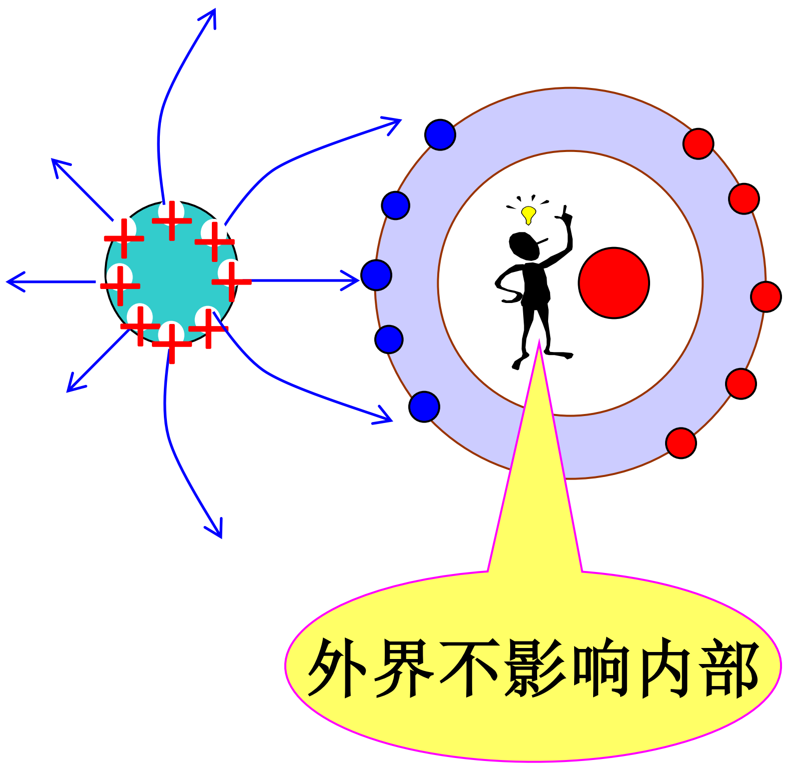
空腔导体 (静电平衡)

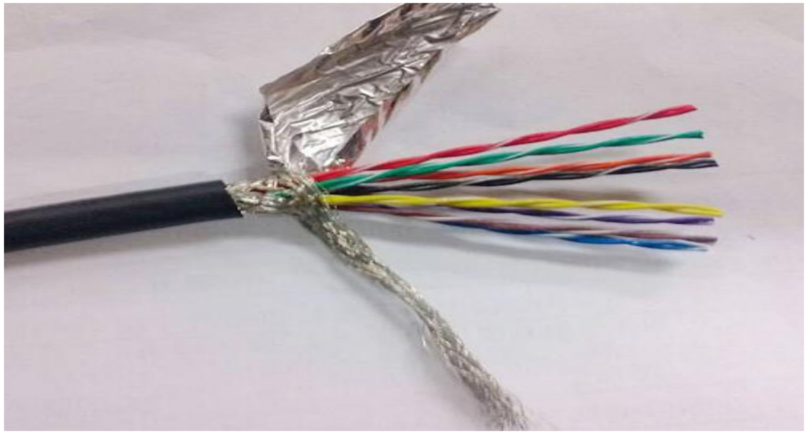
- 空腔内表面不带任何电荷;
- 空腔内部及导体内部电场强度处处为零。

利用空腔导体可以屏蔽外电场，使空腔内的物体不受外电场的影响。



静电屏蔽的应用





屏蔽信号线

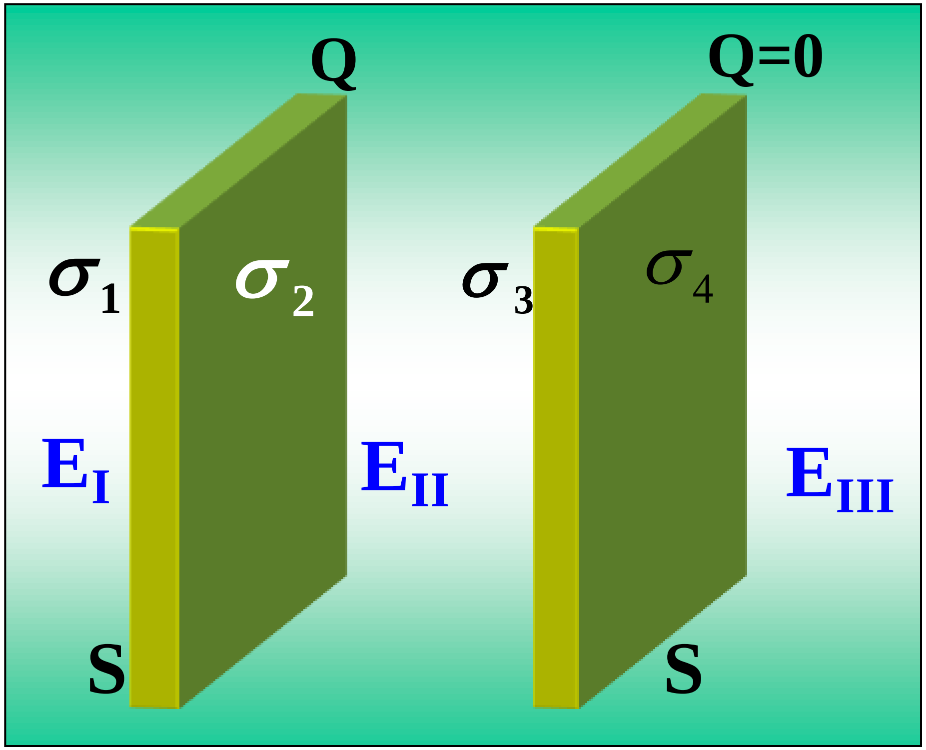
- 在电子仪器、或传输微弱信号的导线中都常用金属壳或金属网作静电屏蔽。

有导体存在时静电场的分析与计算

例： 两块平行放置的面积为S的金属板，各带电量Q、0，板距与板的线度相比很小。

求： ① 静电平衡时，金属板电荷的分布和周围电场的分布。

② 若把第二块金属板接地，以上结果如何？



依据： **静电平衡条件**

电荷守恒

高斯定理