大学物理

如何在物理上处理运动这个现象？

1：如何描述这么复杂的运动？

物质--〉质点　　　　质点运动学（第一章）

2：物质为何会运动？

力与运动的关系？　质点动力学（第二章）

3：力与运动有密切关系！

力作用在物体上的时间：

力的时间效应　动量与角动量（第三章）

力作用在物体上使物体运动：

力的空间效应　功与能　（第四章）

4：牛顿力学在刚体中的具体应用！（第五章 刚体的定轴转动）

5：物体在高速下的运动？（第六章 狭义相对论）

第三章 动量与角动量

(Momentum and Angular Momentum)

前言

——力对时间和空间的积累效应。

力在时间上的积累效应：

平动 ⟶ 冲量 ⟶ 动量的改变

转动 ⟶ 冲量矩 ⟶ 角动量的改变

力在空间上的积累效应

⟶ 功 ⟶ 改变能量

Δ § 3.1 冲量，动量

定义： $\vec{F} = \dfrac{\mathrm{d}\,\vec{p}}{\mathrm{d}\,t} = \dfrac{\mathrm{d}(m\vec{\mathrm{v}})}{\mathrm{d}\,t} \longrightarrow \vec{F}dt = d\vec{p}$

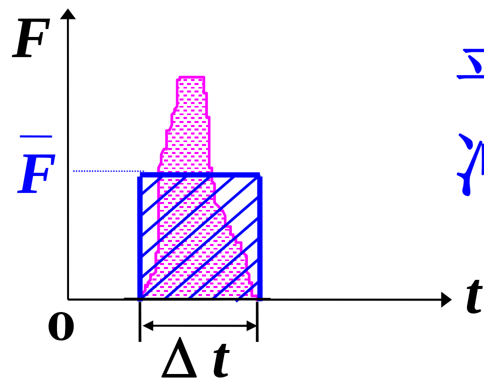
质点的动量（**momentum**）— $\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$

力的冲量（**impulse**）— $\boxed{\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,\mathrm{d}\,t = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{p}}$

$$\vec{F}dt = d\vec{p} \longrightarrow$$ 质点动量定理

（**theorem of momentum of a particle**）

$$\begin{cases} \boxed{\mathrm{d}\vec{I} = \vec{F}\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}\vec{p}} & \text{（微分形式）} \\ \boxed{\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,\mathrm{d}t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1} & \text{（积分形式）} \end{cases}$$

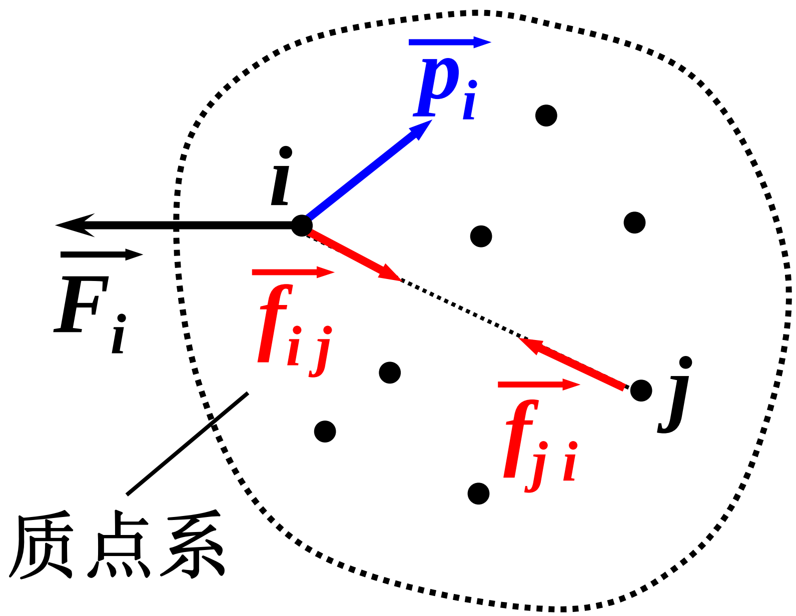


平均冲力

$$\overline{\vec{F}} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,\mathrm{d}t}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

§ 3.2 动量守恒定理

（ Law of conservation of momentum ）



$\vec{F}_i$ 为质点 i 受的合外力，

$\vec{f}_{ij}$ 为质点 i 受质点 j 的内力，

$\vec{p}_i$ 为质点 i 的动量。

对质点 i ： $$\left(\vec{F}_i+\sum_{j\neq i}\vec{f}_{ij}\right)\mathrm{d}t=\mathrm{d}\vec{p}_i$$

对质点系： $$\sum_i\left(\vec{F}_i+\sum_{j\neq i}\vec{f}_{ij}\right)\mathrm{d}t=\sum_i\mathrm{d}\vec{p}_i$$

由牛顿第三定律有： $$\sum_i\sum_{j\neq i}\vec{f}_{ij}=0$$

$$\left(\sum_i\vec{F}_i\right)\mathrm{d}t=\sum_i\mathrm{d}\vec{p}_i$$

$$\sum_i\vec{F}_i=\vec{F}_{外}\text{，}\quad\sum_i\vec{p}_i=\vec{P}$$

则有： $\boxed{\vec{F}_{外}\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}\vec{P}}$

或 $\boxed{\vec{F}_{外} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t}}$

质点系动量定理（微分形式）

$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{外} \cdot \mathrm{d}t = \vec{P}_2 - \vec{P}_1}$ —质点系动量定理（积分形式）

系统总动量由外力的冲量决定，与内力无关。

用质点系动量定理处理问题可避开内力。

$$\boxed{\vec{F}_{外}=\frac{\mathrm{d}\,\vec{P}}{\mathrm{d}\,t}}$$

$$\boxed{\vec{F}_{外}=0\text{ 时，}\vec{P}=\text{常矢量}}$$

质点系所受合外力为零时，质点系的总动量不随时间改变。

这就是质点系的动量守恒定律。

几点说明：

1. 动量守恒定律只适用于惯性系

动量守恒定律是比牛顿定律更普遍、更基本的定律。

2. 若某个方向上合外力为零，则该方向上动量守恒，尽管总动量可能并不守恒。

$$F_x = 0 \longrightarrow p_x = \sum m_i v_{ix} = cons$$

$$F_y = 0 \longrightarrow p_y = \sum m_i v_{iy} = cons$$

$$F_z = 0 \longrightarrow p_z = \sum m_i v_{iz} = cons$$

3.当外力<<内力且作用时间极短时（如碰撞），可认为动量近似守恒。

解题步骤：

1. 选好系统，分析要研究的物理过程；
2. 进行受力分析，判断守恒条件；
3. 确定系统的初动量与末动量；
4. 建立坐标系，列方程求解；
5. 必要时进行讨论。

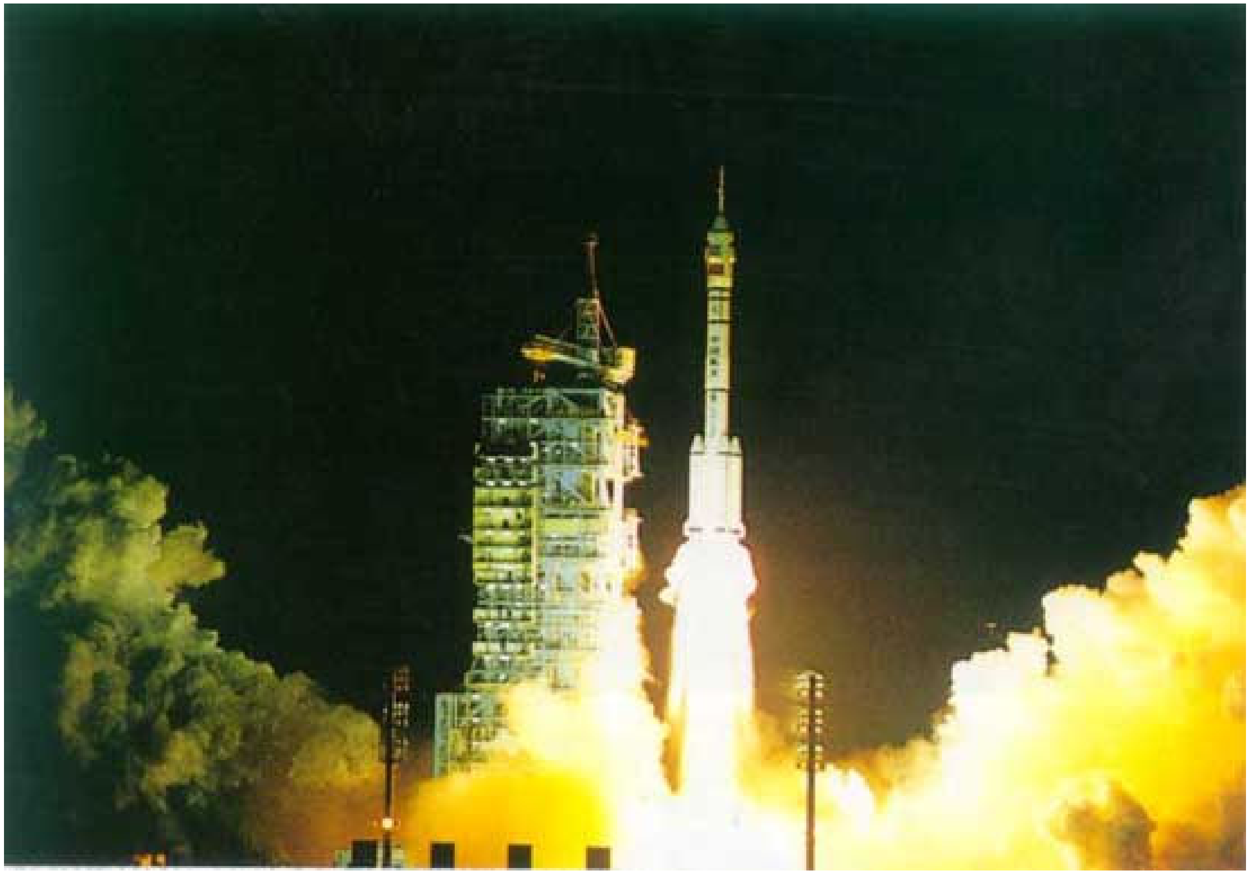
例1 质量为$m=0.01kg$的子弹在枪筒内受到的合力 $F=40-80t(SI)$
假定子弹到达枪口时所受的力变为零。

求 （**1**）在此过程中合力的冲量；

（**2**）子弹由枪口射出时的速度。

§3.4 火箭飞行原理（变质量系统）

下面以火箭飞行为例，讨论变质量问题。

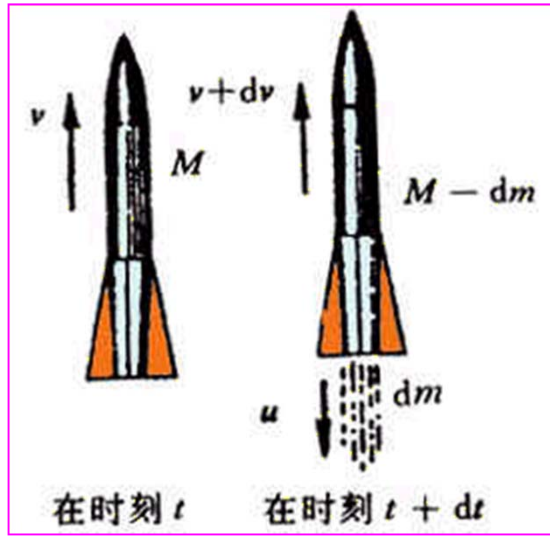


一. 火箭不受外力情形（在自由空间飞行）

1.火箭的速度

系统： 火箭壳体 + 尚存燃料

条件：燃料相对箭体以恒速u喷出



先分析一微过程： $t \rightarrow t+dt$

初态：系统质量 M，速度v(对地)，动量 Mv

末态：喷出燃料后

喷出燃料的质量：$dm = -dM$，

喷出燃料速度(对地)： $v - u$

火箭壳体 +尚存燃料的质量： M - dm

火箭壳体 +尚存燃料的速度(对地)： $\boldsymbol{v} + \mathrm{d}\,\boldsymbol{v}$

系统动量： $(M - \mathrm{d}m)(\boldsymbol{v} + \mathrm{d}\,\boldsymbol{v}) + [-\mathrm{d}M(\boldsymbol{v} - u)]$

由动量守恒，有

$$M\,\boldsymbol{v} = -\mathrm{d}M(\boldsymbol{v} - u) + (M - \mathrm{d}m)(\boldsymbol{v} + \mathrm{d}\,\boldsymbol{v})$$

经整理得： $M\mathrm{d}\boldsymbol{v} = -u\mathrm{d}M$

$$\longrightarrow \quad \mathrm{d}\,\boldsymbol{v} = -u\frac{\mathrm{d}\,M}{M} \quad \longrightarrow \quad \int_i^f \mathrm{d}\,\boldsymbol{v} = -u\int_{M_i}^{M_f}\frac{\mathrm{d}\,M}{M}$$

速度公式： $\boxed{\boldsymbol{v}_f = \boldsymbol{v}_i + u\ln\frac{M_i}{M_f}}$

引入火箭质量比： $N = \dfrac{M_i}{M_f}$

得 $$\boxed{v_f = v_i + u \ln N}$$

讨论：提高 v_f 的途径

(1)提高 u（现可达 $u = 4.1$ km/s）

(2)增大 N（受一定限制）

为提高N，采用多级火箭（一般为三级）

$$v = u_1 \ln N_1 + u_2 \ln N_2 + u_3 \ln N_3$$

资料：长征三号（三级大型运载火箭）

全长：43.25m，　最大直径：3.35m，

起飞质量：202吨，起飞推力：280吨力。

2.火箭所受的反推力

研究对象：喷出气体 $\mathrm{d}m$

t 时刻：速度v (和主体速度相同)，动量 $v\mathrm{d}m$

$t+\mathrm{d}t$时刻：速度 $v-u$， 动量$\mathrm{d}m(v-u)$

由动量定理，$\mathrm{d}t$内喷出气体所受冲量

$$F_{箭对气}\mathrm{d}t = \mathrm{d}m(v-u) - v\mathrm{d}m = -F_{气对箭}\mathrm{d}t$$

由此得火箭所受燃气的反推力为

$$\boxed{F = F_{气对箭} = u\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}}$$

二. 重力场中的火箭发射

忽略地面附近重力加速度 g 的变化，

可得 t 时刻火箭的速度：

$$\boxed{v(t) = v_i - gt + u\ln\frac{M_i}{M_t}}$$

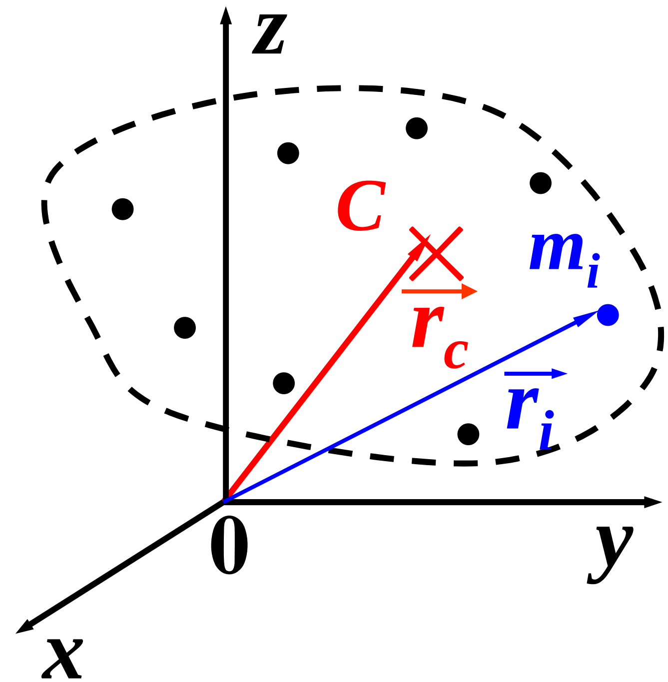
M_t： t 时刻火箭壳和尚余燃料的质量

§3.5质心（center of mass）

一. 质心的概念和质心位置的确定

为便于研究质点系总体运动，引入质心概念。

定义质心 C 的位矢为：



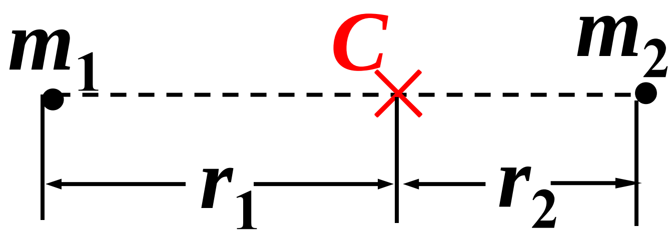
$$\boxed{\vec{r}_C = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}} \quad (m = \sum m_i)$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{\sum m_i x_i}{m} \\ y_C = \dfrac{\sum m_i y_i}{m} \\ z_C = \dfrac{\sum m_i z_i}{m} \end{cases}$$

质心位置是质点位置以质量为权重的平均值。

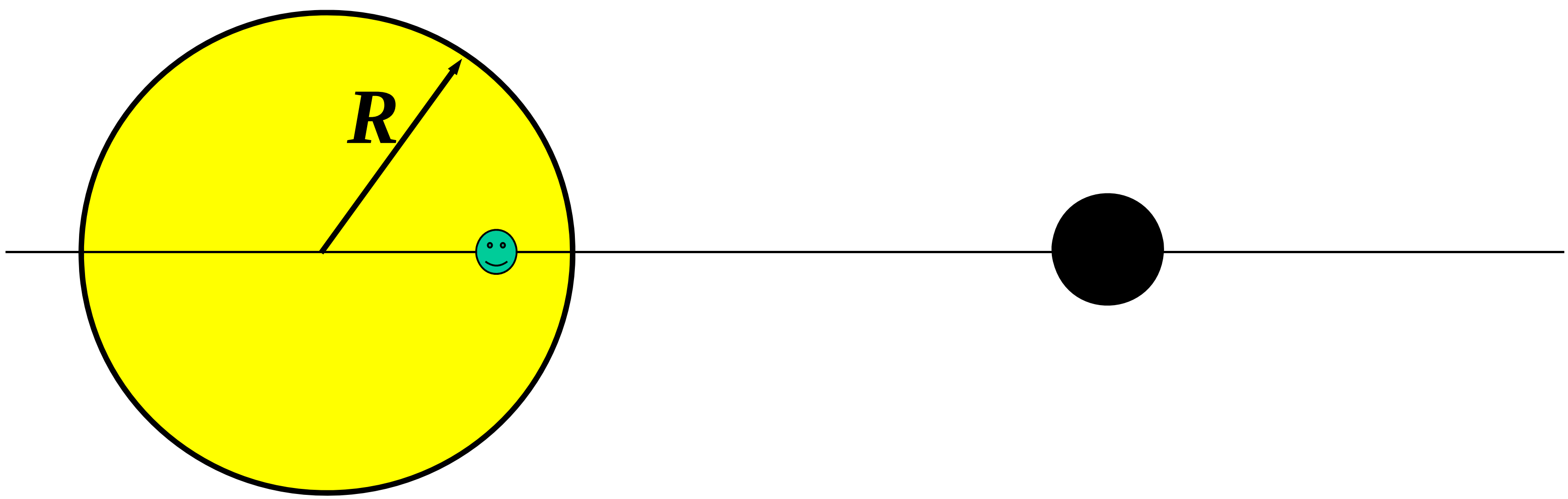
二.几种系统的质心

- 两质点系统

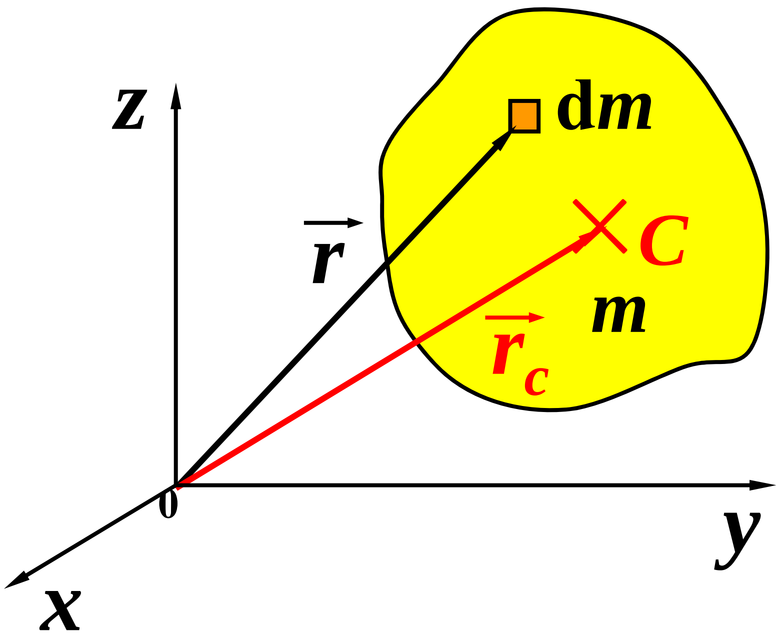


$$0 = -m_1 r_1 + m_2 r_2$$

$$m_1 r_1 = m_2 r_2$$



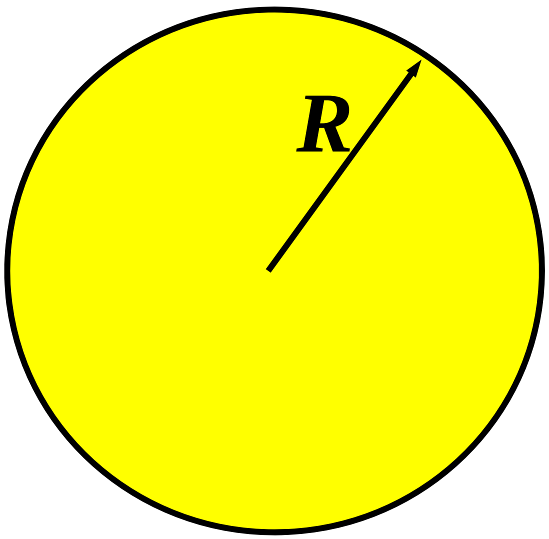
- 连续体

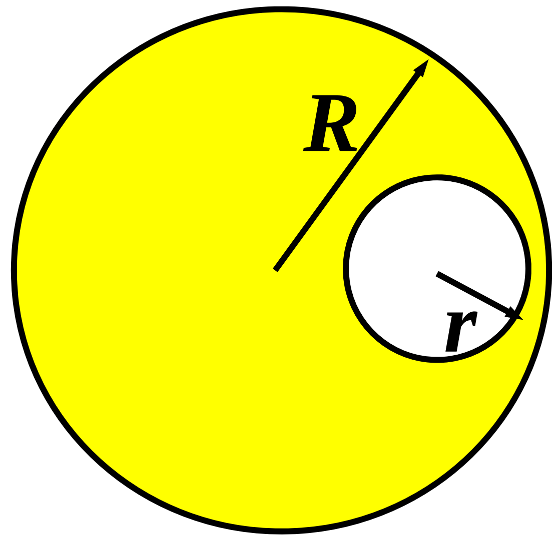


$$\vec{r}_C = \frac{\int \vec{r}\,\mathrm{d}m}{m}$$

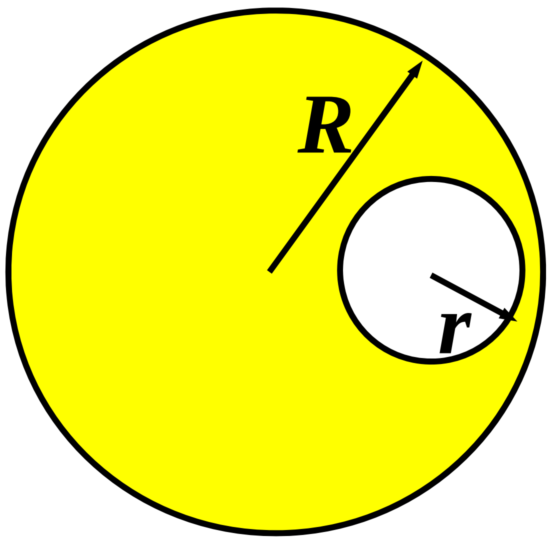
$$\begin{cases} x_C = \dfrac{\int x\,\mathrm{d}m}{m} \\ y_C = \dfrac{\int y\,\mathrm{d}m}{m} \\ z_C = \dfrac{\int z\,\mathrm{d}m}{m} \end{cases}$$

- 均匀杆、圆盘、圆环、球，质心为其几何中心。
- “小线度”物体的质心和重心是重合的。

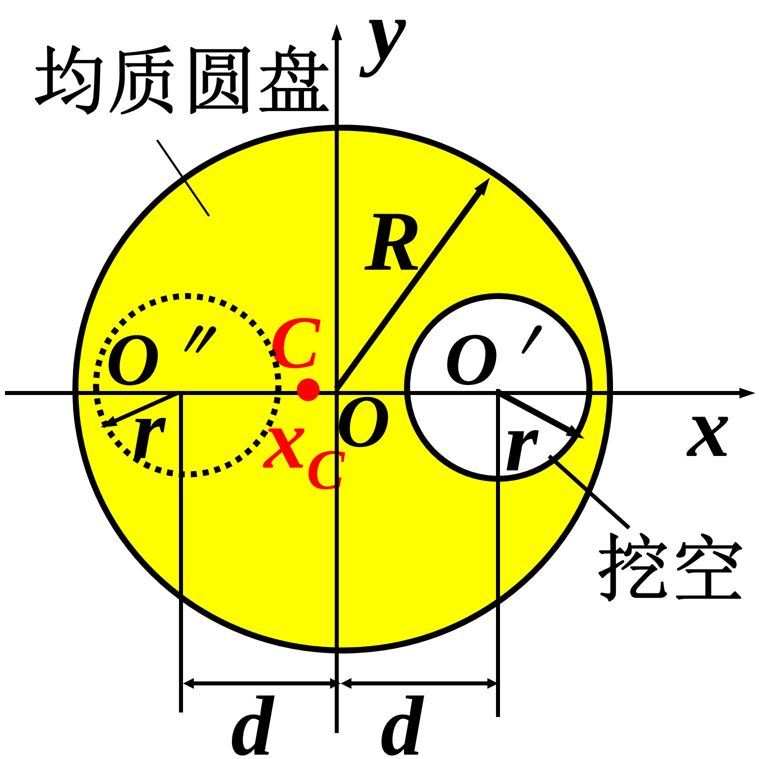




例:如图示，求挖掉小圆盘后系统的质心坐标。



例: 如图示，求挖掉小圆盘后系统的质心坐标。



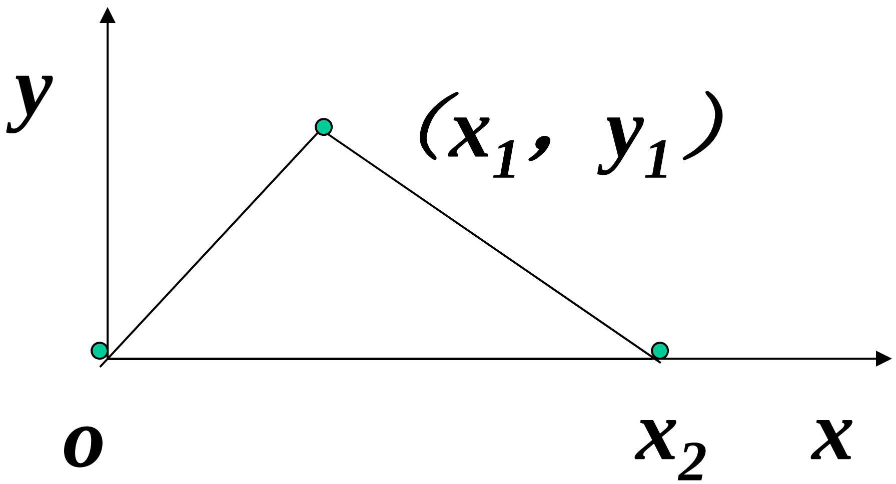
解： 由对称性分析，质心C应在x轴上。

令σ为质量的面密度，则质心坐标为：

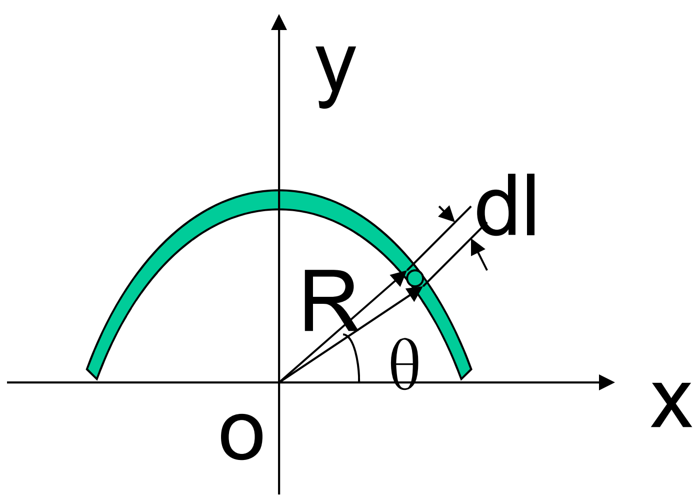
$$x_C = \frac{0 + (-d \cdot \sigma \cdot \pi r^2)}{\sigma \cdot \pi R^2 - \sigma \cdot \pi r^2}$$

$$= -\frac{d}{(R/r)^2 - 1}$$

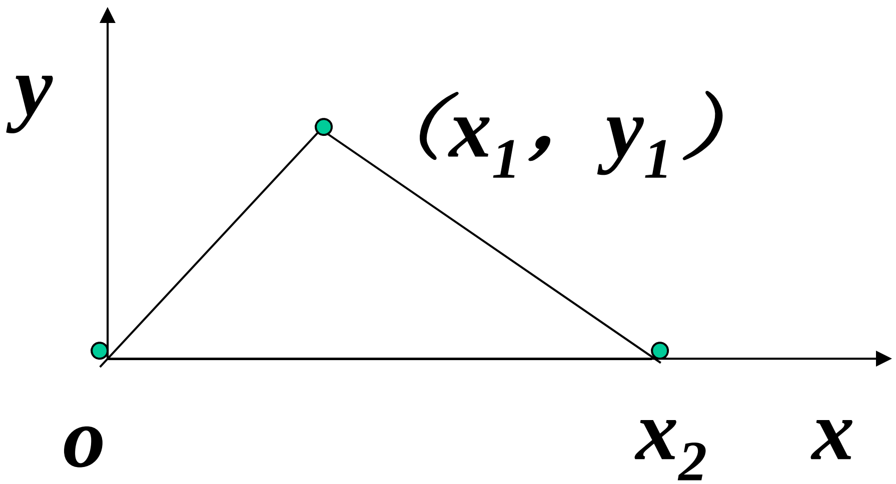
例：任意三角形的每个顶点有一质量m，求质心。



例:一段均匀铁丝弯成半圆形,其半径为R,求此半圆形铁丝的质心。

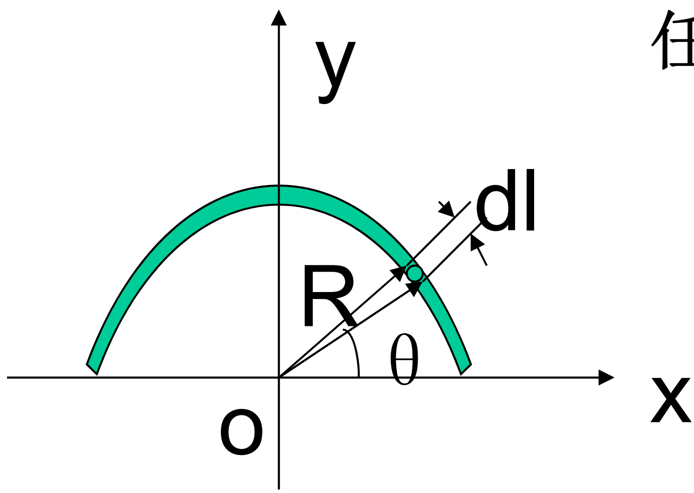


例：任意三角形的每个顶点有一质量m，求质心。



$$\begin{cases} x_c = \dfrac{mx_1 + mx_2}{3m} = \dfrac{x_1 + x_2}{3} \\ y_c = \dfrac{my_1}{3m} = \dfrac{y_1}{3} \end{cases}$$

例:一段均匀铁丝弯成半圆形,其半径为**R**,求此半圆形铁丝的质心。



解：半圆关于**y**轴对称，质心即在**y**轴上。任取**dl**长的一段铁丝，其质量为**dm**，则：

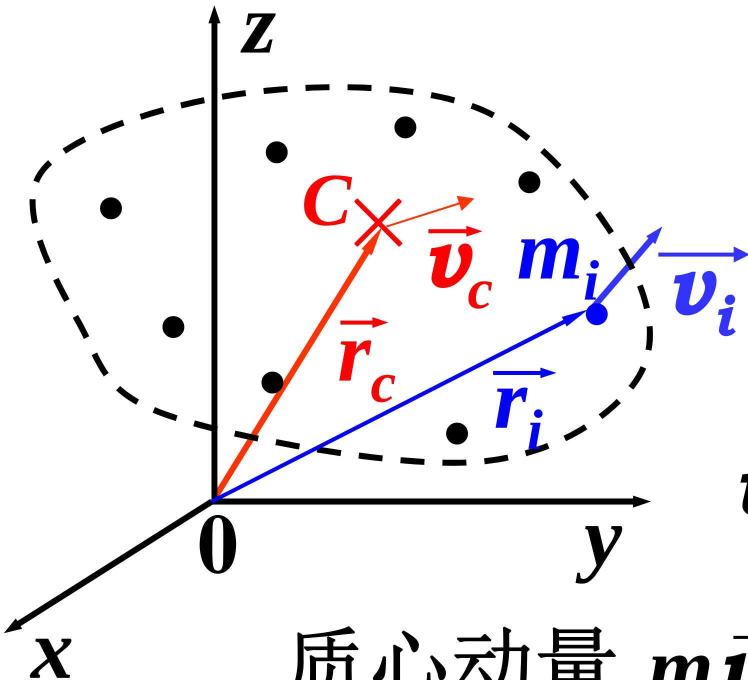
$$y_c = \frac{\int dm \cdot y}{m} = \frac{\int dm \cdot R\sin\theta}{m}$$

$$= \frac{\int_0^{\pi} \lambda R^2 \sin\theta \cdot d\theta}{m} = \frac{2R}{\pi}$$

§3.6质心运动定理

（theorem of motion of center of mass）

一. 质心运动定理



$$\vec{v}_C = \frac{\mathrm{d}\vec{r}_C}{\mathrm{d}t} = \frac{\sum m_i \frac{\mathrm{d}\vec{r}_i}{\mathrm{d}t}}{m}$$

$$= \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m} \quad \left(\vec{r}_C = \frac{\int \vec{r}\,\mathrm{d}m}{m}\right)$$

$\vec{v}_C$是质点系的“平均”速度

质心动量 $m\vec{v}_C = \sum_i m_i \vec{v}_i =$ 总动量 $\vec{P}$

即质点系的总动量 $\boxed{\vec{P} = m\vec{v}_C}$

由 $$\vec{F}_{外}=\frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\vec{v}_C)=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}_C}{\mathrm{d}t}$$

有 $$\boxed{\vec{F}_{外}=m\vec{a}_C}$$ — 质心运动定理

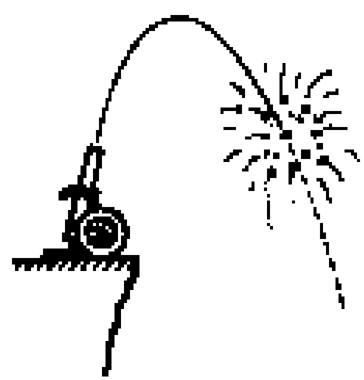
质心的运动如同一个在质心位置处的质点的运动，该质点集中了整个质点系的质量和所受的外力。在质点力学中所谓“物体”的运动，实际上是物体质心的运动。

系统内力不会影响质心的运动，例如：

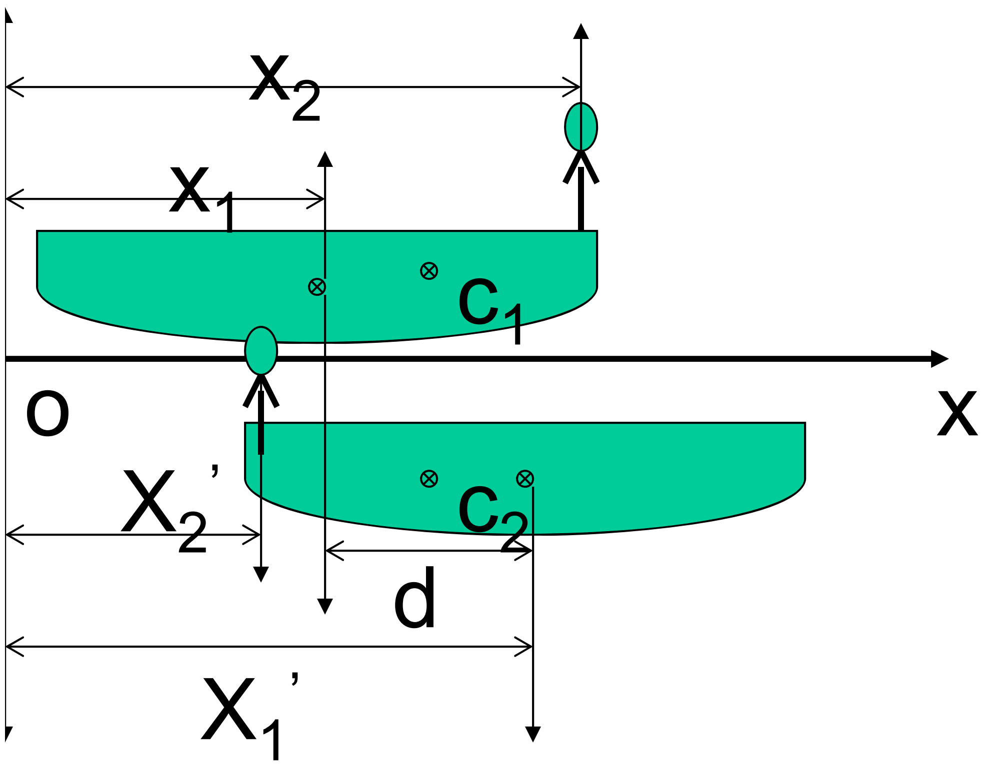
▲ 在光滑水平面上滑动的木块，其质心做匀速直线运动

▲ 做跳马落地动作的运动员尽管在翻转，但其质心仍做抛物线运动

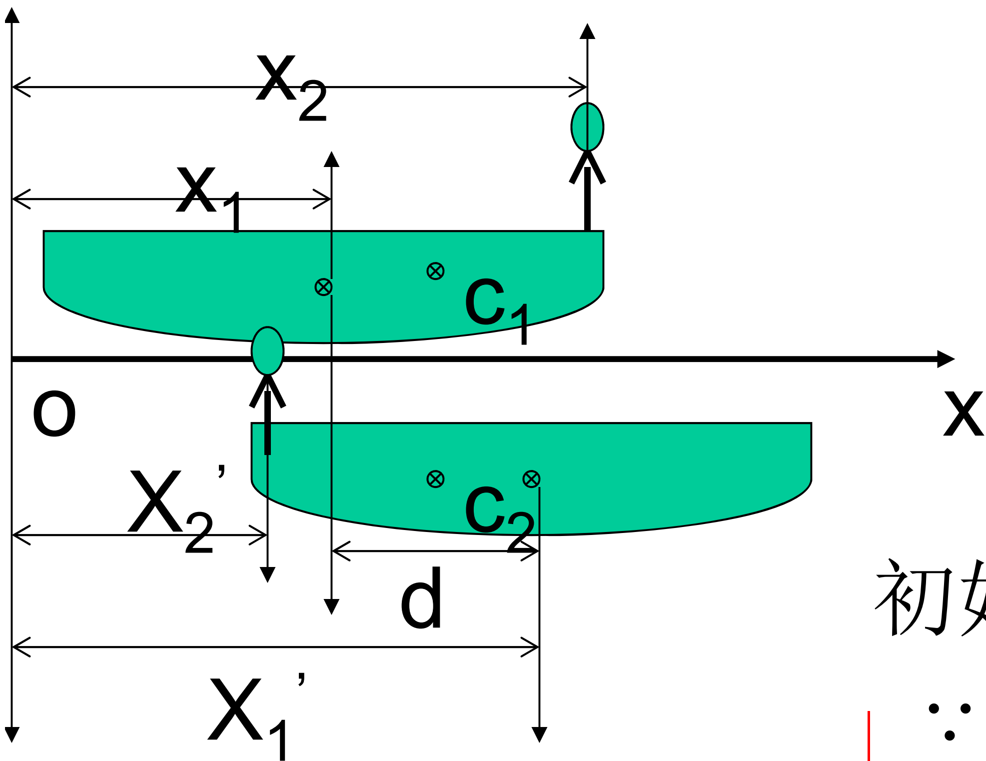
▲ 爆炸的焰火弹虽然碎片四散，但其质心仍在做抛物线运动



例1：一质量m_2=50kg的人站在一条m_1=200kg，长度l=4m的船的船头上，开始时静止，试求当人走到船尾时船移动的距离。



例1：一质量m_2=50kg的人站在一条m_1=200kg，长度l=4m的船的船头上，开始时静止，试求当人走到船尾时船移动的距离。



解：把船和人视为同一系统,则人对船或船对人的各种作用力都是内力.在水平方向上没有外力,则质心的水平速度不变,原来静止,则依然静止,即质心的坐标不变。

初始状态：$x_{c1}=\dfrac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$

人行走后：$x_{c2}=\dfrac{m_1x_1'+m_2x_2'}{m_1+m_2}$

$\because x_{c1}=x_{c2}$

又由图可知：$x_1'-x_1=d, x_2-x_2'=l-d$

$$\therefore d=\frac{m_2}{m_1+m_2}l=0.8m$$

二.动量守恒与质心的运动

若合外力为零，则 $\begin{cases} \text{质点系动量守恒} \\ \vec{a}_c = 0 \rightarrow \vec{v}_c = \text{常矢量} \end{cases}$

若合外力分量为0，则 $\begin{cases} \text{质点系分动量守恒} \\ \text{相应的质心分速度不变} \end{cases}$

如：$\sum_i F_{ix} = 0 \longrightarrow v_{cx} = \text{常量}$

质点系动量守恒和质心匀速运动等价！

谢谢！！！