第13章

稳恒电流和磁场的描述

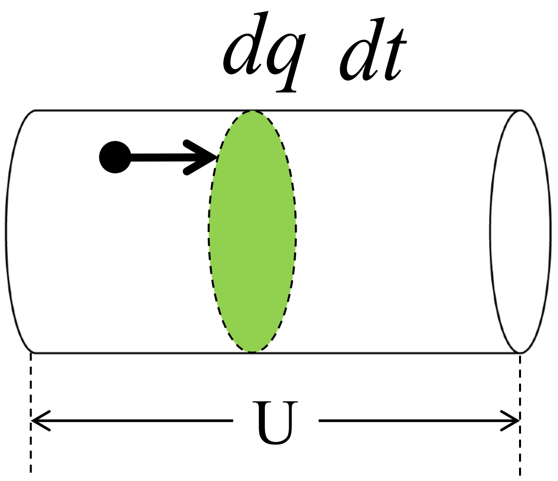
本章目录

13.1 电流强度、电流密度和欧姆定律的微观形式

一、电流强度

单位时间内通过任一截面的电量，叫做**电流强度**。

$$I = \frac{dq}{dt}$$



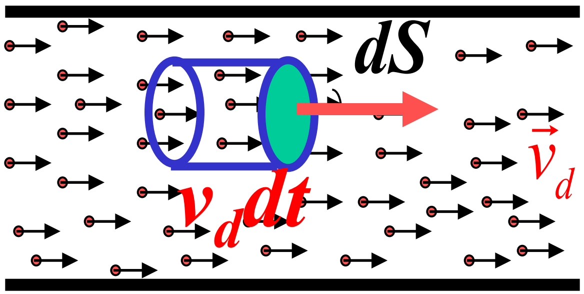
n：导体中自由电子数密度

v_d：每个电子的漂移速度

电流的形成：自由电荷的定向运动(漂移)

电荷的运动
- 热运动：无规则运动——不产生电流
- 漂移运动:电场作用下的运动 ——产生电流

电流强度与电子漂移速度的关系



导体的电流强度

$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{nev_d dt}{dt}dS=nev_d dS$$

n：导体中自由电子数密度

e：电子的电量

v_{d}：每个电子的漂移速度

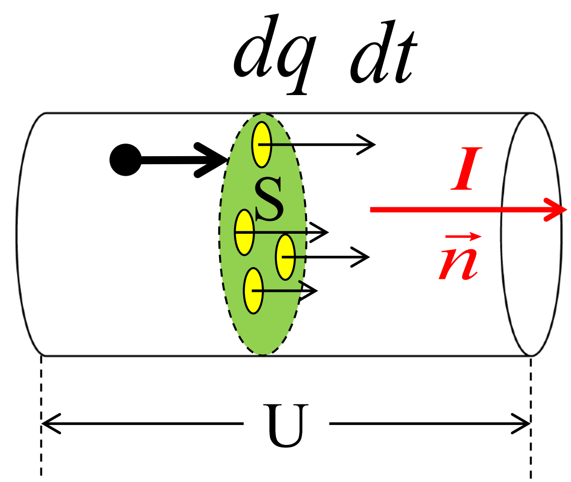
在dt时间内，长为dl=v_{d}dt、横截面积为dS 的圆柱体内的自由电子都要通过横截面积dS；

此圆柱体内的**自由电子数**为$ndSv_{\mathrm{d}}$dt，**电量**为dq=$nedSv_{\mathrm{d}}$dt；

漂移速度: 平均定向运动速度

二、电流密度矢量 $\vec{J}$

$$\vec{J}=\frac{dI}{dS_{\perp}}\vec{n}=\frac{dq/dt}{dS_{\perp}}\vec{n}$$



$$\vec{J}=ne\vec{v}_d$$

电流密度矢量:

方向：空间某点处电流的方向；

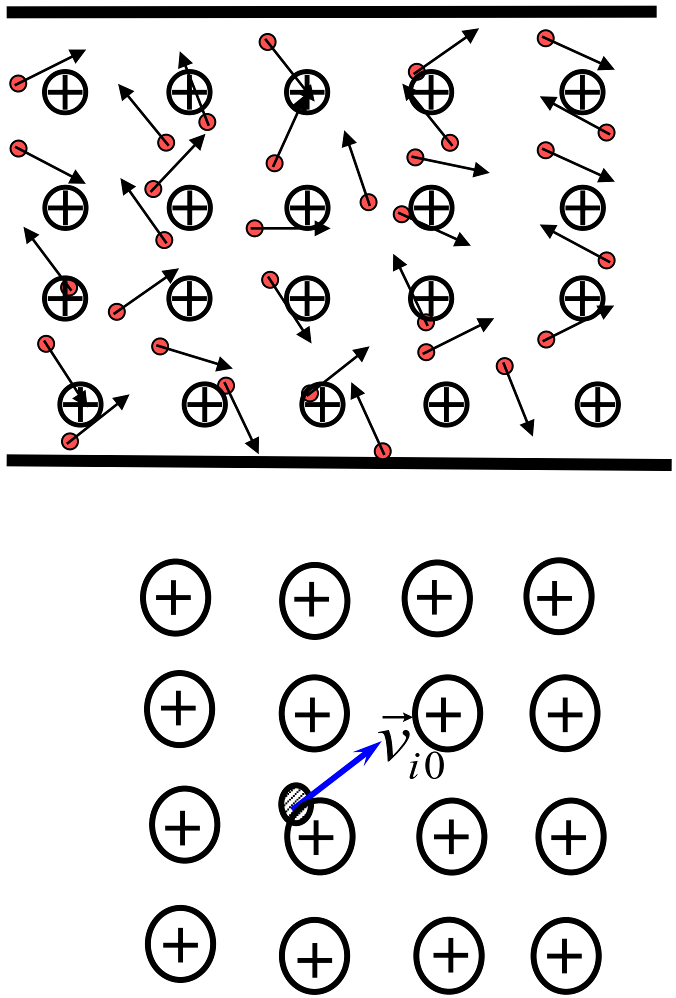
大小：该点附近垂直电流方向的单位截面上的电流

通过任意截面的电流 $I=\int dI=\int \vec{J}\cdot d\vec{S}$

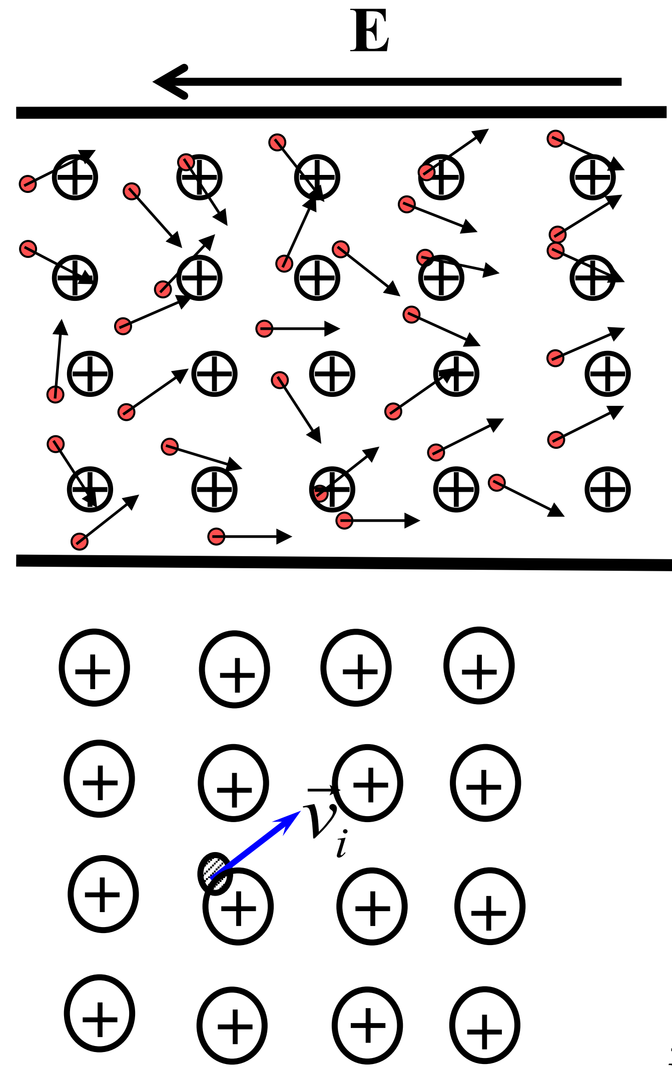
引入电流密度矢量的必要性：

描述导体中**电流分布**的物理量——电流密度矢量

三、欧姆定律的微分形式

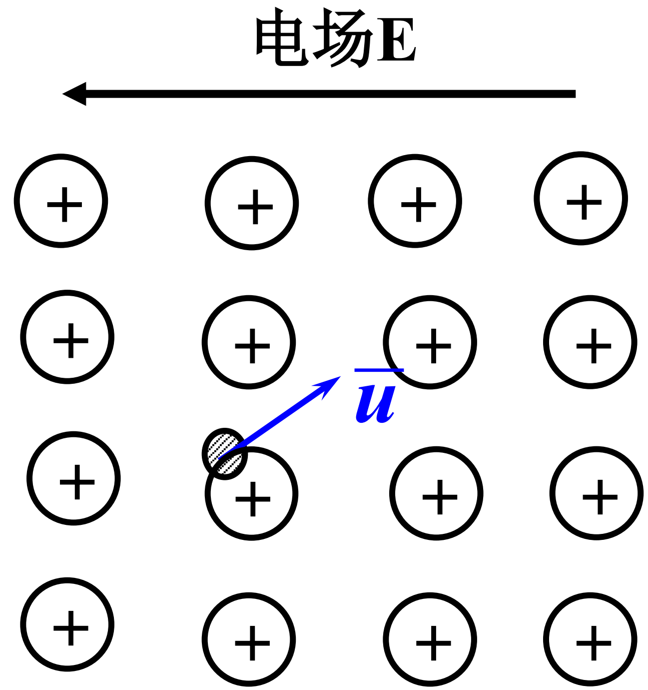


无电场 $\bar{v}=0$



电场E $\vec{v}_i = \vec{v}_{0i} + \dfrac{e\vec{E}}{m} t_i$

电场E $\vec{v}_i = \vec{v}_{0i} + \frac{e\vec{E}}{m} t_i$



求某一时刻t的平均速度

$$\overline{\vec{v}_i} = \overline{\vec{v}_{0i}} + \overline{\frac{e\vec{E}}{m} t_i}$$

由于v_{0i}的任意性,其平均值为0

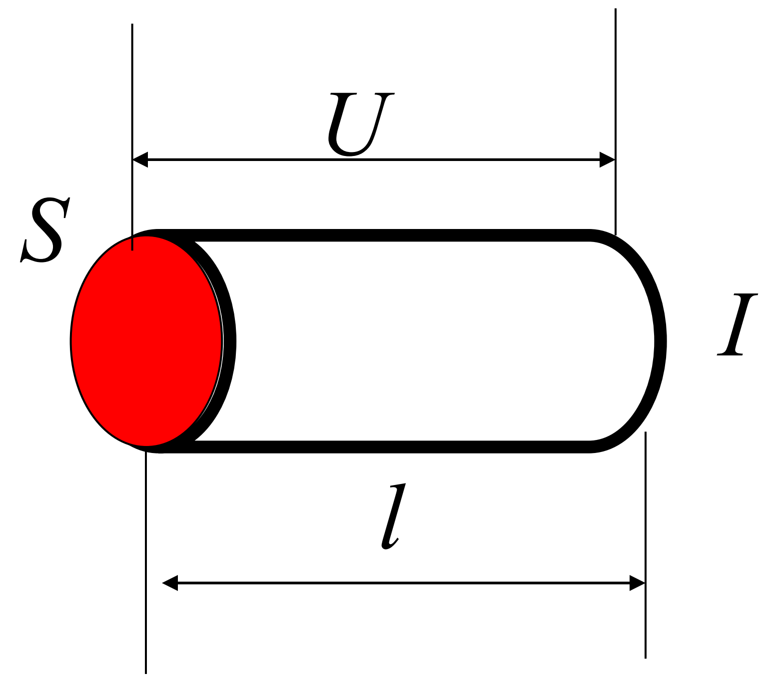
平均自由飞行时间 $\tau = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i}{n}$

平均速度 $\bar{\vec{v}} = \frac{e\tau}{m}\vec{E}$

$$\vec{J} = ne\bar{v} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$ ——欧姆定律的微分形式

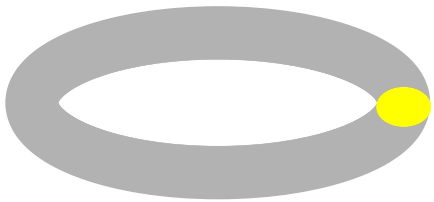
$$定义\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{1}{\rho} \qquad \vec{J} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$



$$\left.\begin{array}{l} E = \dfrac{U}{l} \\[2ex] J = \dfrac{I}{S} \\[2ex] J = \sigma E \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \dfrac{I}{S} = \sigma \dfrac{U}{l} \\[3ex] R = \rho \dfrac{l}{S} \end{array}$$

$$U = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{S} I = \rho \frac{l}{S} I = RI$$ ——**欧姆定律**

例：北京正负电子对撞机的储存环的周长*l*是240m的近似圆形轨道，求当环中电子电流强度是8mA时，在整个环中有多少电子在运行。已知电子的速率接近光速。



电子运动一周的时间 $t = \dfrac{l}{v}$

在一周时间时间内，通过横截面积的电量 $Q = It$

在一周时间时间内，所有的电子通过横截面积，因此

$$Q = Ne$$

在整个环中电子数目

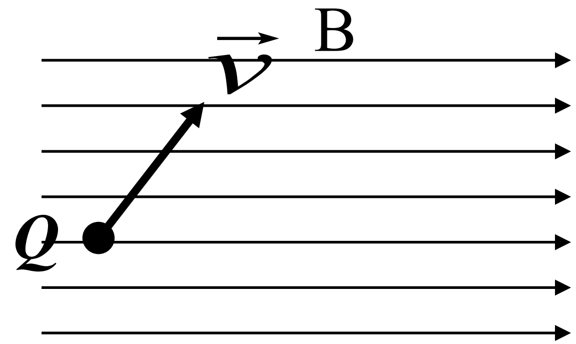
$$N = \frac{Q}{e} = \frac{Il}{ec} = 4 \times 10^{10} \quad （个）$$

13.2 磁场的物理描述方法和几何描述方法

一、磁感应强度

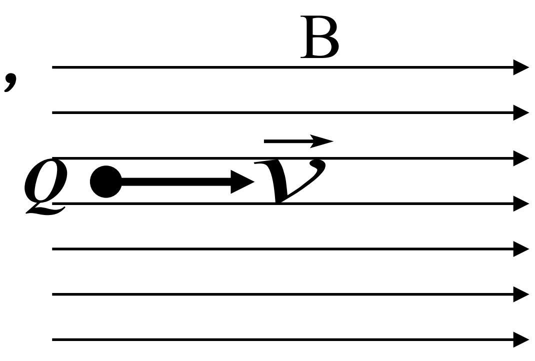
运动电荷在磁场中要受到磁力作用，实验证明：

① 磁力大小和电荷运动方向有关；



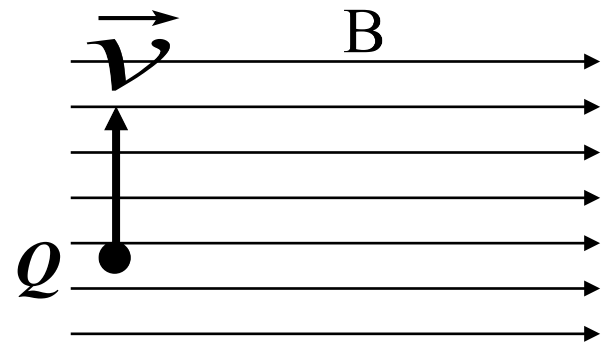
$$\vec{F}_m \sim \vec{v}$$

② 当电荷沿磁场方向运动时磁力为零，即磁力为零的方向为磁场的方向。



③ 当电荷运动方向和磁场方向垂直时，所受磁力最大。

且 $F_m \propto qv$ 而比值 $\dfrac{F_m}{qv}$ 和qv无关。

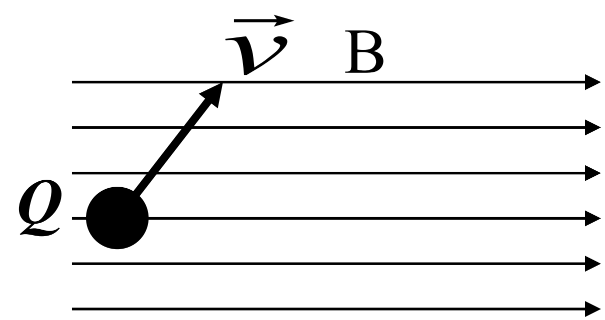


定义**磁感应强度**B 的大小：

$$B = \frac{F_m}{qv}$$

④ q_0沿其他方向运动时，所受磁力的方向总与磁感应强度B的方向垂直，也与电荷q_0速度的方向垂直：

$$\vec{F}_m = q_0 \vec{v} \times \vec{B}$$



关于磁感应强度的讨论：

① 磁感应强度是反映磁场性质的物理量，与磁场中的运动电荷 无关。

② 磁感应强度是矢量，方向为$\vec{F}_m \times \vec{v}$ 的方向。

（其中$\vec{v}$为正电荷运动方向）

③ 磁感应强度的单位：T（特斯拉）（SI）

工程上单位常用高斯（G） $1\mathrm{T} = 10^4\,\mathrm{G}$

④ 叠加原理： $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$

若一个运动电荷在另外的运动电荷（如：电流或永磁体）周围运动时，所受作用力：

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

电场力：$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$　　磁场力：$\vec{F}_m = q_0 \vec{v} \times \vec{B}$

总的作用力：

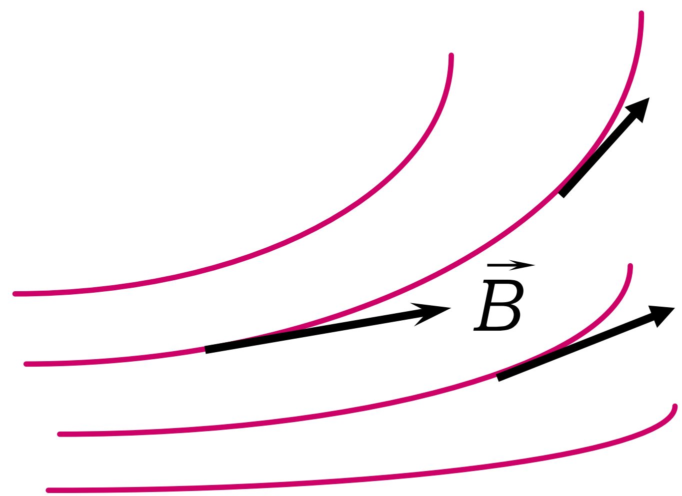
$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q_0 \vec{E} + q_0 \vec{v} \times \vec{B}$$

--洛伦兹力公式

二、磁力线和磁通量

1. 磁力线

在磁场中画一组曲线，曲线上每一点的切线方向与该点的磁场方向一致，这一组曲线称为磁力线。

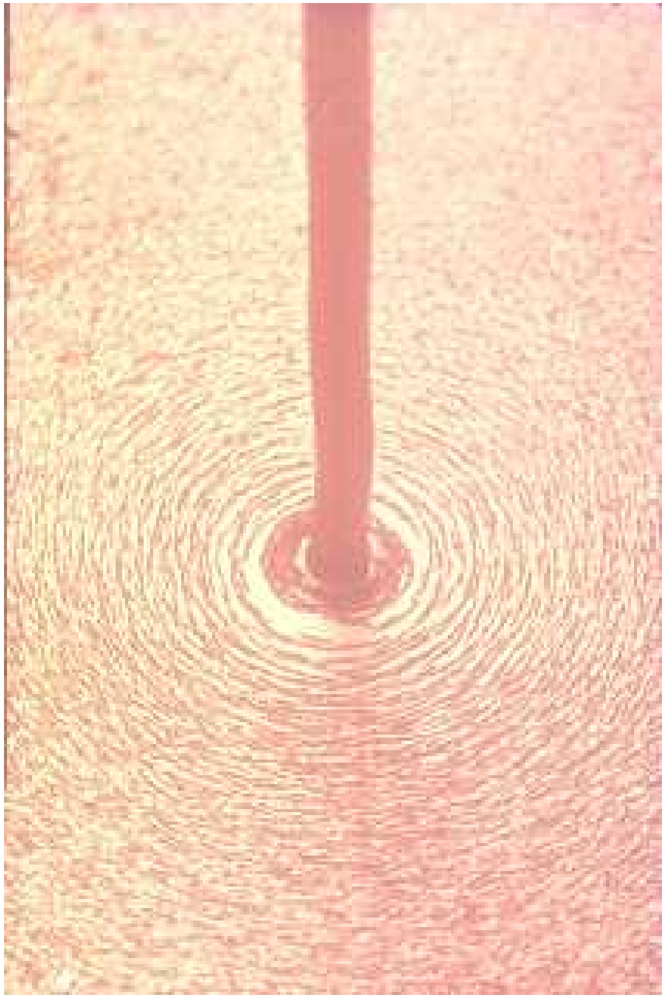


***磁力线描述磁场的方法**

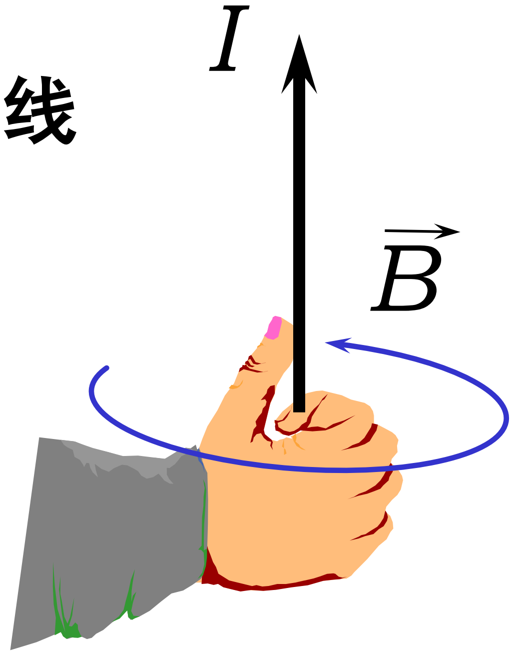
①方向：曲线上一点的切线方向和该点的磁场方向一致。

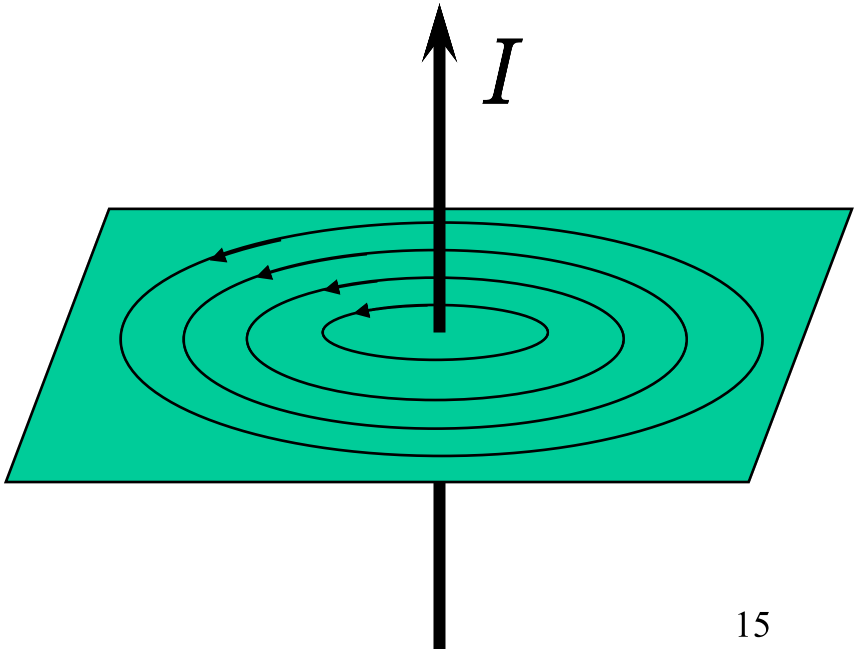
②大小：磁力线的疏密反映磁场的强弱。

直线电流的磁力线



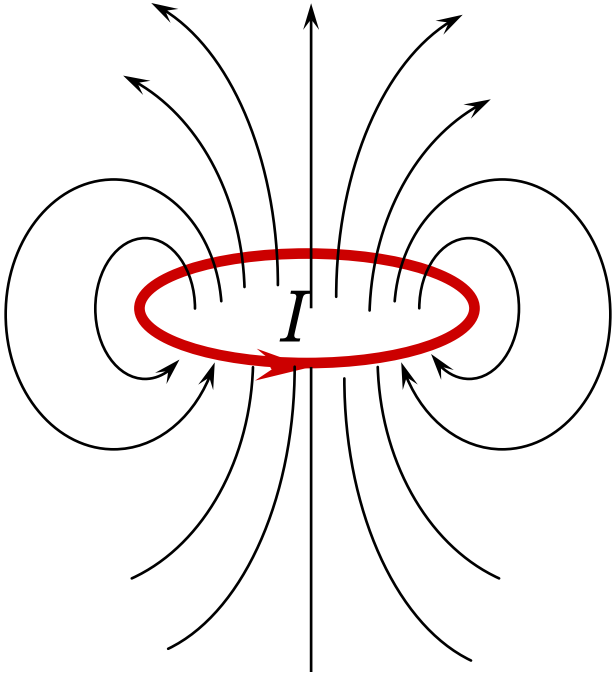
直线电流的磁力线



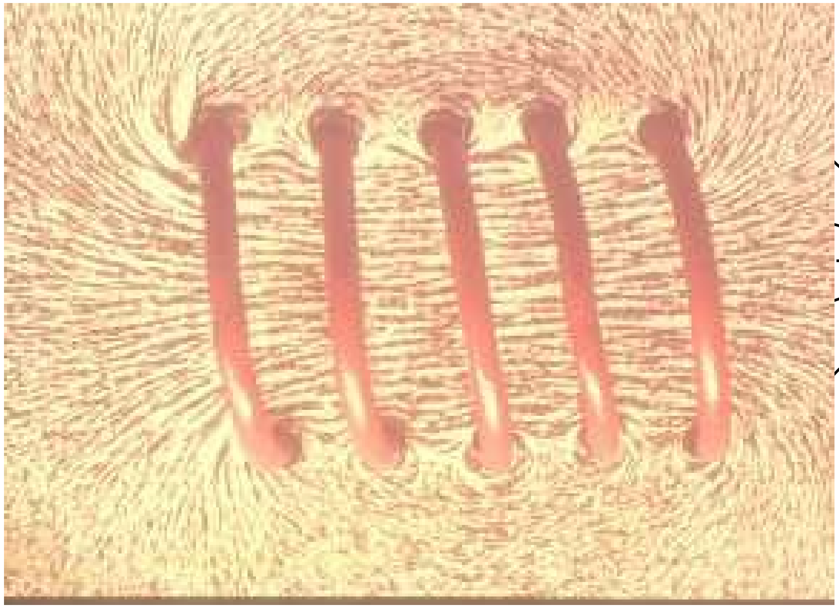


圆电流的磁力线

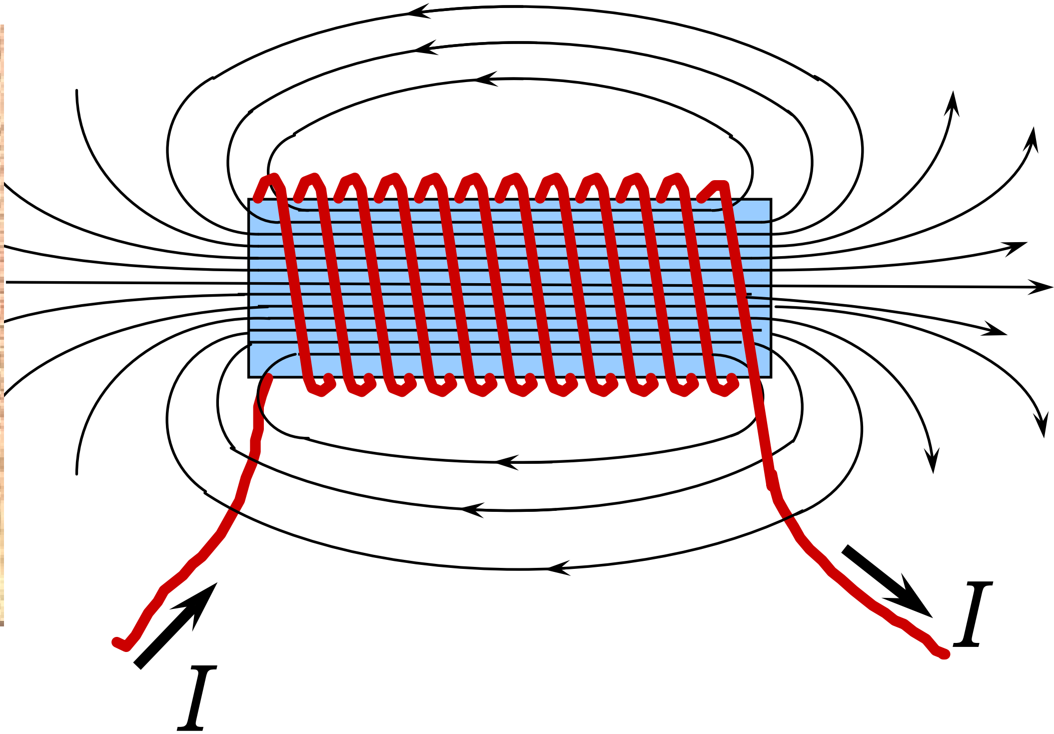
圆形电流的磁力线

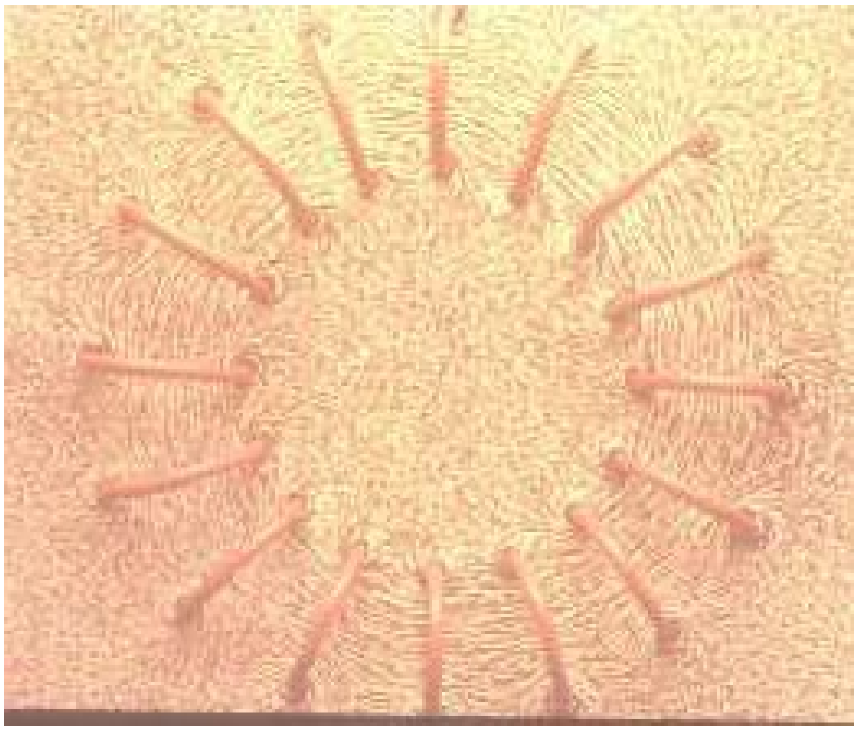


通电螺线管的磁力线

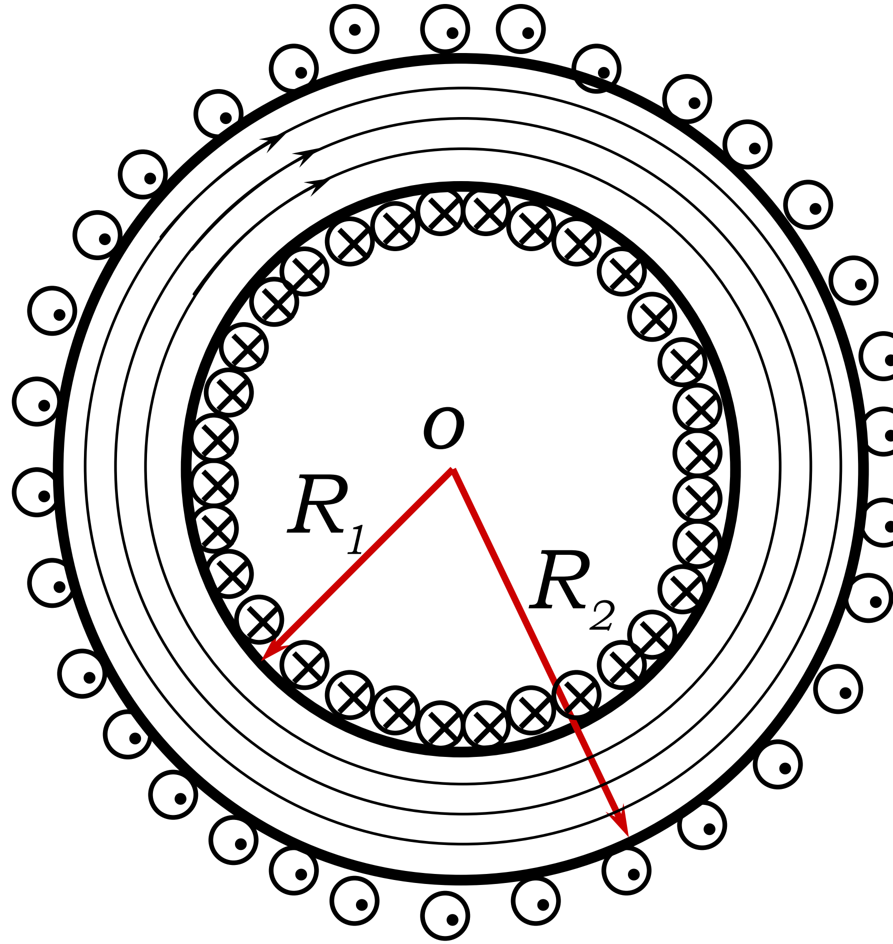


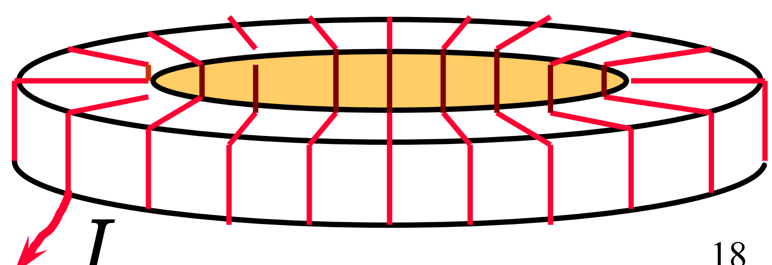
直螺线管电流的磁力线





环形螺线管电流的磁力线





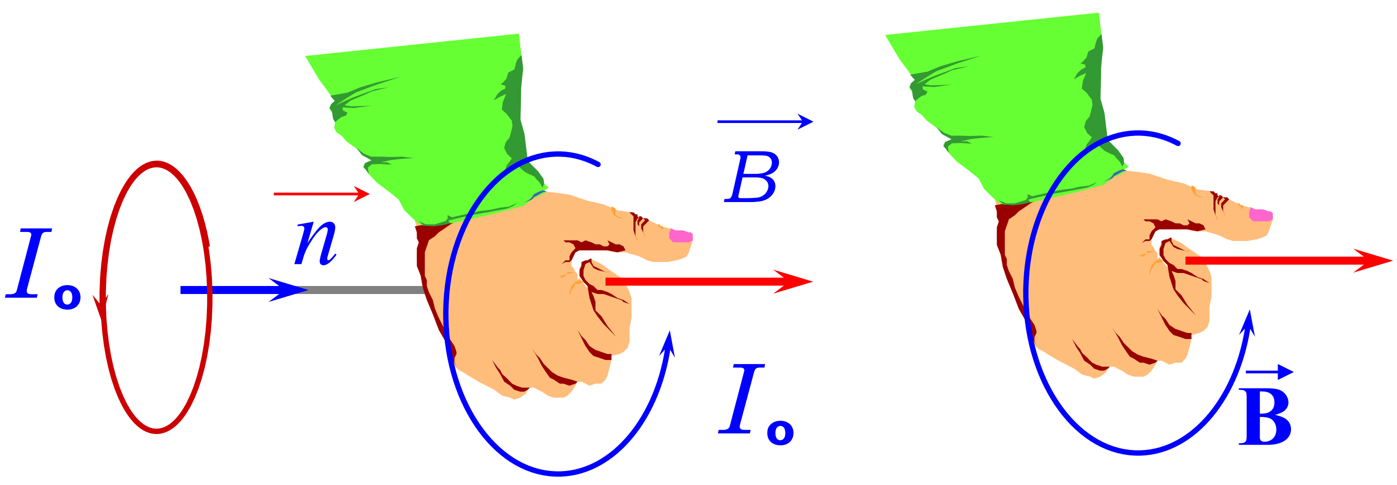
对载流长直导线、载流圆环导线和载流螺线管的磁场分布的研究，有以下结论(磁感应线性质)：

①磁感应线不会相交

②磁感应线是闭合曲线，无头无尾

③磁感应线的环绕方向与电流方向之间的关系服从右手螺旋定则

④磁感应线的疏密表示磁感应强度的大小，磁感应线密集处，磁感应强度大；稀疏处，磁感应强度小



2. 磁通量

通过磁场中任一面的磁力线数称为通过该面的磁通量。

用Φ_m表示。 假设S为任意闭合曲面

$$\Phi_m = \oint_S B dS \cos\theta = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

磁通量与磁场大小,面积大小和它们的夹角也有关系

规定：dS正方向为曲面上由内向外的法线方向。

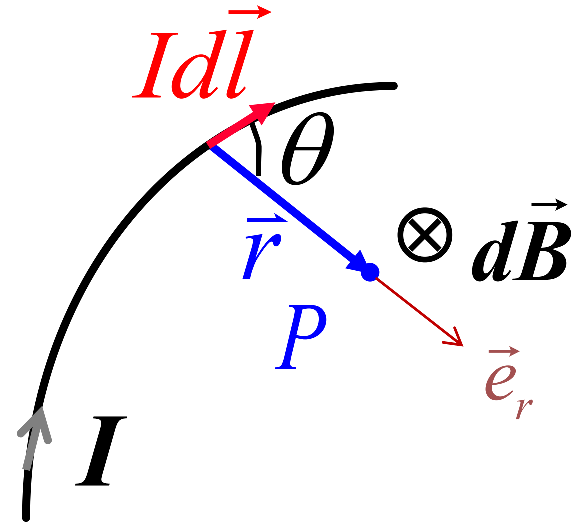
则：磁力线穿入Φ_m为负，穿出Φ_m为正。

13.3 从电流元的磁场到稳恒电流产生的磁场

一、电流元的磁场：毕奥—萨伐尔定律

表述：电流元 $Id\vec{l}$ 在空间 P 点

产生的磁场 $d\vec{B}$ 为：



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{4\pi r^2}$$

大小：$dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Idl\sin\theta}{r^2}$

方向：右手螺旋定则

在国际单位制中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m 称为真空磁导率。

磁感应强度遵从**叠加原理**：设有若干个电流元中的每一个都产生各自的磁场，当这些电流元同时存在时，在空间某点的总磁感应强度等于所有电流元单独存在时在该点产生的磁场的磁感应强度的矢量和 。

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i \qquad \vec{B} = \int_L d\vec{B} = \int_L \frac{\mu_o I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$B = \int_L \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

例1：直线电流的磁场。

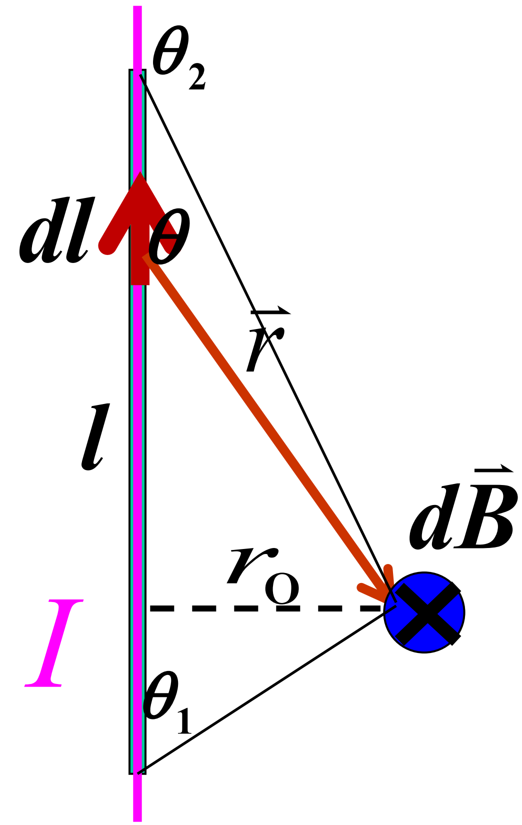
$$B=\int_L \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

因为各电流元产生的磁场方向相同，磁场方向垂直纸面向里，所以求标量积分即可。

$$B=\int_L \frac{\mu_0 I\cdot r_0 d\theta\cdot\sin\theta}{4\pi\sin^2\theta\cdot r_0^{\ 2}/\sin^2\theta}$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$



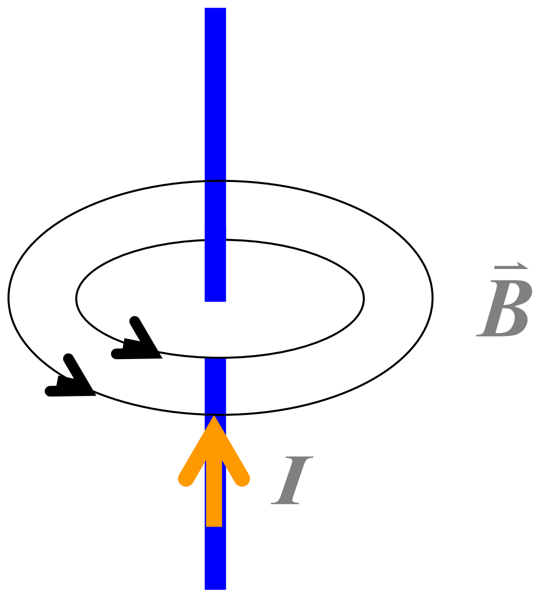
$$l=-r_o ctg\theta$$

$$r_o=r\sin\theta$$

$$dl=r_0\frac{d\theta}{\sin^2\theta}$$

直线电流的磁场

$$B=\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

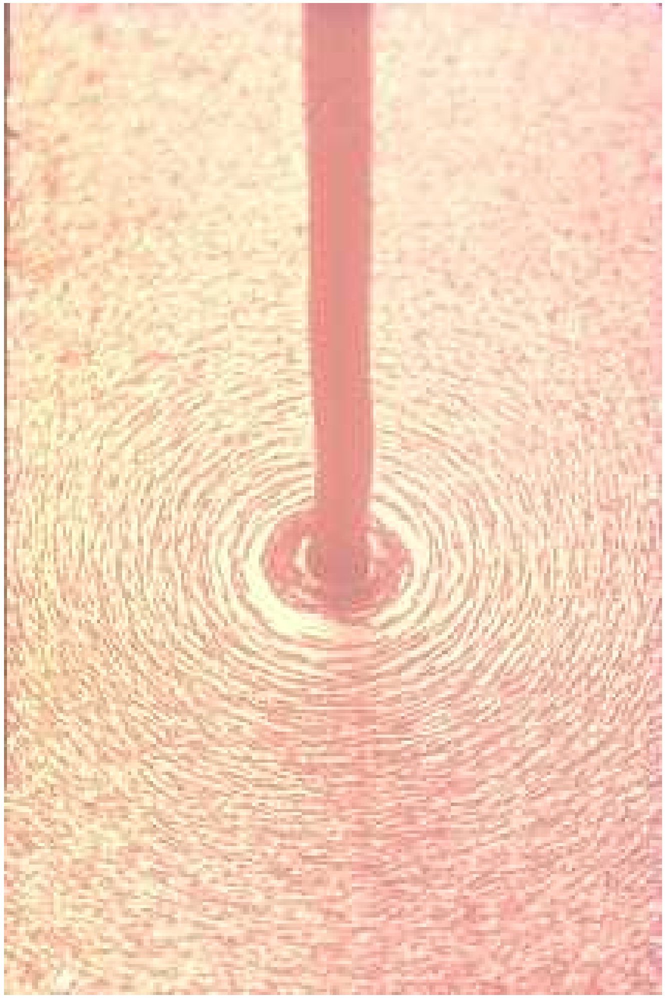


磁感应强度$\vec{B}$的方向，与电流成右手螺旋关系，拇指表示电流方向，四指给出磁场方向。

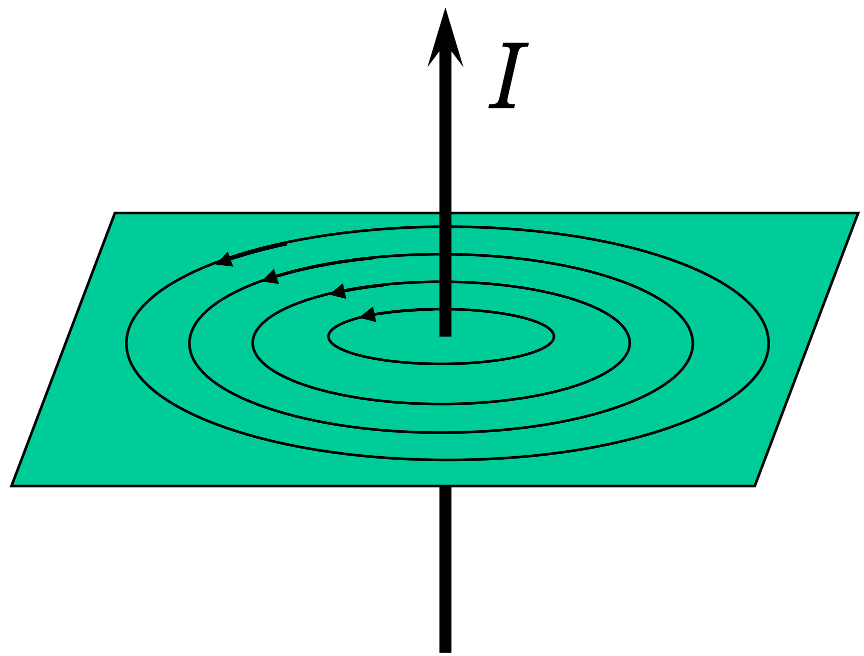
讨论：当直线电流为“无限长”时

$$\theta_1=0 \qquad \theta_2=\pi \qquad B=\frac{\mu_o I}{2\pi r_o}$$

直线电流的磁力线



直线电流的磁感线



$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi r_o}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

例2: 载流圆线圈在其轴上的磁场

分析其磁场方向只有沿轴的分量，
垂直于轴的分量和为零。

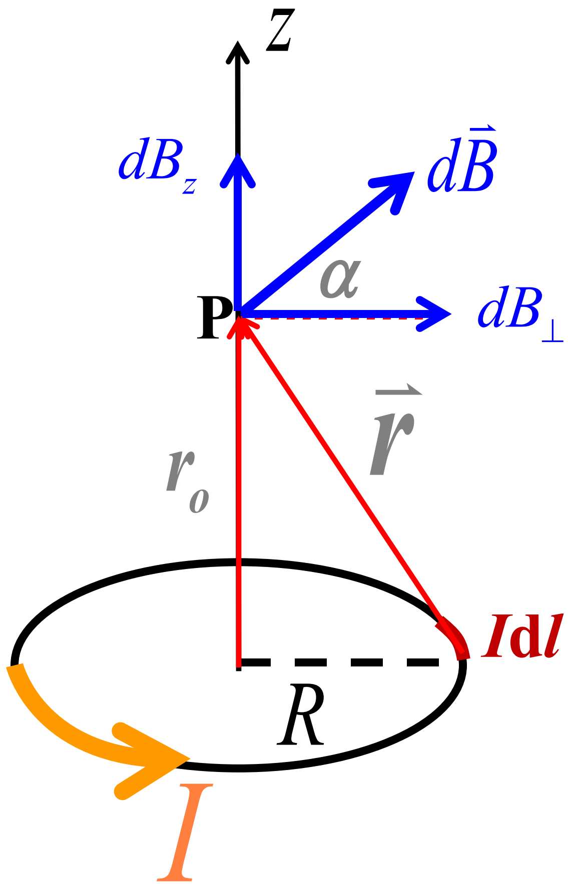
$$B_z = \oint dB \sin\alpha$$

根据**毕奥—萨伐尔定律**

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi r^2} dl$$

代入以上积分不变量：

$$B_z = \frac{\mu_0 I \cdot R}{4\pi r^3} \oint dl$$

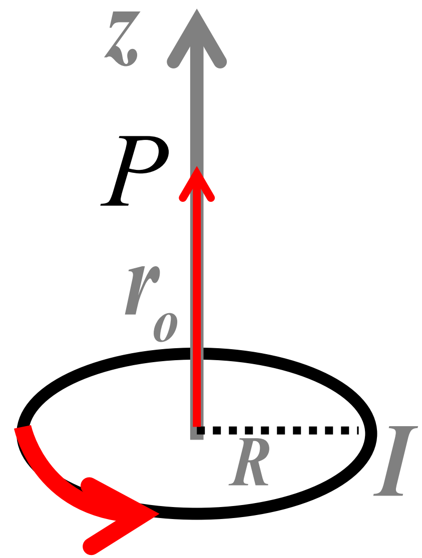


$$r^2 = r_0^2 + R^2$$

$$\sin\alpha = R / r$$

$$\oint dl = 2\pi R$$

$$B_z=\frac{\mu_0 R^2 I}{2r^3}=\frac{\mu_o R^2 I}{2(R^2+r_0^2)^{3/2}}$$



对圆环电流而言，在圆环轴线上一点的磁场，磁场方向与电流满足右手螺旋法则。

磁矩 $\vec{m}=I\pi R^2\vec{n}$ $\qquad \vec{B}=\dfrac{\mu_0\vec{m}}{2\pi r^3}$

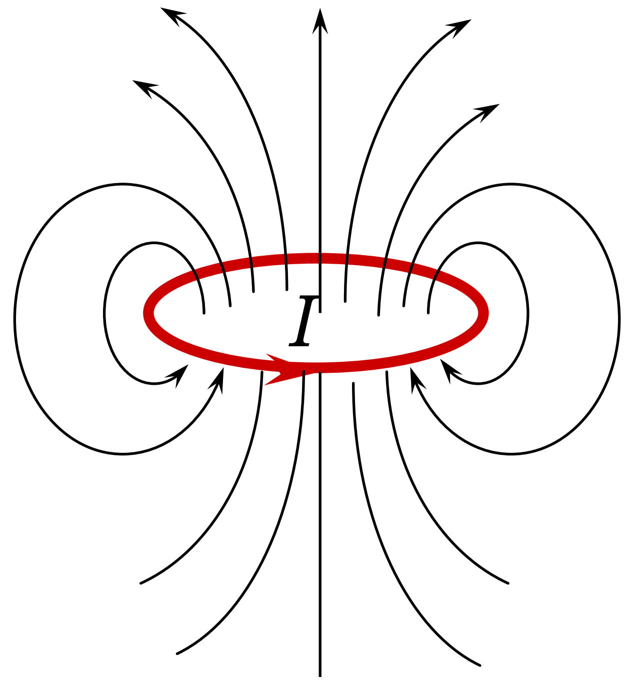
特殊的情况：

(1)圆电流环中心的场强 $r_0=0 \qquad B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

(2)在轴上很远的地方，即 $r_0 \gg R \quad \vec{B}=\dfrac{2\mu_0\vec{m}}{4\pi r_0^3}$

圆环电流的磁力线

圆形电流的磁感线



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi r^3}$$