大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

§ 2.6 点电荷在外电场中的静电势能

$$A_{12} = \int_{(P_1)}^{(P_2)} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{(P_1)}^{(P_2)} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \boldsymbol{q_0} \int_{(P_1)}^{(P_2)} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

点电荷的电势能： $\boxed{W = q\varphi}$

一个电荷在外电场中的电势能是一种相互作用能,属于电荷与产生电场的电荷系所共有!

电势能的单位: J

常用单位: eV　　1ev=1.6x10^{-19}J

§ 2.7 点电荷系的静电能

点电荷的电势能：$\boxed{W = q\varphi}$

$$\boxed{W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}}$$

点电荷系的相互作用能为：

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \varphi_i}$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\int_q \varphi dq}$$

q_i以外所有点电荷在q_i处的电势

电荷Q的所有电荷在dq处的电势

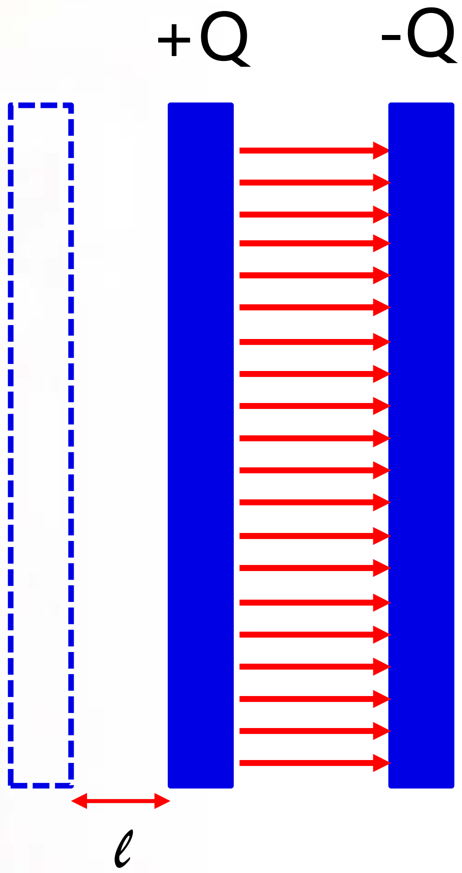
§ 2.8 静电场的能量

电荷系的静电能表示式

$$W = \frac{1}{2}\int_q \varphi \, \mathrm{d} q$$

似乎能量集中在电荷上。但从场的角度来看，

能量应该是储存在电场中。



$$F = fs = \frac{Q^2}{2\varepsilon_o S}$$

$$A = Fl = fsl = \frac{Q^2}{2\varepsilon_o S} l$$

$$W = A = \frac{Q^2}{2\varepsilon_o S} l$$

$$\boxed{W = \frac{\varepsilon_o E^2}{2} Sl = \frac{\varepsilon_o E^2}{2} V}$$

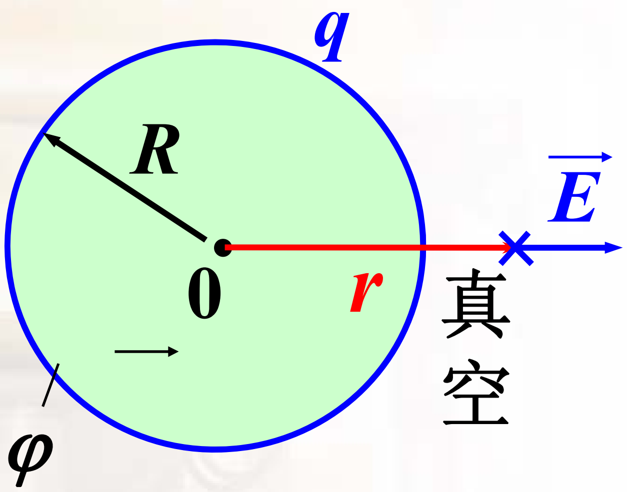
$$W = \frac{\varepsilon_o E^2}{2} Sl = \frac{\varepsilon_o E^2}{2} V$$

$$w_e = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_o E^2}{2}$$

如果知道一个带电系统的电场分布,对全空间V进行积分

$$W = \int_V w_e dV = \int_V \frac{\varepsilon_o E^2}{2} dV$$

例，对均匀带电球体的电场能W：



在球体外

$$w_e=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\right)^2$$

在球体内

$$w_e=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0R^3}\right)^2$$

$$W=\int_0^R\frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0R^3}\right)\cdot4\pi r^2\,\mathrm{d}r+\int_R^\infty\frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\right)\cdot4\pi r^2\,\mathrm{d}r\qquad W=\frac{3q^2}{20\pi\varepsilon_0R}$$

例，对均匀带电球面的电场能W：

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

$$\boxed{W = \int_V w_e dV = \int_V \frac{\varepsilon_o E^2}{2} dV}$$

$$W = \int_R^{\infty} \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4} \cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$W=\frac{1}{2}\int_{q}\varphi\,\mathrm{d}q$$

球面电势 $\varphi=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$$W=\frac{1}{2}\int_{q}\varphi\,\mathrm{d}q=\frac{1}{2}\varphi\cdot q=\frac{1}{2}\cdot\frac{q^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}R}$$

虽然如此，两种表示反映的却是两种不同观点。在变化的电磁场中，电场储能的概念被证明为不仅必要，而且是唯一客观的实在了。

真空中静电场小结提纲

一. 线索（基本定律、定理）：

库仑定律

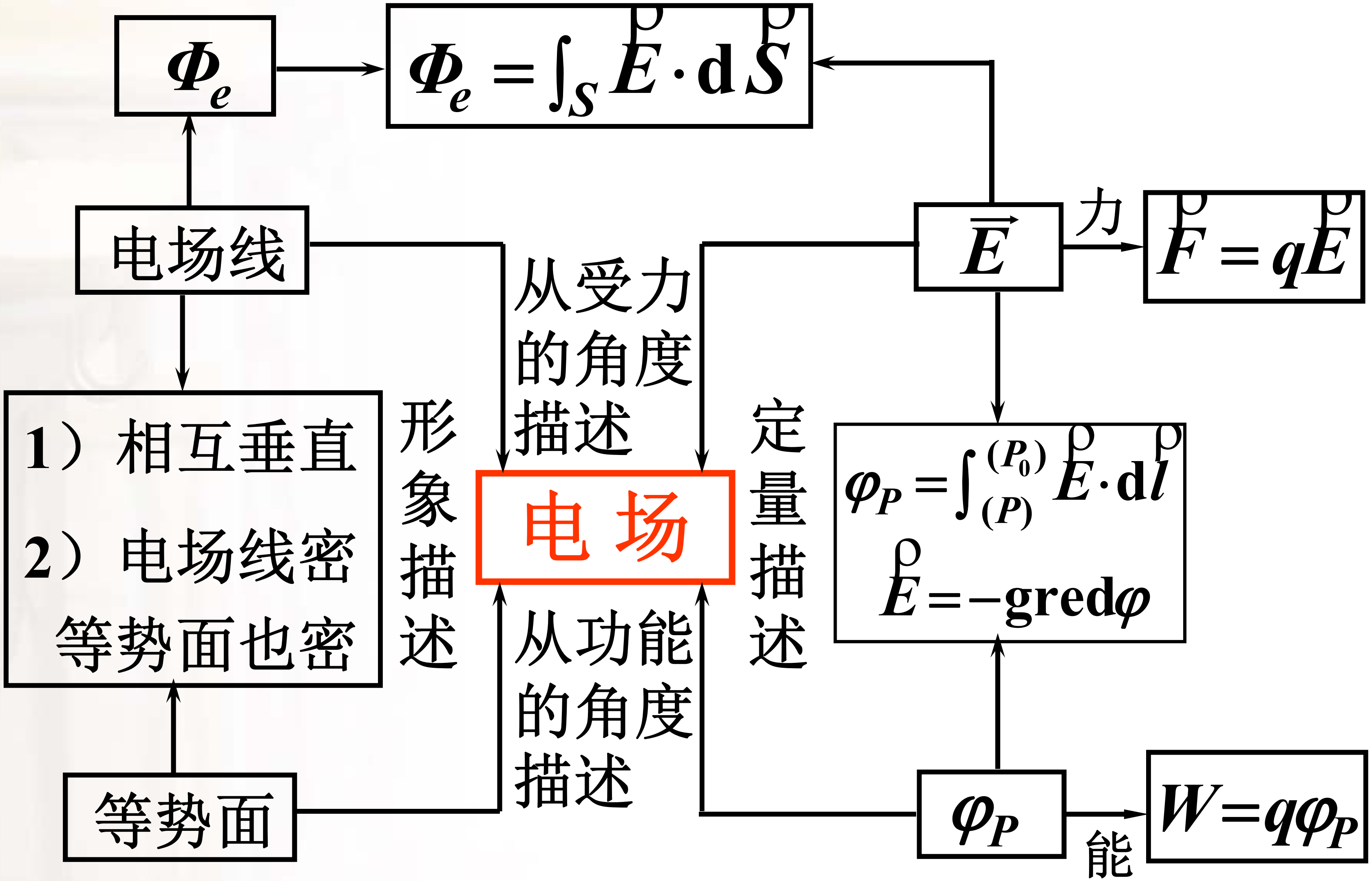
$$\vec{E}=\vec{F}/q_0$$

$$\vec{E}=\sum \vec{E}_i$$

$$\rightarrow \vec{E}=\sum_i \frac{q_i\vec{e}_{r_i}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2} \rightarrow \begin{cases} \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0} \\ \oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0 \end{cases}$$

还有电荷守恒定律，它时刻都起作用。

二. 基本物理量之间的关系：



三. 求场的方法：

1. 求$\vec{E}$

叠加法（补偿法）： $\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i$ ，

$$\vec{E}=\int_q \frac{\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}q ;$$

高斯定理法： $\oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}=\frac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$;

微分法： $\vec{E}=-\nabla\varphi$， $E_l=-\frac{\partial\varphi}{\partial l}$ 。

2.求φ

场强积分法：$\varphi_p = \int_{(P)}^{(P_0)} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$，

（$\vec{E}$分段，积分也要分段）；

叠加法（补偿法）：$\varphi = \sum_i \varphi_i$（零点要同）；

$$\varphi = \int_q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}，\quad (\varphi_\infty = 0)。$$

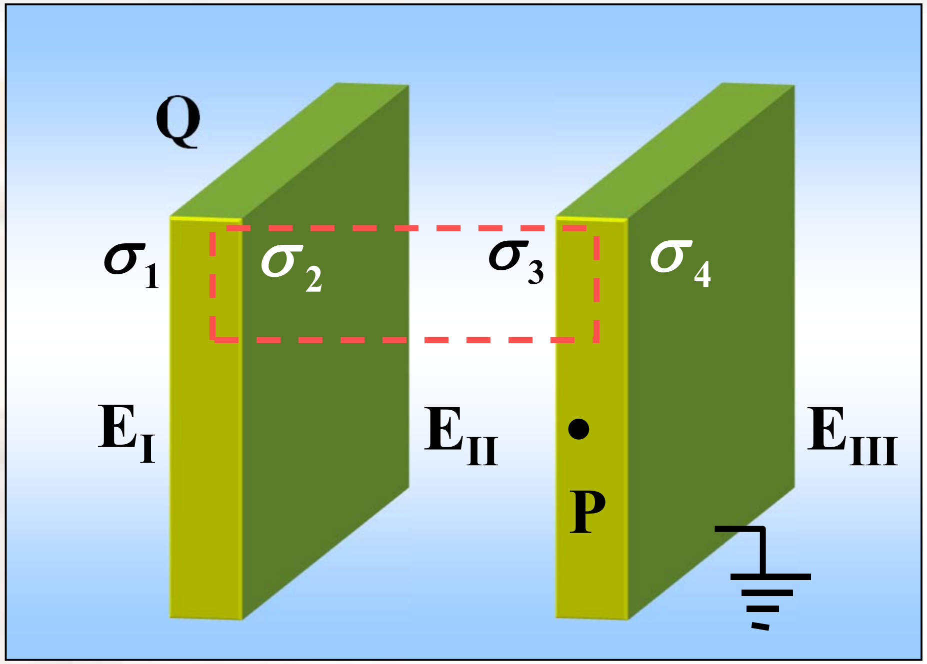
第三章 电容器和电介质

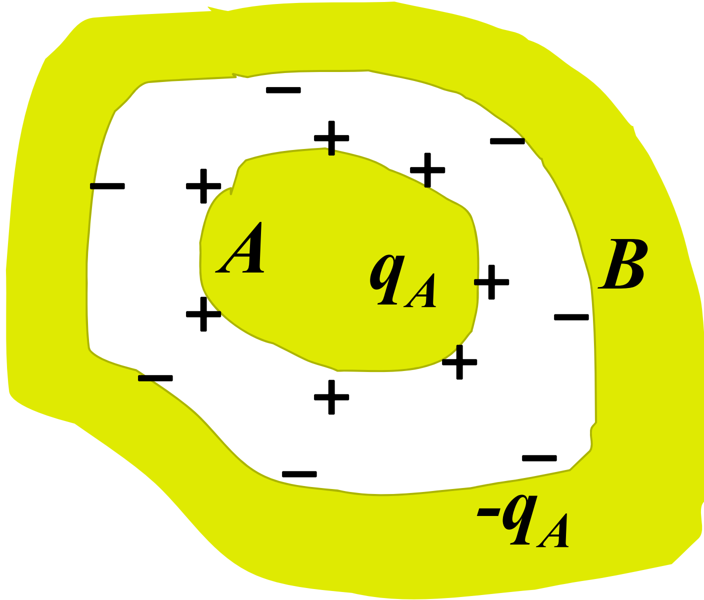
（**Capacitor and Dielectric in Electrostatic Field**）

- 第一部分 电容 （**Capacitor**）

- 第二部分 有电介质存在时的静电场 （**Dielectric in Electrostatic Field**）

§ 3.1 电容器及其电容





两个带有等值而异号电荷的导体所组成的系统，叫做**电容器**。

电容器两个极板所带的电量为$+Q$、$-Q$，它们的电势分别为V_A、V_B，定义电容器的**电容**为：

$$C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{Q}{V_A-V_B}$$

$$C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{Q}{V_A - V_B}$$

电容的单位

法拉(F)　$1F=1C.V^{-1}$　　微法 $1\mu F=10^{-6}F$　　皮法 $1pF=10^{-12}F$

关于电容的说明：

- 是导体的一种性质，与导体是否带电无关；
- 是反映导体储存电荷或电能的能力的物理量；
- 只与导体本身的性质和尺寸有关。

电容只与几何因素和介质有关

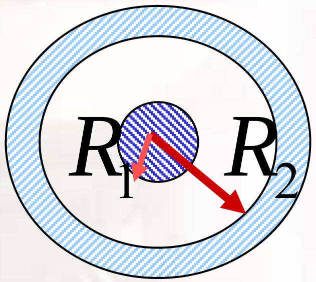
固有的容电本领

电容器的分类

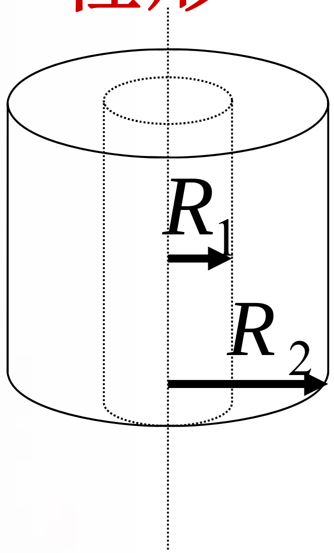
按形状分类：

平板电容器、圆柱形电容器、球形电容器

球形



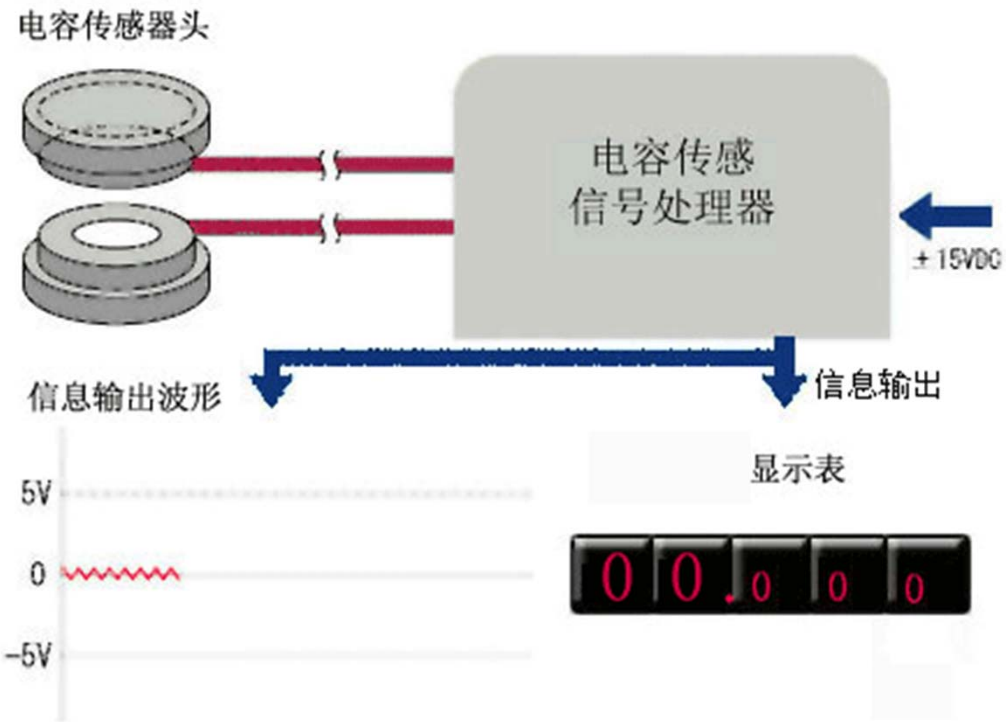
柱形



平行板

电容器的作用

- 在电路中：通交流、隔直流；
- 与其它元件可以组成振荡器、时间延迟电路等；
- 储存电能的元件；
- 真空器件中建立各种电场；
- 各种电子仪器。



电容器电容的计算

$$C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{Q}{V_A-V_B}$$

计算电容的一般步骤为：

- 设电容器的两极板带有**等量异号电荷Q**；
- 求出两极板之间的**电场强度E**的分布；
- 计算两极板之间的**电势差U**；
- 根据电容器电容的定义求得**电容C=Q/U**。

•例：真空中一个半径为R、带电量为Q 的孤立球形导体的电容

$$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$C=\frac{Q}{U}=4\pi\varepsilon_0 R$$

R=1m， C=4πε0~10^-10F

孤立导体的电容与导体的形状有关，与其带电量和电位无关。

平行板电容器

解：①设电容器两极板

带电± q；

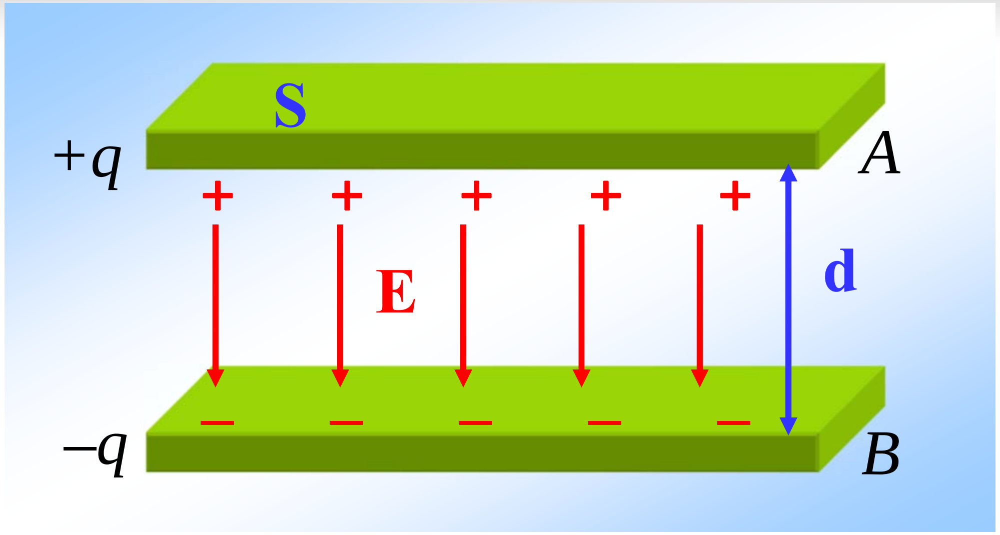
②板间电场：

d 很小，S 很大，

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_o}=\frac{q}{\varepsilon_o S}$$

③板间电势差：

$$U_{AB}=E\cdot d=\frac{qd}{\varepsilon_o S}$$



④电容：$C=\dfrac{q}{U_{AB}}=\dfrac{\varepsilon_o s}{d}$

平板电容器的电容与极板的面积成正比，与极板之间的距离成反比，还与电介质的性质有关。

球形电容器

解：两极板间电场

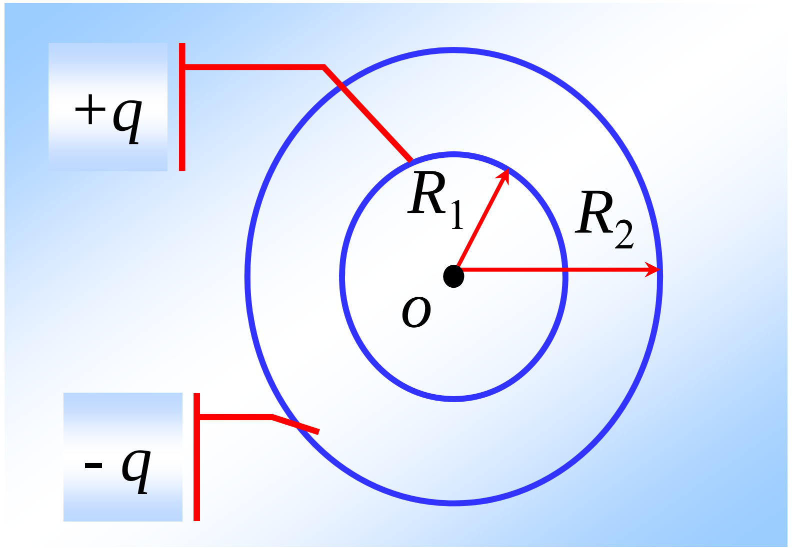
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \qquad (R_1 < r < R_2)$$

板间电势差

$$U_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

电容

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_o R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



讨论：①当$R_2 \to \infty$时，

$$C = 4\pi\varepsilon_o R_1,$$

孤立导体球电容。

圆柱形电容器

解：设两极板带电 $\pm q$

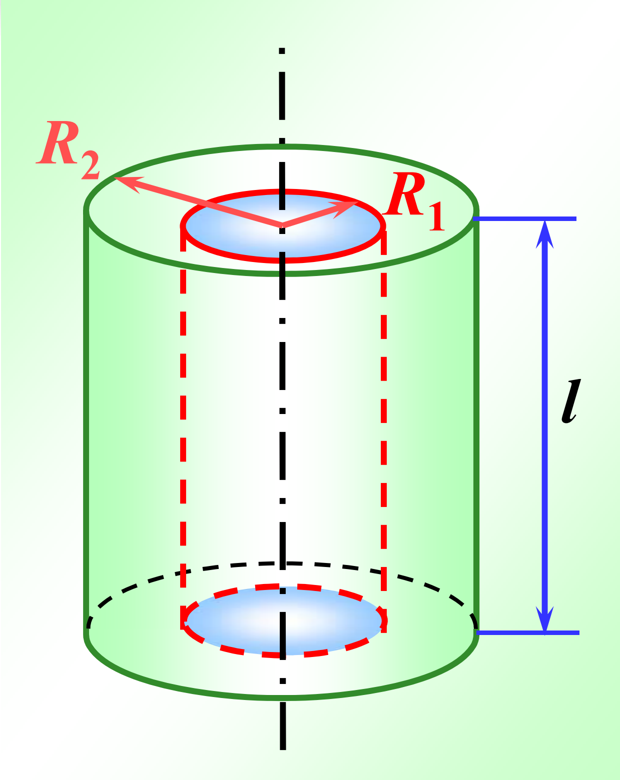
板间电场 $\quad (l >> R_2 - R_1)$

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o rl} \qquad (R_1 < r < R_2)$$

板间电势差 $U_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon_o l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

电容 $\quad C = \dfrac{q}{U_{12}} = \dfrac{2\pi\varepsilon_o l}{\ln(R_2/R_1)}$



•圆柱越长，电容越大；两圆柱之间的间隙越小，电容越大。

圆柱形电容器的电容

$$C=\frac{q}{U_{12}}=\frac{2\pi\varepsilon_o l}{\ln(R_2/R_1)}$$

•用d表示两圆柱面之间的间距，当d<<R_1 时

$$\ln\frac{R_2}{R_1}=\ln\frac{R_1+d}{R_1}=\ln(1+\frac{d}{R_1})\approx\frac{d}{R_1}$$

$$C\approx\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{d/R_1}\approx\frac{2\pi\varepsilon_0 lR_1}{d}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

平板电容器

1、 平行板电容器：

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

2 、球形电容器：同心的金属球和金属球壳

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1} \qquad R_2 \to \infty \qquad \to \quad C = 4\pi\varepsilon_0 R_1$$

真空中孤立导体球的电容

3.柱形电容器的电容(***L>>R$_2$-R$_1$***)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln \dfrac{R_2}{R_1}}$$

电容只与介质及电容器的结构有关

衡量电容器能力的两个指标：

1：电容的大小

2：耐电压能力

但实际情况是：

总希望电容大，耐压能力强

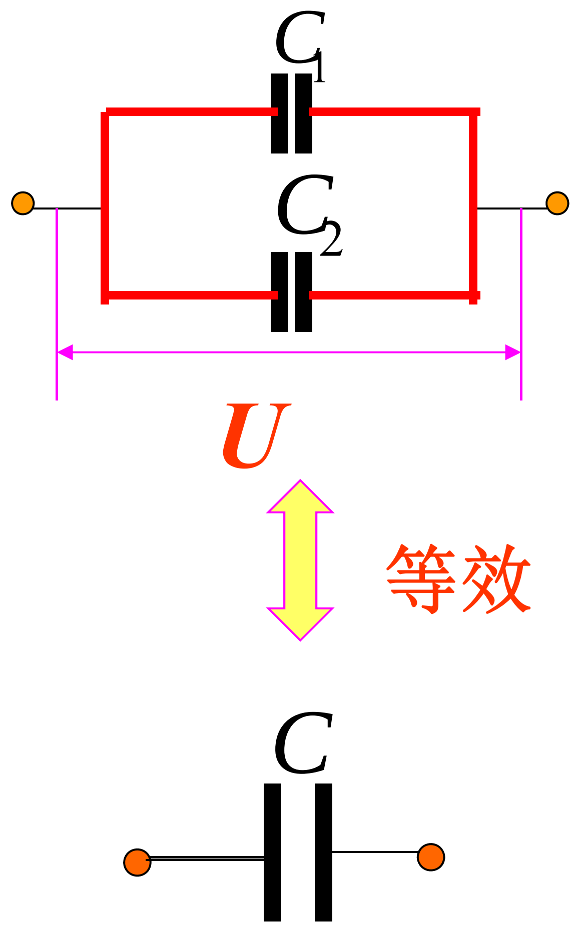
→ 电容器的并联和串联

§ 3.2 电容的联接

1、电容器的并联

特点：

每个电容器两端的电势差相等



总电量：

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1U + C_2U = (C_1 + C_2)U$$

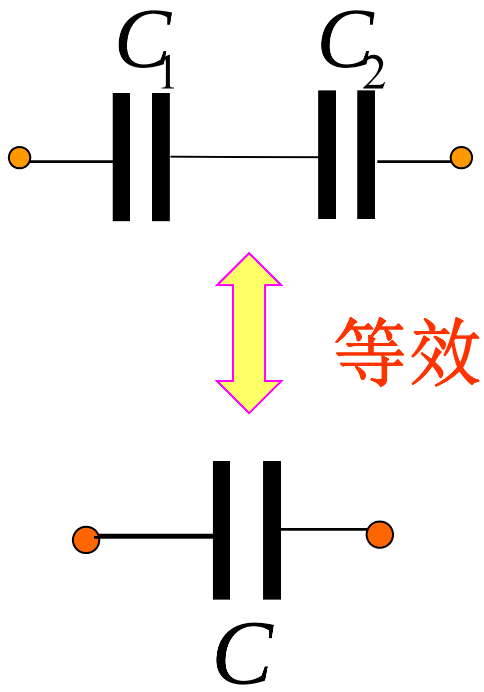
等效电容：

$$C = \frac{Q}{U} = C_1 + C_2$$

2、电容器的串联

特点：

每个电容器极板所带的电量相等



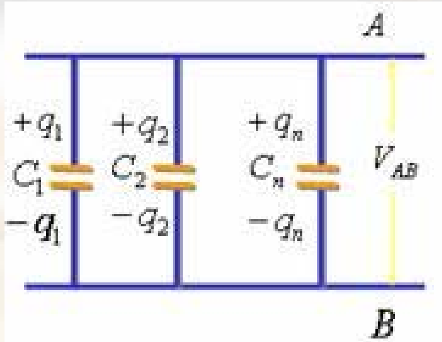
总电压

$$U=U_1+U_2=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}=\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)Q$$

等效电容

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{1}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}}$$

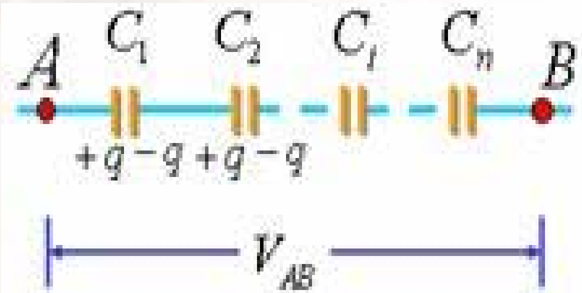
$$\boxed{\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}$$



$$C=\frac{Q}{U}=C_1+C_2$$

结论：

- 并联时，等效电容等于几个电容器电容之和；
- 各个电容器的电压相等；
- 并联使**总电容增大**。



$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

结论：

- 串联时，其等效电容的倒数等于几个电容器电容的倒数之和；
- 等效电容小于任何一个电容器的电容，但可以**提高**电容的**耐压能力**；

讨论

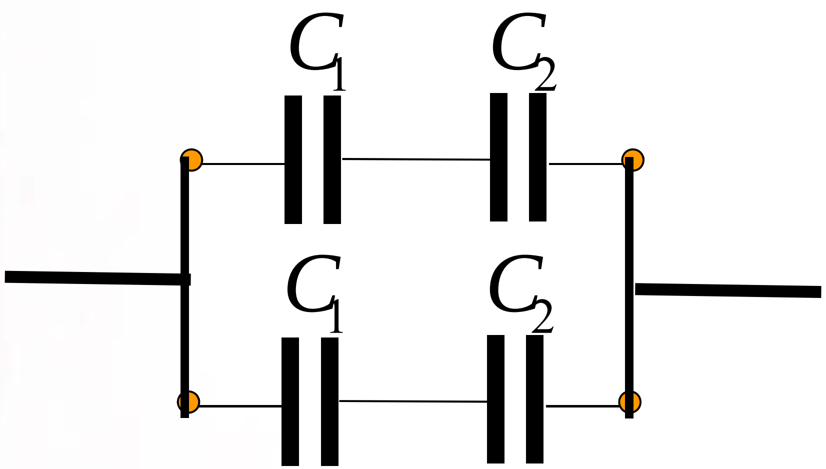
$$C=\sum_i C_i$$

并联电容器的电容等于各个电容器电容的和。

$$\frac{1}{C}=\sum_i \frac{1}{C_i}$$

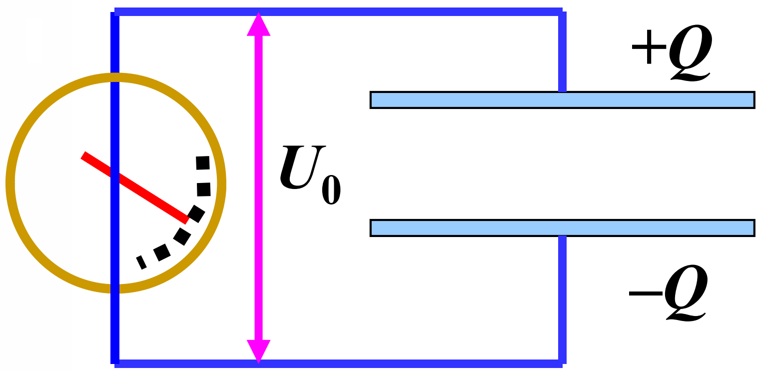
串联电容器总电容的倒数等于各串联电容倒数之和。

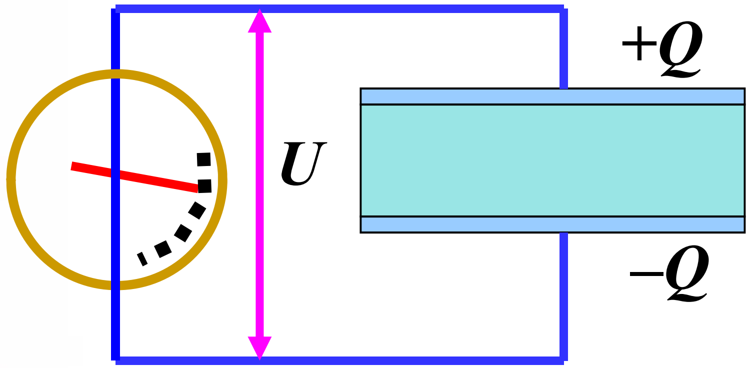
当电容器的耐压能力不被满足时，常用串并联使用来改善。串联使用可提高耐压能力，并联使用可以提高容量



§ 3.3 介电质对电场的影响

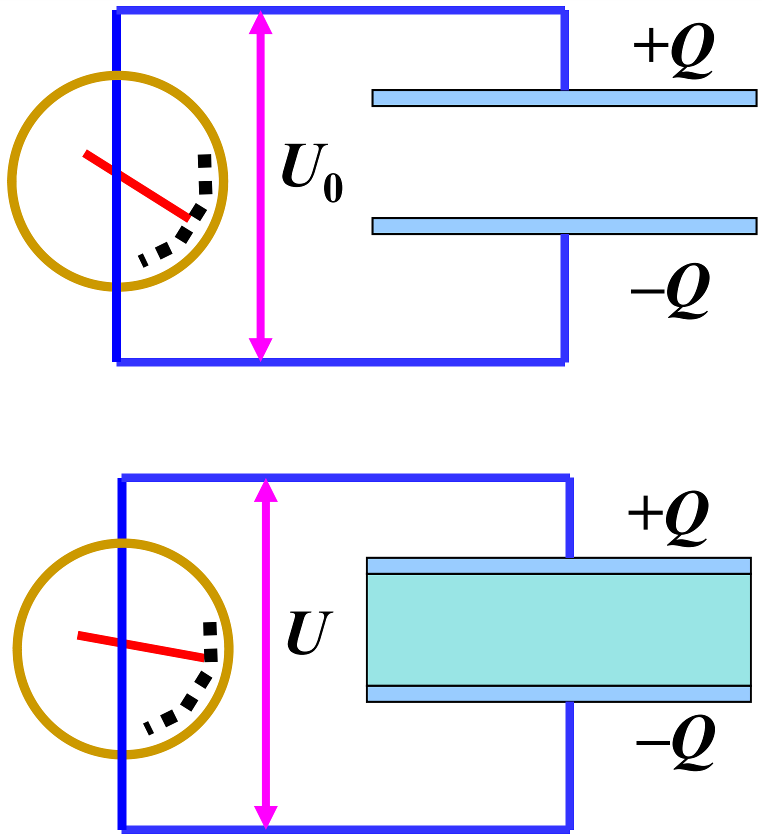
电介质对电容器电容影响





电介质对电容器电容影响

电容器充电后，撤去电源，使两极板上的电量维持恒定，测得充满电介质电容器两极板间的电压U，为真空电容器两极板间的电压U_0的$1/\varepsilon_r$倍，即$U=U_0/\varepsilon_r$。因而，充满电介质电容器的电容为



$$C=\frac{Q}{U}=\frac{Q_0}{U_0/\varepsilon_r}=\varepsilon_r C_0$$

极板间充满电介质所电容器的电容为真空电容的ε_r倍。

电介质的相对电容率

ε_r ——介质的相对介电常数

（ **relative dielectric constant**）

$\varepsilon_r \geq 1$, 它与介质种类和状态（温度）有关

电介质中的电场强度

真空中 $E_0 = U_0 / d$

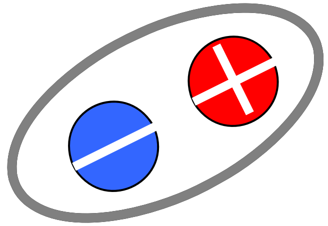
电介质中 $E = U / d = \left(U_0 / \varepsilon_r\right) / d$

$= \left(U_0 / d\right) / \varepsilon_r = E_0 / \varepsilon_r$

电介质内任意点的电场强度为原来真空时电场强度的 $1/\varepsilon_r$

§ 3.4 介电的极化

一.电介质分子可分为有极和无极两类



1.极性分子（polar molecule）：

分子电荷的正、负“重心”分开，

具有**固有**电偶极矩，

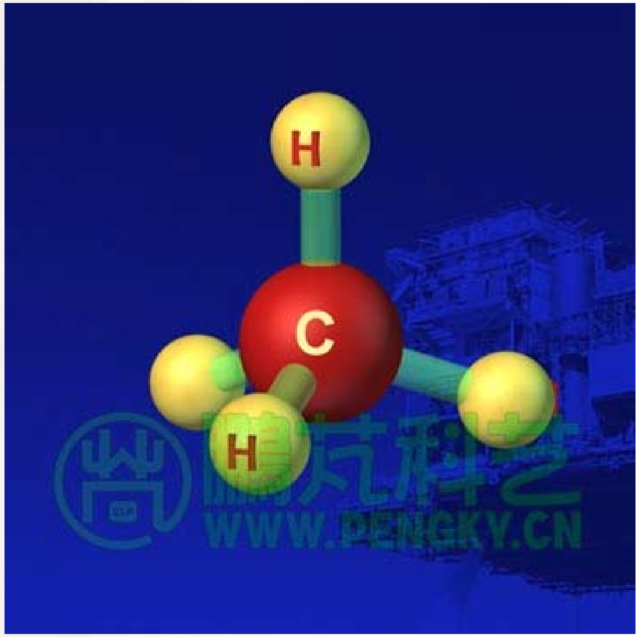
$p \sim 10^{-30}\ \mathrm{C \cdot m}$。如:水， **HCl**，**$NH_3$** …

§ 3.4 介电的极化

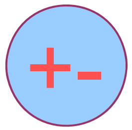
2.非极性分子（nonpolar molecule）：

分子电荷的正、负“重心”重合，无固有电偶极矩。如：He，Ne， CH_4 …

介质在电场中出现附加电荷称极化



甲烷

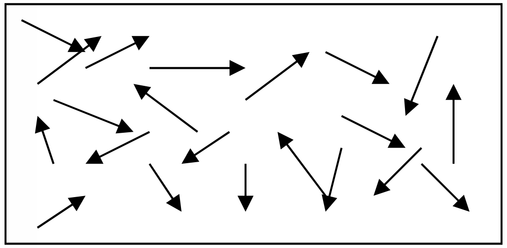


1、无外场时

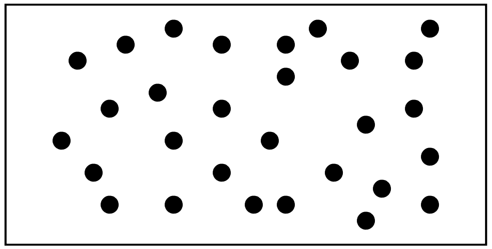
热运动---紊乱　　电中性

因无序排列对外总体不呈现电性。

有极分子



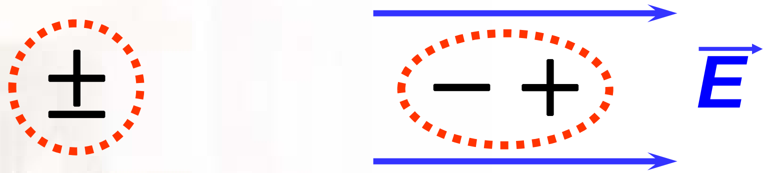
无极分子



位移极化——无极分子的极化

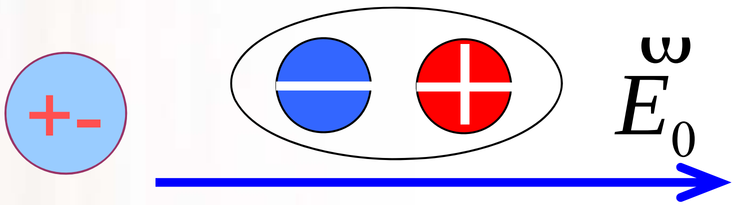
对无极分子

$\vec{E}=0$　　　　$\vec{E}\neq 0$



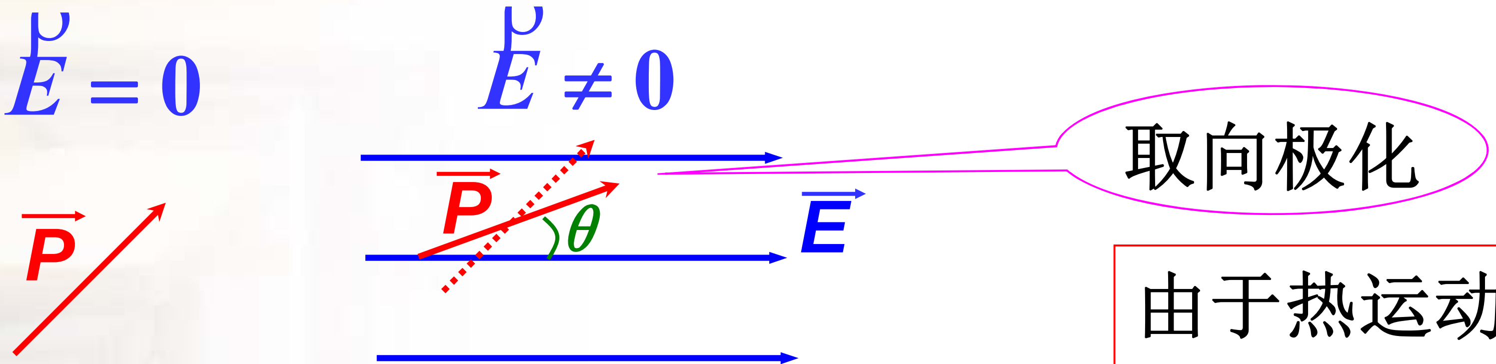
感生电矩

$\vec{p}=0$　　$\vec{p}\,/\!/\,\vec{E}$,　　$\vec{E}\uparrow\rightarrow\vec{p}\uparrow$



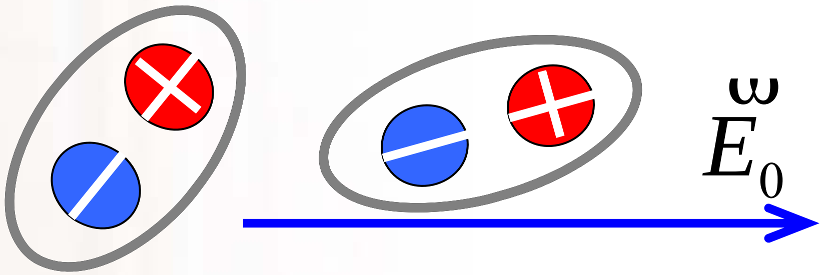
无极分子的感应电矩约是有极分子固有电矩的10^{-5}，方向与外加电场相同，外电场越强，感生电矩越大。

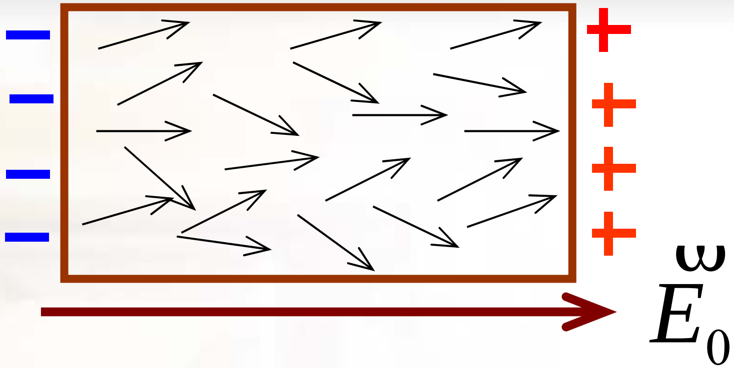
➢ 取向极化——有极分子的极化

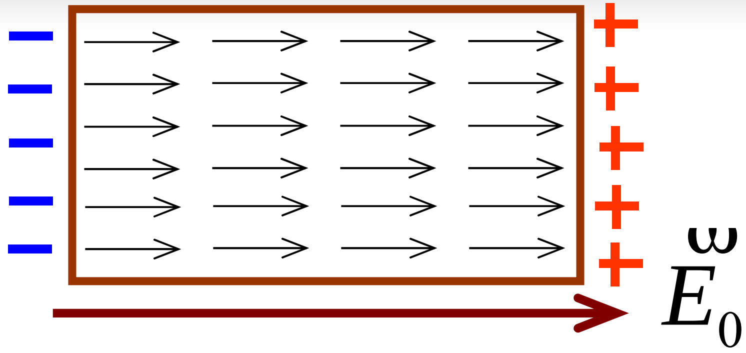


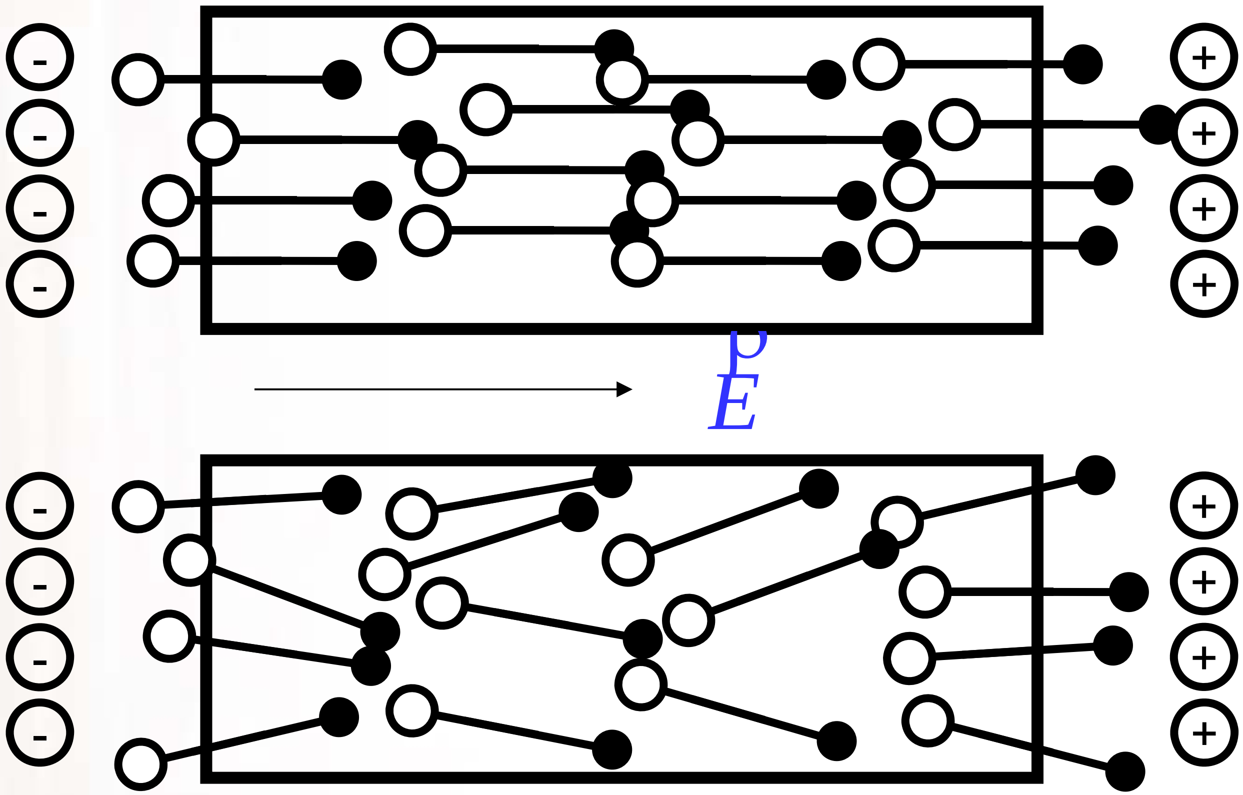
$\vec{E}\uparrow\rightarrow\theta\downarrow$，$\vec{p}\rightarrow$平行$\vec{E}$

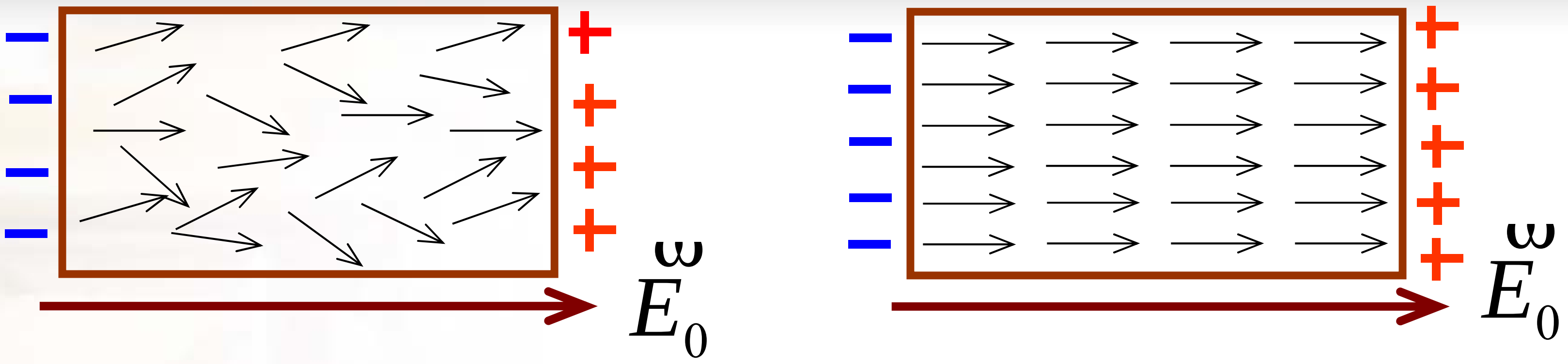
由于热运动，这种取向只能是**部分的**，遵守统计规律。




E_0


E_0


E



结论：极化的总效果是介质边缘出现电荷分布

由于这些电荷仍束缚在每个分子中，所以称之为**面束缚电荷**或**面极化电荷**。

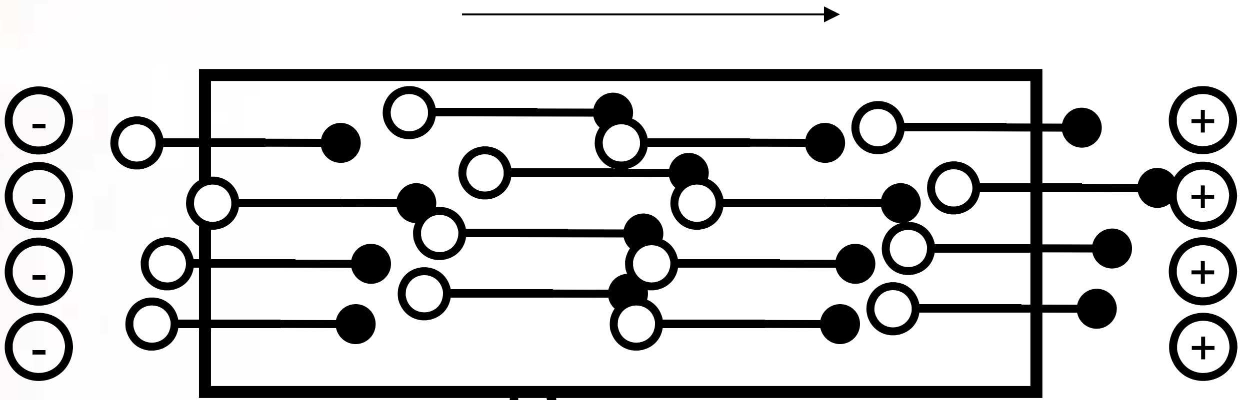
外电场越强，电介质表面的束缚电荷越多

$$\vec{E}\uparrow\rightarrow\sigma\uparrow$$

电介质的极化

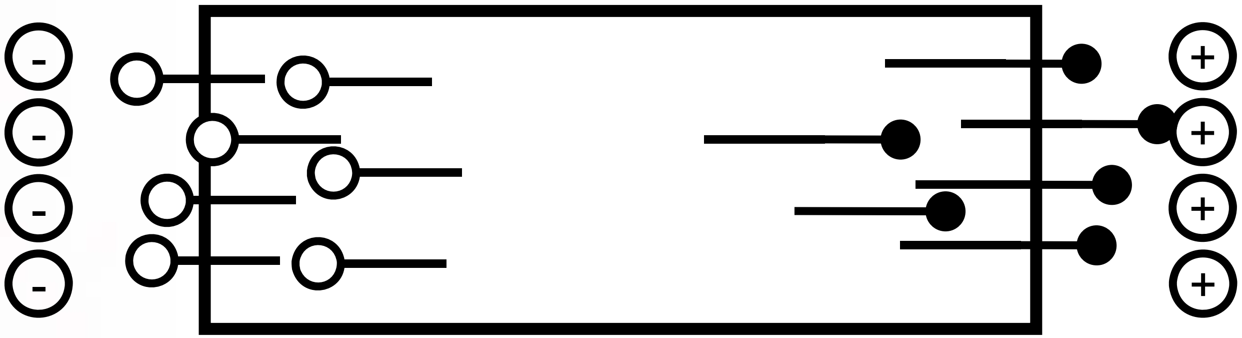
介电强度（击穿场强）

$\vec{E}$

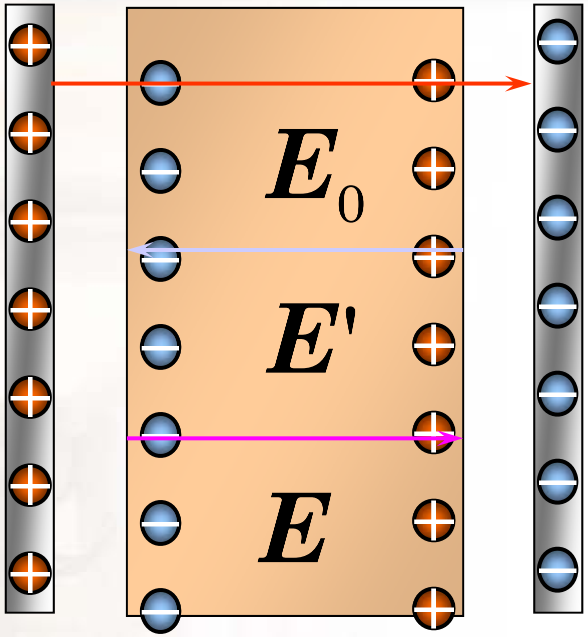


$\vec{E}\uparrow\rightarrow\sigma\uparrow$

$\vec{E}\uparrow$



电介质击穿 ⇨ 介电强度（击穿场强）



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$\vec{E}_0$ 自由电荷产生的场

$\vec{E}'$ 束缚电荷产生的场

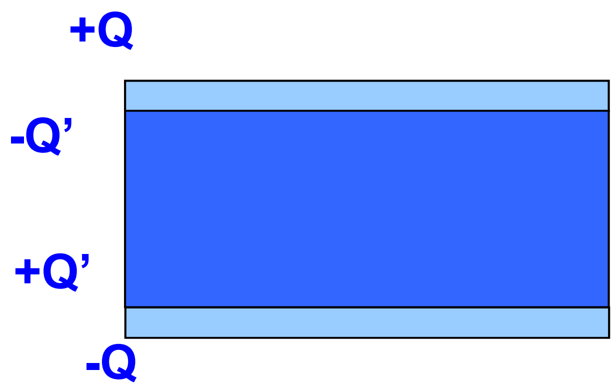
$$E = E_0 - E' \qquad E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} \qquad \varepsilon_r \geq 1$$

为电介质的特征常数称为电介质的相对介电常数

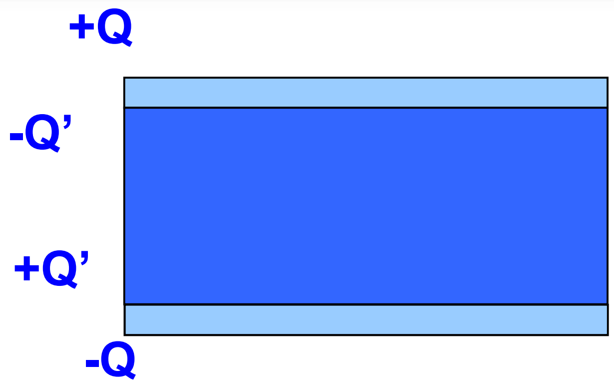
真空中： $\varepsilon_r = 1$

空气中： $\varepsilon_r \approx 1$

例：一平行板电容器间充满ε_r的电介质,求当它带电量为Q时，电介质面束缚电荷是多少？



理论分析 $\sigma = \dfrac{Q}{S} \qquad \sigma' = \dfrac{Q'}{S}$



$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$

合场强

$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0}$$

实验结果合场强

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \Rightarrow \sigma' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma \Rightarrow Q' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} Q$$

谢谢！