大学基础物理学
University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

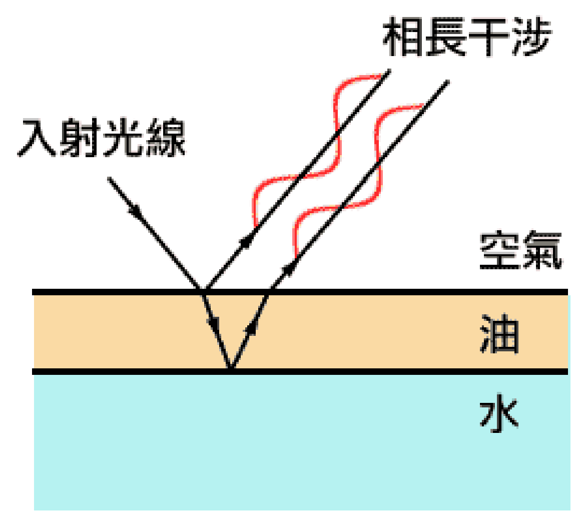

薄膜干涉
www.scol.com.cn

油膜干涉

两束反射光线的相差？？

1. 光程差
2. 半波损失

$n_{空气} < n_{油} < n_{水}$



两个面反射都会引入半波损失，因此不影响相差。

$$\boxed{相差 = 光程差 \frac{2\pi}{\lambda}} = 2hn_{油}\frac{2\pi}{\lambda}$$

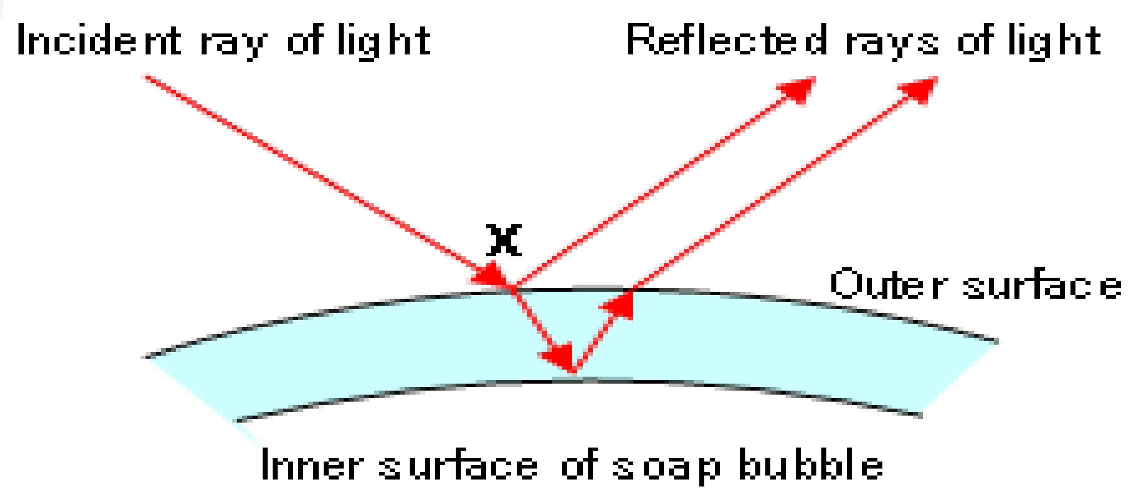
当 $2hn_{油}\frac{2\pi}{\lambda} = 2k\pi$ $\quad h = \frac{k\lambda}{2n_{油}}$ 最大光强

当 $2hn_{油}\frac{2\pi}{\lambda} = (2k+1)\pi$ $\quad h = \frac{(2k+1)\lambda}{4n_{油}}$ 最小光强

薄膜干涉

相差？？

$n_{空气} < n_{肥皂水}$



上表面反射会引入半波损失，而下表面不引入半波损失

$$\boxed{相差 = 光程差\frac{2\pi}{\lambda}+\pi} = 2hn_{肥皂水}\frac{2\pi}{\lambda}+\pi$$

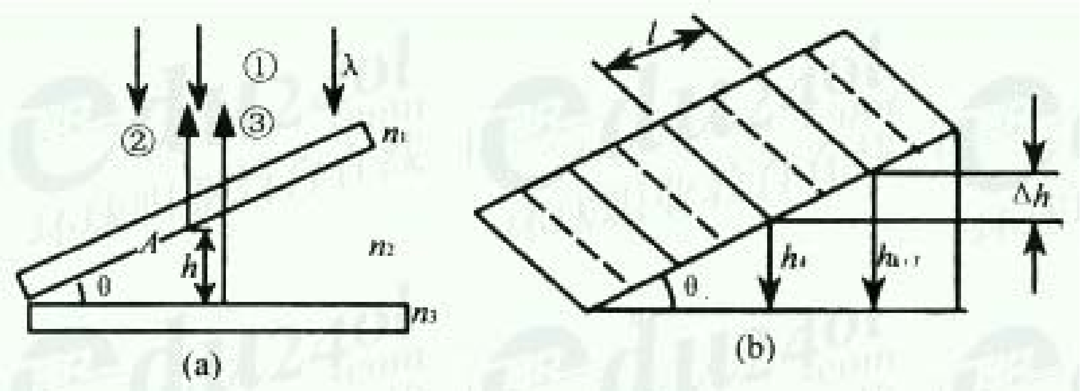
当 $2hn_{肥皂水}\frac{2\pi}{\lambda}+\pi = 2k\pi$ $\quad h=\frac{(2k-1)\lambda}{2n_{肥皂水}}$ 最大光强

当 $2hn_{肥皂水}\frac{2\pi}{\lambda}+\pi = (2k+1)\pi$ $\quad h=\frac{k\lambda}{2n_{肥皂水}}$ 最小光强

劈尖（劈形膜）

劈尖——夹角很小的两个平面所构成的薄膜

1，2两束光来自同一束入射光，它们可以干涉——分振幅干涉.



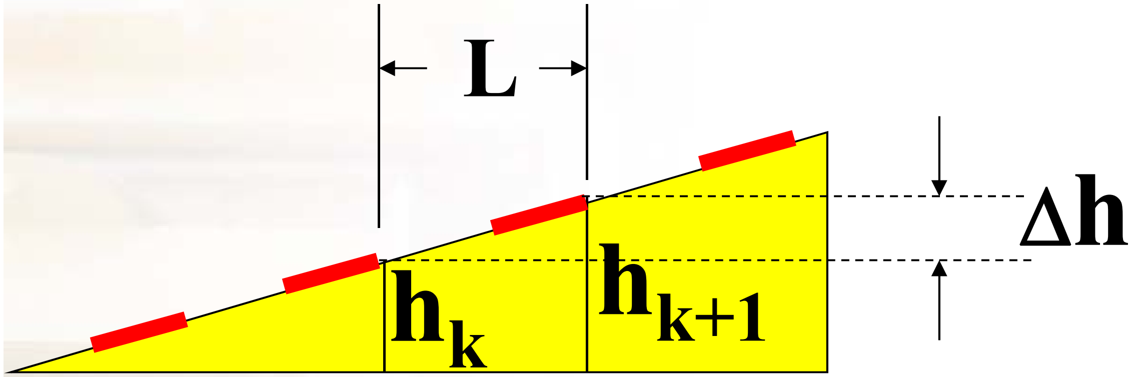
$\because \theta$ 很小，光程差

$$\boxed{\delta \approx 2nh + \frac{\lambda}{2}}$$

明纹 $2nh + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, k = 1,2,3\cdots$

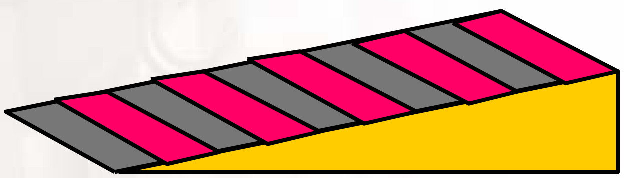
暗纹 $2nh + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, k = 0,1,2,\cdots$

相邻两条亮纹（或暗纹）对应的厚度差Δe：



$$2nh_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$2nh_{k+1} + \frac{\lambda}{2} = (k+1)\lambda$$



所以

$$\boxed{\Delta h = h_{k+1} - h_k = \frac{\lambda}{2n}}$$

条纹间距 $L = \dfrac{\Delta h}{\tan\theta}$

$$L = \frac{\lambda}{2n\tan\theta}$$

$$\boxed{L = \frac{\lambda}{2n\theta}}$$

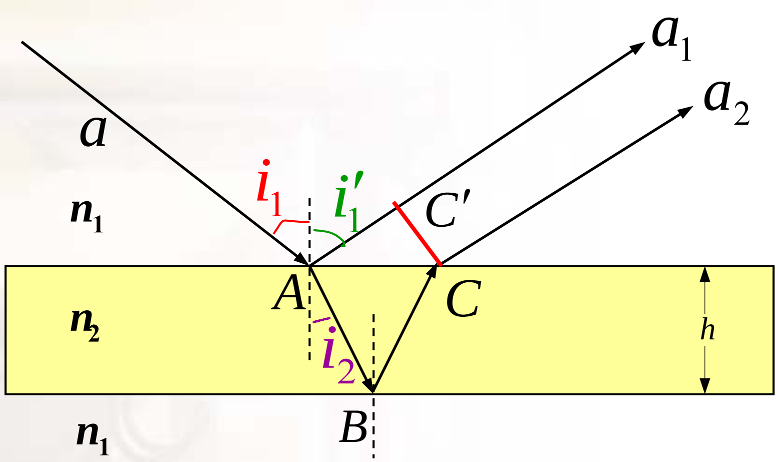
$$h=\frac{k\lambda}{2n_{油}} \qquad h=\frac{(2k+1)\lambda}{4n_{油}}$$

$$h=\frac{(2k-1)\lambda}{2n_{肥皂水}} \qquad h=\frac{k\lambda}{2n_{肥皂水}}$$

$$2nh+\frac{\lambda}{2}=k\lambda, k=1,2,3\cdots \qquad 2nh+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}, k=0,1,2,\cdots$$

h 变化

等倾条纹



计算 a_1 和 a_2 的光程差，作

$$\overline{CC'} \perp \overline{Aa_1}$$

$$\delta = n_2(\overline{AB} + \overline{BC}) - n_1 \overline{AC'} - \frac{\lambda}{2}$$

代入 $\begin{cases} \overline{AB} = \overline{BC} = \dfrac{h}{\cos i_2} \\ \overline{AC'} = \overline{AC} \sin i_1 = 2htgi_2 \sin i_1 \end{cases}$

$$\delta = \frac{2h}{\cos i_2}(n_2 - n_1 \sin i_2 \sin i_1) - \frac{\lambda}{2}$$

注意 若光在介质上表面反射时有附加光程差，则：

不论入射光的的入射角如何

满足 $n_1 < n_2 > n_3$（或 $n_1 > n_2 < n_3$）

➡产生额外程差

满足 $n_1 > n_2 > n_3$（或 $n_1 < n_2 < n_3$）

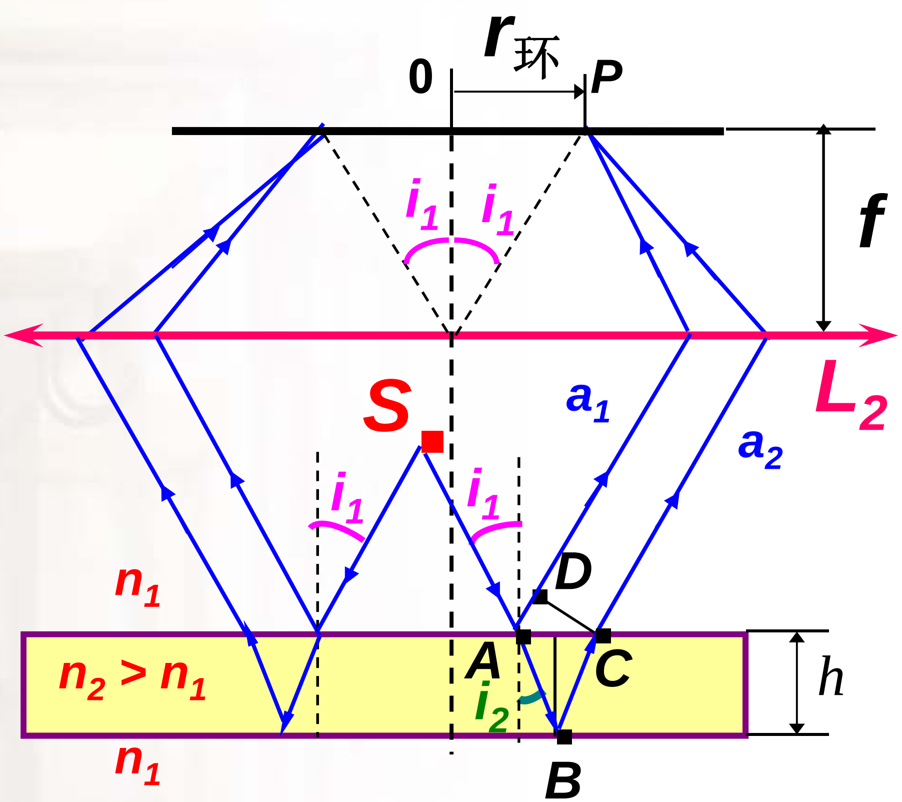
➡不存在额外程差

当薄膜厚度不变时,条纹的规律:

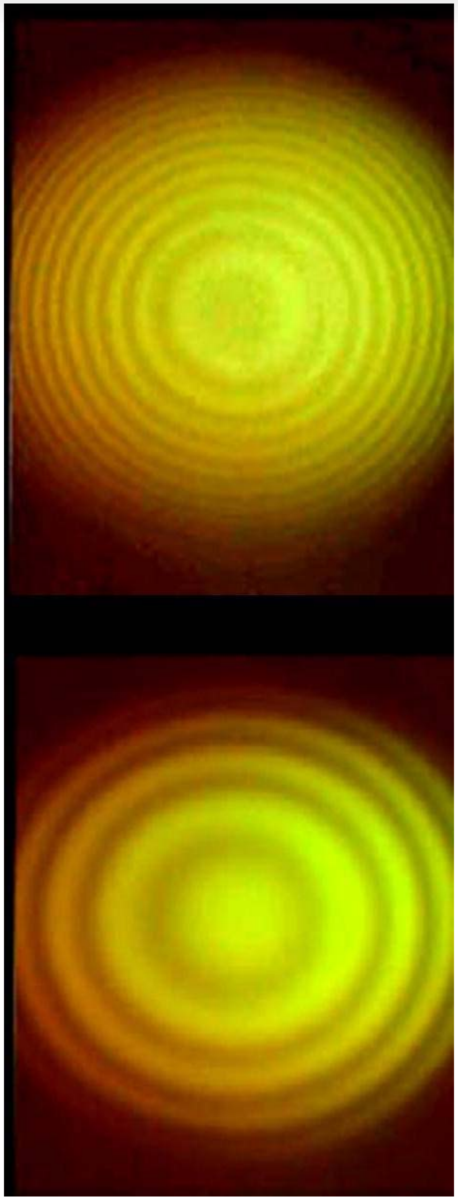
由 $$\delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2} = \delta(i)$$

亮纹: $\boldsymbol{\delta = k\lambda}$, $\quad \boldsymbol{k = 1,2,3,\cdots}$

暗纹: $\boldsymbol{\delta = (2k' + 1)\frac{\lambda}{2}}$, $\quad \boldsymbol{k' = 0,1,2,\cdots}$

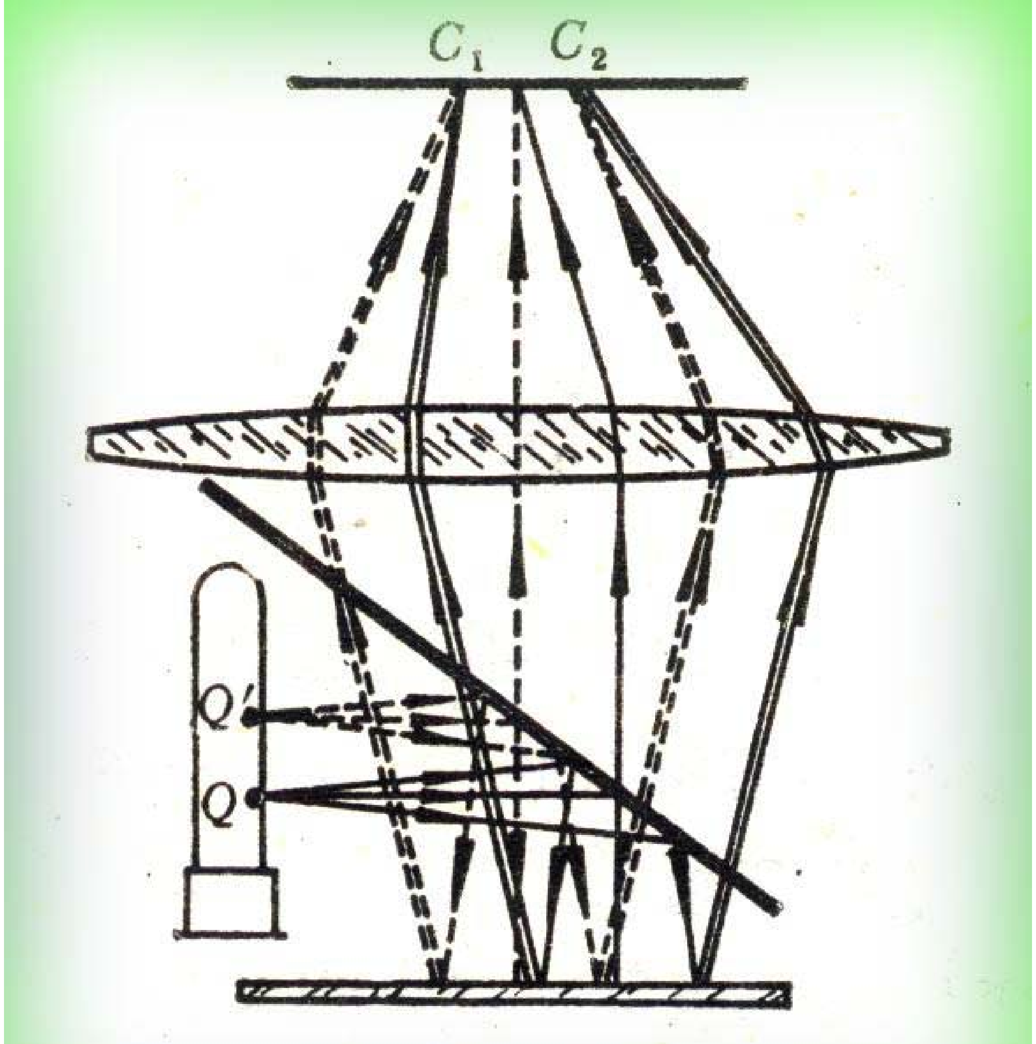


膜厚均匀（h不变）



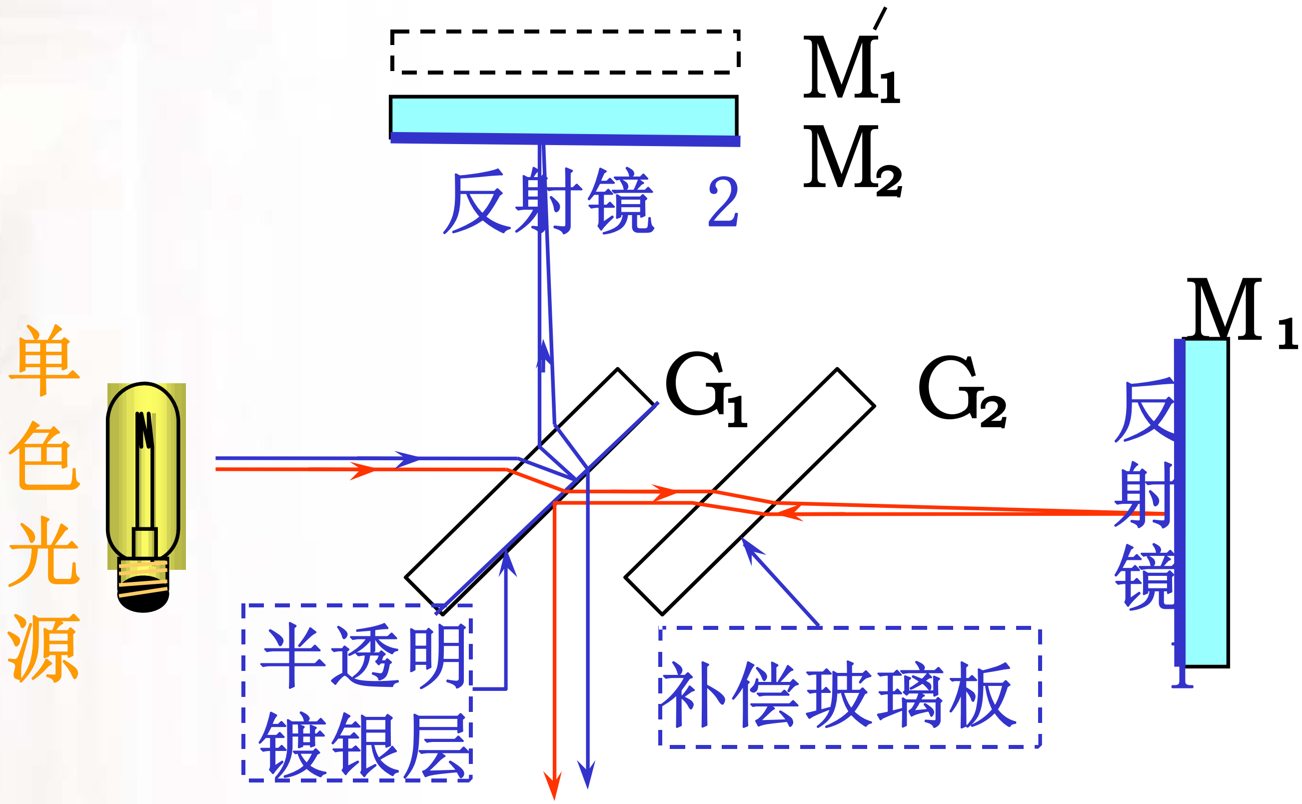
$$\delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

或$\delta = 2nh\cos\gamma + \dfrac{\lambda}{2}$

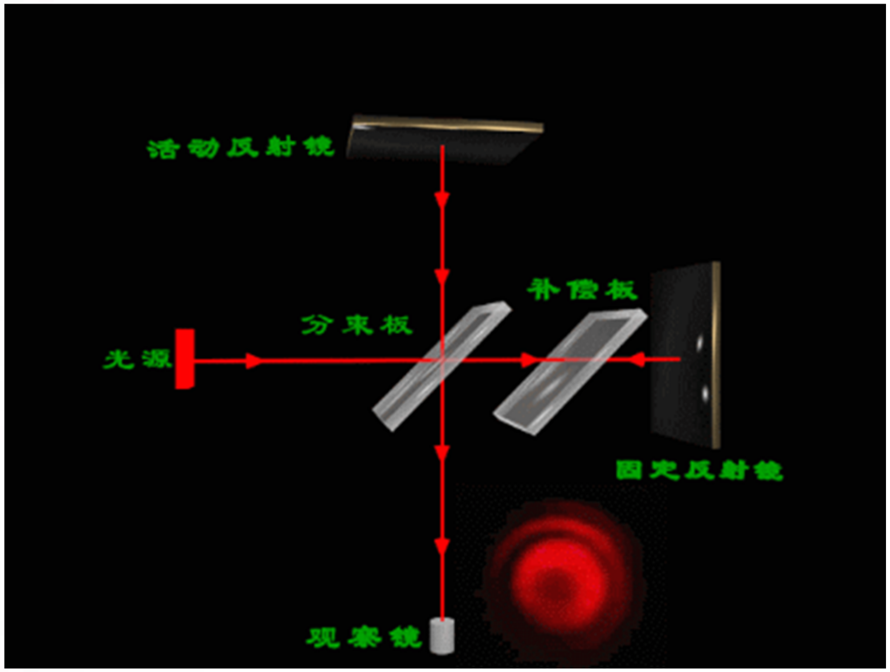


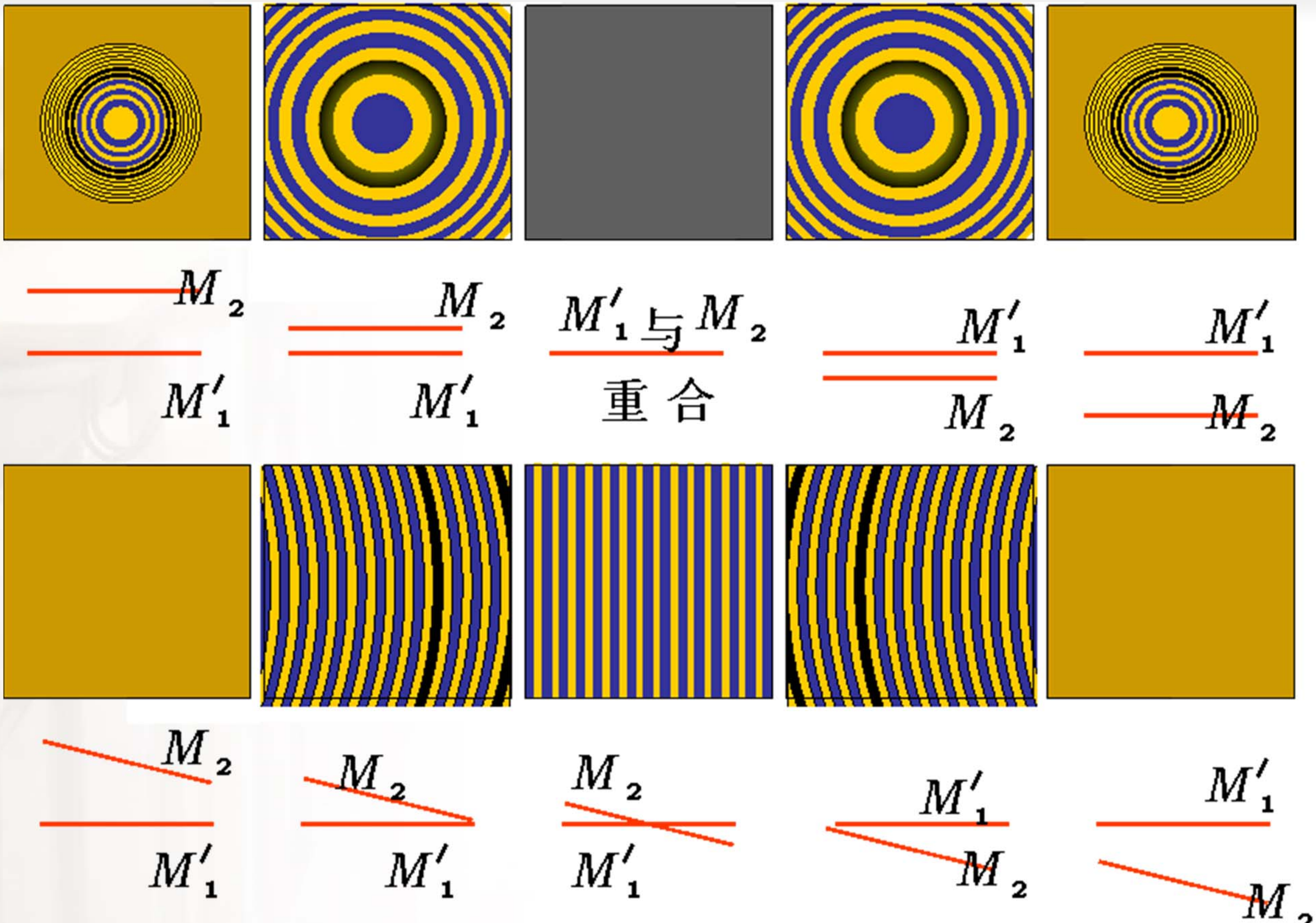
迈克耳逊干涉仪

仪器结构示意图（利用分振幅法产生双光束干涉的仪器）



当M_1与M_2严格垂直时，得到等倾圆条纹；当M_1和 M_2不严格垂直时，得到等厚条纹；若间距较大时，条纹消失.


活动反射镜
补偿板
分束板
光源
固定反射镜
观察镜



M_2
M'_1
M_2
M'_1
M'_1 与 M_2
重 合
M'_1
M_2
M'_1
M_2
M_2
M'_1
M_2
M'_1
M_2
M'_1
M'_1
M_2
M'_1
M_2

等厚条纹时

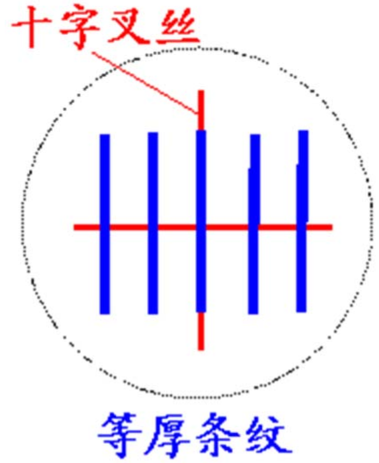
$$\boxed{相差 = 光程差 \frac{2\pi}{\lambda}} = 2h\frac{2\pi}{\lambda}$$

$$2h\frac{2\pi}{\lambda} = 2k\pi \qquad h = \frac{k\lambda}{2}$$ 最大光强 $$h = \frac{k\lambda}{2n_{油}}$$

平面镜平移，则干涉条纹移动

若干涉条纹移过N条，则平移距离为

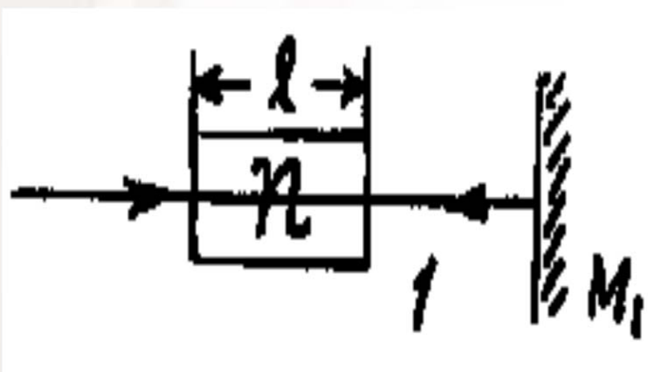
$$\boxed{\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2}}$$



应用举例：

▲ 微小位移测量 (精确到10^{-8}米的数量级)

▲ 光路1中插入介质，可测折射率 n 或插入介质的厚度 ℓ 。



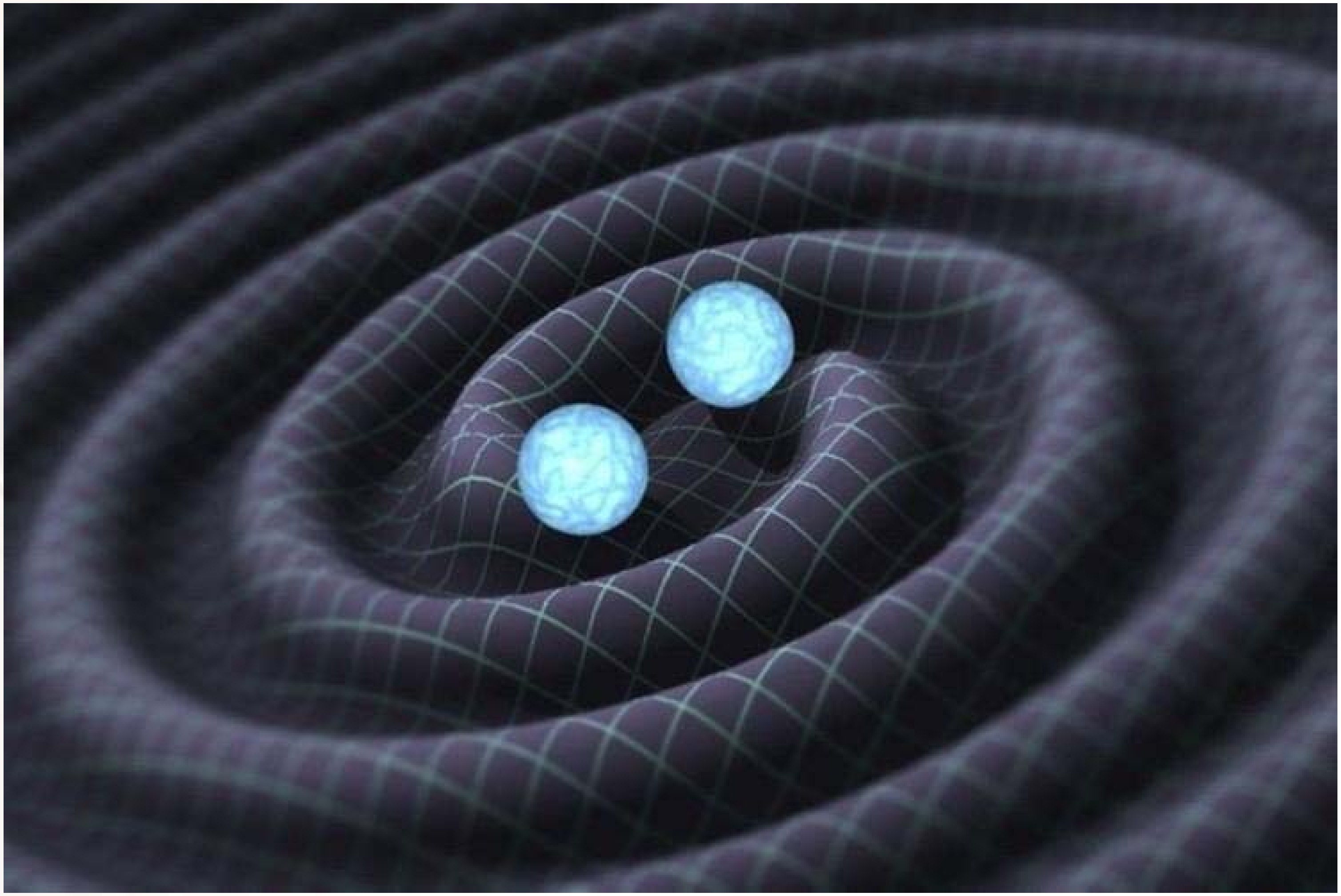
如图,附加光程为

$$\delta = 2(n-1)l$$

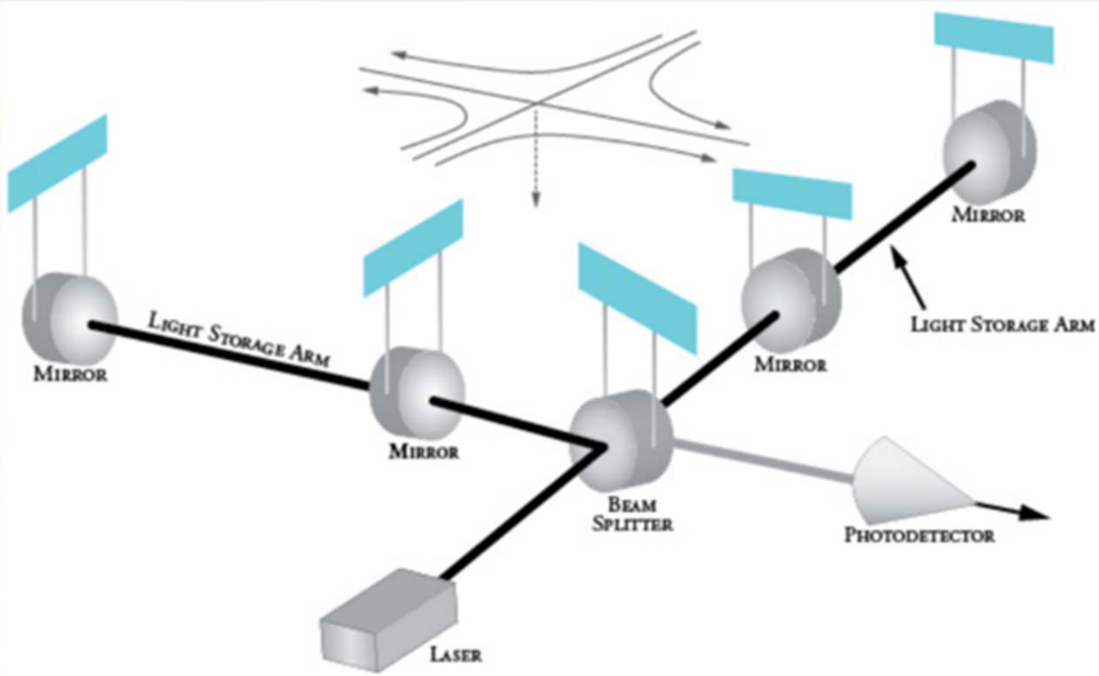
若相应移过 N 个条纹，

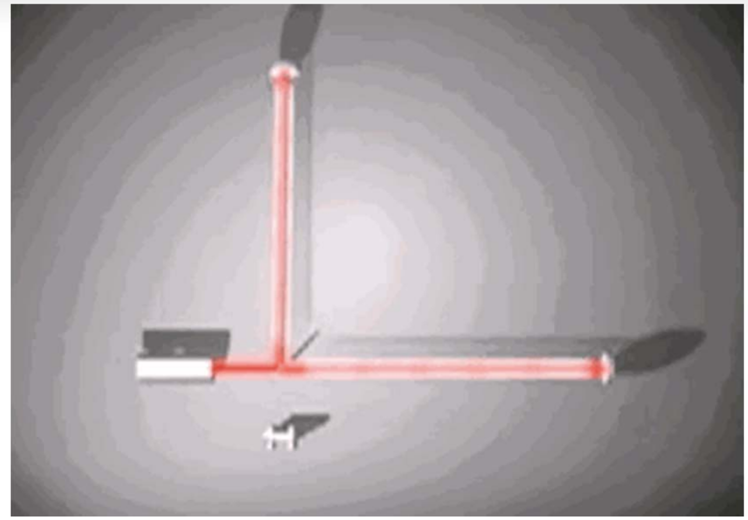
则应有 $\delta = 2(n-1)l = N\lambda$

由此可测折射率**n**或***l*** 。

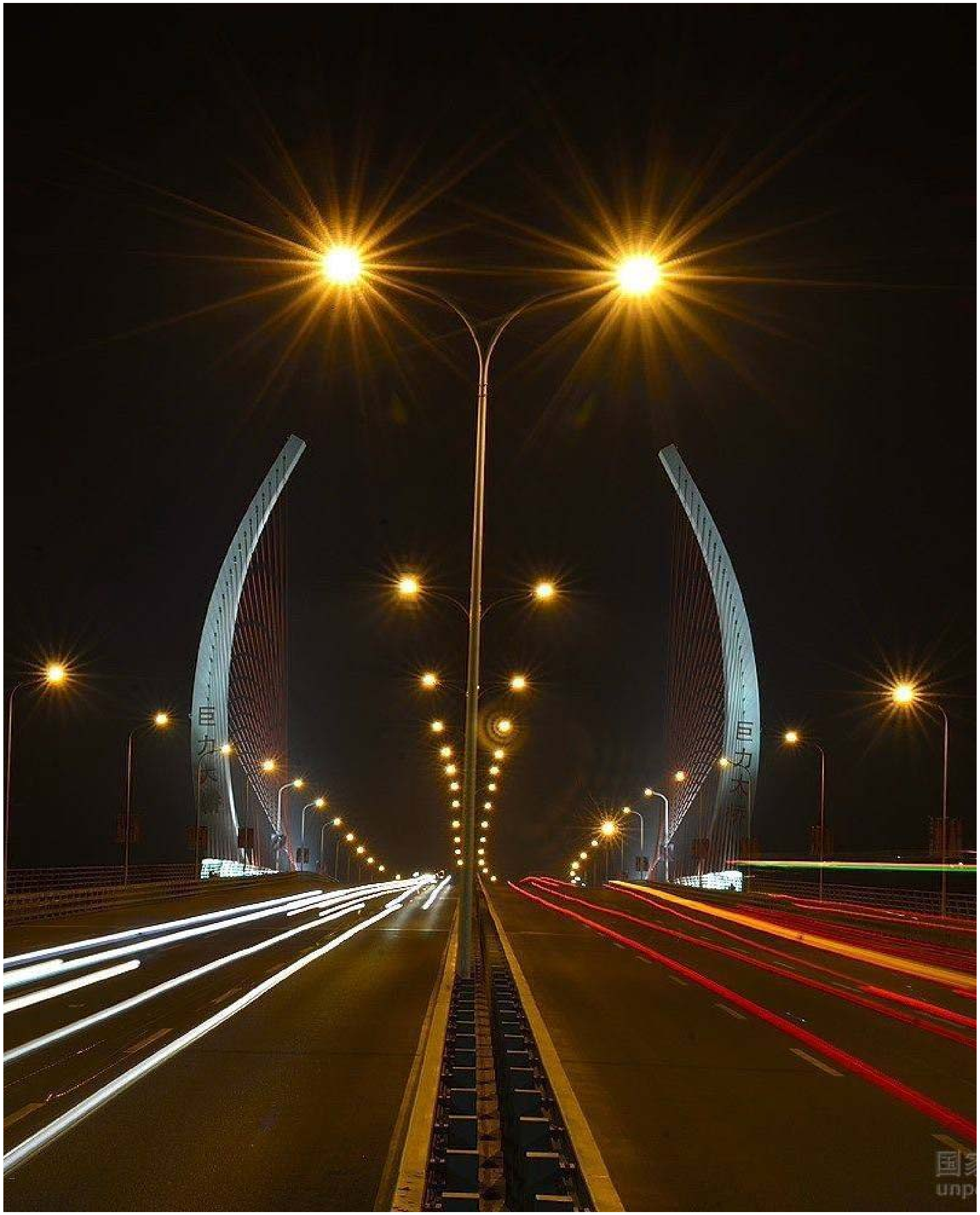


两条互相垂直的长臂，长度均为4公里。一束激光用分光镜分成夹角为90度的两束，两束激光分别被4公里外的反射镜反射回来并发生干涉。由于频率和波长完全一致，在正常情况下，这两束激光应该是完全相同的，但是如果存在引力波作用，则会对这两束激光的波长频率产生影响，从而导致两束激光在叠加的干涉条纹上出现改变。这样的改变将能够让科学家们判断两个绕转天体各自的质量大小、它们之间的间距以及这一系统到地球之间的距离等丰富的信息。



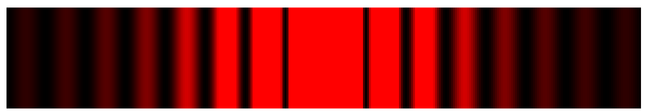


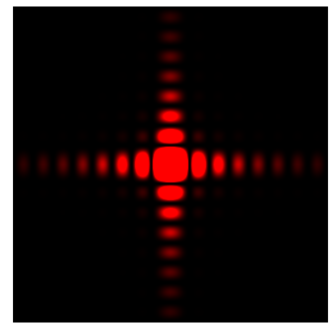
两条互相垂直的长臂，长度均为4公里。一束激光用分光镜分成夹角为90度的两束，两束激光分别被4公里外的反射镜反射回来并发生干涉。**由于频率和波长完全一致，在正常情况下，这两束激光应该是完全相同的，但是如果存在引力波作用，则会对这两束激光的波长频率产生影响，从而导致两束激光在叠加的干涉条纹上出现改变。这样的改变将能够让科学家们判断两个绕转天体各自的质量大小、它们之间的间距以及这一系统到地球之间的距离等丰富的信息。**



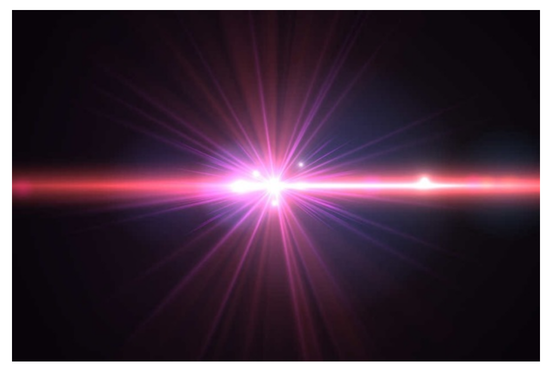
$\rho > 10^3 \lambda$ **衍射现象不显著。（影）**

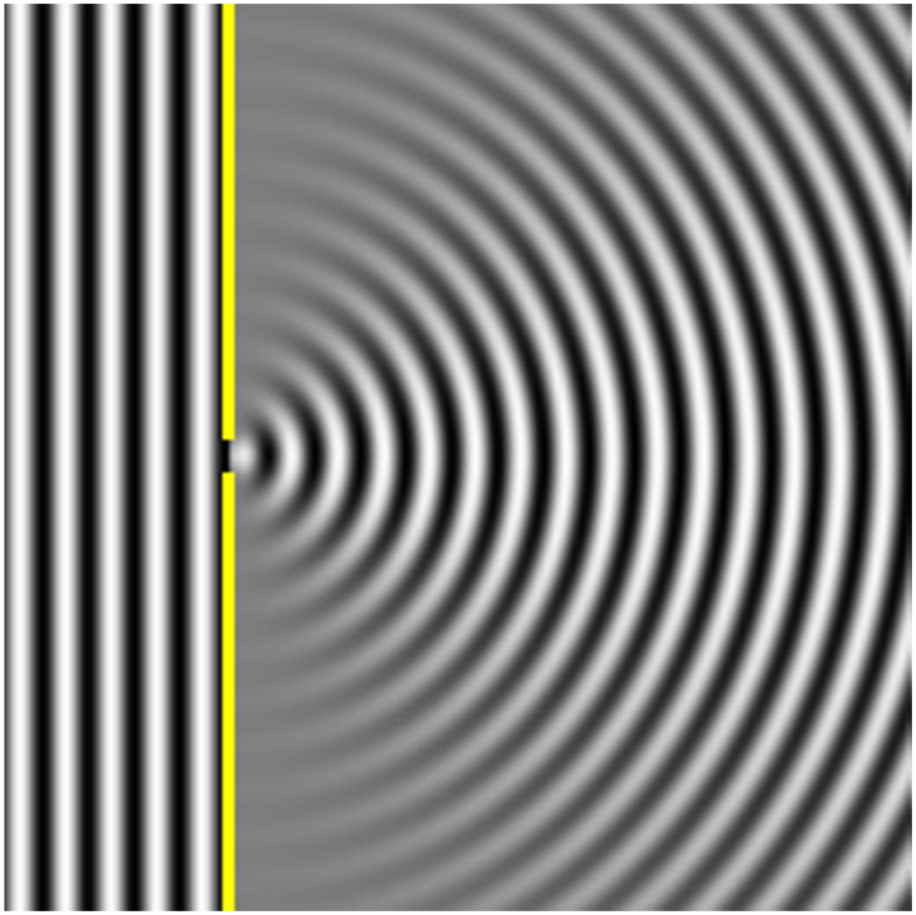
$10^3 \lambda > \rho > \lambda$ **衍射现象显著。（ρ 为光孔线度）**



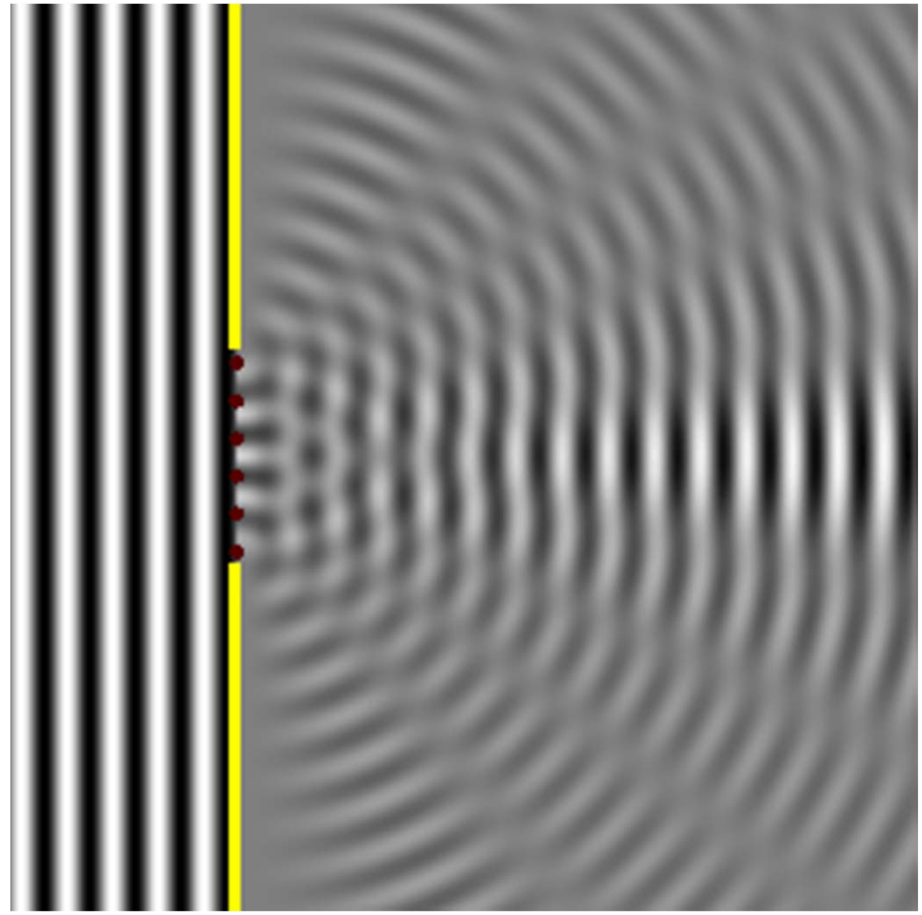


$\rho \ll \lambda$ **衍射现象强烈。（散射）**



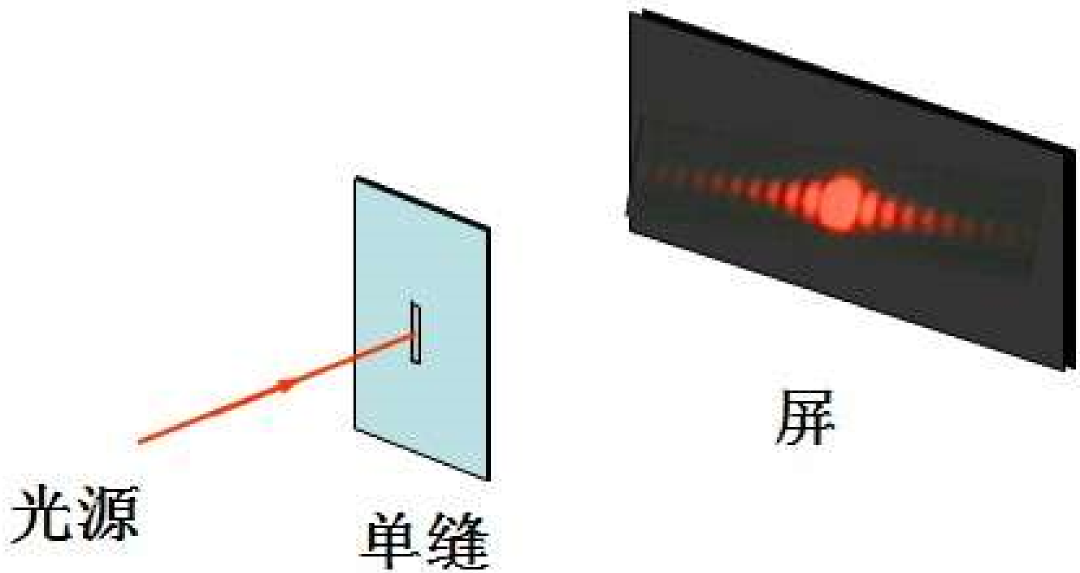


障碍物的线度小



障碍物的线度大

单缝衍射：



- 明显衍射条件：
  - 缝宽与光的波长差不多，或比光的波长更短

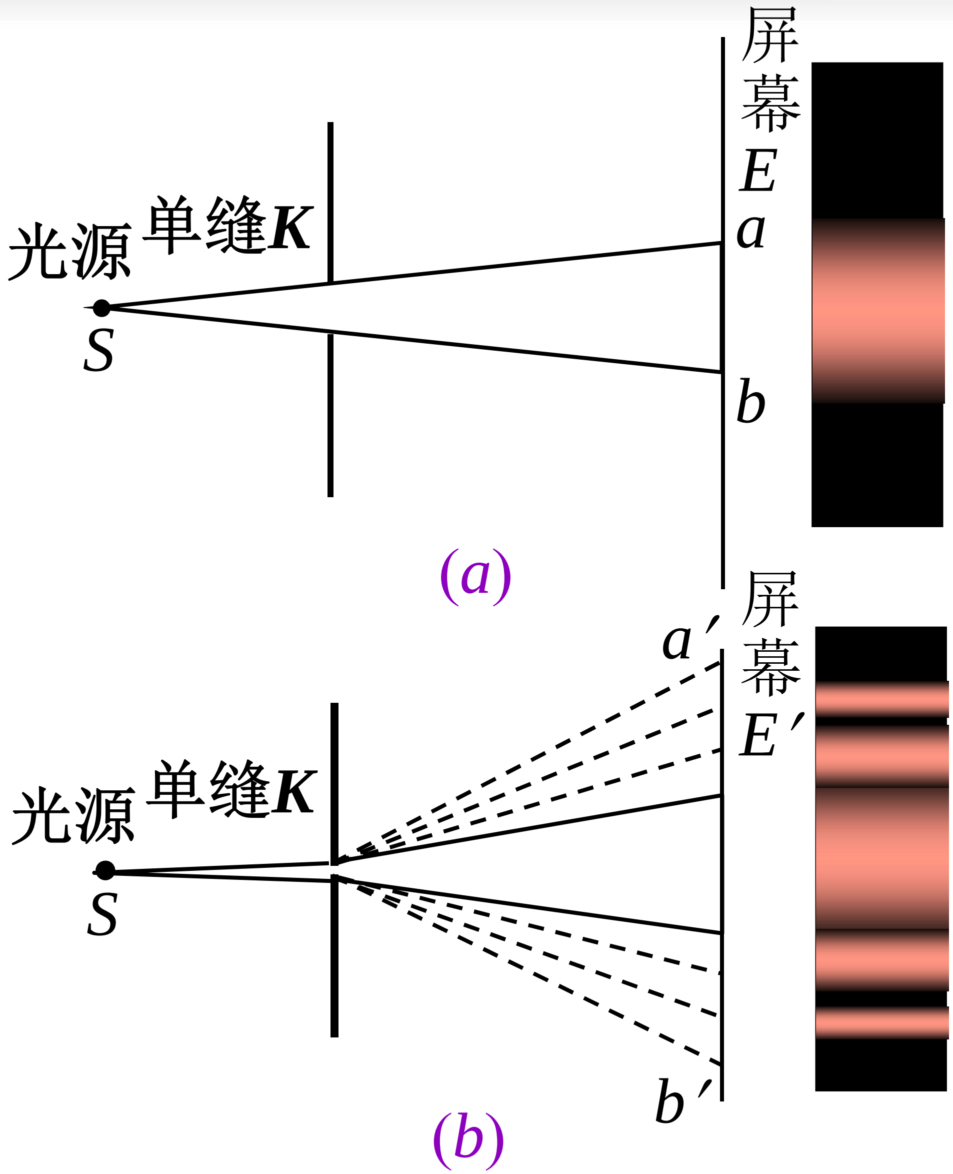
光的衍射现象

衍射现象：

波在传播过程中遇到障碍物，能够绕过障碍物的边缘前进这种偏离直线传播的现象称为衍射现象。

判据：

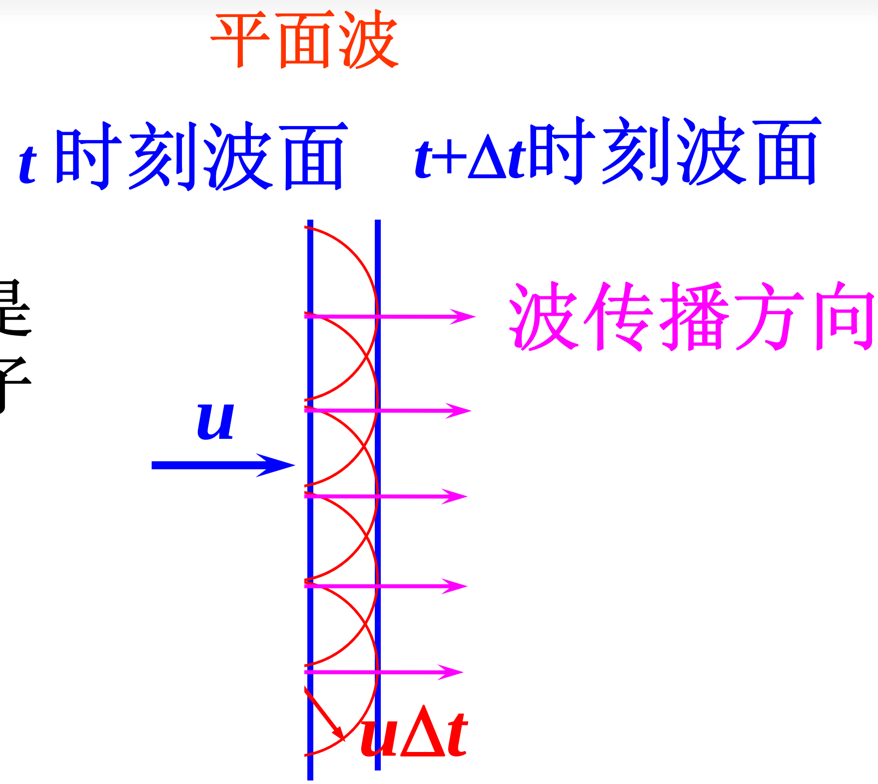
$a \sim \lambda$



惠更斯-菲涅耳原理

•1690年惠更斯提出惠更斯原理，认为波前上的每一点都可以看作是发出球面子波的新的波源，这些子波的包络面就是下一时刻的波前。

•1818年，菲涅耳运用子波可以相干叠加的思想对惠更斯原理作了补充。他认为从同一波面上各点发出的子波，在传播到空间某一点时，各个子波之间也可以相互叠加而产生干涉现象。这就是惠更斯—菲涅耳原理。



衍射的分类

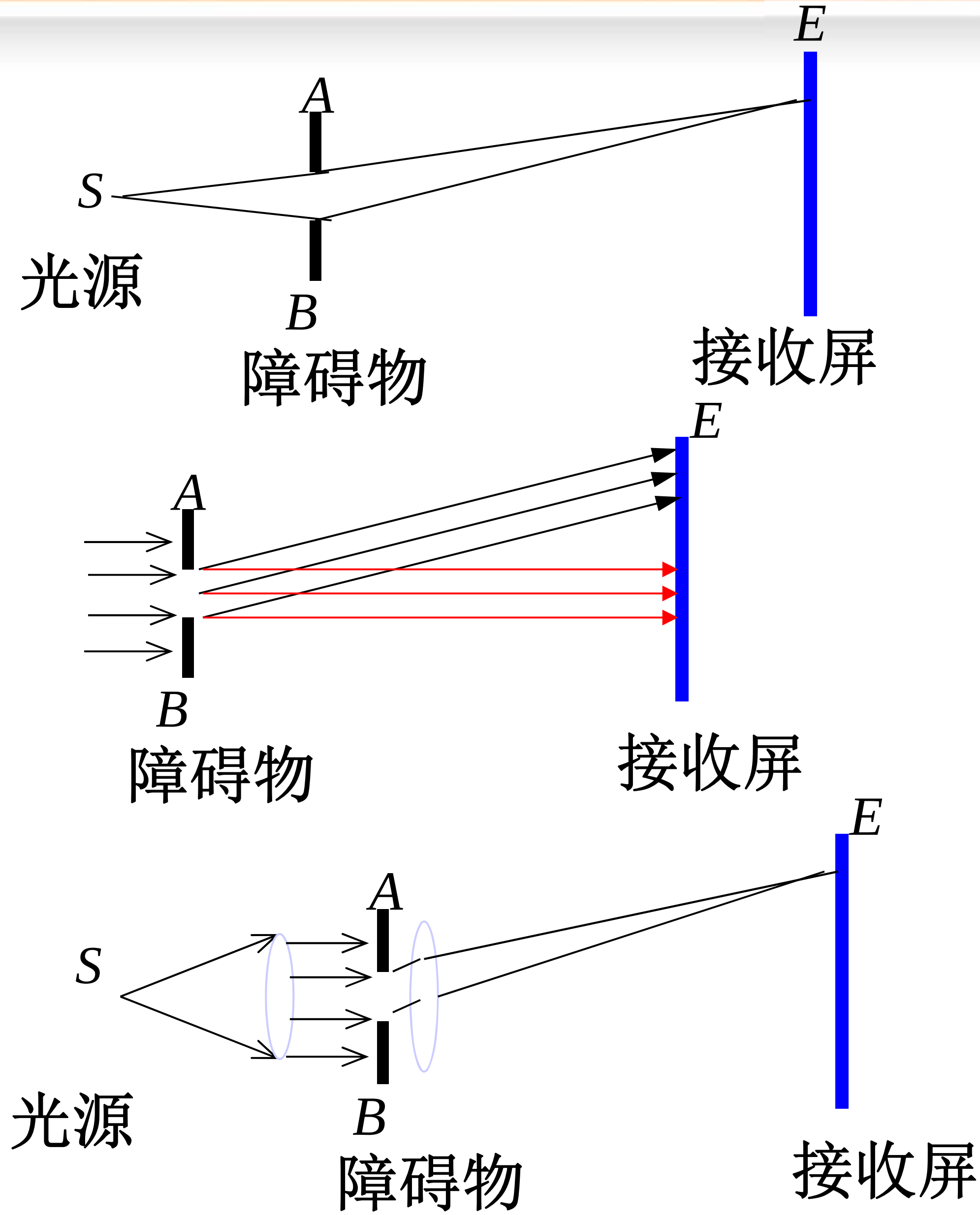
衍射系统一般由光源、衍射屏和接受屏组成的。按它们相互距离的关系，通常把光的衍射分为两大类

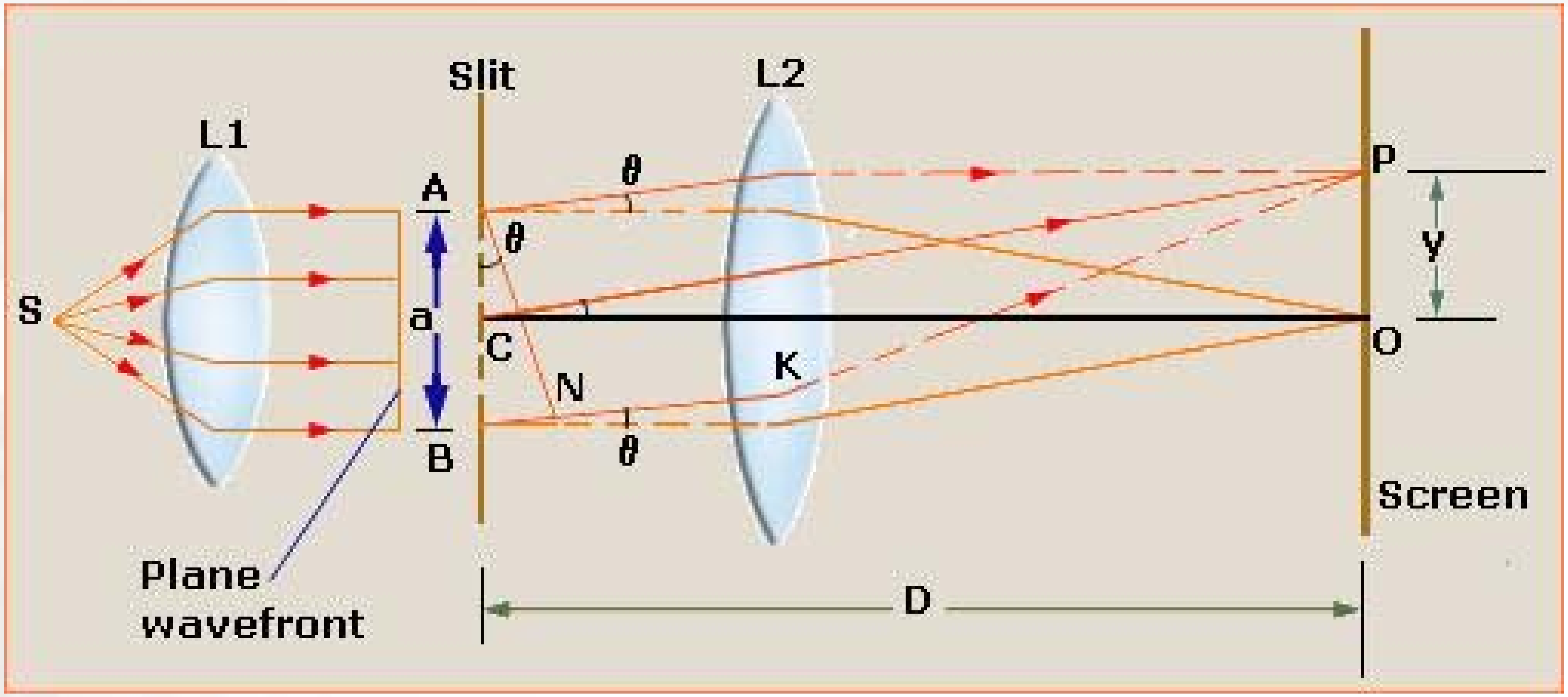
1.菲涅耳衍射

光源—障碍物—接收屏距离为有限远。

2.夫琅和费衍射

光源—障碍物—接收屏距离为无限远。





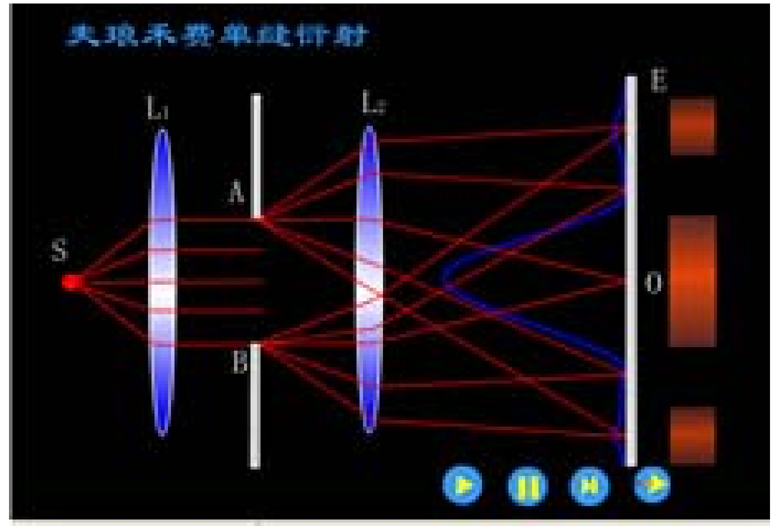
光源在透镜L_1的物方焦平面　　接收屏在L_2象方焦平面

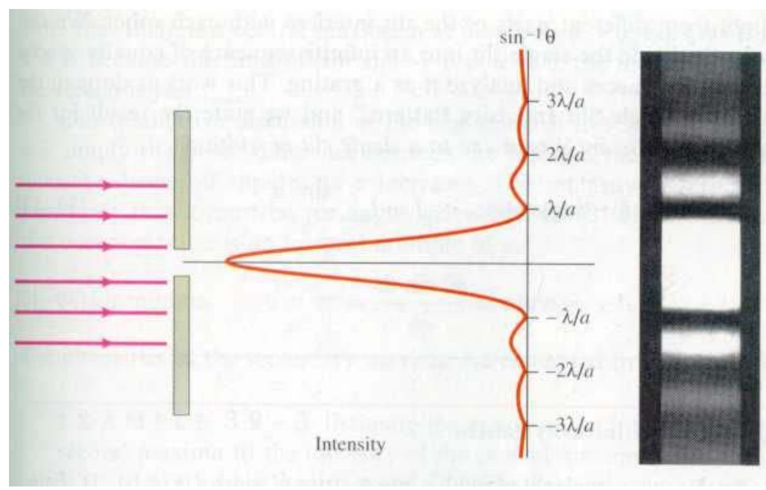
现象

1、明暗相间的平行于单缝衍射条纹；

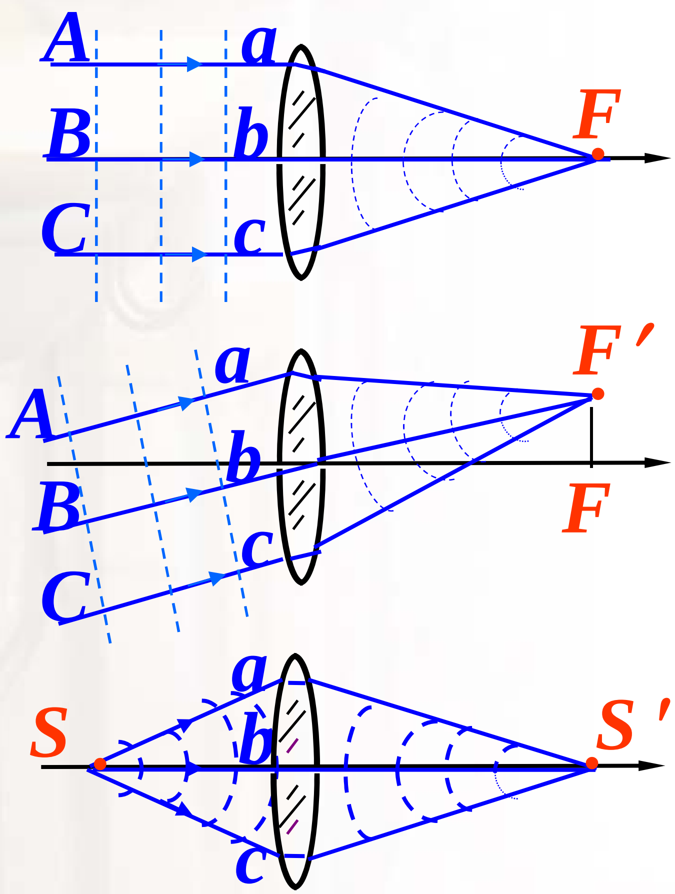
2、中央明纹明亮且较宽；

3、两侧对称分布着其它明纹



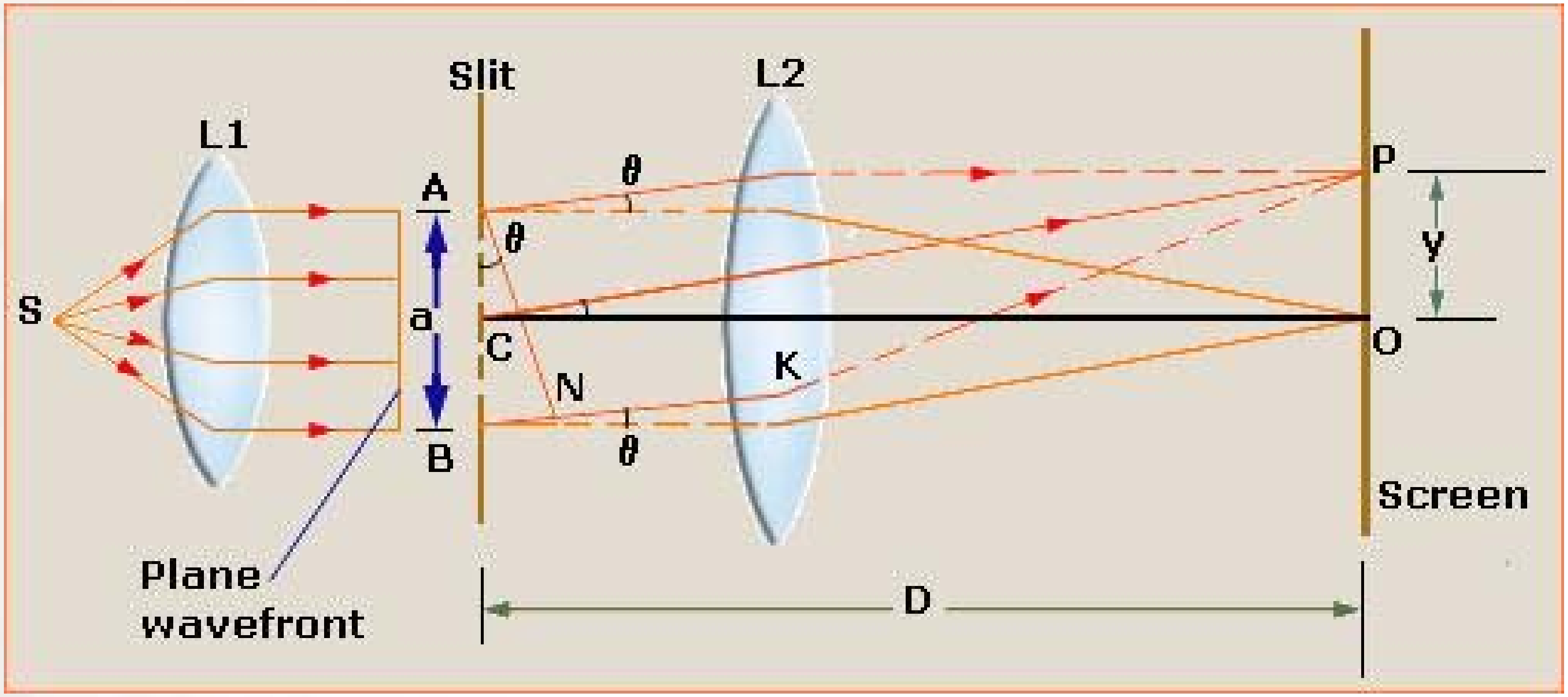


光线经过透镜后并不附加光程差。改变方向,不产生附加光程差。



焦点 F、F' 都是亮点，说明各光线在此同相叠加。而 A、B、C 或 a、b、c 都在同相面上。说明 $A\to F$，$B\to F$，$C\to F$ 或 $A\to F'$，$B\to F'$，$C\to F'$ 各光线等光程。

物点到象点（亮点）各光线之间的光程差为零。

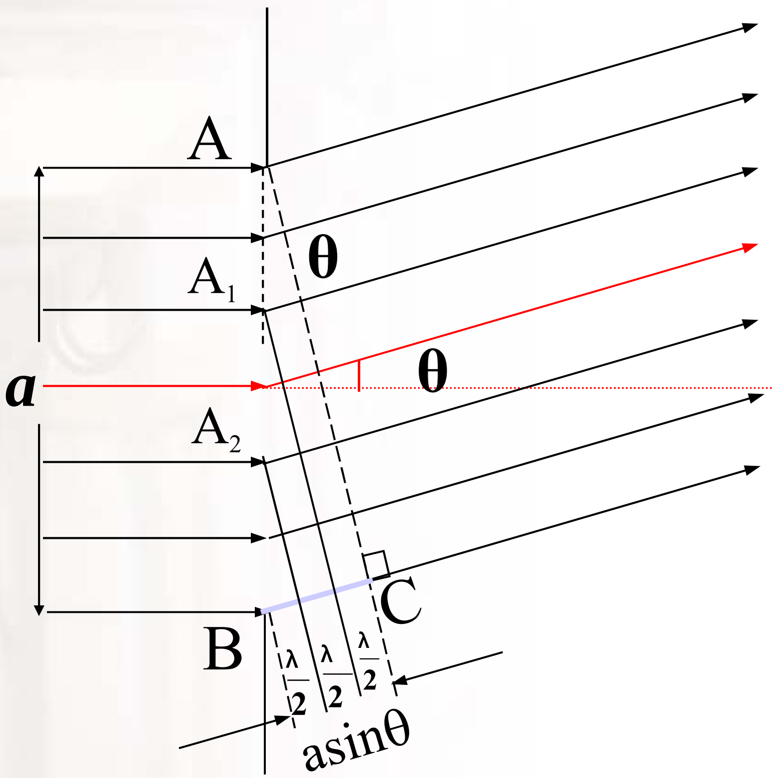


Slit
L2
L1
A
θ
θ
P
y
S
a
C
O
K
N
B
θ
Screen
Plane wavefront
D

菲涅耳半波带法解释单缝衍射

菲涅耳半波带

A, B两条平行光线之间的光程差BC=*a*sinθ.



作平行于**AC**的平面,使相邻平面之间的距离等于入射光的半波长.（位相差π）

如图把**AB**波阵面分成**AA_1，A_1A_2，A_2B**波带.

两相邻波带对应点**AA_1**中**A_1**和 **A_1A_2**中**A_2**，到达**P**点位相差为π，光程差为λ/**2**。这样的波带就是菲涅耳半波带。

所以任何两个相邻波带所发出的光线在**P**点相互抵消.

当**BC**是λ/**2**的偶数倍，所有波带成对抵消，**P点暗**，

当**BC**是λ/**2**的奇数倍，所有波带成对抵消后留下一个波带，**P点明**。

明暗条纹条件

$$\boldsymbol{a}\ \mathbf{sin}\,\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$$ 中央明纹（中心）

$$a\sin\theta = 2k\lambda/2 = \pm k\lambda$$ 暗纹中心

$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\lambda/2$$ 明纹中心

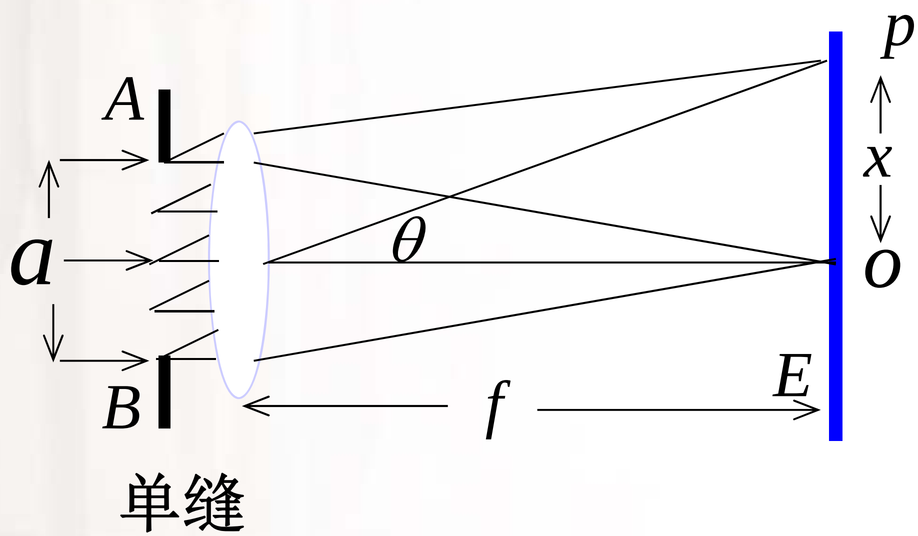
$k = 1,2,3,\cdots$

条纹在接收屏上的位置

$$x = \pm k\lambda \cdot f/a$$ 暗纹中心

$$x = \pm(2k+1)\lambda \cdot f/2a$$ 明纹中心

$k = 1,2,3,\cdots$



$$(\tan\theta = \frac{x}{f} \sim \sin\theta)$$

*条纹宽度

中央明条纹的半角宽为：

$$a\sin\theta \sim a\theta = k\lambda$$

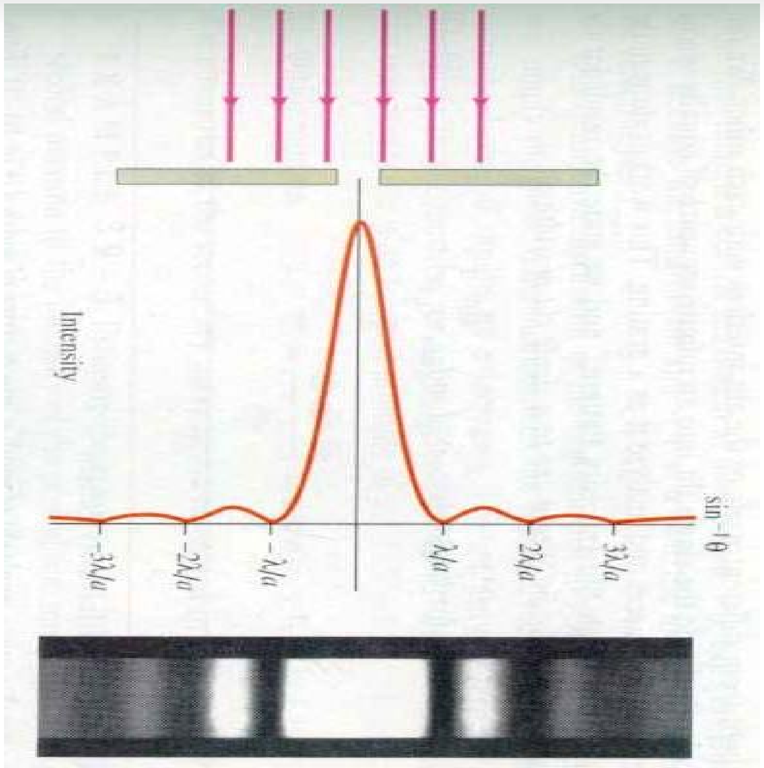
（暗纹中心）

$$\theta = k \cdot \lambda / a$$

$$x = \pm k\lambda \cdot f / a$$

屏幕上中央明条纹的线宽度为：(焦距 f)

$$\Delta x = 2\lambda \cdot f / a$$



其它各级明条纹的宽度为中央明条纹宽度的一半。

$$\Delta x_i = \lambda \cdot f / a$$

*缝宽变化对条纹的影响

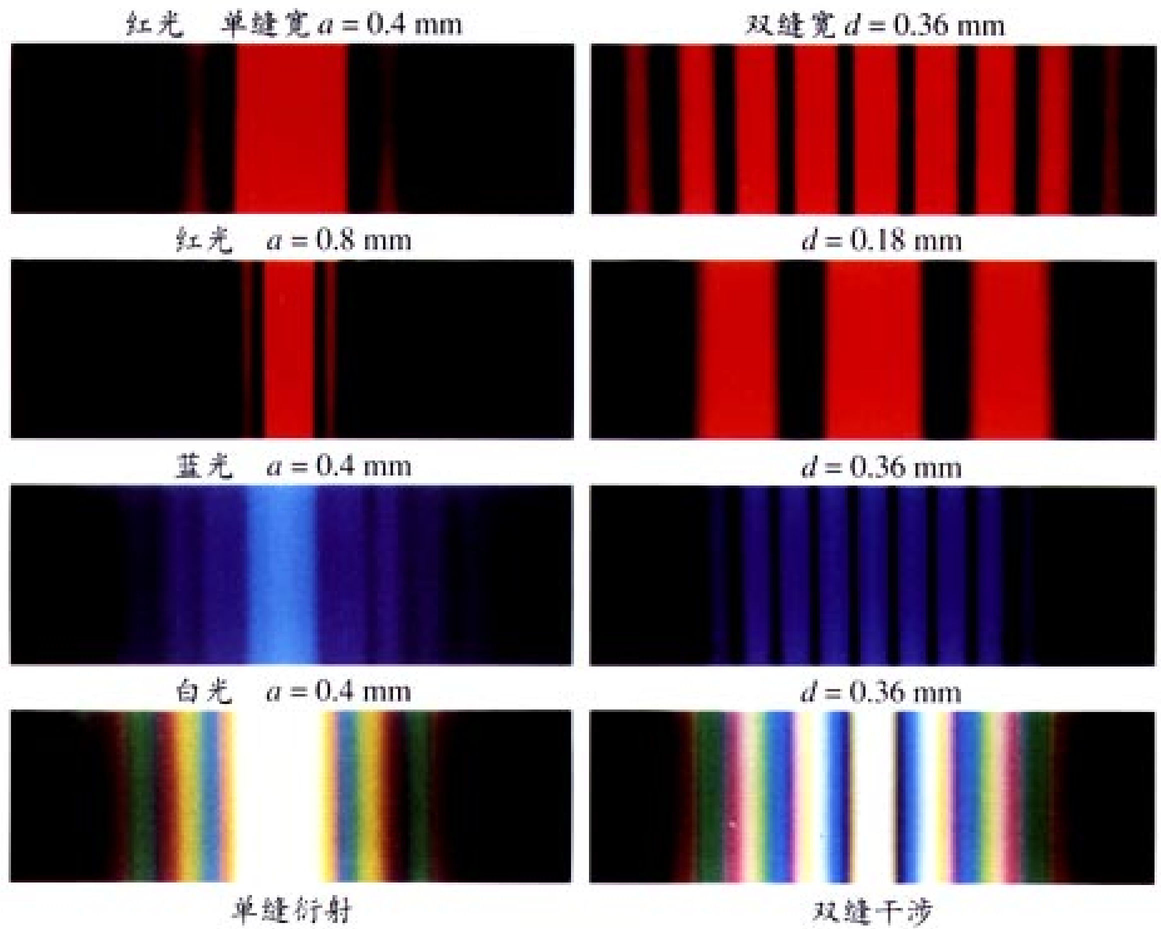
$$\Delta x = f\frac{\lambda}{a}$$ — 缝宽越小，条纹间隔越宽。

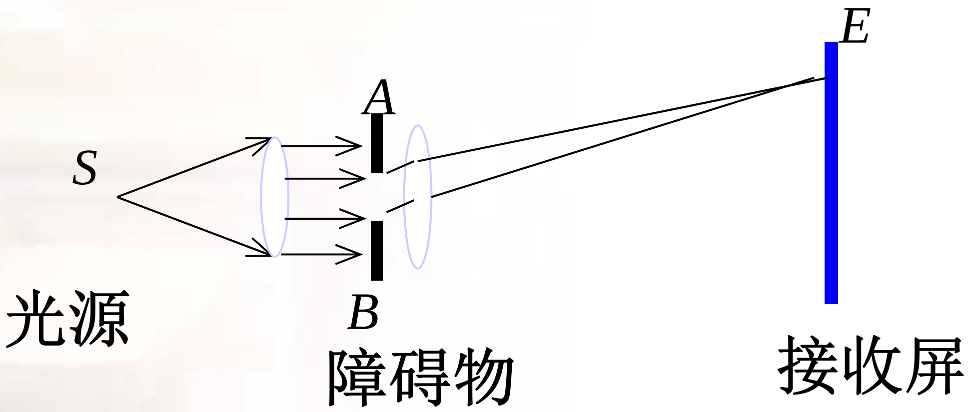
由条纹宽度看出缝越窄（a越小），条纹分散的越开，衍射现象越明显；

反之（ a 越大）， 条纹向中央靠拢。

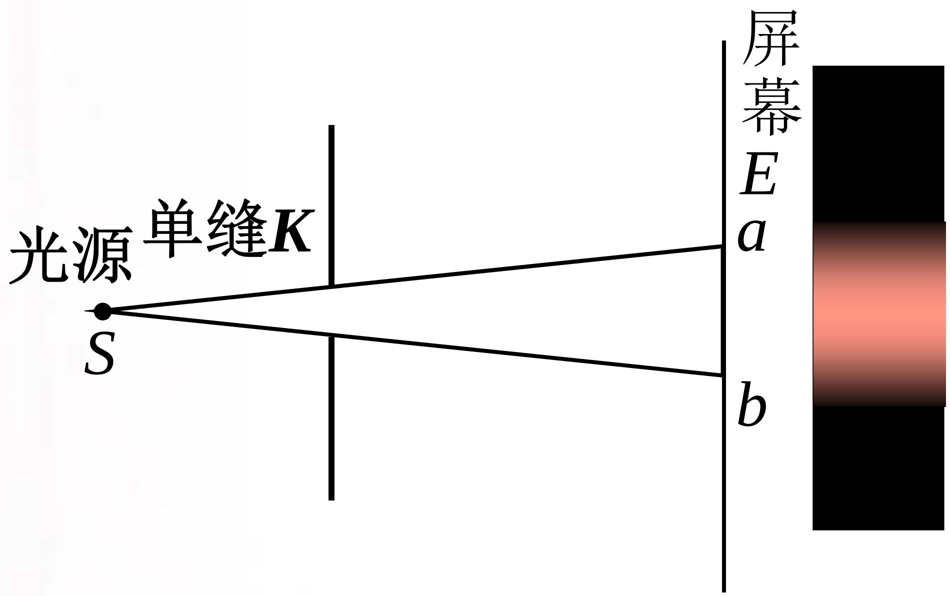
当缝宽比波长大很多时，形成单一的明条纹，这就是透镜所形成线光源的象。显示了光的直线传播的性质

∴几何光学是波动光学在$a \gg \lambda$ 时的极限情形。


红光　单缝宽 a = 0.4 mm
双缝宽 d = 0.36 mm
红光　a = 0.8 mm
d = 0.18 mm
蓝光　a = 0.4 mm
d = 0.36 mm
白光　a = 0.4 mm
d = 0.36 mm
单缝衍射
双缝干涉



夫琅禾费衍射



光强公式

用振幅矢量法可导出单缝衍射的光强公式：

$$\boxed{I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$$

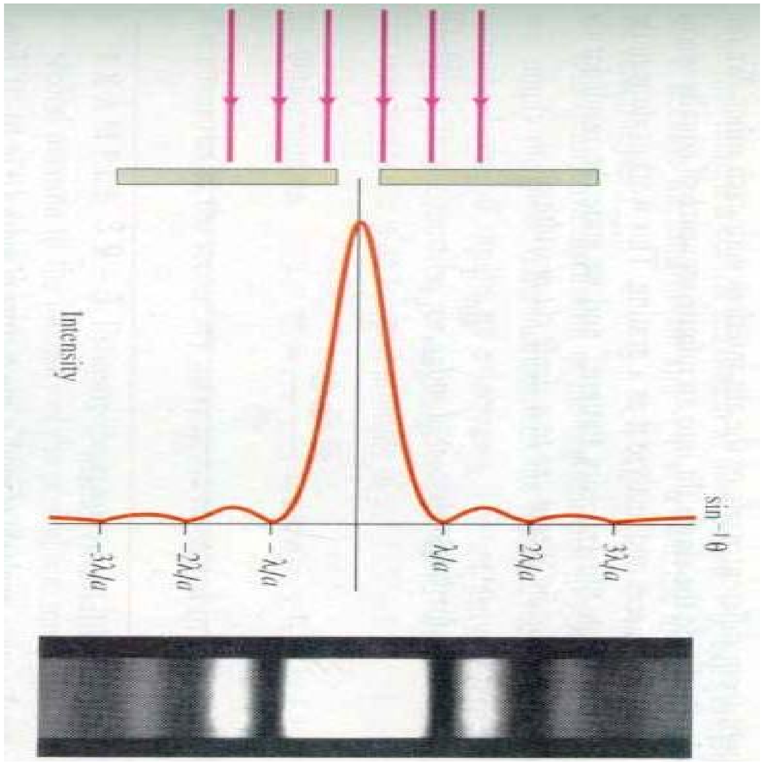
其中 $\alpha = \dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$，

1. 主极大（中央明纹中心）位置

$\theta = 0$ 处，$\alpha = 0$

$$\rightarrow \frac{\sin\alpha}{\alpha} = 1$$

$$\rightarrow I = I_0 = I_{\max}$$



例9.3.3.同方向的N个同频率简谐振动，设它们的振幅相等，初相位依次差一个恒量。求合振动。

已知它们的表达式为：

$$x_1(t) = a\cos\omega t$$

$$x_2(t) = a\cos(\omega t + \phi)$$

$$x_3(t) = a\cos(\omega t + 2\phi)$$

$$\cdots\cdots$$

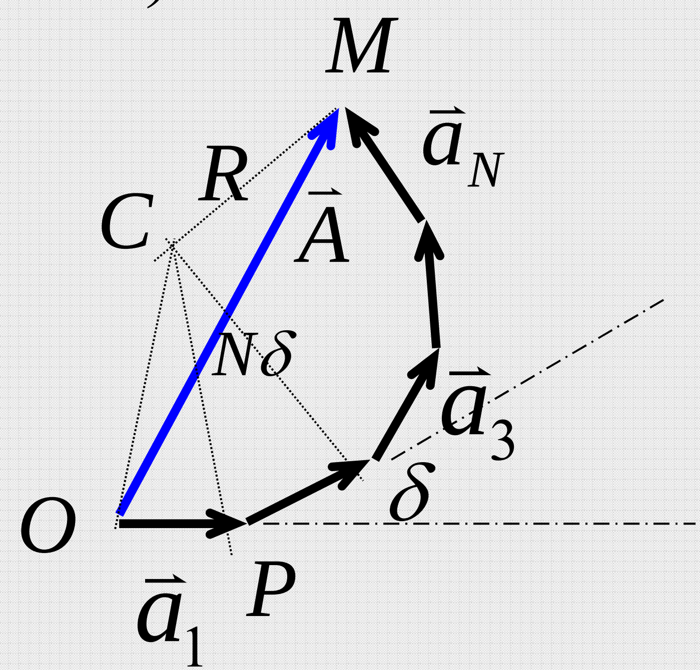
$$x_N(t) = a\cos[\omega t + (N-1)\phi]$$

解：在ΔOCM中： $A = 2R\sin(N\phi/2)$

在ΔOCP中： $a = 2R\sin(\phi/2)$

上两式相除得

$$A = a\frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)}$$



$\because \angle COM = (\pi - N\phi)/2$

$\because \angle COP = (\pi - \phi)/2$

$\therefore \varphi = \angle COP - \angle COM = (N-1)\phi/2$

所以，合振动的表达式

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) = a\frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)}\cos(\omega t + \frac{N-1}{2}\phi)$$

2. 极小（暗纹）位置

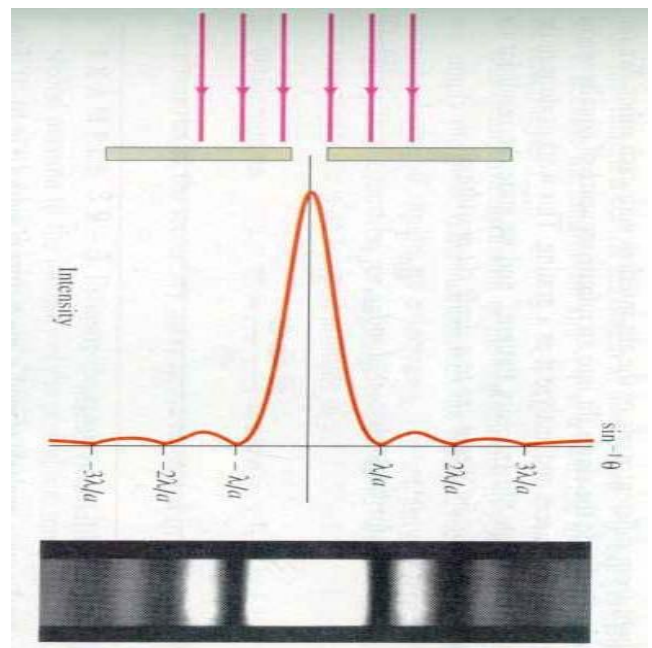
$$\boxed{I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$$

当　$\alpha = \pm k\pi$（$k = 1,2,3\cdots$）时，

$$\sin\alpha = 0 \;\rightarrow I = 0$$

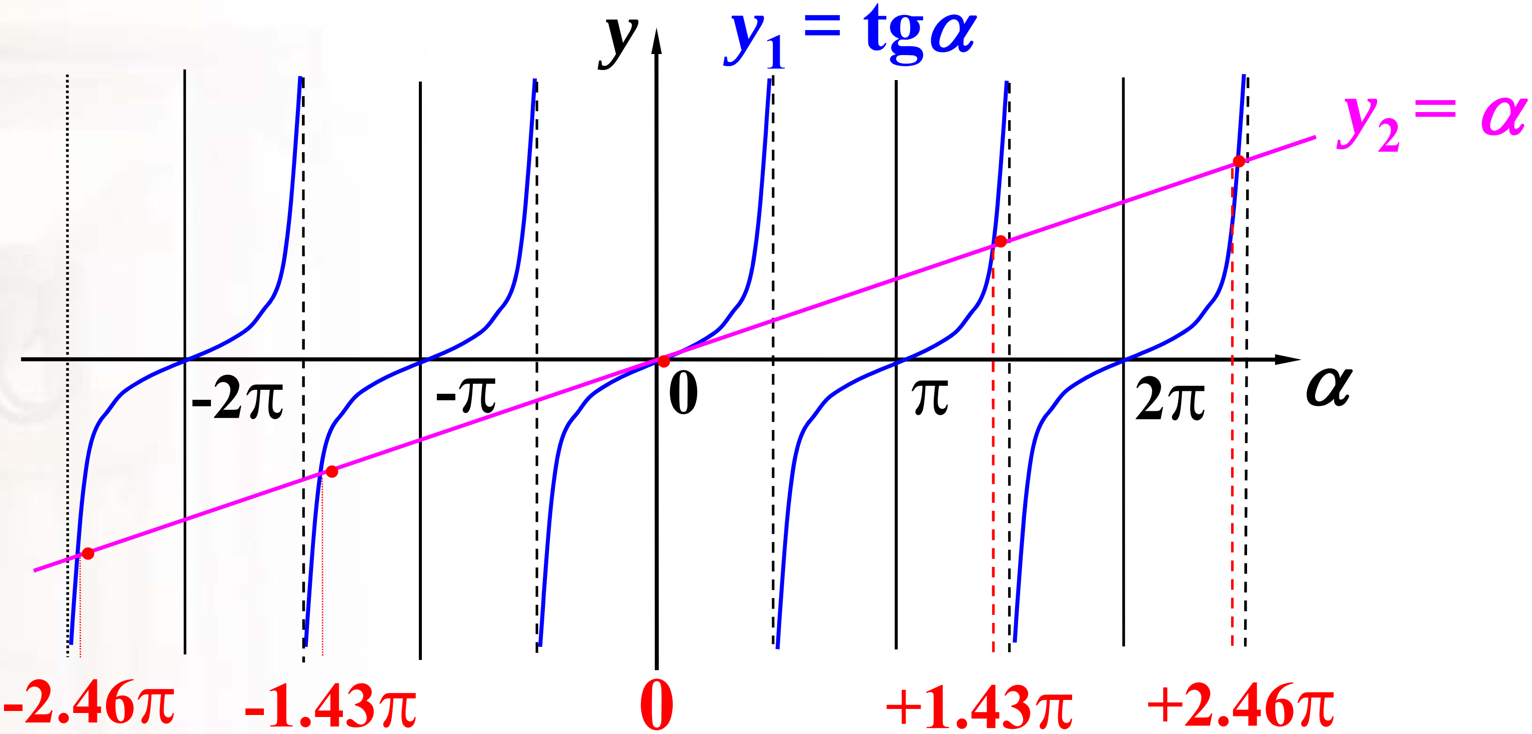
由　$\alpha = \dfrac{\pi\, a\sin\theta}{\lambda} = \pm k\pi$

此时应有　$a\sin\theta = \pm k\lambda$



这正是缝宽可以分成偶数个半波带的情形。

3. 次极大位置：满足 $\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}\alpha}=0 \rightarrow \mathrm{tg}\alpha=\alpha$



解得 ：$\alpha=\pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \cdots$

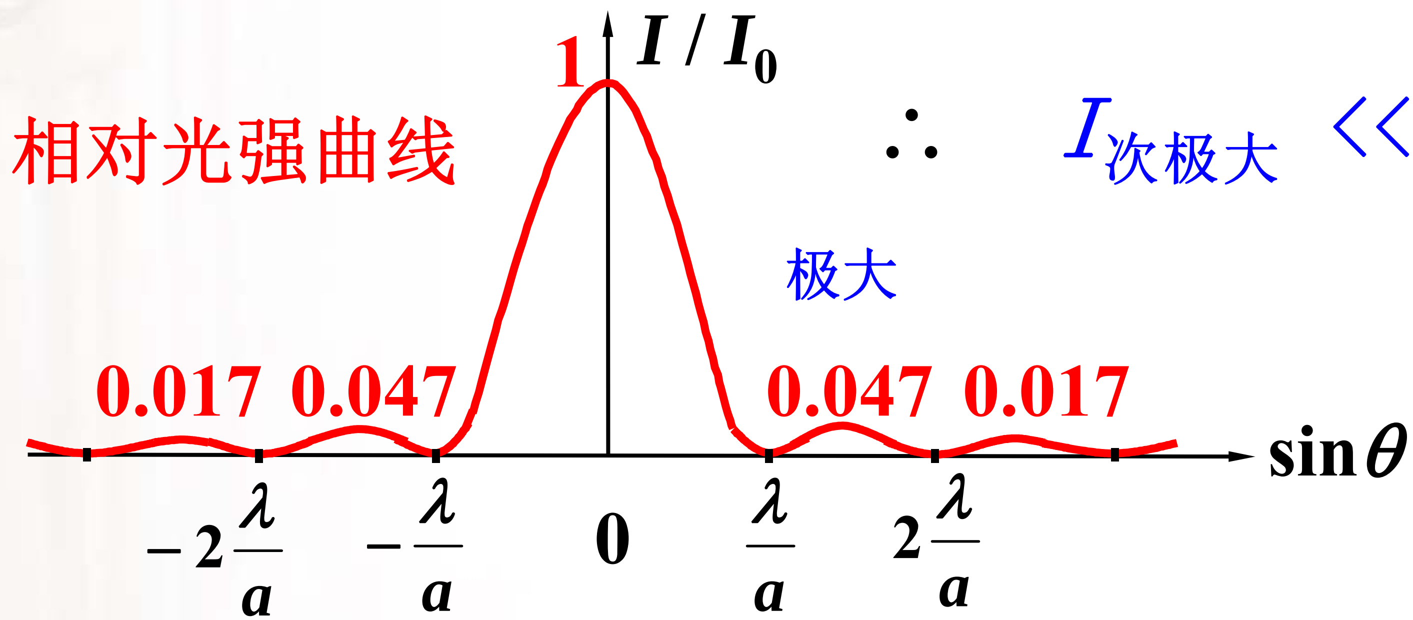
相应 ：$a\sin\theta=\pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda, \cdots$

将 $\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \cdots$

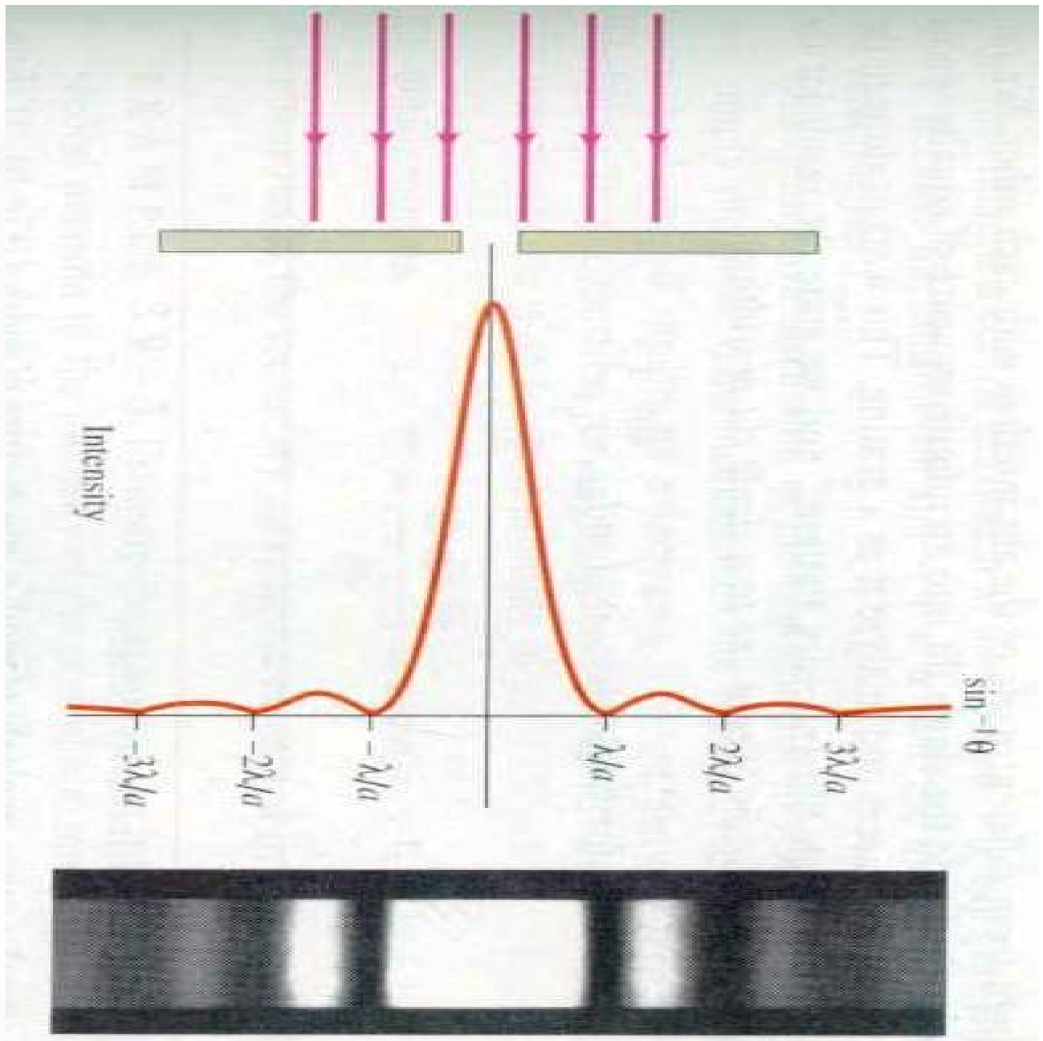
依次带入光强公式 $I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$， 得到

从中央（光强 I_0）往外各次极大的光强依

次为0.0472 I_0， 0.0165 I_0， 0.0083 I_0 $\cdots$



$\therefore \quad I_{次极大} \ll I_{主}$


Intensity
sin θ
−3λ/a
−2λ/a
−λ/a
λ/a
2λ/a
3λ/a

例题: 单缝夫琅和费衍射中,缝宽5倍的波长,透镜焦距40cm,中央条纹和第一级亮纹的宽度

$$a\sin\theta_1 = \lambda \qquad a\sin\theta_2 = 2\lambda$$

$$x_1 = f\tan\theta_1 \approx f\sin\theta_1 = f\frac{\lambda}{a} = 8$$

$$x_2 = f\tan\theta_2 \approx f\sin\theta_2 = f\frac{\lambda}{a} = 16$$

$$\Delta x_0 = 2x_1 = 16 \qquad \Delta x_1 = x_2 - x_1 = 8$$

干涉与衍射的本质

从本质上讲干涉和衍射都是波的相干叠加。

只是干涉指的是有限多的子波的相干叠加，

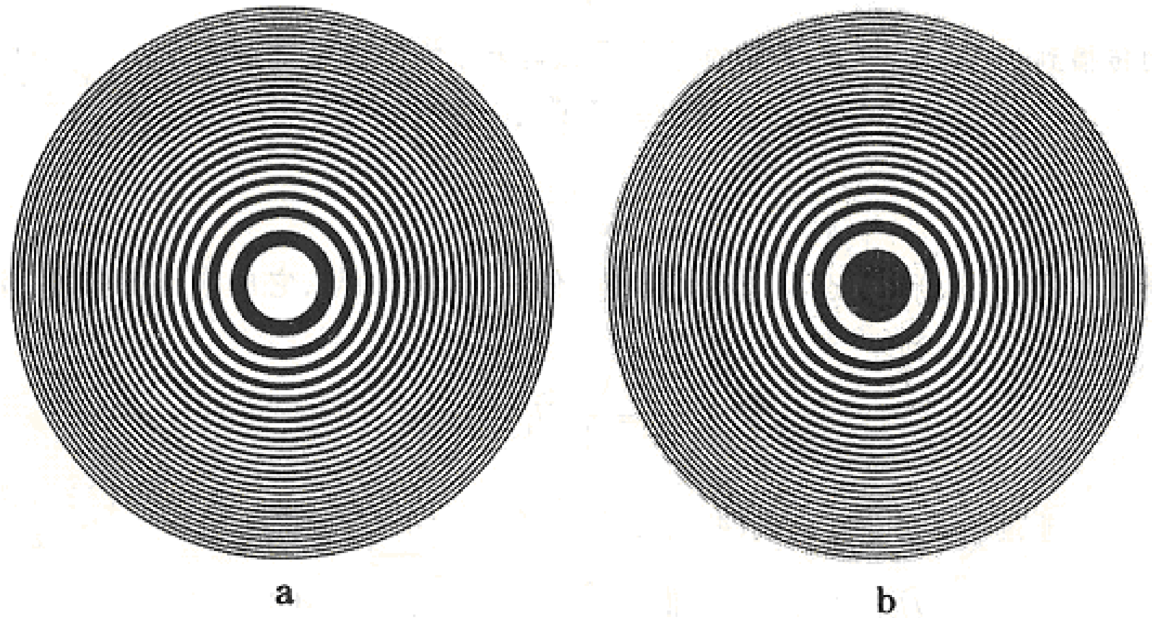
衍射指的是无限多的子波的相干叠加，

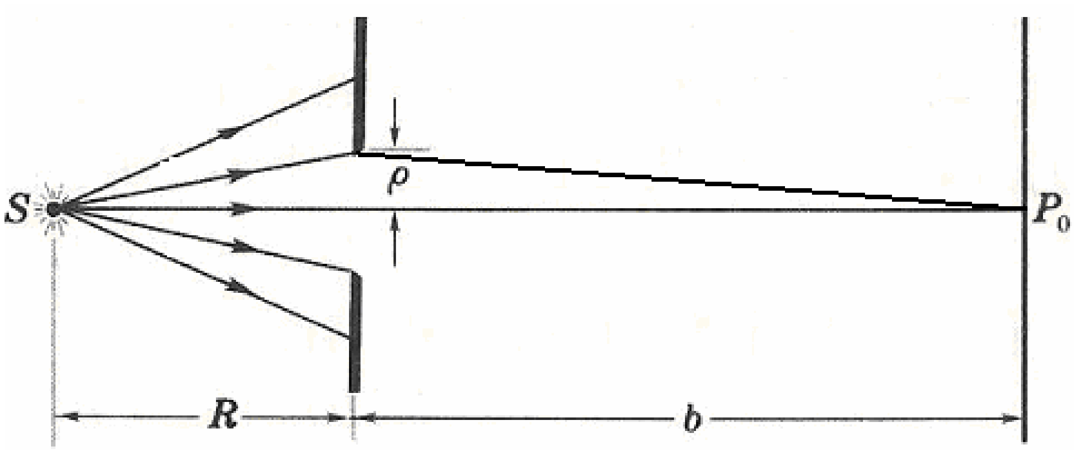
而二者又常常同时出现在同一现象中。

干涉强调的是不同光束相互影响而形成相长或相消的现象；衍射强调的是光线偏离直线而进入阴影区域。

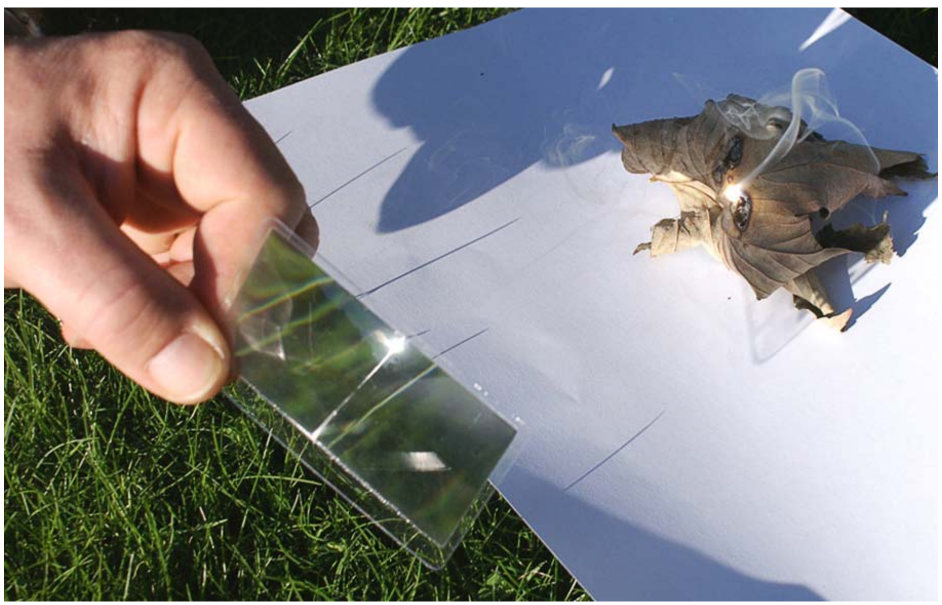
菲尼尔波带片

用半波带将波面分割，然后只让其中的奇数（或偶数）半波带透光，即制成半波带。透过半波带的光，在场点位相相同，振动方向相同，衍射后大大增强。



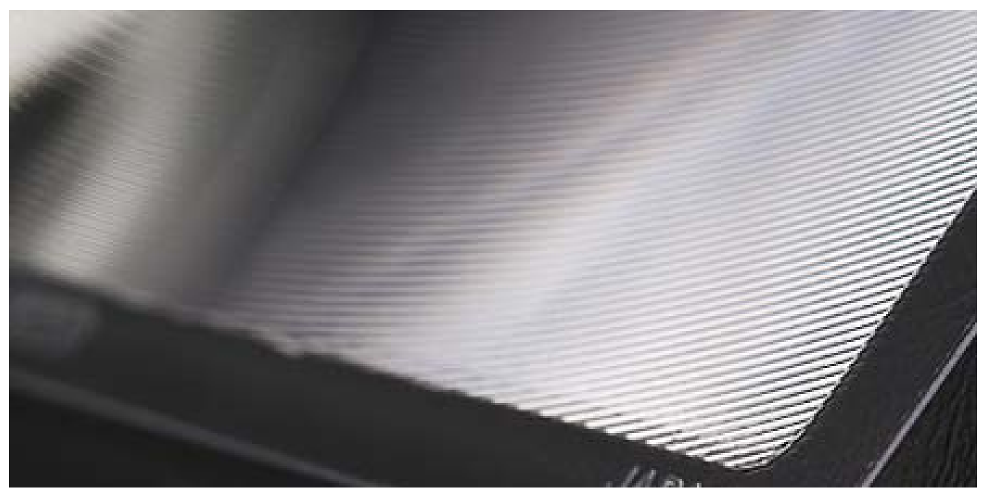


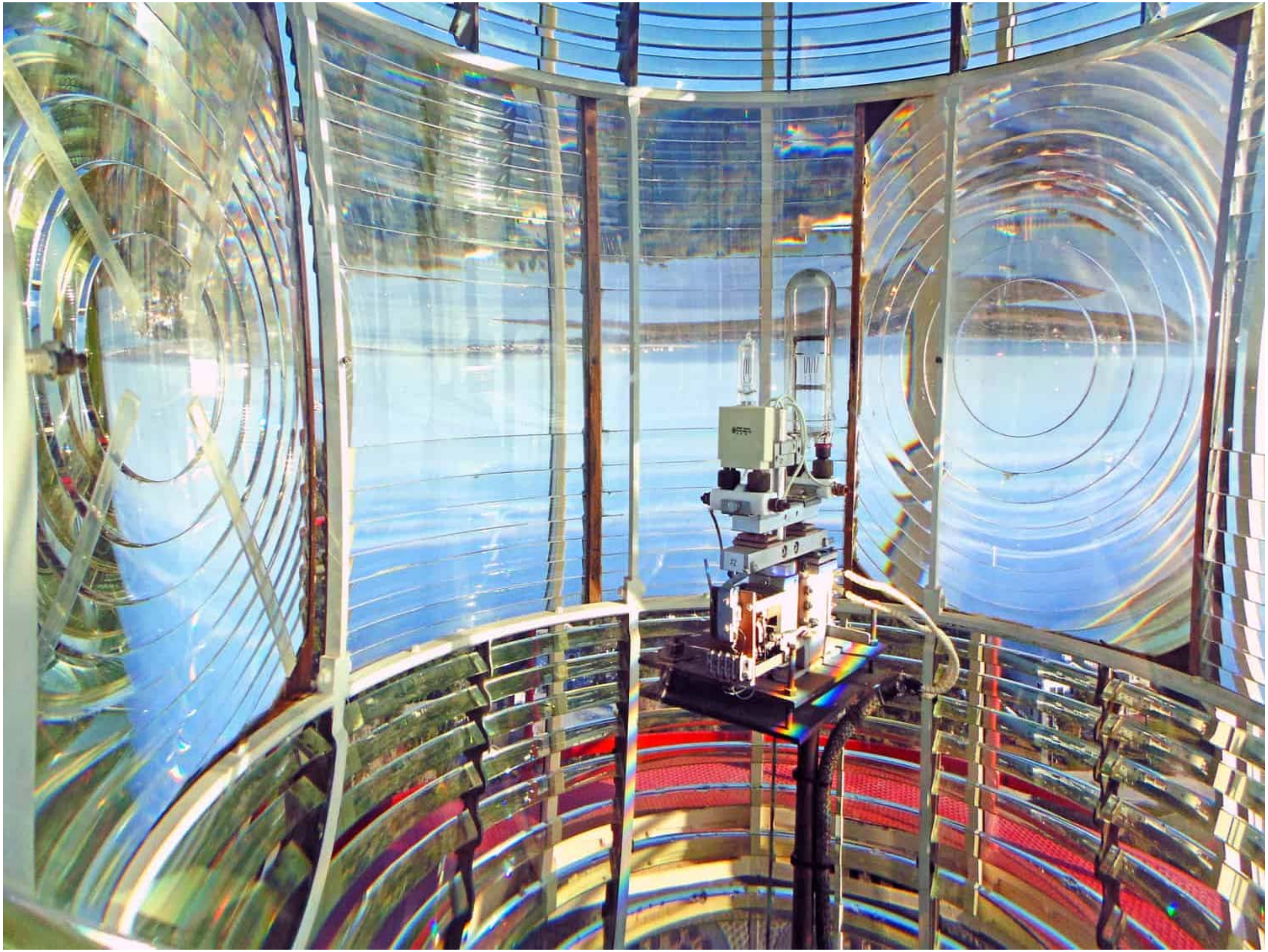
$$\frac{1}{R}+\frac{1}{b}=k\frac{\lambda}{\rho^2}$$



同心圆
菲涅尔透镜

又名螺纹透镜
镜片表面一面为光面
另一面刻录了由小到大的同心圆
它的纹理是根据光的干涉及扰射以及
相对灵敏度和接收角度要求来设计的

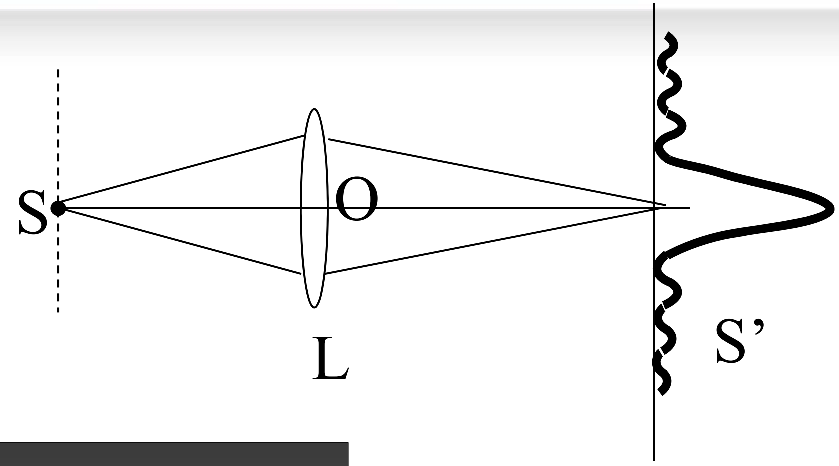


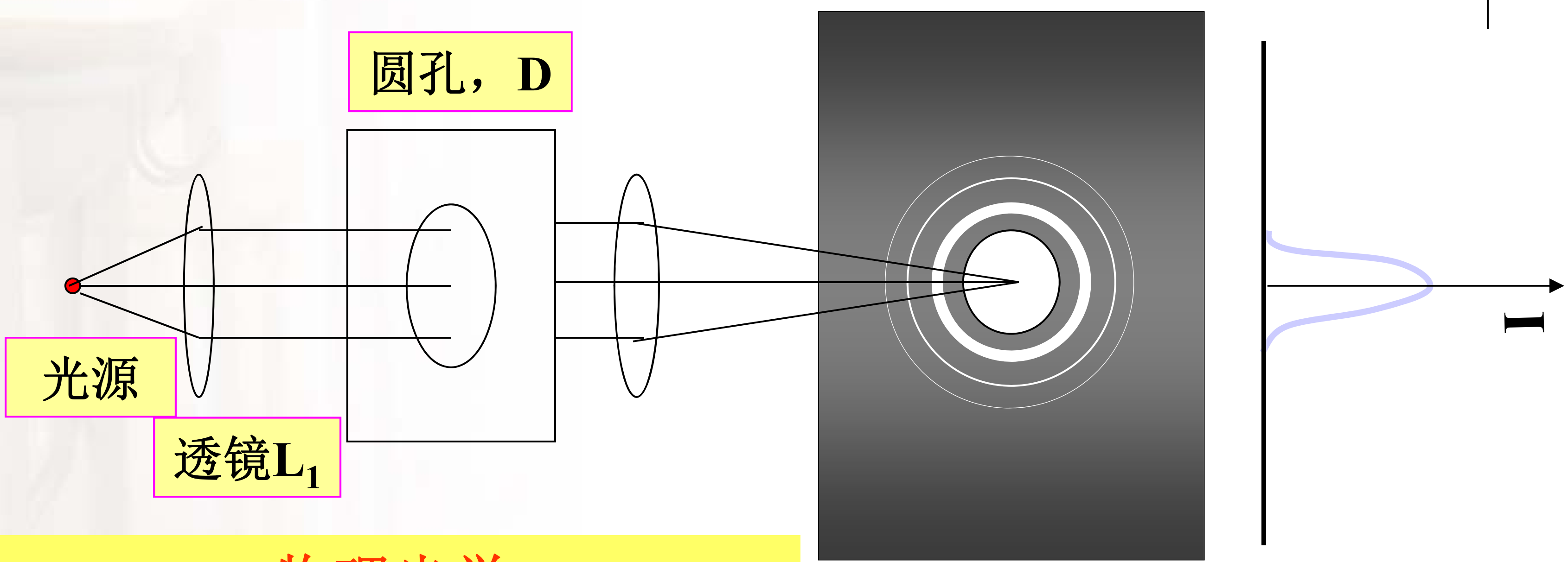


光学仪器的分辨率

圆孔夫琅和费衍射

1 实验装置及衍射图样

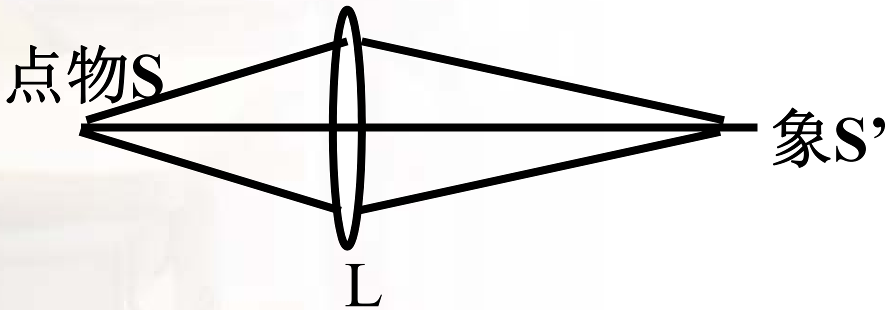


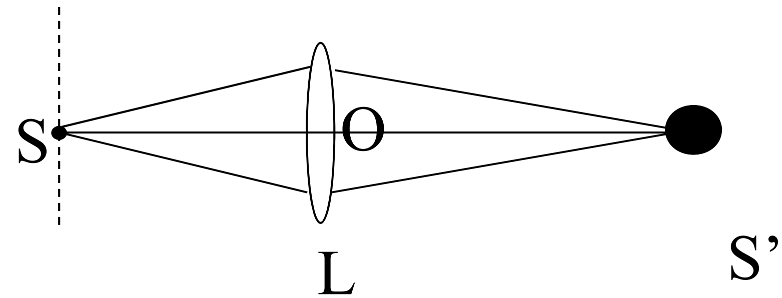


物理光学

象点不再是几何点，而是具有一定大小的艾理斑。

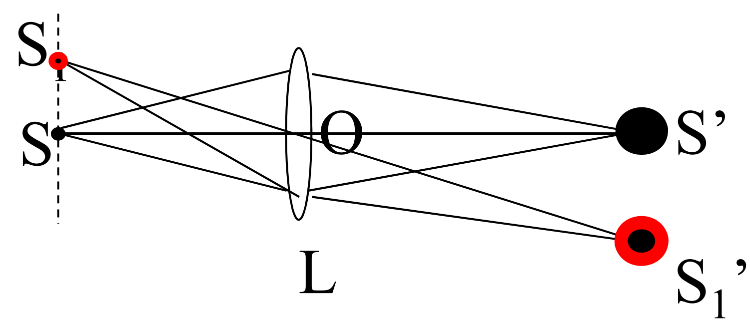
1、物与像的关系





几何光学

物像一一对应，象点是几何点



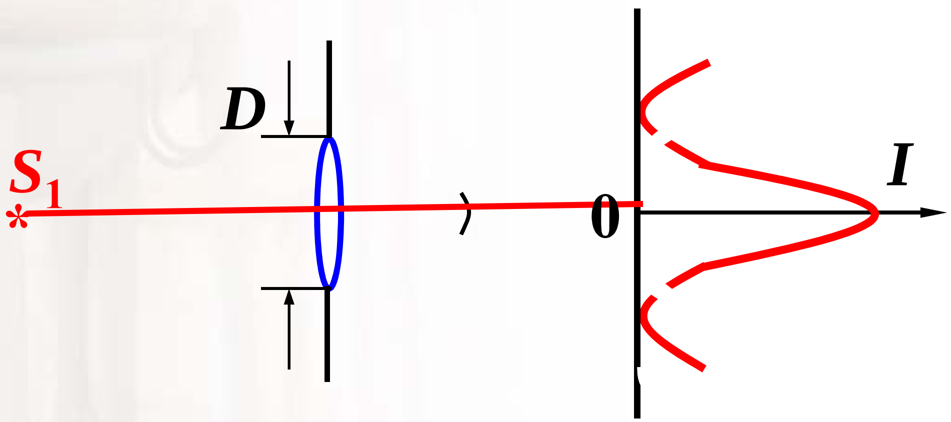
点物S和S_1在透镜的焦平面上呈现两个艾理斑，屏上总光强为两衍射光斑的非相干迭加。

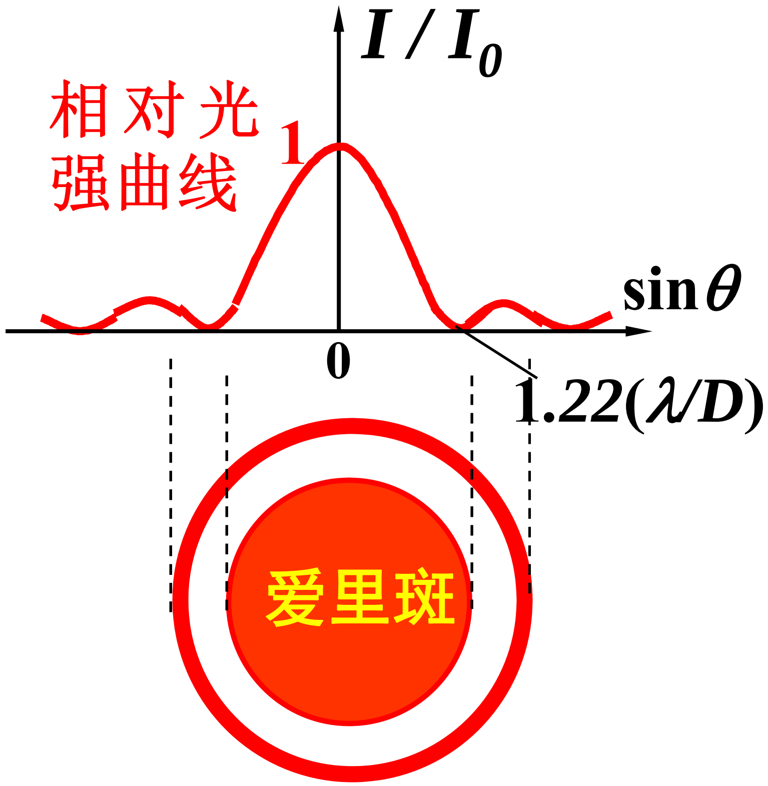
当两个物点距离足够小时，就有能否分辨的问题?

爱里斑：

第一暗环对应的衍射角 θ_0 称为爱里斑的半角宽，理论计算得：

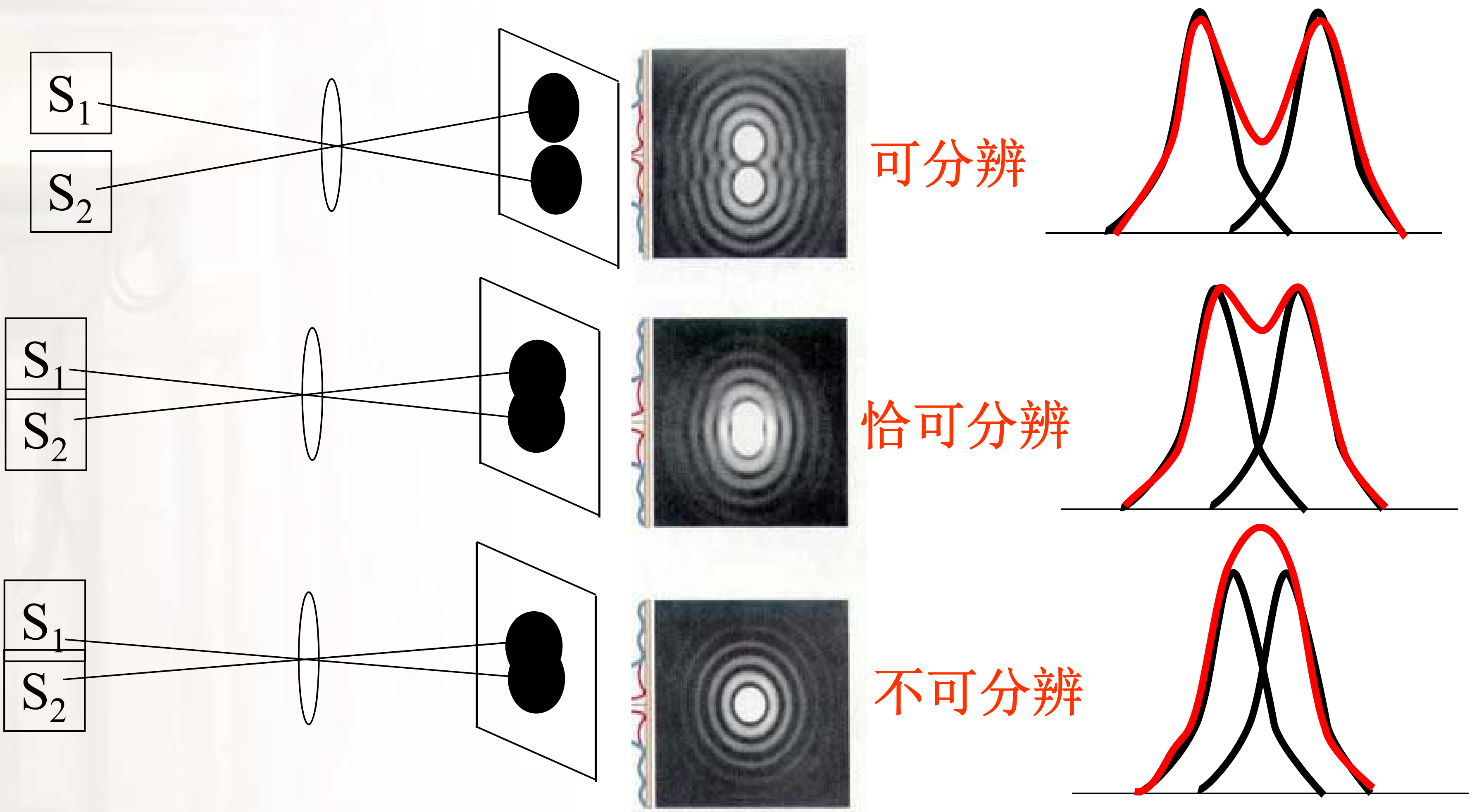
$$\theta_0 \approx \sin\theta_0 = 1.22\lambda / D$$

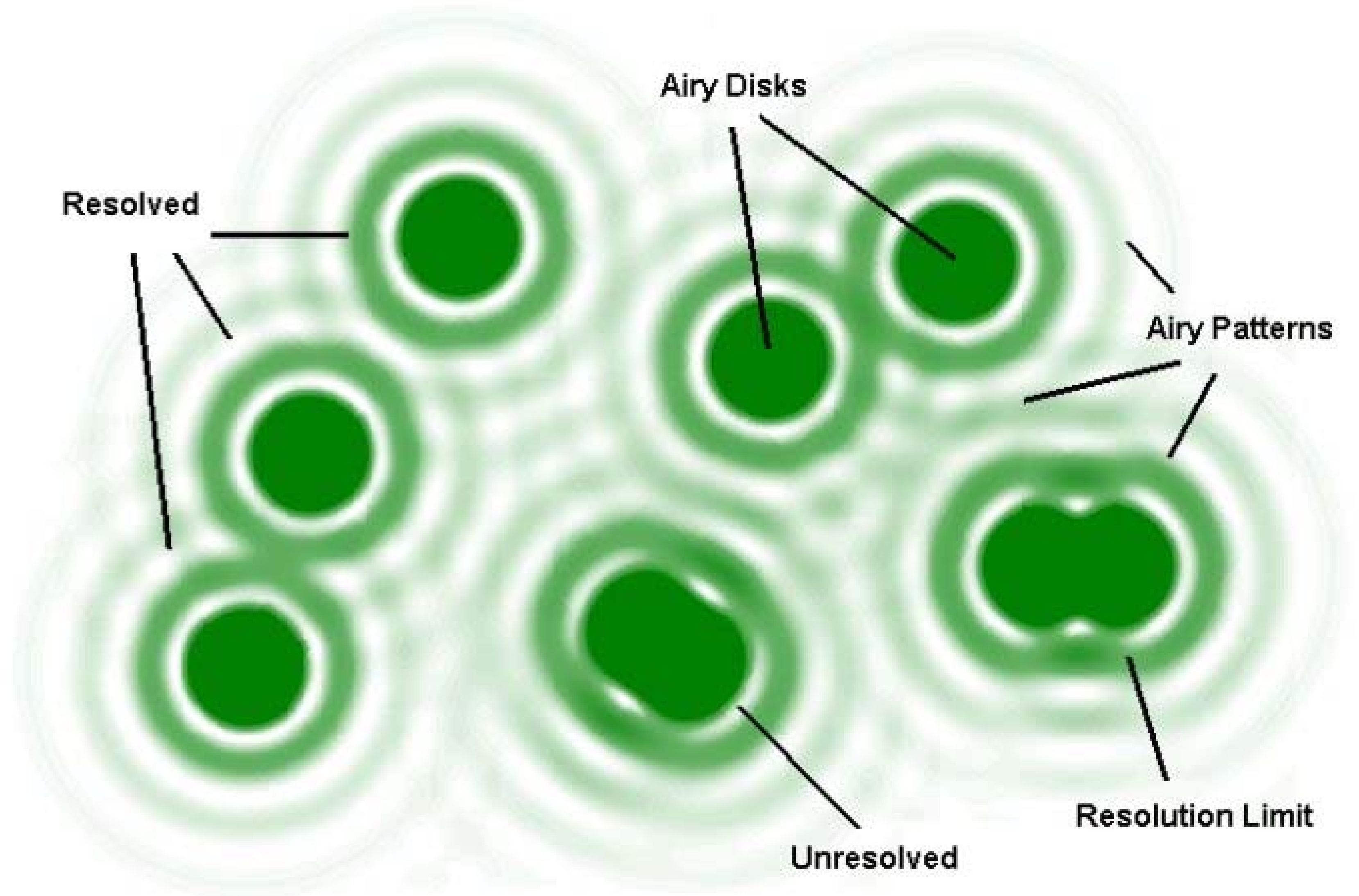




集中了约84%的衍射光能。

瑞利判据: 瑞利给出恰可分辨两个物点的判据：点物S_1的爱里斑中心恰好与另一个点物S_2的爱里斑边缘（第一衍射极小）相重合时，恰可分辨两物点。




Airy Disks
Resolved
Airy Patterns
Resolution Limit
Unresolved

谢谢！