大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

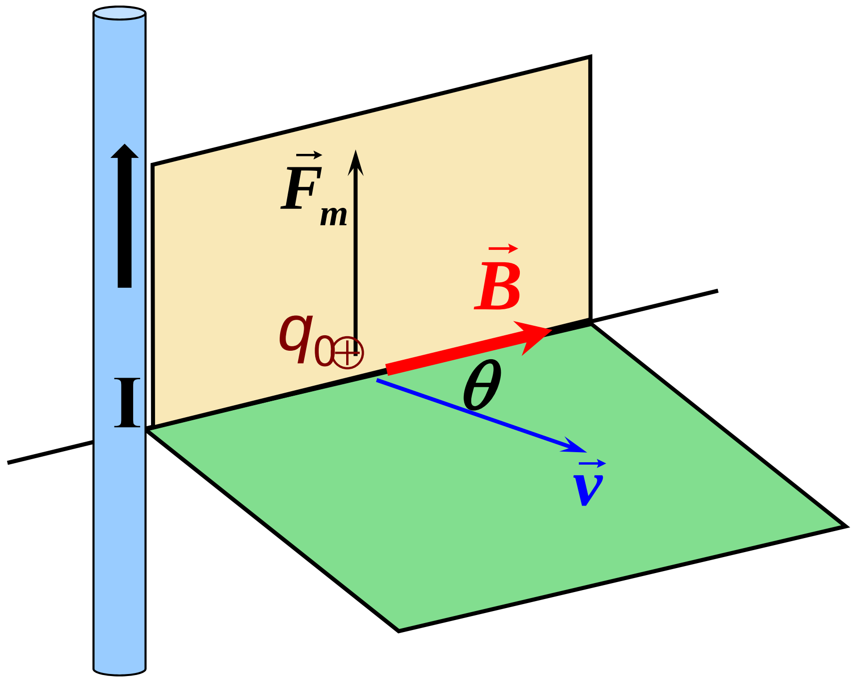
李波

2019年

将F_m= 0 时的速度方向定义为$\vec{B}$ 的方向

$$\vec{F}_m \perp (\vec{v}, \vec{B})$$

定义 $$B = \frac{F_m}{q_0 v \sin\theta}$$



SI单位：T（特斯拉）

工程单位常用高斯（G） $1\mathrm{T} = 10^4\,\mathrm{G}$

磁感应强度是反映磁场性质的物理量，与引入到磁场的运动电荷无关。

若一个运动电荷在另外的运动电荷（或电流或永磁）周围运动时，所受作用力：

$$F=Fe+Fm$$

电场力：$Fe=q_0E$

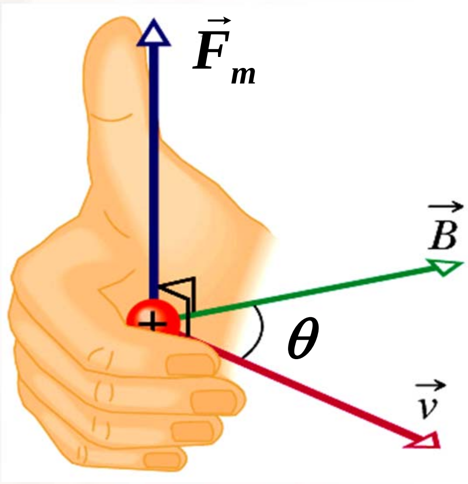
磁场力：$Fm=???$

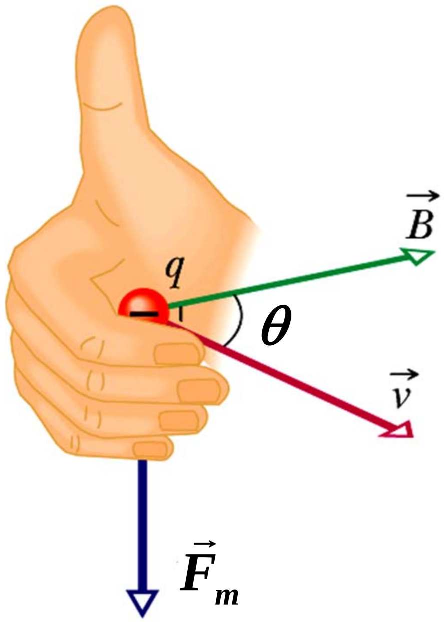
运动电荷受到的磁场力为

$$F_m = q_0 vB\sin\theta$$

写成矢量式

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad \text{—洛伦兹力}$$





磁力线和磁通量

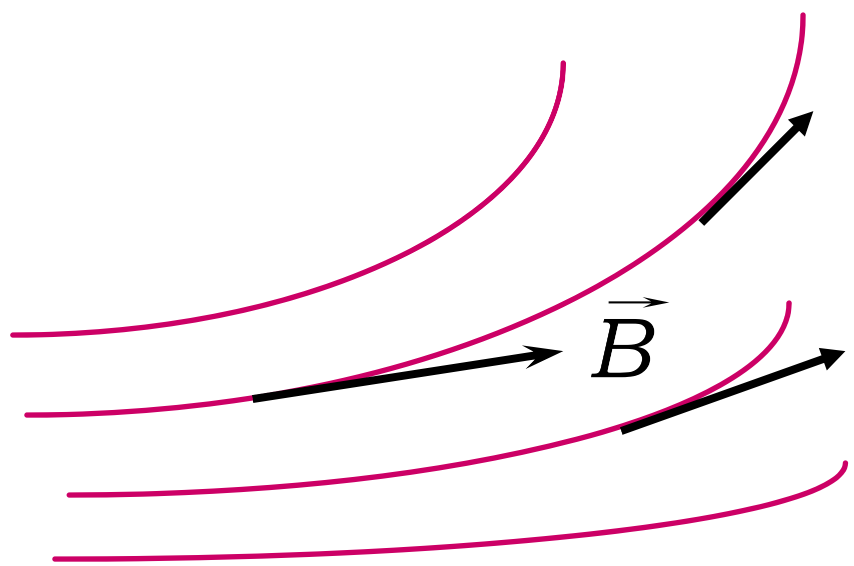
1、磁力线

在磁场中画一组曲线，曲线上每一点的切线方向与该点的磁场方向一致，这一组曲线称为磁力线。

*磁力线描述磁场的方法

①方向：

曲线上一点的切线方向和该点的磁场方向一致。



②大小：

磁力线的疏密反映磁场的强弱。

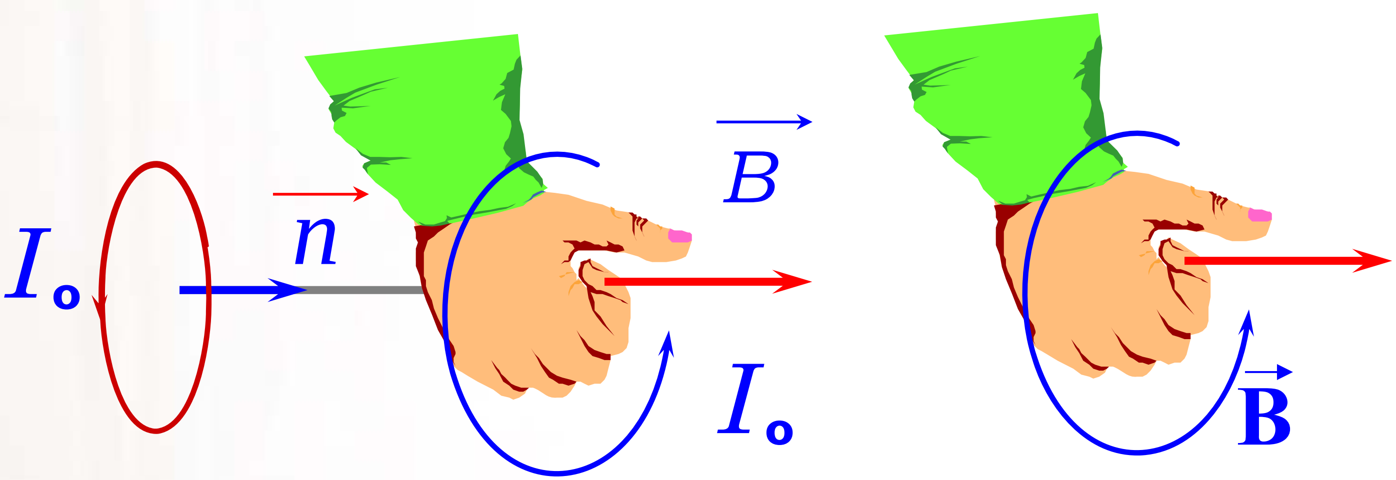
对载流长直导线、载流圆环导线和载流螺线管的磁场分布的研究，有以下结论(磁感应线性质)：

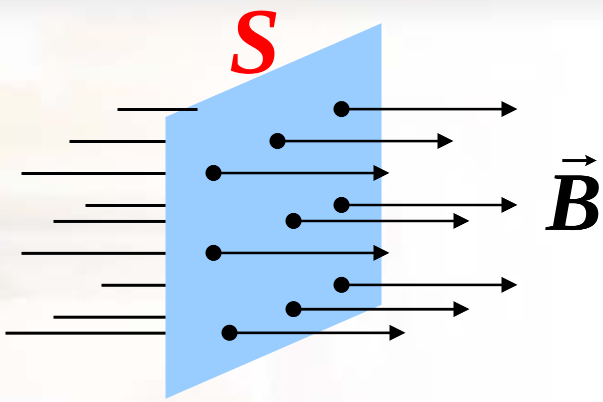
①磁感应线不会相交

②磁感应线是闭合曲线，无头无尾

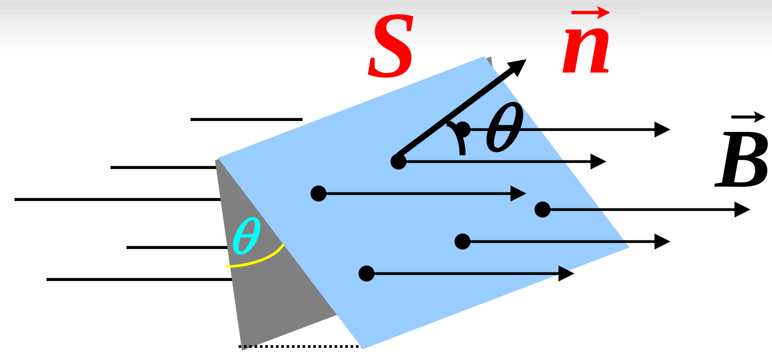
③磁感应线的环绕方向与电流方向之间的关系服从右手螺旋定则

④磁感应线的疏密表示磁感应强度的大小，磁感应线密集处，磁感应强度大；稀疏处，磁感应强度小

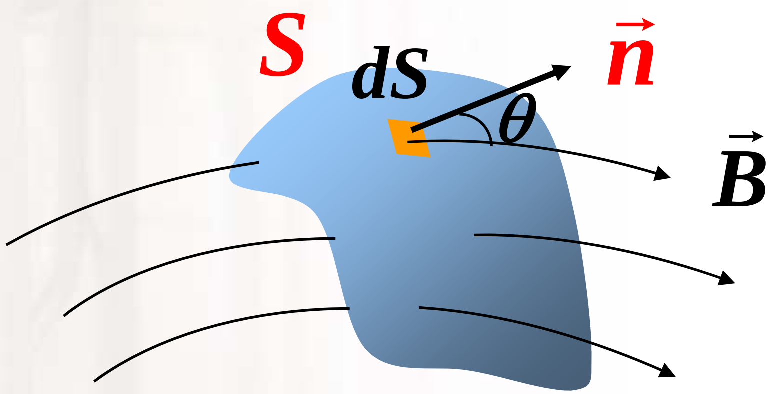




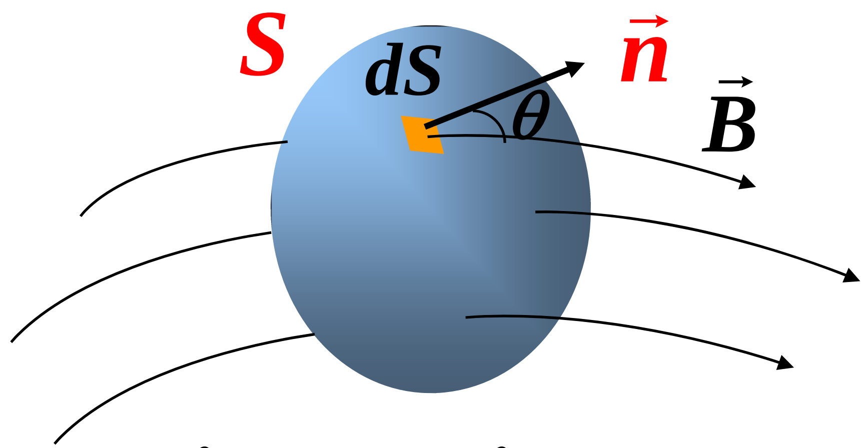
$$\Phi_m = BS$$



$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS\cos\theta$$



$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int BdS\cos\theta$$



$$\Phi_m = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint BdS\cos\theta$$

3.磁场中的高斯定理

$$\Phi_m = \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

—穿过任意闭合曲面的磁通量为零。

这是无磁单极的必然结果。

磁感应线是闭合的，因此它在任意封闭曲面的一侧穿入，必在另一侧全部穿出。

比较 $$\Phi_e = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_Q \rho dV$$

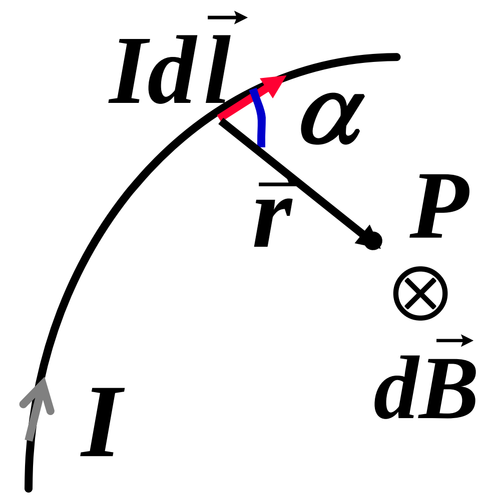
静电场中高斯定理反映静电场是有源场；

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

稳恒磁场的高斯定理反映稳恒磁场是无源场。

毕奥—萨伐尔定律

表述：电流元 $Id\vec{l}$ 在空间 P 点产生的磁场 $d\vec{B}$ 为：



$$d\vec{B}=\frac{\mu_0 Id\vec{l}\times\hat{r}}{4\pi r^2}$$

在国际单位制中 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m 称为真空磁导率

大小：$dB=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Idl\sin\alpha}{r^2}$

方向：右手螺旋定则

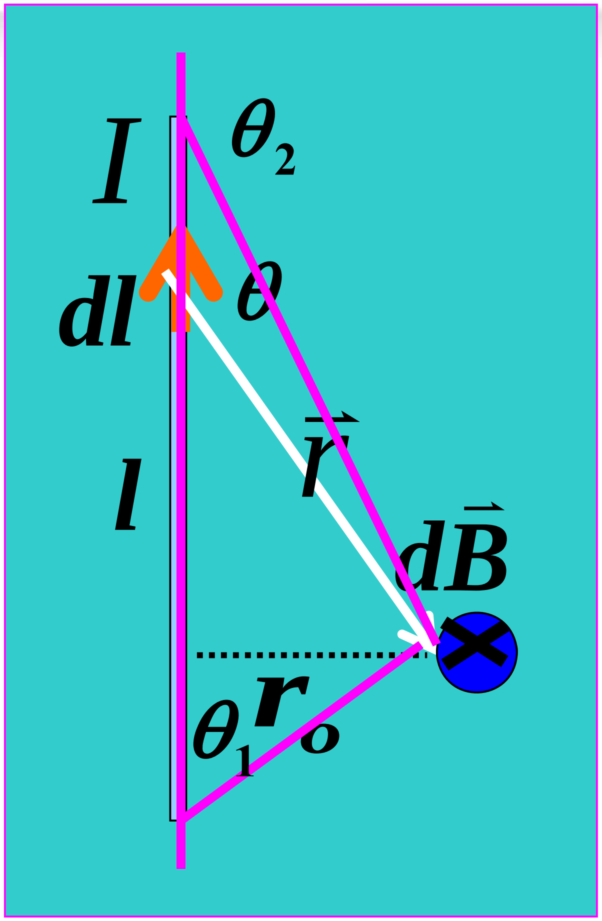
磁感应强度遵从叠加原理：设有若干个电流元（或若干闭合电流）它们中的每一个都产生各自的磁场，那么，当这些电流元（或若干闭合电流）同时存在时，在空间某点的总磁感应强度等于所有电流元（或所有闭合电流）单独存在时在该点产生的磁场的磁感应强度的矢量和

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \sum \vec{\boldsymbol{B}}_i$$

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \int_L \frac{\mu_o I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$B = \int_L \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

例1 直线电流的磁场。 $B=\int_L \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$



因为各电流元产生的磁场方向相同，磁场方向垂直纸面向里所以只求标量积分。磁场方向垂直纸面向里。

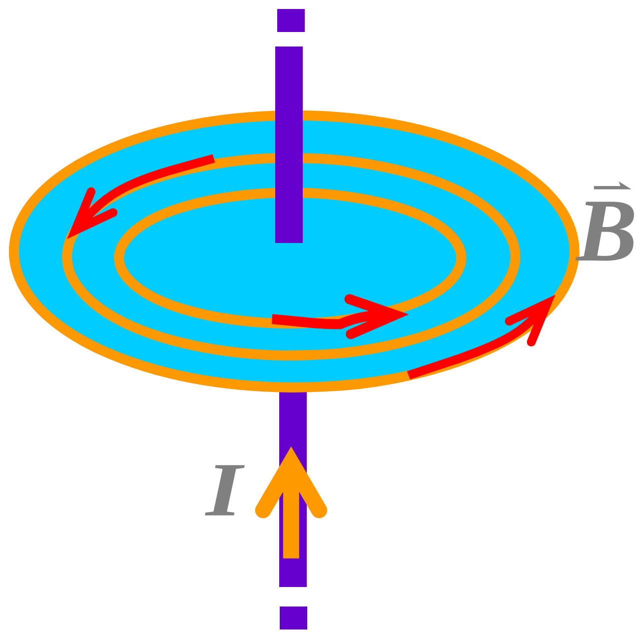
$\because l=-r\cos\theta$ $\quad\therefore l=-r_o ctg\theta$

$\because r_o=r\sin\theta$ $\quad\therefore dl=r_o d\theta/\sin^2\theta$

$$B=\int_L \frac{\mu_o I\cdot r_o d\theta\cdot\sin\theta}{4\pi\sin^2\theta\cdot r_o^2/\sin^2\theta}$$

$$=\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\cdot d\theta=\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$$B=\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$



磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向，与电流成右手螺旋关系，拇指表示电流方向，四指给出磁场方向。

讨论：

当直线电流为“无限长”时

$$\theta_1=0 \qquad \theta_2=\pi$$

$$B=\frac{\mu_o I}{2\pi r_o}$$

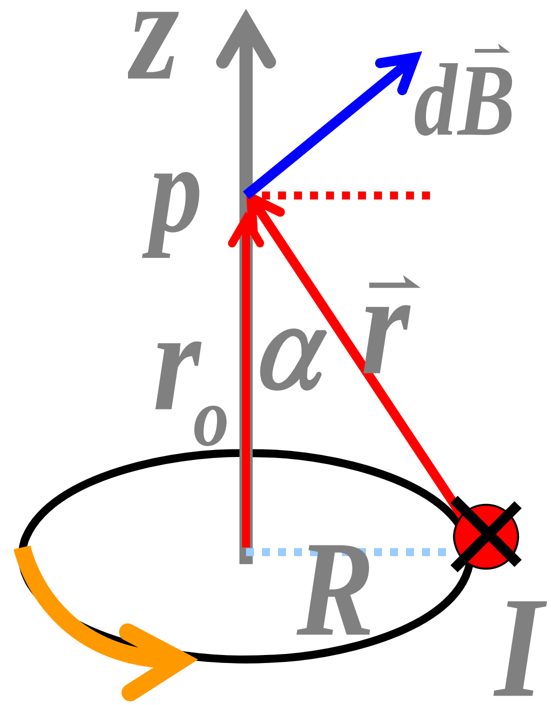
例2 载流圆线圈在其轴上的磁场

分析其磁场方向只有沿轴的分量，垂直于轴的分量和为零。

$$B_z = \oint dB \sin\alpha$$

$$\because dB = \frac{\mu_o I}{4\pi r^2} dl; \qquad \because r^2 = r_o^2 + R^2$$

$$\because \sin\alpha = \frac{R}{r}$$



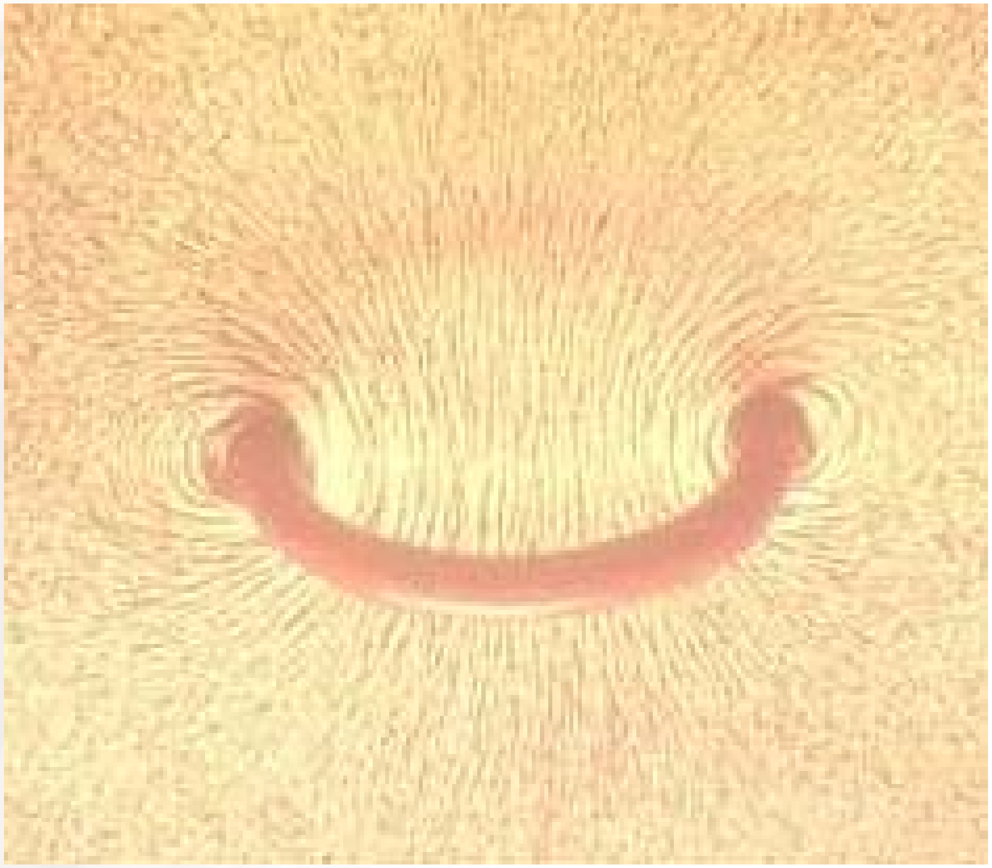
代入以上积分不变量：

$$B_z = \frac{\mu_o I \cdot R}{4\pi r^3} \oint dl \qquad (\oint dl = 2\pi R)$$

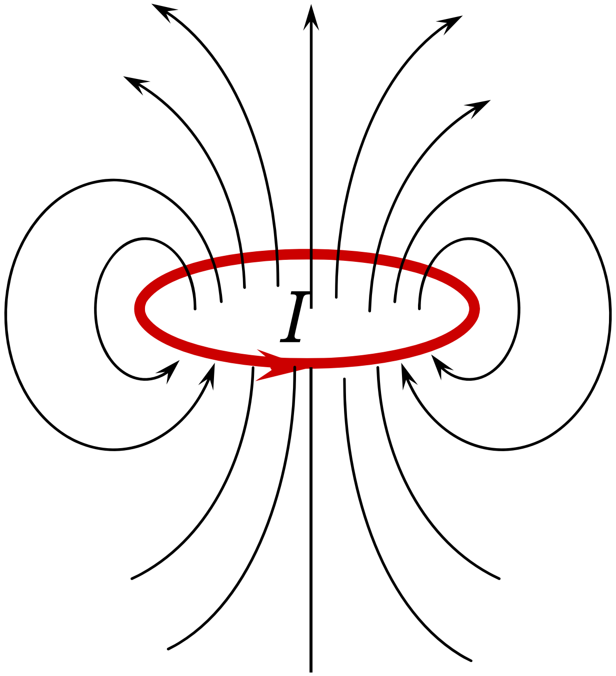
电偶极子　电偶极矩 $\vec{p}_e$ $- \longrightarrow +$

磁偶极子　磁偶极矩 $\vec{p}_m$ I $\longrightarrow$

圆电流的磁力线

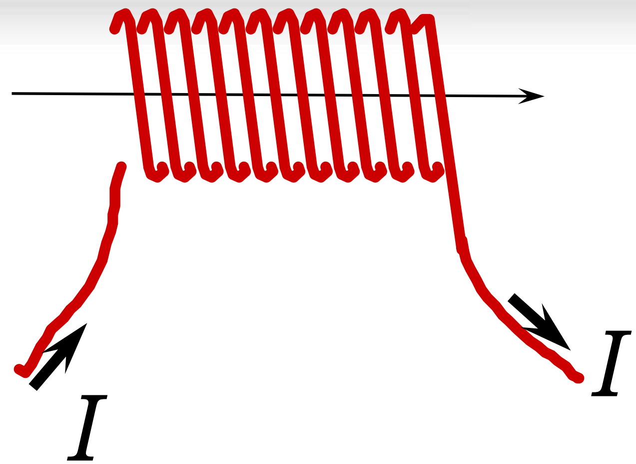


圆形电流的磁感线

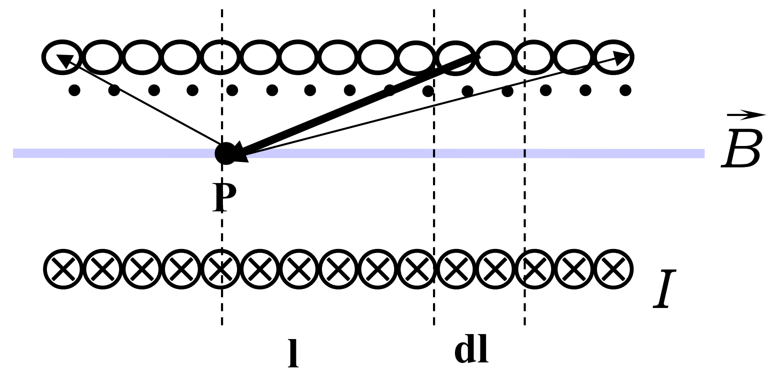


$$\vec{B} = \frac{\mu_o \vec{m}}{2\pi r^3}$$

求半径为 R，总长度 L，单位长度上的匝数为 n 的螺线管在其轴线上一点的磁场？



解：长度为 **dl** 内的各匝圆线圈的总效果，是一匝圆电流线圈的 **ndl** 倍。



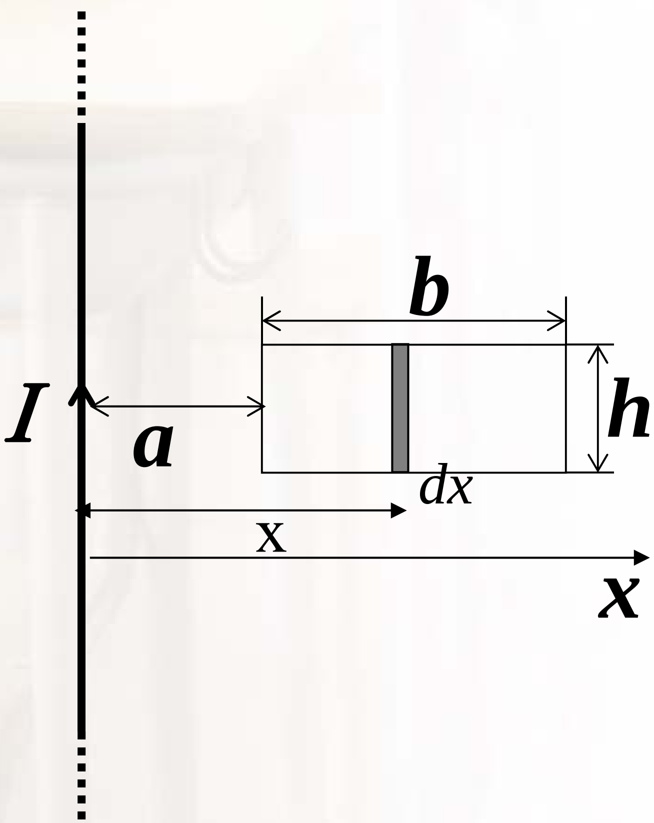
$$dI = nIdl$$

$$dm = SdI = \pi R^2 dI = \pi R^2 nIdl$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o d\vec{m}}{2\pi r^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o nIR^2 dl}{2r^3}$$

例. 载流长直导线的电流为I，它与一矩形共面，试求通过该矩形的磁通量？



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \qquad dS = hdx$$

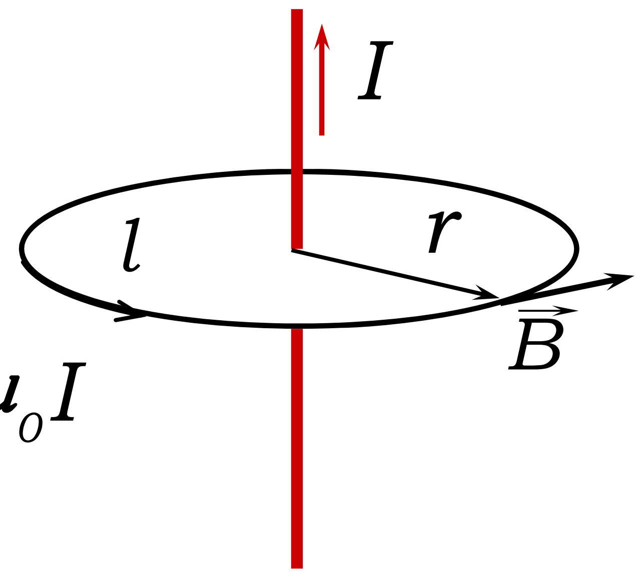
$$\Phi_m = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} hdx$$

$$= \frac{\mu_0 Ih}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

安培环路定理

在静电场中 $\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$ 说明静电场是保守场；

在稳恒电流的磁场中 $\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=?$



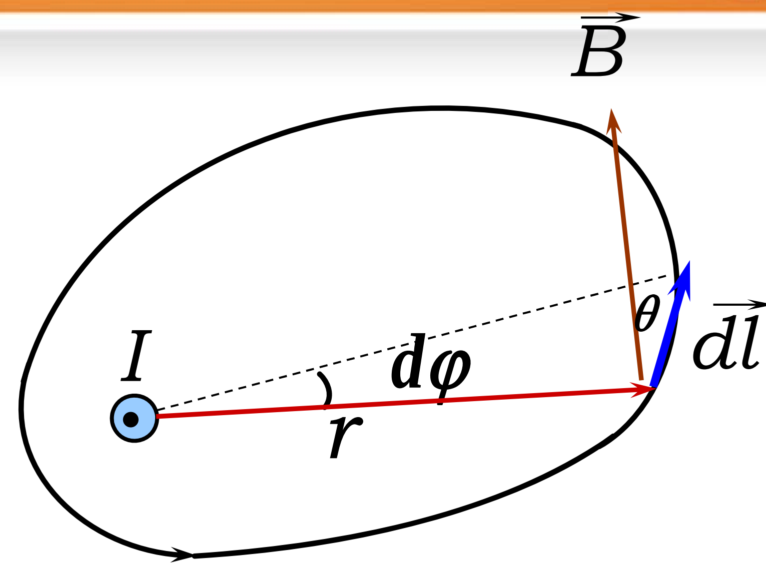
1、圆形积分回路

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint_l \frac{\mu_0 I}{2\pi r}dl=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\oint_l dl=\mu_0 I$$

即：$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I$

改变电流方向 $\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=-\mu_0 I$

2、任意积分回路



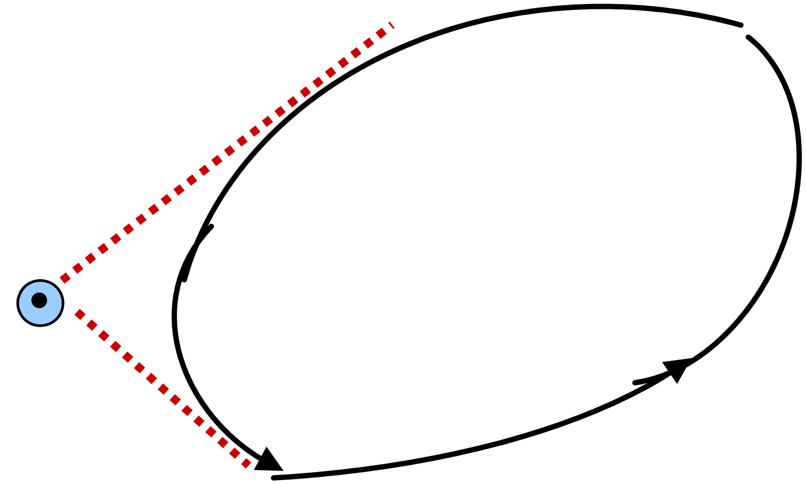
$$\oint_l \vec{B}\cdot\vec{dl} = \oint_l B\cos\theta\, dl$$

$$= \oint_l \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cos\theta\, dl$$

$$= \oint_l \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} 2\pi$$

即：$\oint_l \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I$

3、回路不环绕电流



$$\oint_l \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{dl} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\int_{l1} d\alpha + \int_{l2} d\alpha\right) = 0$$

由前面分析可知：

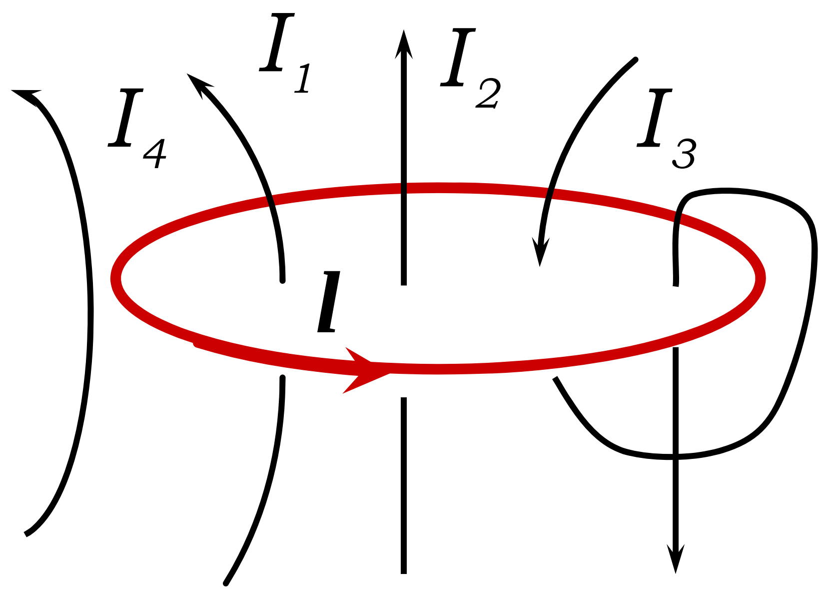
在真空中的稳恒电流磁场中，磁感应强度$\vec{B}$沿任意闭合曲线的线积分（也称$\vec{B}$的环流），等于穿过该闭合曲线的所有电流强度（即穿过以闭合曲线为边界的任意曲面的电流强度）的代数和的μ_0倍。

即：$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$

与环路成右旋关系的电流取正

如图：

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_1 + I_2 - 2I_3)$$



电磁规律比较：

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \qquad \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 \qquad \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = ?$$

表述：在稳恒电流的磁场中，磁感应强度 $\vec{B}$ 沿任何闭合路径***L***的线积分，等于路径***L***所包围的电流强度的代数和的 μ_0 倍。

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o \sum_i I_i}$$

静电场	稳恒磁场
$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$	$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I_i$
电场有保守性，它是保守场，或有势场	磁场没有保守性，它是非保守场，或无势场
$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$	$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$
电力线起于正电荷、止于负电荷。静电场是有源场	磁力线闭合、无自由磁荷磁场是无源场

讨论 $$\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_{i内}$$

1）安培环路定理只适用于闭合恒定电流,是稳恒电流磁场的性质方程。（对一段恒定电流的磁场，或变化电流的磁场不成立）

2）$\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l} \neq 0$ 说明磁场为非保守场（涡旋场）

3）$\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ 积分中 $\vec{B}$ 为空间所有的稳恒电流共同激发的。但其沿环路的积分却只与环路所包围的电流有关。

*关于安培环路定理的讨论：

①若电流方向与环路的正方向满足右旋关系，则：

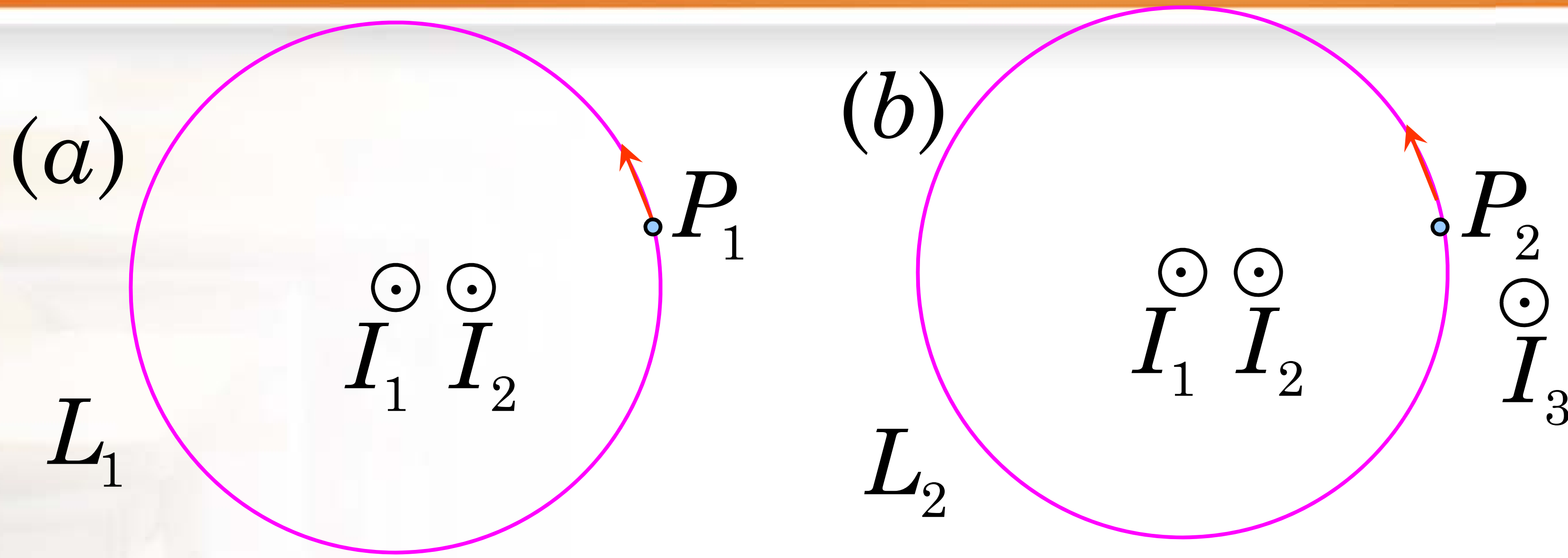
$I>0$ 否则 $I<0$

② $\mu_0 \sum I_i$ 中 $\sum I_i$ 为环路包含的总电流，环路外不计。

③磁感应强度的环流只与环路内的电流有关，但环路上一点的磁强是由环路内、外电流共同产生的。

④安培环路定理是反映磁场普遍性质的基本定理之一，也是普遍的电磁场理论的基本方程之一。

⑤安培环路定理揭示了磁场的基本性质，磁场是有旋场，是非保守场，故不能引入势能的概念。



(A) $\oint_{L_1} \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l} = \oint_{L_2} \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l}$, $\quad \boldsymbol{B}_{P_1} = \boldsymbol{B}_{P_2}$.

(B) $\oint_{L_1} \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l} \neq \oint_{L_2} \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l}$, $\quad \boldsymbol{B}_{P_1} = \boldsymbol{B}_{P_2}$.

(C) $\oint_{L_1} \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l} = \oint_{L_2} \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l}$, $\quad \boldsymbol{B}_{P_1} \neq \boldsymbol{B}_{P_2}$.

(D) $\oint_{L_1} \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l} \neq \oint_{L_2} \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{l}$, $\quad \boldsymbol{B}_{P_1} \neq \boldsymbol{B}_{P_2}$. [C]

取一闭合积分回路 L ，使三根载流导线穿过它所围成的面．现改变三根导线之间的相互间隔，但不越出积分回路，则

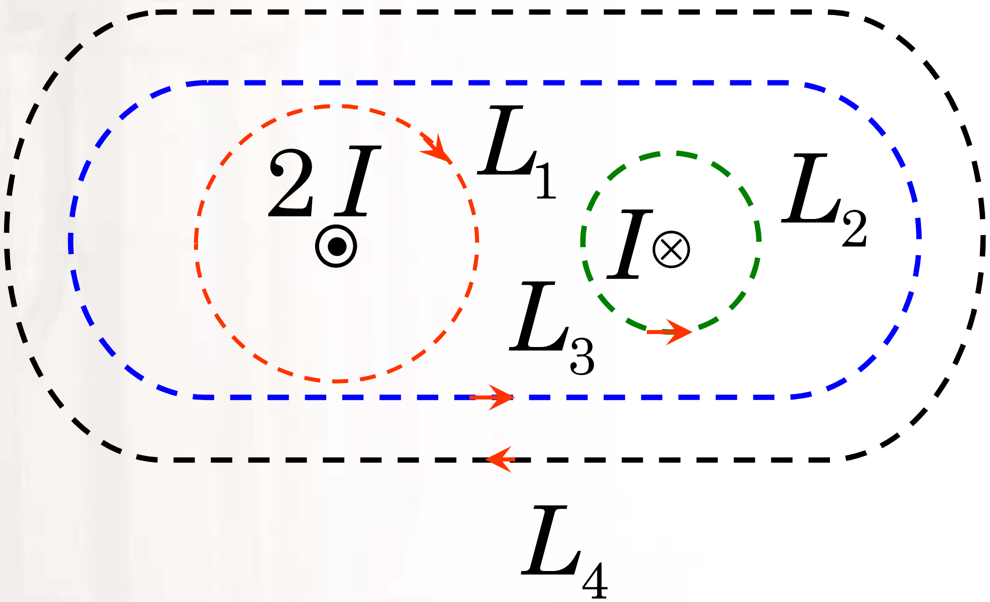
(A)回路L内的 ΣI 不变，L上各点的$\boldsymbol{B}$不变.
(B)回路L内的 ΣI 不变，L上各点的$\boldsymbol{B}$改变.
(C)回路L内的 ΣI 改变，L上各点的$\boldsymbol{B}$不变.
(D)回路L内的 ΣI 改变，L上各点的$\boldsymbol{B}$改变.

[B]

如图，流出屏幕的电流为 $2I$，流进屏幕的电流为 I，则下述各式中那一个是正确的?

(A) $\oint_{L_1} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\mu_0 I$　　(B) $\oint_{L_2} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

(C) $\oint_{L_3} \vec{B}\cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$　　(D) $\oint_{L_4} \vec{B}\cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$



[D]

15.4 安培环路定理求磁场的分布

应用范围：磁场的分布具有一定的对称性。

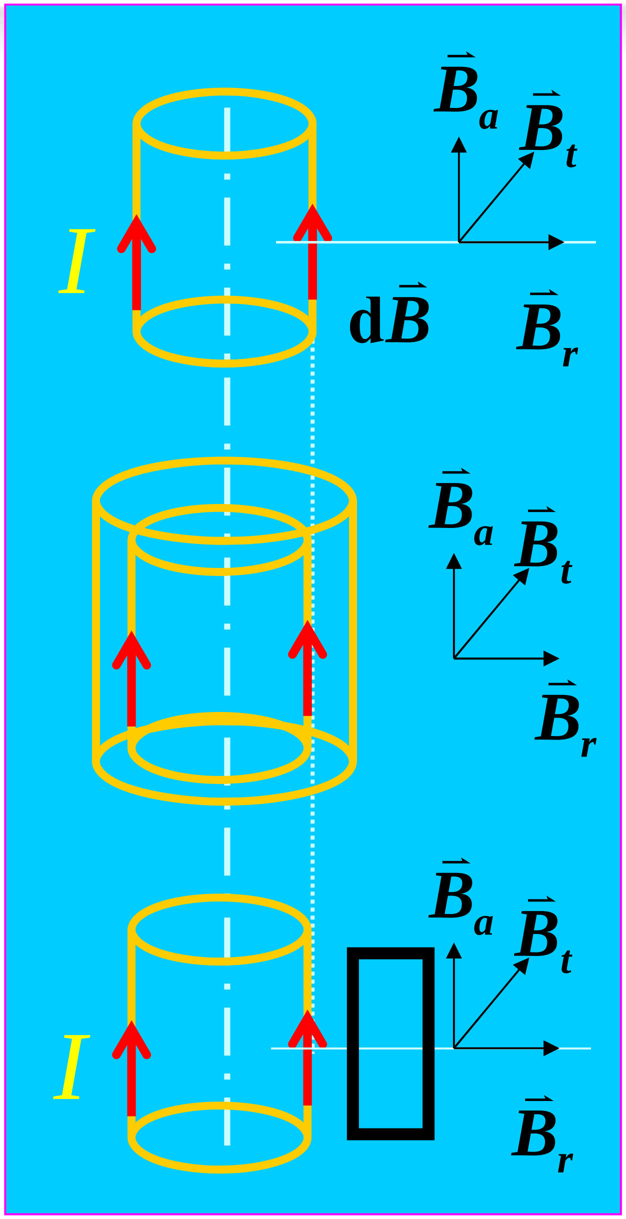
1: 依据电流的对称性分析磁场分布的对称性

2: 选取合适的闭合路径（**B**以标量形式提出积分符号）

3: 利用安培环路定理计算**B**的数值和方向

（注意环路方向与电流方向的右旋关系）

例1、求无限长圆柱面电流的磁场分布(半径为 R)



•分析场结构：有轴对称性

仅有Bt（切向）
而Br（径向）和Ba（轴向）皆是零

对于Br利用(磁通连续定理)

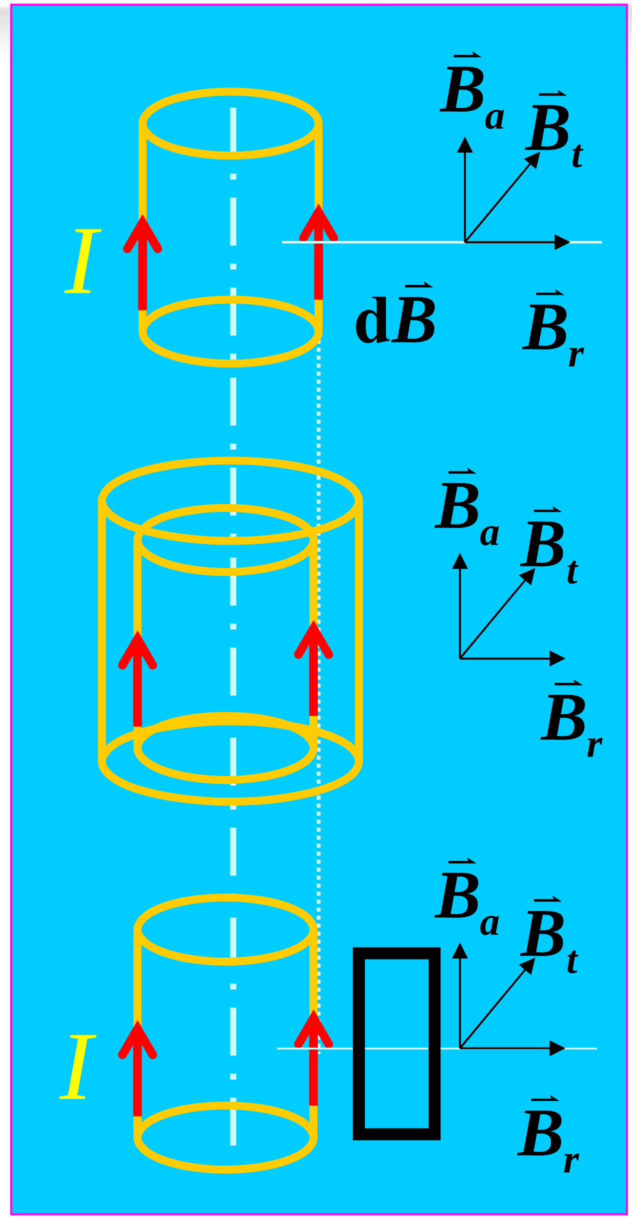
$$\oint_s \vec{B}\cdot d\vec{S} = \oint_{s1} B_r dS = 0$$

对于Ba利用(环路积分)

$$0 = \oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_{l1} B_a dl + \oint_{l2} B_a dl$$

$$= B_a l - B'_a l$$

$$B_a = B'_a$$



•分析场结构：有轴对称性

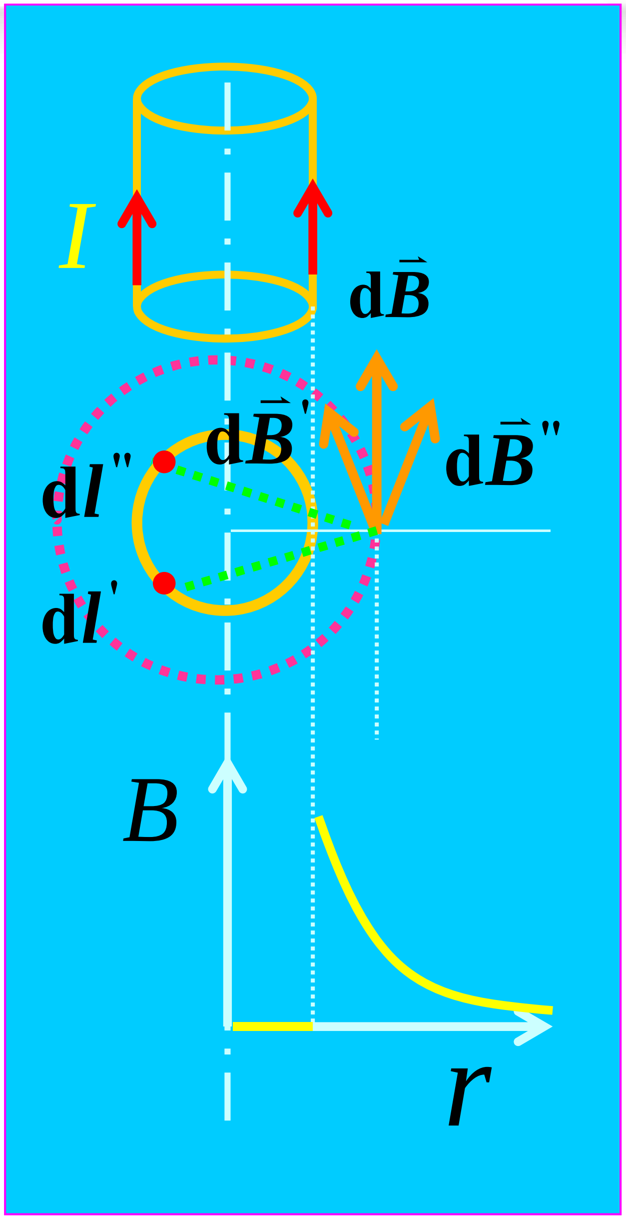
•以轴上一点为圆心，取垂直于轴的平面内半径为 r 的圆为积分环路

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\pi rB = \mu_o I$$

$$B = 0 \qquad r \le R$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r} \qquad r > R$$

无限长圆柱面电流外面的磁场与电流都集中在轴上的直线电流的磁场相同

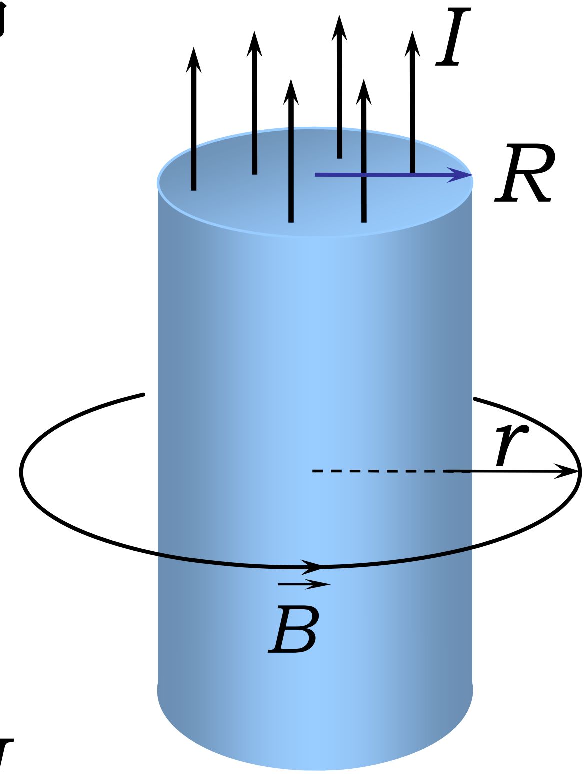


例2、“无限长”载流圆柱导体内外磁场的分布

已知：I 、R，电流沿轴向在截面上均匀分布

电流及其产生的磁场具有轴对称分布

作积分回路如图　　如图 $r > R$



则$\vec{B}$沿该闭合回路的环流为：

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B dl = 2\pi rB$$

根据安培环路定理：

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

则：$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

如图示，当 $r < R$ 时

作积分回路如图

则 $\vec{B}$ 沿该闭合回路的环流为：

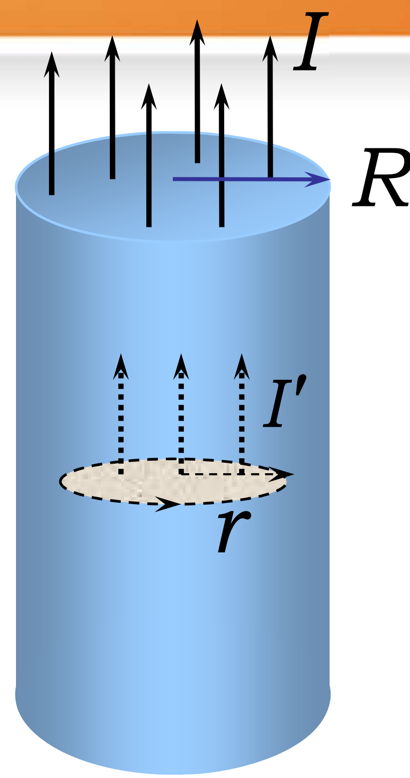
$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_l B dl = 2\pi r B$$

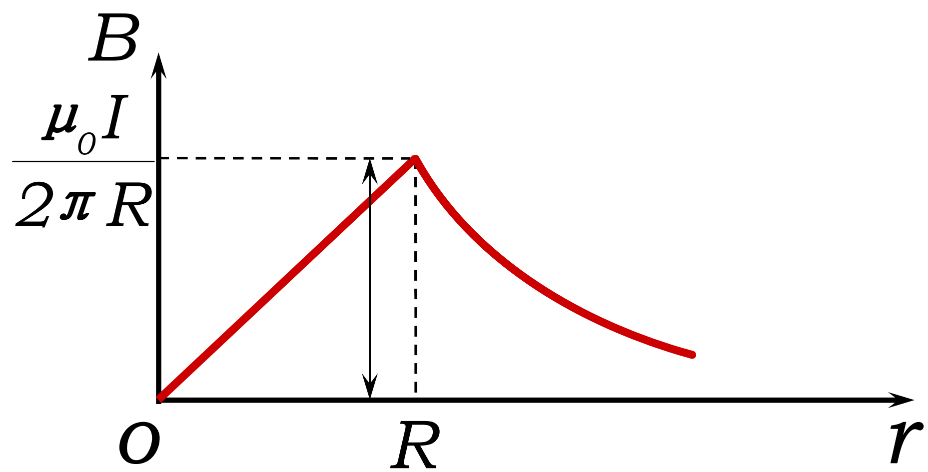
根据安培环路定理：

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I'$$

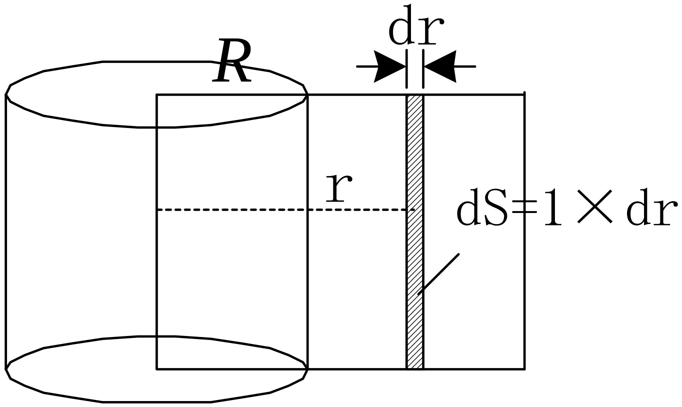
$$= \mu_0 \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2$$

则：$B = \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$





例．一无限长圆柱形铜导体（磁导率μ_0)，半径为R，通有均匀分布的电流*I*，今取一矩形平面S（长为1m，宽为2R），位置如图所示，求通过该矩形平面的磁通量。

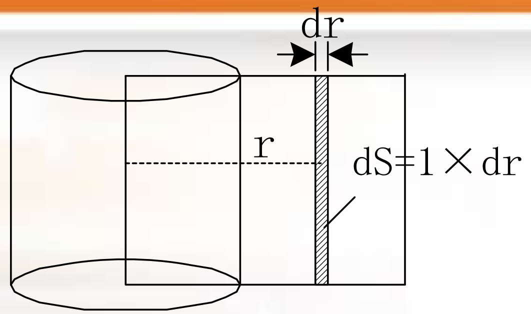


$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \quad r < R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad r > R$$

$$dS = 1 \times dr = dr$$

$$d\Phi_{\mathrm{m}} = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS = B dr$$



$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B dr = \int_0^R \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r dr + \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \cdot \frac{1}{2} R^2 + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 2$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 2$$

例3、环形载流螺线管内的磁场分布

已知：I、N、R_1、R_2

N— 导线总匝数

磁力线分布如图

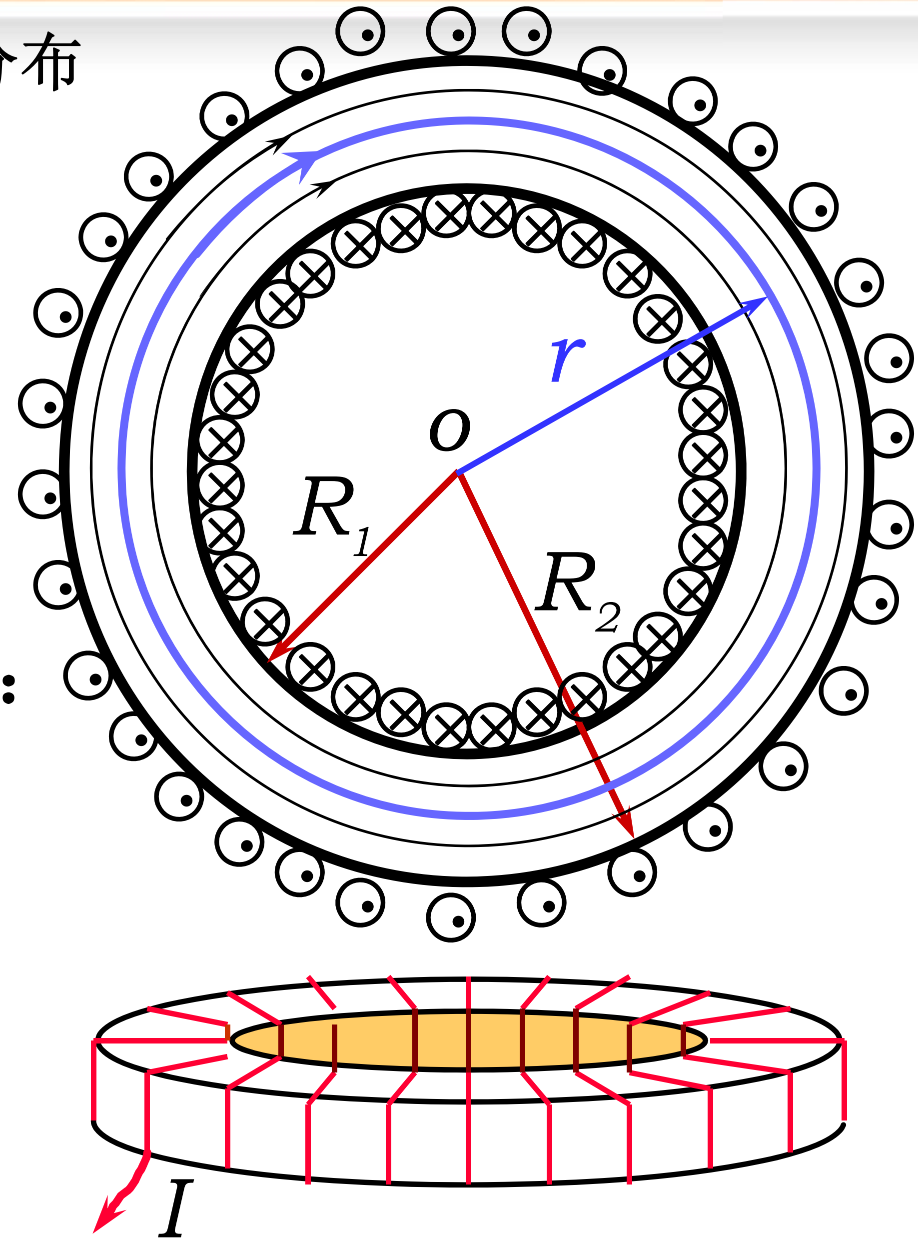
作积分回路如图

则$\vec{B}$沿该闭合回路的环流为：

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B dl = 2\pi r B$$

根据安培环路定理：

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 N I$$

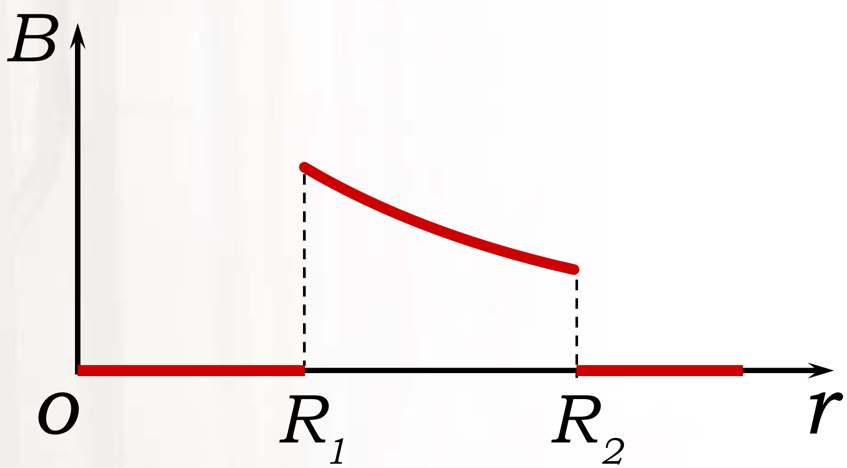


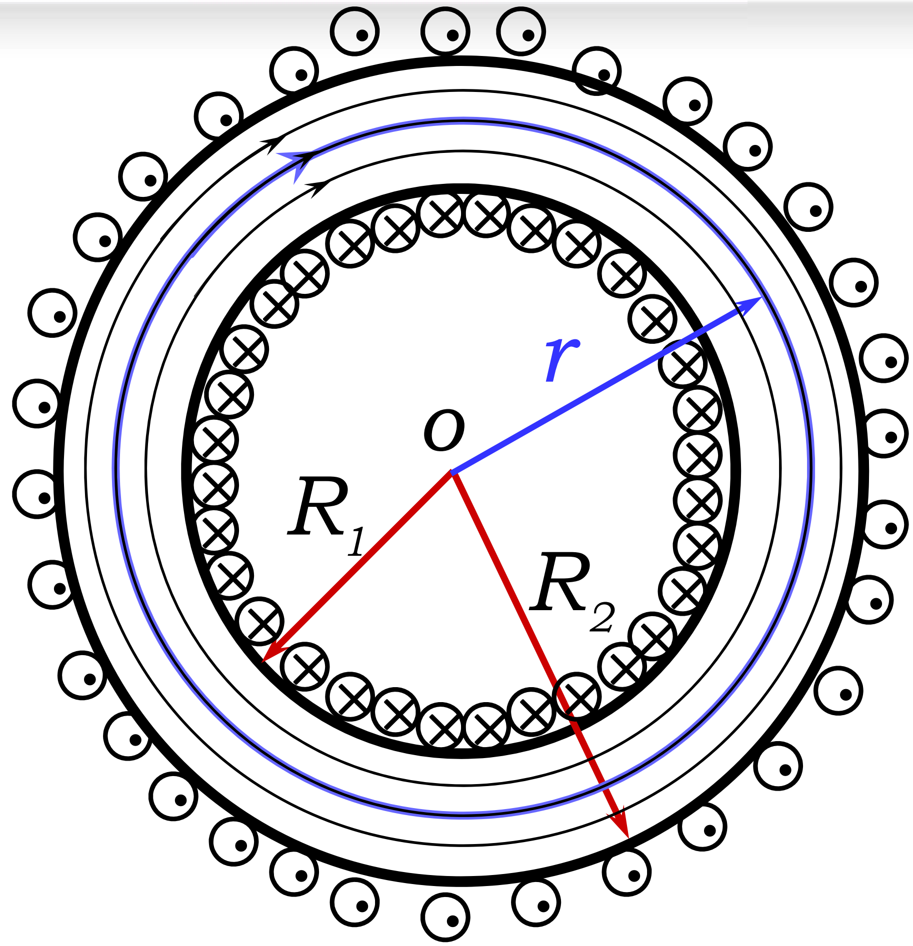
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

若 R_1、$R_2 >> R_2 - R_1$

$$n = \frac{N}{2\pi R_1}$$

则： $B \approx \mu_0 nI$





细螺绕环下，其内部的磁感强度**大小**处处相等，但各处的**方向**并不相同，故不是均匀磁场。

例4、求无限长平面电流的的磁场分布(面电流密度j)

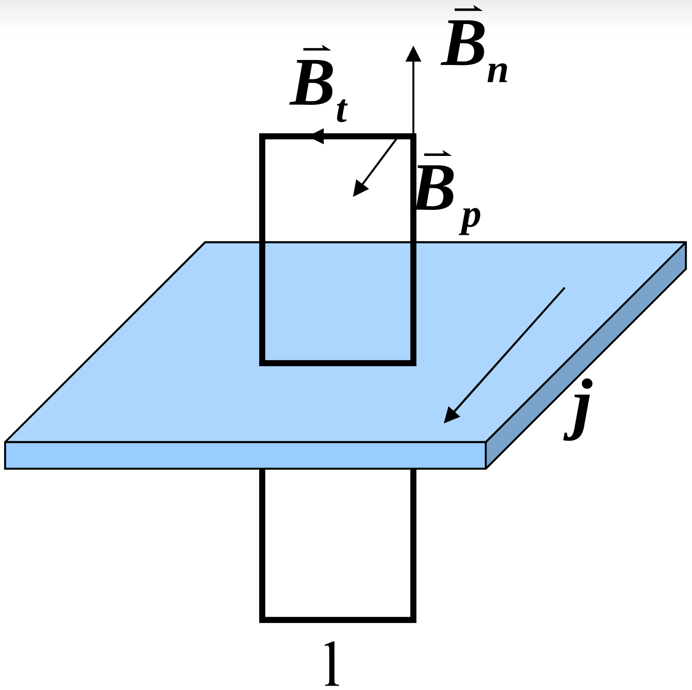
•分析场结构：平面有对称性

仅有Bt,而Bn和Bp皆是零

对于Bn利用(磁通连续定理)

对于Bp利用(环路积分)

下面计算Bt, 利用(环路积分)



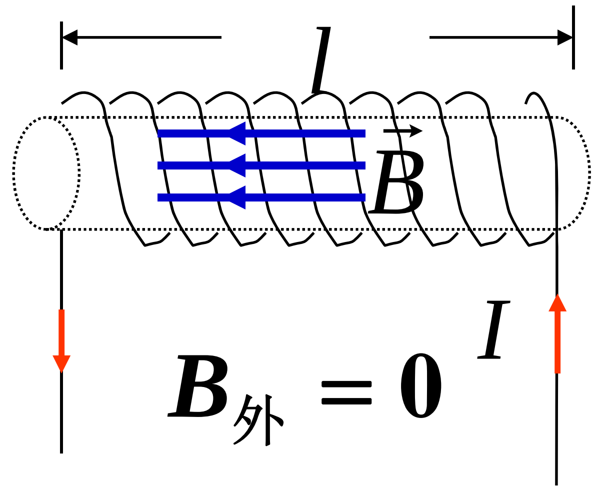
$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{l1} B_t dl + \int_{l2} B_t dl + \int_{l3} B_t dl + \int_{l4} B_t dl$$

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = B \bullet 2l = \mu_0 jl \qquad B = \frac{1}{2}\mu_0 j$$

例题5：通电密绕长直螺线管内部的磁感强度

设总匝数为N、总长为L

通过稳恒电流电流强度为I

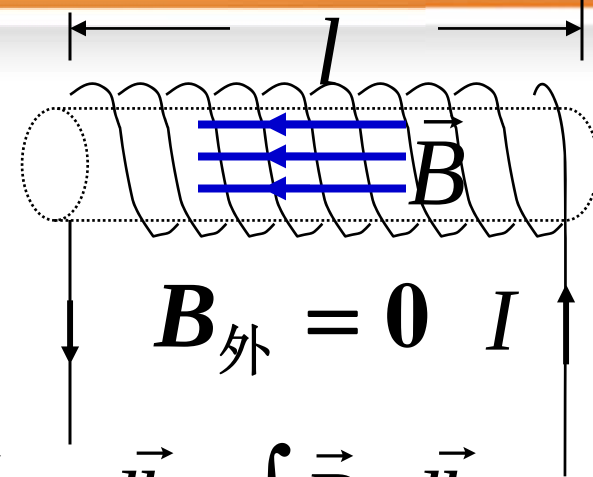


分析对称性，知内部场沿轴向，

方向与电流成右手螺旋关系

螺线管均匀密绕无漏磁 $B_{外}=0$

取过场点的每个边都相当小的矩形环路abcda

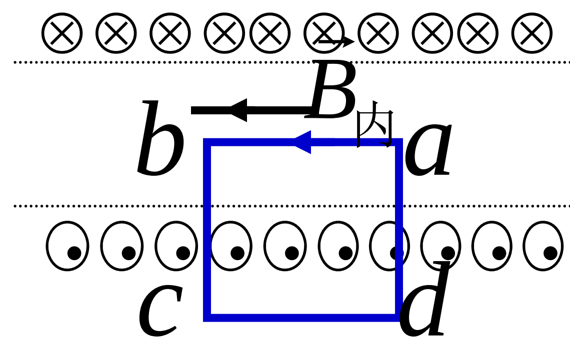


$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{B}_{内}\cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{B}_{外}\cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{B}\cdot d\vec{l}$$

$$= B_{内}\,\overline{ab}$$

由安培环路定理

$$= \mu_0 \frac{N}{l}\,\overline{ab}\,I \qquad n = \frac{N}{l}$$



$$\Rightarrow \quad \boxed{B = \mu_0 n I}$$

均匀场

谢谢！