大学物理

本章主要内容

1、理想气体状态方程：

$$pV = \nu RT = \frac{M}{M_{mol}}RT \qquad \frac{pV}{T} = 常量$$

2、理想气体压强公式：

$$p = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\overline{\omega}$$

$$P = n\,kT$$

3、理想气体温度公式：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

4、理想气体内能：

$$E = \frac{M}{M_{mol}}\frac{i}{2}RT$$

5、麦克斯韦速率分布律：

$$f(v)=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}v^{2}e^{-mv^{2}/2kT}$$

6、三种速率：

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{mol}}}\approx 1.59\sqrt{\frac{RT}{M_{mol}}}$$

$$\sqrt{\overline{v^{2}}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}}\approx 1\cdot 73\sqrt{\frac{RT}{M_{mol}}}$$

$$v_{p}=\sqrt{\frac{2kT}{m}}=\sqrt{\frac{2RT}{M_{mol}}}\approx 1\cdot 41\sqrt{\frac{RT}{M_{mol}}}$$

说明下列各量的物理意义：

1. $f(v)dv$

2. $Nf(v)dv$

3. $nf(v)dv$

4. $\int_{v_1}^{v_2} f(v)dv$

5. $\int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv$

6. $\int_{0}^{\infty} f(v)dv$

7. $\int_{0}^{\infty} v^2 f(v)dv$

解:

$$f(v)=\frac{dN}{Ndv}$$

1. $f(v)dv=\dfrac{dN}{N}$

—— 分布在速率 v 附近 $v\sim v+\mathrm{d}v$ 速率区间内的分子数占总分子数的比率。

2. $Nf(v)dv=dN$

—— 分布在速率 v 附近 $v\sim v+\mathrm{d}v$ 速率区间内的分子数。

3. $nf(v)dv=\dfrac{N}{V}\cdot\dfrac{dN}{N}=\dfrac{dN}{V}$

—— 单位体积内分子速率分布在速率 v 附近 $v\sim v+\mathrm{d}v$ 速率区间内的分子数。

$$4.\int_{v_1}^{v_2} f(v)dv = \int_{N(v_1)}^{N(v_2)} \frac{dN}{N}$$

—— 分布在有限速率区间 $v_1 \sim v_2$ 内的分子数占总分子数的比率。

$$5.\int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv = \int_{N(v_1)}^{N(v_2)} dN$$

—— 分布在有限速率区间 $v_1 \sim v_2$ 内的分子数。

$$6.\int_{0}^{\infty} f(v)dv = 1$$

—— 分布在 0 ～ ∞ 速率区间内的分子数占总分子数的比率。（归一化条件）

$$7.\int_{0}^{\infty} v^2 f(v)dv = \overline{v^2}$$

—— v^2 的平均值。

如何在物理上处理运动这个现象？

1：如何描述这么复杂的运动？
物质--〉质点　　　　　　　　质点运动学（第一章）

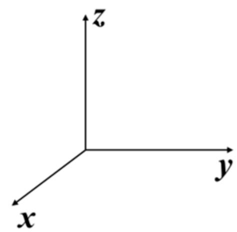
2：物质为何会运动？
　　　　力与运动的关系？
质点动力学（第二章 牛顿运动定律）

3：力与运动有密切关系！
力作用在物体上的时间：
　　　　　　　　　　　力的时间效应　动量与角动量（第三章）
力作用在物体上使物体运动：
　　　　　　　　　　　力的空间效应　功与能　（第四章）

4：牛顿力学在刚体中的具体应用！（第五章 刚体的定轴转动）

5：物体在高速下的运动？（第六章 狭义相对论）

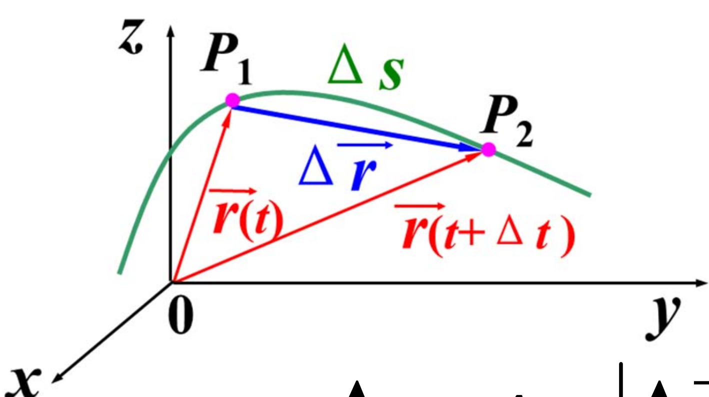
参考系 、坐标系

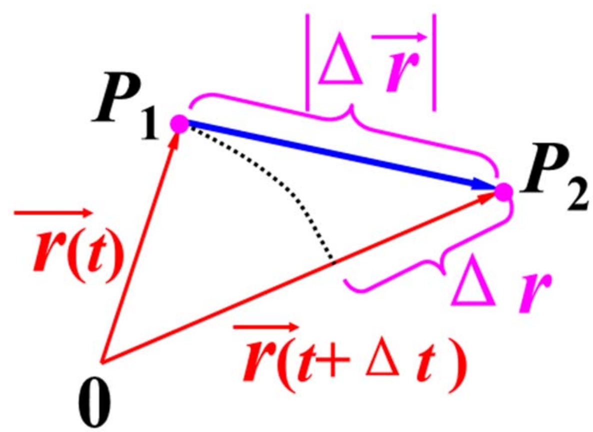


质点的位置矢量 $\vec{r}=\vec{r}(x,y,z)$

运动函数 $\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$

位移，路程





$\Delta s \neq |\Delta\vec{r}|$，但 $\mathrm{d}s=|\mathrm{d}\vec{r}|$；

$|\Delta\vec{r}|\neq\Delta r$，$|\mathrm{d}\vec{r}|\neq\mathrm{d}r$

速度，加速度

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{r}}$$

$$v = \left|\vec{v}\right| = \frac{\left|\mathrm{d}\vec{r}\right|}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$ 速度大小（速率）

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{r}}$$ 速度

加速度：$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{\vec{r}}$

$\vec{r}(t_1)$, $\vec{r}(t_2)$, $\vec{r}(t_3)$...... $\vec{r}(t_n)$ 位置矢量

$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ 运动函数

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k} \qquad \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y} + \frac{dz}{dt}\hat{z} \qquad \vec{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} + v_z\hat{z} \qquad v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \qquad \vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{x} + \frac{dv_y}{dt}\hat{y} + \frac{dv_z}{dt}\hat{z}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{x} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{y} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{z} \qquad \vec{a} = a_x\hat{x} + a_y\hat{y} + a_z\hat{z} \qquad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

匀加速运动

$\vec{a}$ 为常矢量，和 $\vec{v}_0$ 在一条直线上 自由落体

$\vec{a}$ 为常矢量，和 $\vec{v}_0$ 不在一条直线上 抛体运动

圆周运动

角位移 $\Delta\theta$ 角速度 $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}$

角加速度 $\alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \ddot{\theta}$

线速度 $v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dfrac{R\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = R\omega$

$$\boxed{a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}}$$ — 切向加速度
(tangential acceleration)

a_t是引起速度大小改变的加速度。

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$ — 法向加速度
(normal acceleration)

或 向心加速度
(centripetal acceleration)

a_n是引起速度方向改变的加速度。

角量与线量的关系

$$\text{线量}\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{v} = R\omega \\[2ex] a_t = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = R\alpha \\[2ex] a_n = \dfrac{\boldsymbol{v}^2}{R} = R\omega^2 \end{array}\right\}\text{角量}$$

相对运动

位移关系：

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0}$$

速度关系：

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}}$$

伽利略变换　　绝对时空观

绝对时空观只在 $u << c$ 时才成立。

牛顿运动定律　　　　只适用于惯性系

常见的几种力

非惯性系？　　　　　　惯性力

$$\boxed{\vec{F} + \vec{F}_0 = m\vec{a}'}$$

— 非惯性系中的牛顿第二定律

惯性力是参考系加速运动引起的附加力，本质上是物体惯性的体现。

冲量，动量

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{p}}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}\,t} \quad \Longrightarrow \quad \vec{F}dt = d\vec{p}$$

质点动量定理

$$\left\{\begin{array}{ll} \boxed{\mathrm{d}\,\vec{I} = \vec{F}\,\mathrm{d}\,t = \mathrm{d}\,\vec{p}} & \text{（微分形式）} \\ \boxed{\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,\mathrm{d}t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1} & \text{（积分形式）} \end{array}\right.$$

动量守恒定理

质点系：
$$\sum_i (\vec{F}_i + \sum_{j \neq i} \vec{f}_{ij}) \mathrm{d}t = \sum_i \mathrm{d}\vec{p}_i$$

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{外} \cdot \mathrm{d}t = \vec{P}_2 - \vec{P}_1}$$ —质点系动量定理

合外力为零时 质点系的动量守恒

变质量系统

质心

$$\boxed{\vec{r}_C = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}} \quad (m = \sum m_i)$$

质点位置以质量为权重的平均值。

质点系的总动量 $\boxed{\vec{P} = m\vec{v}_C}$

质点系动量守恒和质心匀速运动等价

质心系是零动量参考系

质点的角动量

对定点 O 的力矩 $\boxed{\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}}$

$$\boxed{\vec{M}=\frac{d}{dt}(r\times p)=\frac{dL}{dt}}$$

$$\boxed{\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times(m\vec{v})}$$

于是有 $\boxed{\vec{M}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}}$

或 $\boxed{\mathrm{d}\vec{L}=\vec{M}\,\mathrm{d}t}$

质点角动量定理

（微分形式）

角动量守恒定律

$$\boxed{\vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}}$$

若 $\vec{M} = 0$，则 $\vec{L} =$ 常矢量

——质点角动量守恒定律

$$\vec{M} = 0 \begin{cases} \vec{F} = 0, \\ \vec{F}\text{过}O\text{点：中心力（如行星受中心恒星的万有引力）} \end{cases}$$

功

A到B做功 $$W_{AB}=\sum_i \Delta W_i=\sum_i \vec{F}_i\cdot\Delta\vec{r}_i=\int_A^B \vec{F}_i\cdot d\vec{r}_i$$

$$\overline{P}=\frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\boxed{P=\frac{dW}{dt}}$$

•单位：瓦特（W）

动能定理

$$\boxed{\begin{aligned} dA = F \bullet dr &= \frac{dp}{dt} \bullet dr \\ &= mvdv = d(\frac{1}{2}mv^2) \end{aligned}}$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2}mv^2}$$ —— 动能

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{dA = dE_k} \\ \boxed{A_{12} = E_{k2} - E_{k1}} \end{array}\right\}$$ 动能定理

动能定理（或功能定理）：合外力对质点做的功等于质点动能的增量

$$\boxed{A_{外} + A_{内} = E_{k2} - E_{k1}}$$

质点系动能定理

保守力与势能

$$\boxed{\oint_L \vec{f}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = 0}$$

一力的功与相对移动的路径无关，而只决定于相互作用物体的始末相对位置，保守力

系统由位形(1)变到位形(2)的过程中，其势能的减少(增量的负值)等于保守内力的功。

$$\boxed{E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p = A_{保12}}$$

机械能守恒定律

对质点系有： $\boxed{A_{外}+A_{内}=E_{k2}-E_{k1}}$

$$A_{内}=A_{内保}+A_{内非}\quad=-(E_{p2}-E_{p1})+A_{内非}$$

$$A_{外}+A_{内非}=(E_{k2}+E_{p2})-(E_{k1}+E_{p1})$$

引入系统的机械能 $\boxed{E=E_k+E_p}$

功能原理
$$\left\{\begin{array}{ll}\boxed{A_{外}+A_{内非}=E_2-E_1} & （积分形式）\\ \boxed{\mathrm{d}A_{外}+\mathrm{d}A_{内非}=\mathrm{d}E} & （微分形式）\end{array}\right.$$

在只有保守内力作功时，系统的机械能不变。

即 $$\boxed{\text{若}\ \mathrm{d}\boldsymbol{A}_{\text{外}}=0\ \text{且}\ \mathrm{d}\boldsymbol{A}_{\text{内非}}=0\text{，则}\ \boldsymbol{E}=\text{常量}}$$

——机械能守恒定律

显然，孤立的保守系统机械能守恒。

碰撞

- 完全弹性碰撞：　系统动能守恒
- 非弹性碰撞：　系统动能不守恒
- 完全非弹性碰撞：　系统以相同的速度运动

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}$$

完全非弹性碰撞：

$e=0$，$v_2=v_1$

完全弹性碰撞：

$e=1$，$v_2-v_1 = v_{10}-v_{20}$

非完全弹性碰撞：

$0<e<1$

流体

理想流体

- **稳定流动:** 空间各点流速不随时间而变, 即 $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z)$

伯努利方程 $p + \rho gh + \rho v^2/2 =$ 恒量

力 $\vec{F}$

时间积累 $\vec{I}=\int\vec{F}\mathrm{d}t$ $\xrightarrow[\text{牛II}]{\text{质点}}$ $\vec{P}=m\vec{v}$, $\vec{I}=\Delta\vec{P}$ $\xrightarrow[\text{牛III}]{\text{系}}$ $\vec{I}_{外}=\Delta\vec{P}$ $\longrightarrow$ $\vec{F}_{外}=0$, $\vec{P}=\vec{C}$

空间积累 $W=\int\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$

$\xrightarrow[\text{牛II}]{\text{质点}}$ $E_k=\frac{1}{2}mv^2$, $W=\Delta E_k$ $\xrightarrow{\text{系}}$ $W_{外}+W_{内}=\Delta E_k$

$\xrightarrow[\text{力}]{\text{一对}}$ $\oint\vec{f}_{保}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=0$ $\xrightarrow[\text{牛III}]{\text{系}}$ $E_{p1}=\int_{(1)}^{(0)}\vec{f}_{保}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$, $W_{保}=-\Delta E_p$

$\longrightarrow$ $E=E_k+E_p$, $W_{外}+W_{内非}=\Delta E$ $\longrightarrow$ $\mathrm{d}W_{外}=0$, $\mathrm{d}W_{内非}=0$, $E=C$

转动效应 $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$ $\xrightarrow{\text{质点}}$ $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{P}$, $\vec{M}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$ $\xrightarrow[\text{牛III}]{\text{系}}$ $\vec{M}_{外}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$ $\longrightarrow$ $\vec{M}_{外}=0$, $\vec{L}=\vec{C}$

刚体

刚体转动　　定轴转动

$$\boldsymbol{M}_{外z}=\frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{L}_z}{\mathrm{d}\,\boldsymbol{t}}\quad(\text{对 } z \text{ 轴})\qquad \boldsymbol{L}_z=\sum_i \boldsymbol{L}_{iz}=\sum_i \Delta \boldsymbol{m}_i \boldsymbol{v}_i \boldsymbol{r}_{i\perp}$$

$$=(\sum_i \Delta \boldsymbol{m}_i \boldsymbol{r}_{i\perp}^2)\cdot\boldsymbol{\omega}$$

转动惯量　$J=\sum \Delta m_i r_{i\perp}^2$　转动惯量的计算

$$\boxed{\boldsymbol{M}_{外z}=\boldsymbol{J}_z\boldsymbol{\alpha}}$$ ——转动定律

质点系：

对轴： $$\int_{t_1}^{t_2} M_{外z}\,\mathrm{d}t = L_{2z} - L_{1z}$$

刚体： $$L_z = J_z\omega$$

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} M_{外z}\,\mathrm{d}t = J_z\omega_2 - J_z\omega_1}$$

——刚体定轴转动的角动量定理

$$\boxed{M_{外z} = 0\text{，则 } J_z\omega = \mathrm{const.}}$$

定轴转动中的功能关系

力矩的功：

$$\boxed{A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \cdot d\theta}$$

转动动能：

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} J\omega^2}$$

总　结

1：速度　$v=\frac{dr}{dt}$

2：加速度　$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2r}{dt^2}$

3：质量　m

4：力　F

5：运动定理　F=ma

6：动量　p=mv

7：角动量　$L=r\times p$

8：动量定理　$F=\frac{dp}{dt}=\frac{d(mv)}{dt}$

9：动量守恒　$\sum F=0$　$\sum p=const.$

10：力的功　dA=Fdr

11：动能　$E_K=mv^2/2$

12：重力势能　$E_P=mgh$

13：机械能守恒: 只有保守力做功

$E_K+E_P=Const.$

1：角速度　$\omega=\frac{d\theta}{dt}$

2：角加速度　$\alpha=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2}$

3：转动质量　$dJ=r^2dm$

4：力距　$M=r\times F$

5：转动定理　$M=J\alpha$

6：动量　$p=\sum\Delta mv$

7：角动量　$L=J\omega$

8：角动量定理　$M=\frac{dL}{dt}=\frac{d(J\omega)}{dt}$

9：角动量守恒　M=0, L=const.

10：力距的功　$dA=Md\theta$

11：转动动能　$E_K=Jw^2/2$

12：重力势能　$E_P=mgh_C$

13：机械能守恒: 只有保守力做功

$E_K+E_P=Const.$

1. 如图1所示，匀质杆的长度是L，质量为M，静止悬挂在水平光滑的端点轴O处，今有一质量m=M/3的子弹以速度v_0且以45º角射入杆子中部后与杆一起运动。求:

（1）子弹射入后杆的初角速度

（2）子弹与杆碰撞前后对于O点角动量增量的大小。

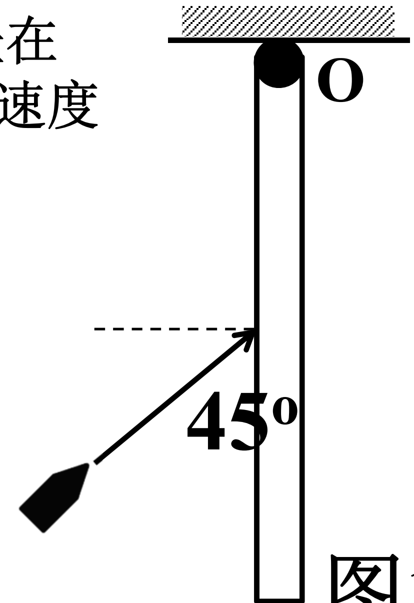


图1

解：(1)由系统的角动量守恒，有

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{l}{2}mv_0=\left[m\left(\frac{l}{2}\right)^2+\left(\frac{l}{3}\right)^2M\right]\omega$$

化简得到 $\omega=\frac{\sqrt{2}}{5}\frac{v_0}{l}$

（2）子弹的初角动量： $L_0=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{l}{2}\right)mv_0$

子弹的末角动量： $L=\left(\frac{l}{2}\right)^2 m\omega$ $\Delta L=-\frac{\sqrt{2}}{5}mlv_0$

2. 如图2，质量分别是M和2M，半径分别是R_1=R和R_2=2R的两匀质圆盘，同轴地粘在一起，可以绕过盘心且垂直盘面的水平光滑固定轴转动。

（1）求其对该转动轴的转动惯量J

（2）大小圆盘边缘都绕有轻细绳子，小圆盘边绳下挂一质量是m的水桶，为使水桶以加速度a向上运动，需要多大的力F拉绳子？

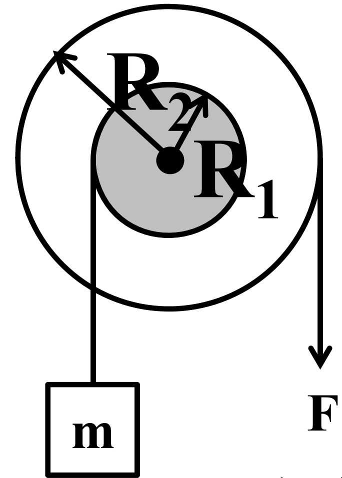


图2

解：（1）对轴的转动惯量

$$J=\frac{1}{2}MR_1^2+\frac{1}{2}2MR_2^2=\frac{9}{2}MR^2$$

（2）设圆盘转动的角加速度为α，小圆盘和水桶之间绳子的张力是T

则有

$$2RF-RT=J\alpha$$

对水桶，合外力为

$$T-mg=ma=m\alpha R$$

由此得到

$$F=\left[\left(m+J/R^2\right)a+mg\right]\Big/2$$

爱因斯坦相对论

牛顿力学

时间标度
长度标度
质量的测量

→ 与参考系无关
速度与参考系有关
（相对性）

狭义相对论力学

光速不变

→ 长度 时间 质量
与参考系有关
（相对性）

洛仑兹变换

令 $\beta=\frac{u}{c}$,$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ， 则有：

正变换

$$\begin{cases} x'=\gamma(x-ut) \\ y'=y \\ z'=z \\ t'=\gamma(t-\frac{\beta}{c}x) \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} x=\gamma(x'+ut') \\ y=y' \\ z=z' \\ t=\gamma(t'+\frac{\beta}{c}x) \end{cases}$$

$$\boxed{\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x)}$$

1 同时性的相对性

$$\boxed{\Delta t' = -\gamma(\frac{\beta}{c}\Delta x)}$$

2 时间膨胀（时间延缓）

$$\boxed{\Delta t' = \gamma \Delta t}$$

在某一参考系中，同一地点先后发生的两个事件的时间间隔 -------固有时

3 长度收缩

L’=γ(L-u(0))= γL

固有长度最长

4 四维时空

伽利略变换

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

绝对时空观

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \dfrac{\beta}{c} x) \end{cases}$$

相对时空观

四维空间（x, y, z, t）

洛仑兹速度变换式

正变换

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} v_x}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

逆变换

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x}$$

$$v_y = \frac{v'_y}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v_z = \frac{v'_z}{1 + \frac{u}{c^2} v'_x} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

3. 一维运动情况：

令 $\upsilon_y = \upsilon_z = 0$， $\upsilon_x = \upsilon$ （代数量）

则 $\upsilon'_y = \upsilon'_z = 0$， $\upsilon'_x = \upsilon'$（代数量）

有
$$\left\{\begin{aligned} &\boxed{\upsilon' = \frac{\upsilon - u}{1 - \dfrac{u\upsilon}{c^2}}} \\ &\boxed{\mathrm{v} = \frac{\mathrm{v}' + u}{1 + \dfrac{u\mathrm{v}'}{c^2}}} \end{aligned}\right.$$

相对论质量

m_0 称 静止质量（**rest mass**）

m 称相对论质量（**relativistic mass**）

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

相对论动能

$$E_k = \int_{m_0}^{m} c^2 \,\mathrm{d}m = mc^2 - m_0 c^2$$

相对论能量

$E_0 = m_0 c^2$ 为 静止能量（rest energy）。

$mc^2 = E_k + m_0 c^2$ 为总能（total energy）。

记作： $\boxed{E = mc^2}$ —— 质能关系

相对论统一了质量和能量守恒。

牛顿力学

- 低速运动 (s, t, v, a)
- 动力学 (F=ma)
- 动量 (p=mv)
- 能量 ($E=mv^2/2$)

相对论力学

- 高速运动 (s, t, v, a)
- 动力学 (F=dp/dt)
- 动量 (p=mv)
- 能量 ($E=mc^2$)

1. 一艘宇宙飞船的固有长度是**3km**，它以**0.2c**相对于地面匀速行驶。地面上观察者发现有两列闪电同时击中飞船的前后端，则宇宙飞船上的人观测闪电击中前后端的时间间隔是多少？

在**S**参考系中，闪电击中飞船前后端的时间间隔

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' - \frac{-u}{c^2}\Delta x'\right)$$

$$\Delta t = 0$$

这里，飞船的固有长度 $\Delta x' = 3\times10^3\,\mathrm{m}$

因此飞船上的人观察到闪电击中前后端的时间间隔 $\Delta t' = -2\times10^{-6}\,\mathrm{s}$

2. 一个立方体的静止质量是m_0，体积是V_0，当它相对于某惯性系S沿着某一边长方向以v匀速运动时，静止在S中观察者测得其密度是多少？

解： 在S系中，以v运动的立方体的质量 $$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

设立方体静止时，其边长是a_0，当它以速度v沿着一个边长运动时，在S参考系中测得该边长的长度

$$a=\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\;a_0$$

在S系中，其密度 $$\rho=\frac{m}{a_0^2 a}=\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}\frac{m_0}{\mathrm{V}_0}$$

1. 地球上某一天文台发现，一艘以速率**0.60c**（**c**是真空中的光速）向东航行的宇宙飞船将在**5s**后同一个以**0.80c**速率向西飞行的彗星相撞，试问：

（**1**）飞船中宇航员看到彗星以多大的速率向他们运动？

（**2**）按飞船上的时钟计，还有多少时间允许他们离开原来航线以避免碰撞？

解: **(1)**宇航员看到彗星的速度

$$v' = \frac{v-u}{1-\frac{u}{c^2}v} = \frac{-0.8c-0.6c}{1-\frac{0.6c}{c^2}(-0.8c)} = -\frac{1.4c}{1.48} = -0.946c$$

(2)设飞船上的计时时间是**Δt'**，则有

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}} = 5s$$

Δt'=4s 即宇航员还剩下**4s**来调整飞船位置，以避免碰撞

热学

一. 热学的研究对象及内容

▲对象: 宏观物体（大量分子原子系统）

或物体系 — 热力学系统

牛顿力学（质点） ⟺ 热　学（系统）

▲内容: 与热现象有关的性质和规律。

热现象：
- 宏观上说是与温度 T 有关;
- 微观上说是与热运动有 关。

4. 态参量（state parameter）：

描写平衡态的宏观物理量。

如：气体的 p、V、T

$$\text{一组态参量} \underset{\text{对应}}{\overset{\text{描述}}{\rightleftarrows}} \text{一个平衡态}$$

5. 物态方程（equation of state）：

态参量之间的函数关系： $f(p,V,T)$

理想气体物态方程： $\boxed{pV=\dfrac{m}{M}RT}$

理想气体状态方程

$$P = nkT$$

$$PV = \frac{m}{M} RT$$

$$R = 8.31\,\mathrm{J/K.mol}$$

$$N_A = 6.023\times10^{23}\ /\ \mathrm{mol}$$

$$k = 1.38\times10^{-23}\,\mathrm{J/K}$$

$$n = \frac{N}{V}$$ 分子数密度

$$k = \frac{R}{N_A}$$ 玻耳兹曼常数

平均碰撞频率 & 平均自由程的定义

平均碰撞频率(**mean collision frequency**)

$\bar{z}$: 单位时间内一个气体分子与其它分子碰撞的平均次数。

平均自由程（**mean free path**）

$\bar{\lambda}$: 气体分子在相邻两次碰撞间飞行的平均路程 —

$$\boxed{\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}\Delta t}{\bar{z}\Delta t} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}}$$

三. 平均自由程与压强、温度的关系

$$\left.\begin{array}{l}\bar{\lambda}=\dfrac{\bar{v}}{\bar{z}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^{2}n} \\ \\ p=nkT\end{array}\right\} \rightarrow \bar{\lambda}=\dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^{2}p} \propto \dfrac{T}{p}$$

$T=273\mathrm{K}$： $p(\mathrm{atm})$	$\bar{\lambda}(\mathrm{m})$
1	$\sim 7\times 10^{-8}$
10^{-7}	~ 0.7（灯泡内）
10^{-11}	$\sim 7\times 10^{3}$（几百公里高空）

$$\boxed{p = \frac{2}{3} n \bar{\varepsilon}_{\mathrm{t}}}$$ —气体压强公式

$$\bar{\varepsilon}_{\mathrm{t}} = \frac{3}{2} kT,$$

T是大量分子热运动平均平动动能的量度。

1、理想气体状态方程：

$$pV = \nu RT = \frac{M}{M_{mol}} RT \qquad \frac{pV}{T} = \text{常量}$$

2、理想气体压强公式：

$$P = n\,kT$$

$$p = \frac{1}{3} nm\overline{v^2} = \frac{2}{3} n\bar{\varepsilon}_t$$

3、理想气体温度公式：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

$$\frac{1}{2} m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2} m\overline{v_y^2} = \frac{1}{2} m\overline{v_z^2} = \frac{1}{2} kT$$

能量均分定理的更普遍的说法是：

能量中每具有一个平方项，就对应一个 $\frac{1}{2}kT$ 的平均能量。

能量均分定理不仅适用于气体，也适用于液体和固体，甚至适用于任何具有统计规律的系统。

对刚性分子（rigid molecule）：$v=0$，$i=t+r$

$$\bar{\varepsilon}=\frac{i}{2}kT=\begin{cases}\frac{3}{2}kT & （单）\\ \frac{5}{2}kT & （双）\\ \frac{6}{2}kT & （多）\end{cases}$$

三. 理想气体内能（internal energy of ideal gases）

内能：系统内部各种形式能量的总和。

（不包括系统整体质心运动的能量）

分子自身： $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_\mathrm{k} + \bar{\varepsilon}_\mathrm{p} = (t + r + \mathrm{v})\dfrac{1}{2}kT$

分子之间：相互作用势能 $\varepsilon_{\mathrm{p}ij}$

内能：
$$E = \underbrace{N\left(\bar{\varepsilon}_\mathrm{k} + \bar{\varepsilon}_\mathrm{p}\right)}_{\text{由 } T \text{ 决定}} + \underbrace{\sum_{i}\sum_{\substack{j \\ (i>j)}} \varepsilon_{\mathrm{p}ij}}_{\text{由 } V \text{ 决定}} = E(T,V)$$

对理想气体：$\varepsilon_{\mathrm{p}ij} = 0$， $\therefore\ E = E(T)$；

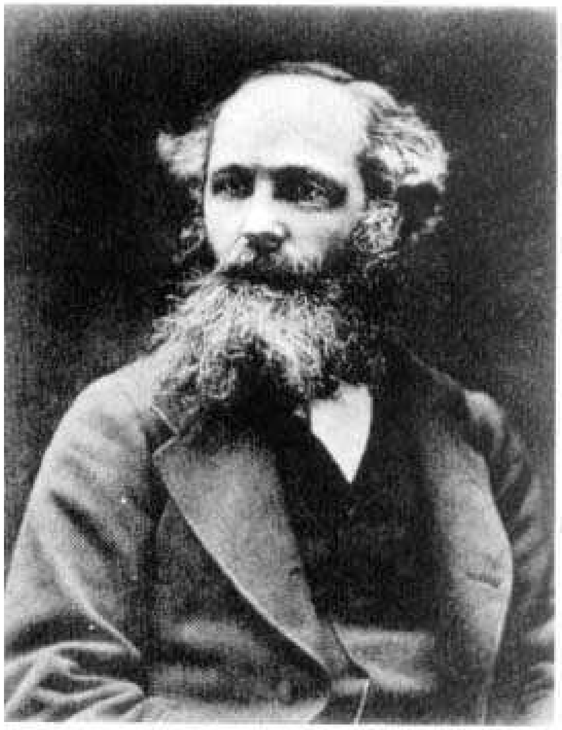
对刚性分子（**rigid molecule**）：$\boldsymbol{\upsilon = 0}$，$\boldsymbol{i = t + r}$

$$E = \frac{i}{2}\upsilon RT \quad = \begin{cases} \dfrac{3}{2}\upsilon RT & （单） \\ \dfrac{5}{2}\upsilon RT & （双） \\ \dfrac{6}{2}\upsilon RT & （多） \end{cases}$$

$\boldsymbol{\nu}$：气体系统的摩尔（**mol**）数

§ 7.9 麦克斯韦速率分布律

（Maxwell′s law of distribution of speeds）



麦克斯韦

一 . 速率分布函数

要深入研究气体的性质，不能仅研究一些平均值，如 $\bar{\varepsilon}_t$, $\overline{\upsilon^2}$ 等； 还应该进一步弄清分子按速率和按能量等的分布情况。

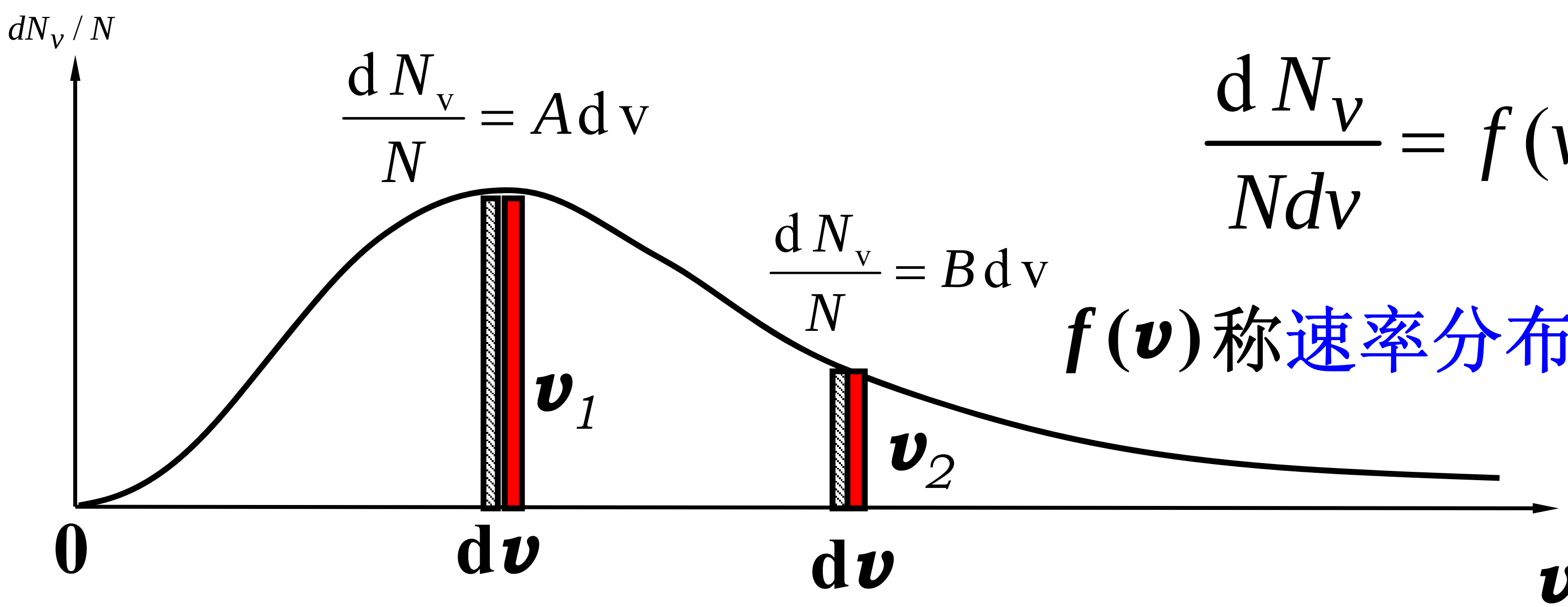
整体上看，气体的速率分布是有统计规律性的。

另一种是用连续的分布函数来描述：

设：$\mathrm{d}N_v$ 为速率 $v \to v+\mathrm{d}v$ 区间内的分子数，

N 为总分子数， 即 $\dfrac{\mathrm{d}N_v}{N} \propto \mathrm{d}v$

它应与 v 的大小有关



$$\frac{\mathrm{d}N_v}{N\mathrm{d}v} = f(v)$$

$f(v)$ 称速率分布函数

由定义式 $f(v)=\dfrac{\mathrm{d}N_v}{N\,\mathrm{d}v}$ 可看出 $f(v)$的意义是：

“在速率v附近， 单位速率区间内的分子数占总分子数的比例。”

对于一个分子来说，$f(v)$ 就是分子处于速率v附近单位速率区间的概率。

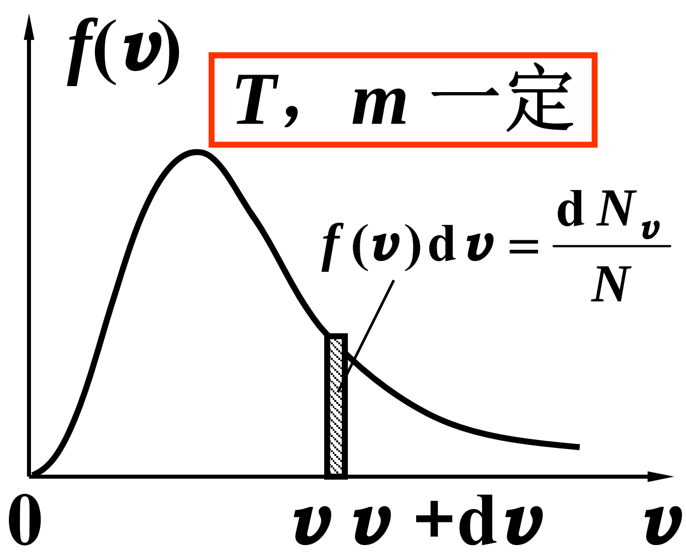
因为 $\int_{v=0}^{\infty}\mathrm{d}N_v=N$， 即 $\int_{v=0}^{\infty}\dfrac{\mathrm{d}N_v}{N}=1$

所以 $\boxed{\int_0^{\infty}f(v)\,\mathrm{d}v=1}$ 这称为速率分布函数的归一化条件。

二 . 麦克斯韦速率分布函数

1859年麦克斯韦（**Maxwell**）导出了理气在无外场的平衡态（T）下，分子速率分布函数为：

$$\boxed{f(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-mv^2/2kT} \cdot v^2}$$



m — 气体分子的质量

归一化条件 $\int_0^\infty f(v)\,\mathrm{d}v = 1$

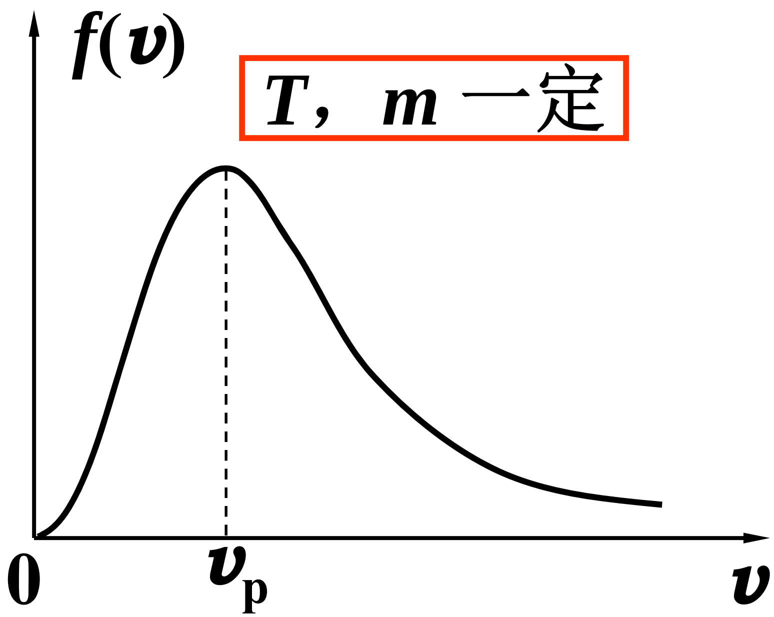
在左图上的几何意义为：

曲线下面的总面积等于1。

三. 三种统计速率

1.最概然（可几）速率（most probable speed）

如图示，相应于速率分布函数 $f(v)$的极大值的速率v_p称为最概然速率。



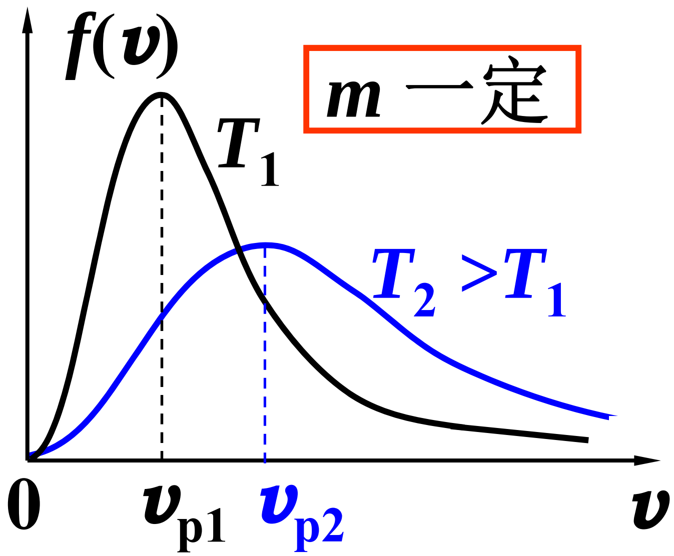
由 $\left.\frac{\mathrm{d}f(v)}{\mathrm{d}v}\right|_{v=v_p}=0$，有：

$$v_p=\sqrt{\frac{2kT}{m}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}}\propto\sqrt{T}$$

就单位速率区间来比较，处在最概然速率 v_p 附近的分子数占总分子数的百分比最大。

$$v_{\rm p}=\sqrt{\frac{2kT}{m}} \rightarrow \quad f(v_p)=\left(\frac{8m}{\pi kT}\right)^{1/2} e^{-1}$$

$\therefore$ 当分子质量 m 一定时，$T\uparrow \Rightarrow \begin{cases} v_p \uparrow \\ f(v_p)\downarrow \end{cases}$



左图表明：温度越高，速率大的分子数比例越大，气体分子的热运动越激烈。

$\boxed{\text{思考}}$ T 一 定，$m_2>m_1$，速率分布曲线如何？

2.平均速率（average speed）

分立： 平均速率 $\bar{v}=\dfrac{\sum N_i v_i}{\sum N_i}$ $\qquad \sum \to \int$

连续： $\therefore\ \bar{v}=\dfrac{\int_0^N v\,\mathrm{d}N_v}{\int_0^N \mathrm{d}N_v}=\int_0^N v\cdot\dfrac{\mathrm{d}N_v}{N}=\int_0^\infty v\cdot f(v)\,\mathrm{d}v$

$$\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{v}}}{N}=f(\mathrm{v})\,\mathrm{d}\,\mathrm{v}$$

对麦氏速率分布经计算得： $\boxed{\bar{v}=\sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}=\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}}}$

任意函数$\varphi(v)$对全体分子按速率分布的平均值： $\boxed{\overline{\varphi(v)}=\int_0^\infty \varphi(v)f(v)\,\mathrm{d}v}$

3. 方均根速率（root-mean-square speed）

$$\overline{v^2} = \int_0^\infty v^2 f(v)\,\mathrm{d}v \overset{（麦）}{=} \cdots = \frac{3kT}{m}$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$ （与前同）

$$v_\mathrm{p} : \bar{v} : \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{2} : \sqrt{\frac{8}{\pi}} : \sqrt{3} = 1.41 : 1.60 : 1.73$$

$\sqrt{\overline{v^2}}$ —— 讨论分子平均平动动能时用

$\bar{v}$ —— 讨论分子碰撞问题时用

v_p —— 讨论分子的速率分布时用

谢谢大家！