大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

$$C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{Q}{V_A - V_B}$$

电容的单位

法拉(F)　$1F=1C.V^{-1}$　　微法 $1\mu F=10^{-6}F$　　皮法 $1pF=10^{-12}F$

关于电容的说明：

- 是导体的一种性质，与导体是否带电无关；
- 是反映导体储存电荷或电能的能力的物理量；
- 只与导体本身的性质和尺寸有关。

电容只与几何因素和介质有关

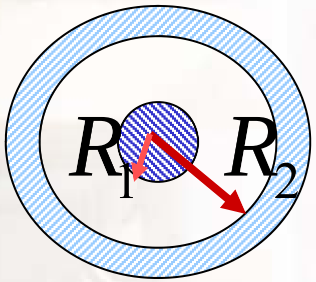
固有的容电本领

电容器的分类

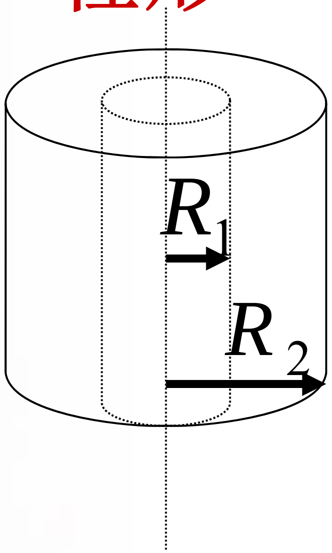
按形状分类：

平板电容器、圆柱形电容器、球形电容器

球形



柱形



平行板

电容器电容的计算

$$C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{Q}{V_A-V_B}$$

计算电容的一般步骤为：

- 设电容器的两极板带有**等量异号电荷Q**；
- 求出两极板之间的**电场强度E**的分布；
- 计算两极板之间的**电势差U**；
- 根据电容器电容的定义求得**电容C=Q/U**。

1、 平行板电容器：

$$\boxed{C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}}$$

2 、球形电容器：同心的金属球和金属球壳

$$\boxed{C=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2-R_1}} \qquad R_2\to\infty \qquad \to \quad C=4\pi\varepsilon_0 R_1$$

真空中孤立导体球的电容

3.柱形电容器的电容(*L*>>*R*$_2$-*R*$_1$)

$$\boxed{C=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}}$$

电容只与介质及电容器的结构有关

衡量电容器能力的两个指标：

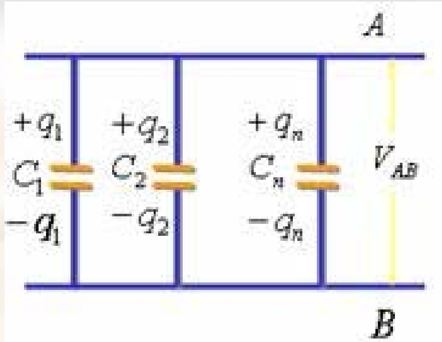
1：电容的大小

2：耐电压能力

但实际情况是：

总希望电容大，耐压能力强

→ 电容器的并联和串联



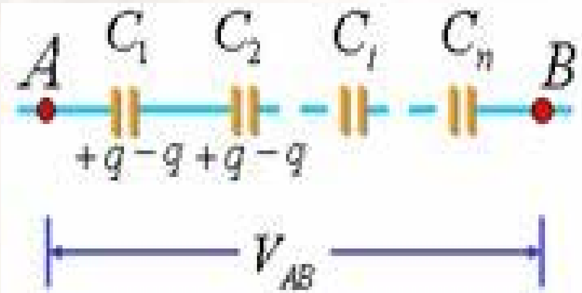
$$C=\frac{Q}{U}=C_1+C_2$$

结论：

•并联时，等效电容等于几个电容器电容之和；

•各个电容器的电压相等；

•并联使**总电容增大**。



$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

结论：

•串联时，其等效电容的倒数等于几个电容器电容的倒数之和；

•等效电容小于任何一个电容器的电容，但可以**提高**电容的**耐压能力**；

讨论

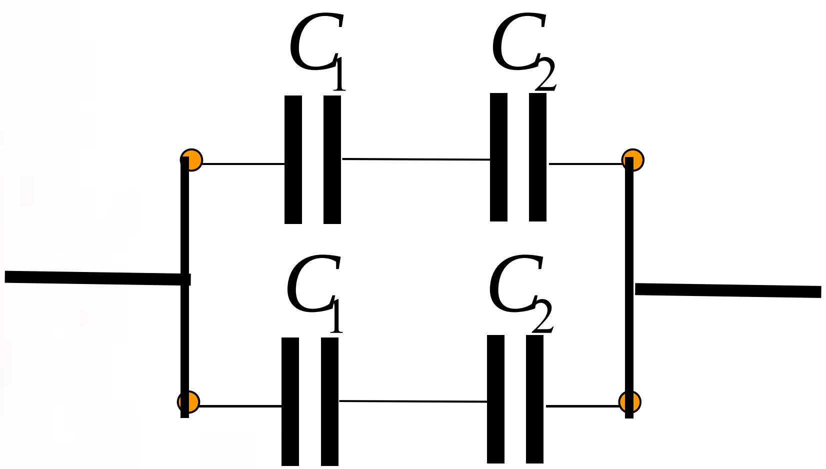
$$C=\sum_i C_i$$

并联电容器的电容等于各个电容器电容的和。

$$\frac{1}{C}=\sum_i \frac{1}{C_i}$$

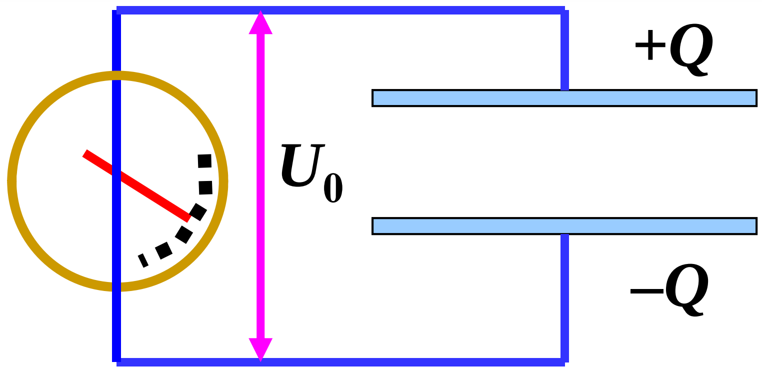
串联电容器总电容的倒数等于各串联电容倒数之和。

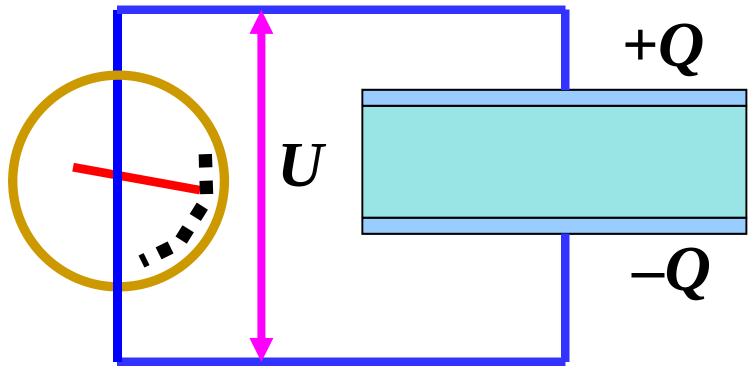
当电容器的耐压能力不被满足时，常用串并联使用来改善。串联使用可提高耐压能力，并联使用可以提高容量



电介质对电容器电容影响

电容器充电后，撤去电源，使两极板上的电量维持恒定，测得充满电介质电容器两极板间的电压U，为真空电容器两极板间的电压U_0的$1/\varepsilon_r$倍，即$U=U_0/\varepsilon_r$。因而，充满电介质电容器的电容为





$$C=\frac{Q}{U}=\frac{Q_0}{U_0/\varepsilon_r}=\varepsilon_r C_0$$

极板间充满电介质所电容器的电容为真空电容的ε_r倍。

电介质的相对电容率

ε_r ——介质的相对介电常数

（ **relative dielectric constant**）

$\varepsilon_r \geq 1$，它与介质种类和状态（温度）有关

电介质中的电场强度

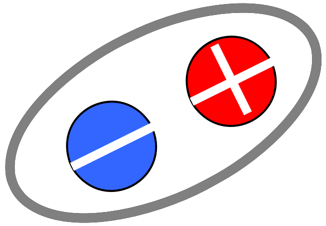
真空中 $E_0 = U_0 / d$

电介质中 $E = U / d = \left(U_0 / \varepsilon_r\right) / d = \left(U_0 / d\right) / \varepsilon_r = E_0 / \varepsilon_r$

电介质内任意点的电场强度为原来真空时电场强度的1/ε_r

§ 3.4 介电的极化

一.电介质分子可分为有极和无极两类



1.极性分子（polar molecule）：

分子电荷的正、负"重心"分开，

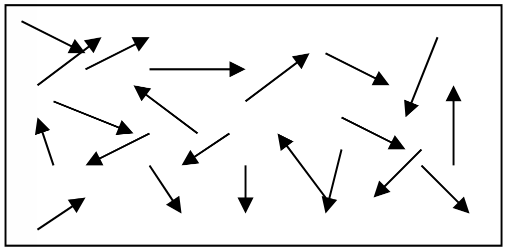
具有**固有**电偶极矩，

$p \sim 10^{-30}$ C·m。如:水， HCl，NH_3 …

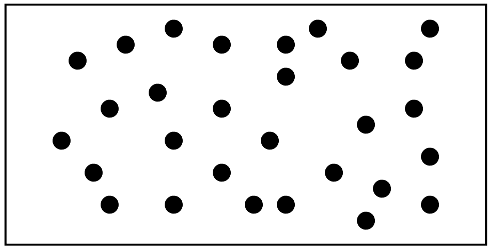
1、无外场时

热运动---紊乱　电中性

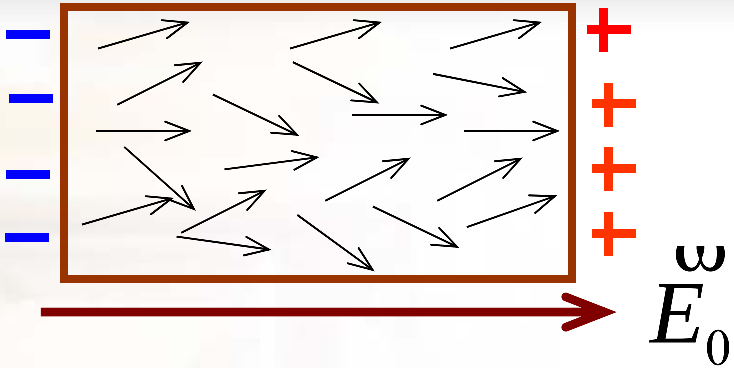
有极分子

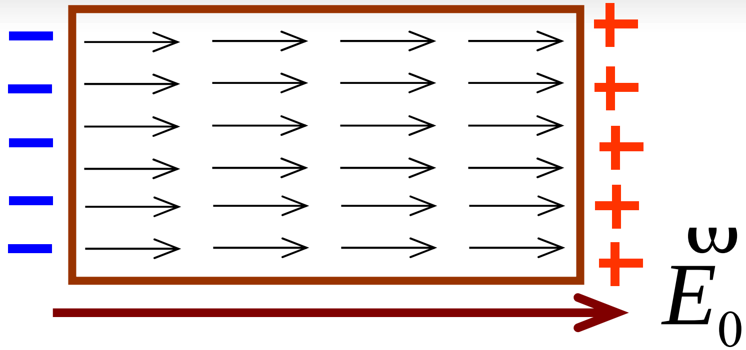


无极分子



因无序排列对外总体不呈现电性。





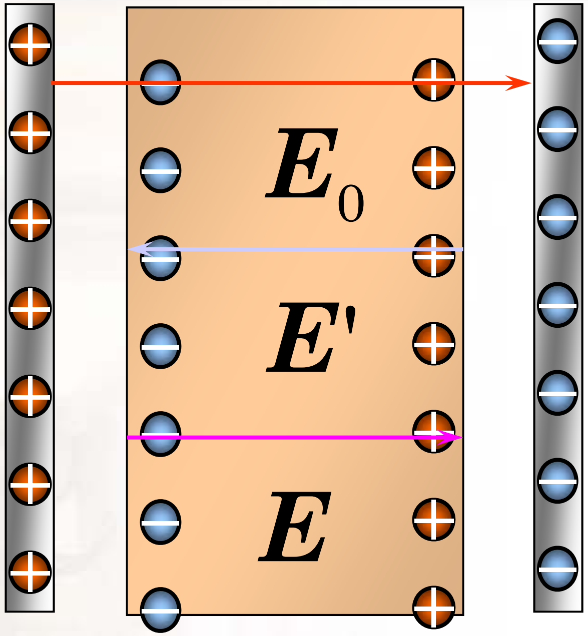
结论：极化的总效果是介质边缘出现**电荷分布**

由于这些电荷仍**束缚**在每个分子中，所以称之为**面束缚电荷**或**面极化电荷**。

外电场越强，电介质表面的束缚电荷越多

$$\vec{E}\uparrow \rightarrow \sigma\uparrow$$

电介质的极化



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$\vec{E}_0$ 自由电荷产生的场

$\vec{E}'$ 束缚电荷产生的场

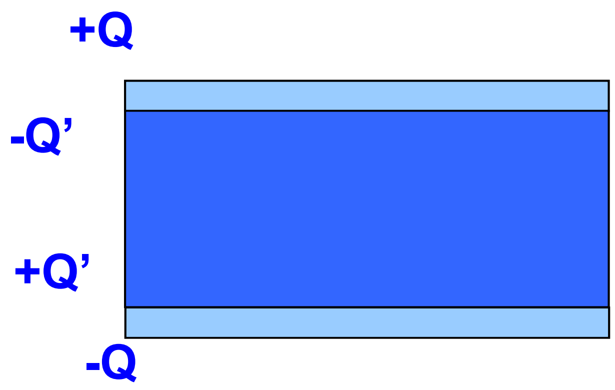
$$E = E_0 - E' \qquad E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} \qquad \varepsilon_r \geq 1$$

为电介质的特征常数称为电介质的**相对介电常数**

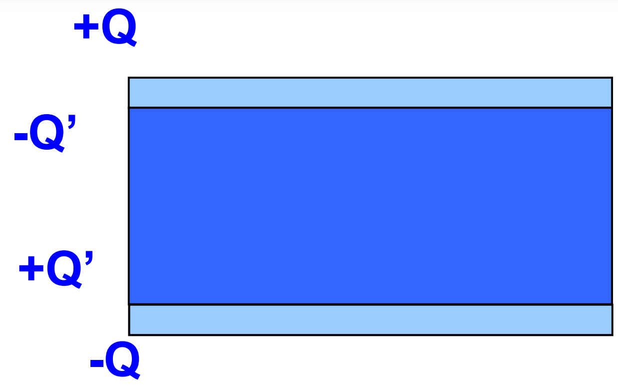
真空中： $\varepsilon_r = 1$

空气中： $\varepsilon_r \approx 1$

例：一平行板电容器间充满ε_r的电介质,求当它带电量为Q时，电介质面束缚电荷是多少？



理论分析 $\sigma = \dfrac{Q}{S}$ $\sigma' = \dfrac{Q'}{S}$



$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$

合场强

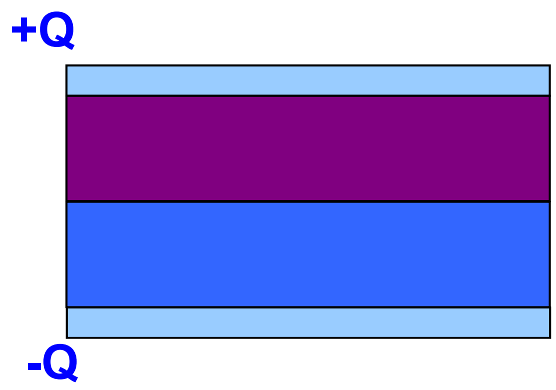
$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0}$$

实验结果合场强

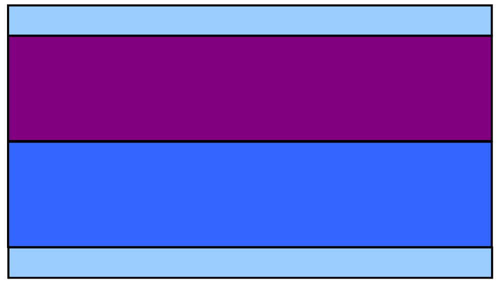
$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \Rightarrow \sigma' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma \Rightarrow Q' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} Q$$

例：一平行板电容器间充满εr1和 εr2的电介质,面积为S，间距为d，求电容



$$C_1 = \varepsilon_{r1}\frac{\varepsilon_0 S}{d/2} = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S}{d}$$



$$C_2 = \varepsilon_{r2}\frac{\varepsilon_0 S}{d/2} = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S}{d}$$

两个电容串联？并联？

$$C = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}S}{d(\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2})}$$

无限大均匀介质中点电荷的场：

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

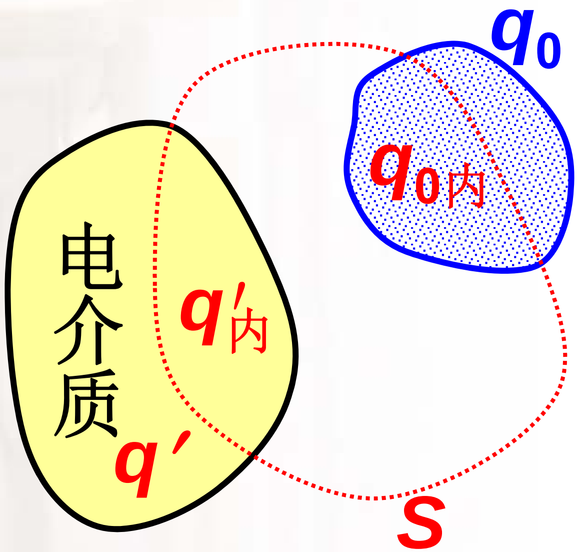
$$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$$

电介质的介电常数

§ 3.5 D矢量及其高斯定律

在有介质时，$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$ 仍成立， 而高斯定理因为与电荷有关，所以需要修改。

一. $\vec{D}$ 的高斯定理



$$\left.\begin{array}{l} q_0 \rightarrow \vec{E}_0 \\ q' \rightarrow \vec{E}' \end{array}\right\} \vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_{0内}+\sum q'_{内}\right)$$

一般而言，感应电荷非常难求

$$\therefore \qquad \boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}}$$

$\vec{D}$ 称为电位移矢量（**electric displacement**）

或称为电感（应）强度，于是有 $\left(E = \dfrac{E_0}{\varepsilon_r}\right)$

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} . d\vec{S} = \varepsilon_0 \oint_S \vec{E}_0 . d\vec{S} = \sum q_{0内}$$

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_0$$

$\leftarrow$ 自由电荷

—$\vec{D}$ 的高斯定理

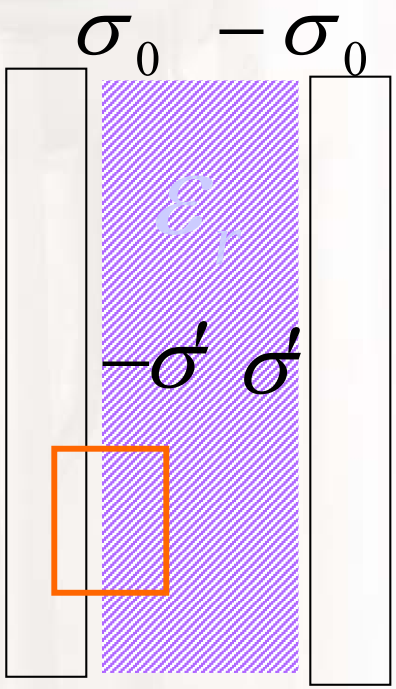
$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ 称介质的介电常数（电容率）

（**permittivity**）

例1、 平行板电容器，自由电荷面密度为$\pm\sigma_0$

其间充满相对介电常数为ε_r的均匀的各向同性的线性电介质。求:板间的场强。

解:均匀极化 表面出现束缚电荷



做如图所示高斯面

由有介质时的高斯定理，得

$$D=\sigma_0 \qquad \text{由} \quad \vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

得 $$E=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_r\varepsilon_0}=\frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

E_0为无介质存在时的场强

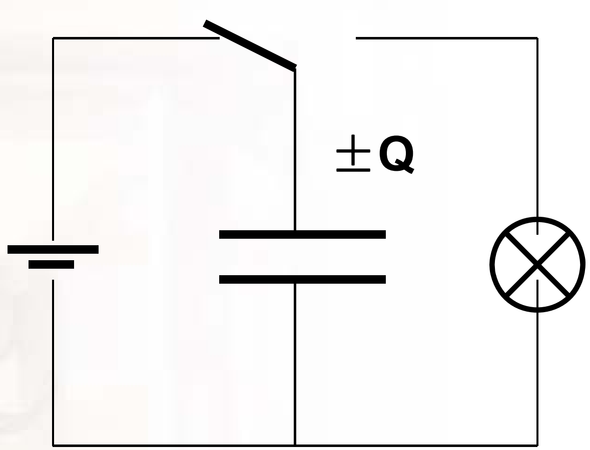
平行板电容器： $C_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d} \rightarrow C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}=\dfrac{\varepsilon S}{d}$

球形电容器： $C_0=\dfrac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2-R_1} \rightarrow C=\dfrac{4\pi\varepsilon R_1 R_2}{R_2-R_1}$

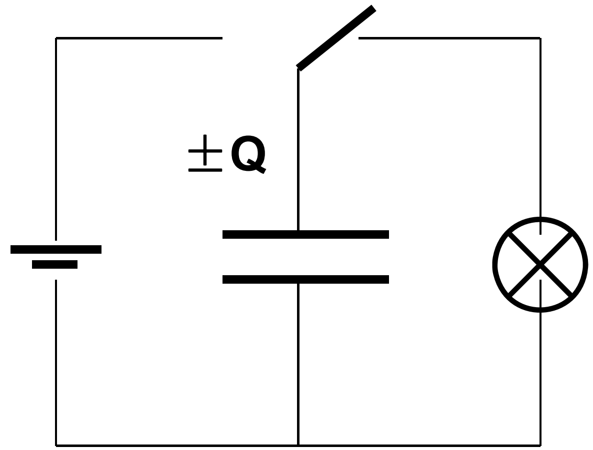
柱形电容器： $C_0=\dfrac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}} \rightarrow C=\dfrac{2\pi\varepsilon L}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$


Nikon
Nikon
Nikon

§ 3.4 电容器的能量



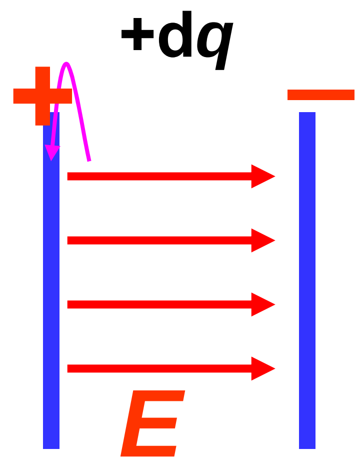
充电



放电

充电过程

设在某时刻两极板之间的电势差为U，此时若把$+dq$电荷从带负电的负极板搬运到带正电的正极板，外力所作的功为



$$dA = Udq = \frac{q}{C}dq$$

若使电容器的两极板分别带有±Q的电荷，则外力所作的功为

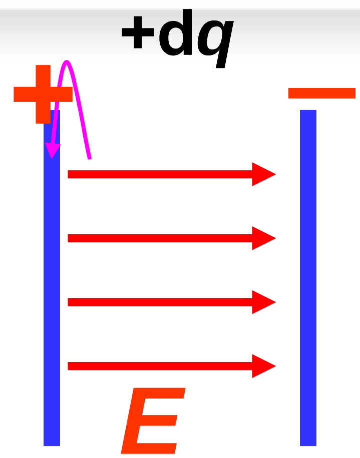
$$A = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

电容器所储存的静电能

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2$$

外力克服静电场力作功，把非静电能转换为带电体系的静电能

放电过程



设在某时刻两极板之间的电势差为*U*，此时若把**+d*q***电荷从带负电的负极板搬运到带正电的正极板，电场力所作的功为

$$dA = -Udq = -\frac{q}{C}dq$$

若使电容器的两极板±**Q**的电荷中和，则电场力所作的功为

$$A = -\int_{Q}^{0}\frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

电容器所储存的静电能

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2$$

带电体系的静电能通过灯泡释放出来

若认为是极板间充满电介质ε_r的平行板电容器（**S, d**）

$$\Theta \quad C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} \qquad \Theta \; E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}$$

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r S} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{2}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}\right)^2 Sd$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{2} E^2 Sd \quad \therefore W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 V$$

- 电容器储存的能量与场量的关系

$$\therefore W=\frac{1}{2}\varepsilon E^2V=\frac{1}{2}DEV$$

有介质存在时电场中单位体积内的能量

$$w_e=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}DE$$

对任意电场其能量为

$$W=\int_V w_e dV=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 dV=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 dV$$

$$=\int_V \frac{1}{2}DEdV$$

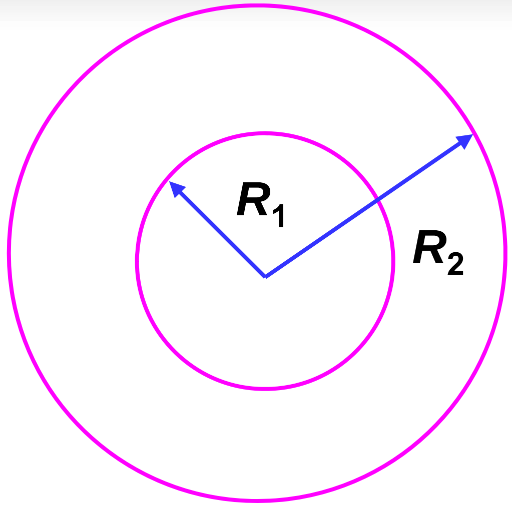
有介质存在时，记住以下结论：

$$\vec{E}_0 \to \vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}$$

$$C_0 \to \quad C = C_0\varepsilon_r$$

$$W = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 dV = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 dV = \int_V \frac{1}{2} DEdV$$

例1、球形电容器的内、外半径分别为R_1和R_2，所带的电量为Q。若在两球之间充满电容率为ε_r的电介质，问此电容器电场的能量为多少。



解：若电容器两极板上电荷的分布是均匀的，则球壳间的电场是对称的。由高斯定理可求得球壳间的电场强度的大小为

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \qquad \varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$$

电场的能量密度为

$$\omega_e=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon r^4}$$

取半径为*r*、厚为d*r*的球壳，其体积为d*V*=4π*r*²d*r*。所以此体积元内的电场的能量为

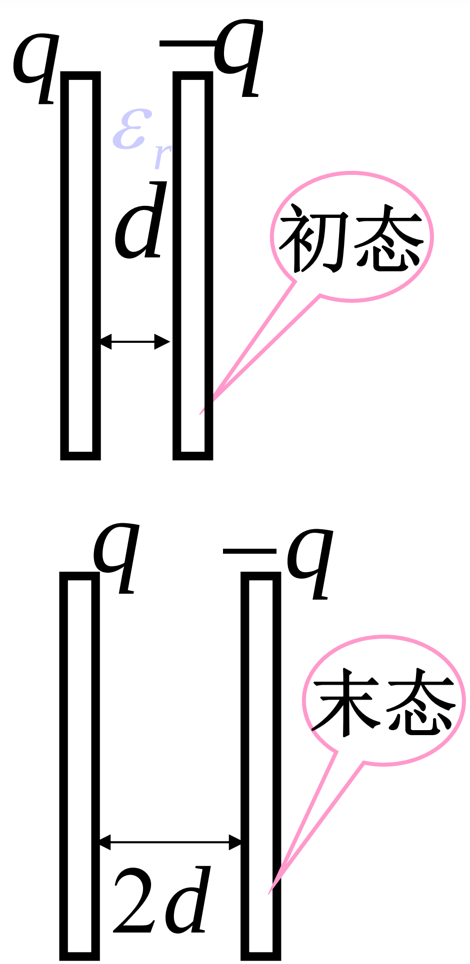
$$dW_e = \omega_e dV = \frac{Q^2}{32\pi^2 \varepsilon r^4} 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon r^2} dr$$

电场总能量为
$$W_e = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon r^2} dr$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{W_e = \frac{Q^2}{2C} ?}$$

例：一平板电容器面积为S，间距d，用电源充电后，两极板分别带电为$+q$和$-q$，断开电源，再把两极板拉至$2d$，试求：外力克服电力所做的功。以及两极板间的相互作用力？



解✶：根据功能原理可知，外力的功等于系统能量的增量

电容器两个状态下所存贮的能量差等于外力的功。

$$A = \Delta W = \frac{q^2}{2C_2} - \frac{q^2}{2C_1} \qquad \therefore A = \frac{q^2}{2C_1}$$

$$\therefore A=\frac{q^2}{2C_1}$$

若把电容器极板拉开一倍的距离，所需外力的功等于电容器原来具有的能量。

2) 外力反抗极板间的电场力作功

极板带电不变，场强不变，作用力恒定

$$\therefore A=F\cdot d$$

$$\therefore F=\frac{A}{d}=\frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 Sd}=\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$$

极板间的力

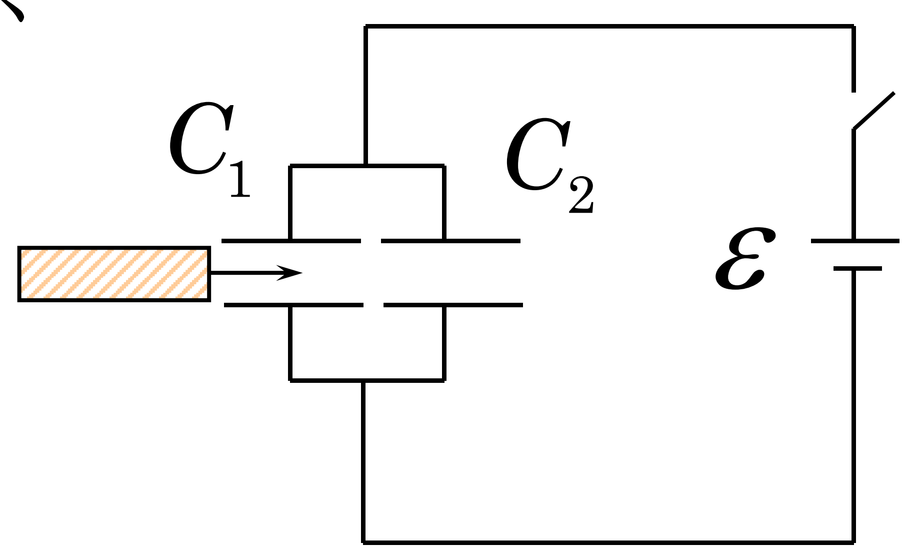
1. C_1 和 C_2 两空气电容器并联起来接上电源充电.然后将电源断开，再把一电介质插入 C_1 中，则

(A) C_1 和 C_2 极板上电量都不变.

(B) C_1 极板上电量增大，C_2 极板上的电量不变.

(C) C_1 极板上电量增大，C_2 极板上的电量减少.

(D) C_1 极板上的电量减少,C_2 极板上电量增大.



断电后总电量守恒，两电容器电压相等

$$\frac{Q_1}{C_1}=\frac{Q_2}{C_2}$$

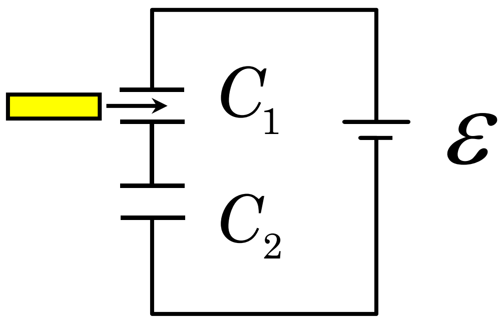
[C]

2. C_1 和 C_2 两空气电容器串联起来接上电源充电,保持电源联接,再把一电介质板插入 C_1 中,则

(A) C_1上电势差减小,C_2上电量增大;
(B) C_1上电势差减小,C_2上电量不变;
(C) C_1上电势差增大,C_2上电量减小;
(D) C_1上电势差增大,C_2上电量不变。

串联电量相同

$$U_1C_1 = U_2C_2$$



[A]

3. 一平行板电容器充电后，与电源断开，然后再充满相对介电常数为 ε_r 的各向同性均匀电介质。则其电容C、两板间电势差 U_{12} 及电场能量We与充介质前比较将发生如下变化：

（A） C↑ U_{12}↓ W_e↑

(B) C↑ U_{12}↓ W_e↓

(C) C↑ U_{12}↑ W_e↓

(D) C↓ U_{12}↓ W_e↓

(B)

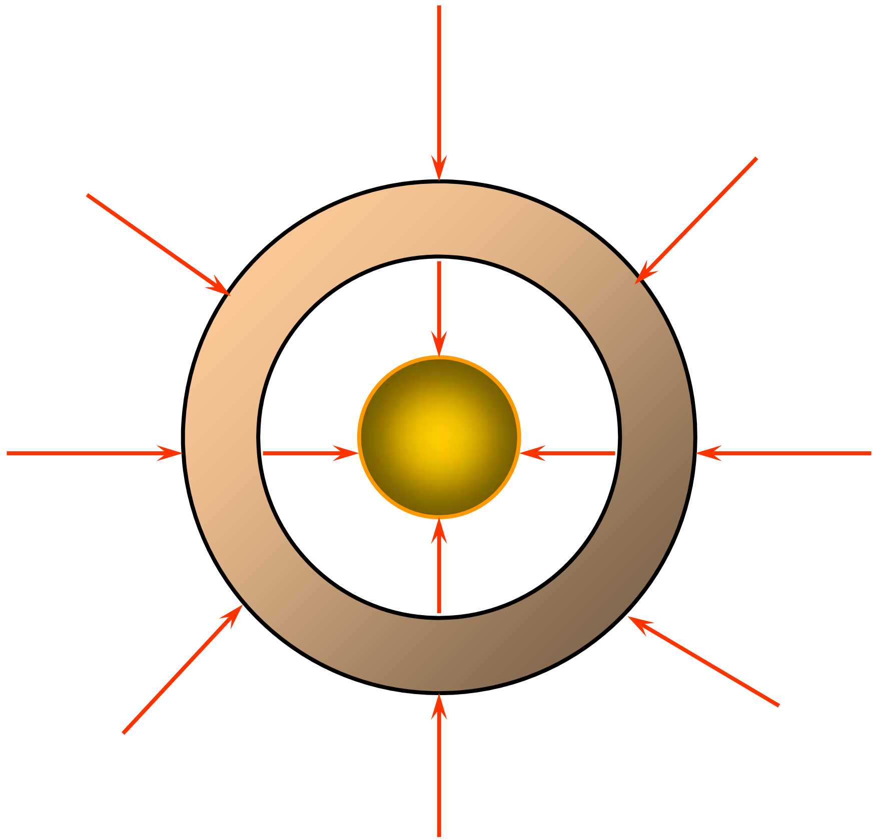
4. 同心导体球与导体球壳周围电场的电力线分布如图所示，由电力线分布情况可知球壳上所带总电量为：

(A) $q > 0$

(B) $q = 0$

(C) $q < 0$

(D)无法确定。



[C]

5. 半径为R的金属球，接电源充电后断开电源，这时它储存的电场能量为5×10^{-5}J。今将该球与远处一个半径也是R的导体球B用细导线连接，则A球储存的电场能量变为_______. 1.25×10^{-5}J

电量守恒： **Q → Q/2**

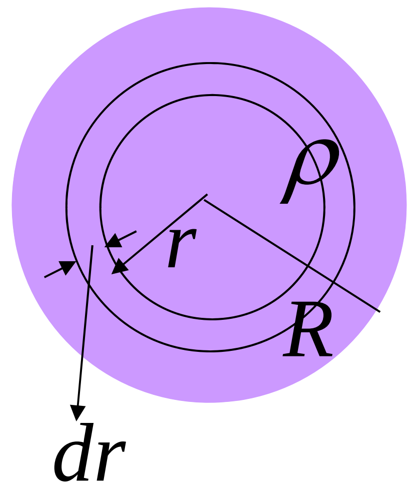
C不变，$W=Q^2/2C \longrightarrow W/4$

例：设想电量**Q**在真空中均匀分布在一个半径为***R***的球体内，试计算其电场能量。

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\because\ \vec{E}_1 = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r} \qquad r \le R$$

$$\vec{E}_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \qquad r \ge R$$



$$\because\ W = \int w_e dV = \int \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} dV$$

球内空间

$$= \int_0^R \frac{\varepsilon_0 E_1^2}{2} 4\pi r^2 dr + \int_R^\infty \frac{\varepsilon_0 E_2^2}{2} 4\pi r^2 dr$$

球外空间

$$=\int_0^R \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\right)^2 4\pi r^2 dr+\int_R^\infty \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr$$

$$=\frac{4\pi\rho^2 R^5}{5\times 18\varepsilon_0}+\frac{4\pi\rho^2 R^5}{18\varepsilon_0}$$

$$=\frac{4\pi\rho^2 R^5}{15\varepsilon_0}$$

6.真空中有一均匀带电球体和一均匀带电球面,如果它们的半径和所带的电量都相等,则它们的静电能之间的关系是:

（A）球体的静电能等于球面的静电能;
（B）球体的静电能大于球面的静电能;
（C）球体的静电能小于球面的静电能;
（D）无法比较。

[B]

C1 和 C2 两个电容器，其上分别表明**200pF**（电容量）、**500v**（耐压值）和**300pF** 、**900v**把它们串联起来在两端加上**1000V**电压，则

(A) C_1被击穿,C_2不被击穿；

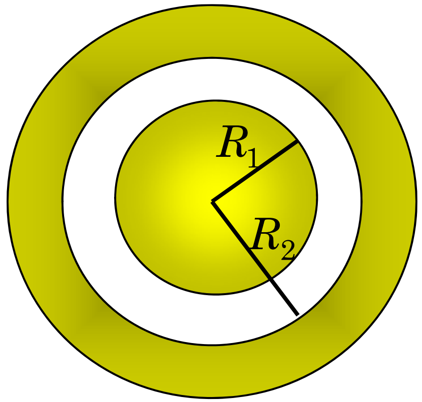
(B) C_2被击穿, C_1不被击穿；

(C) 两者都被击穿；

(D) 两者都不被击穿。

[C]

9．金属球A与同心球壳B组成电容器，球A上带电荷q，壳B上带电荷Q，测得球与壳间电势差为U_{AB}，可知该电容器的电容值为：



(A) q/U_{AB}

(B) Q/U_{AB}

(C) $(q+Q)/U_{AB}$

(D) $(q+Q)/(2U_{AB})$

（A）

谢谢！