(2) 干涉加强减弱条件

设有两个相干**波源**S_1及S_2

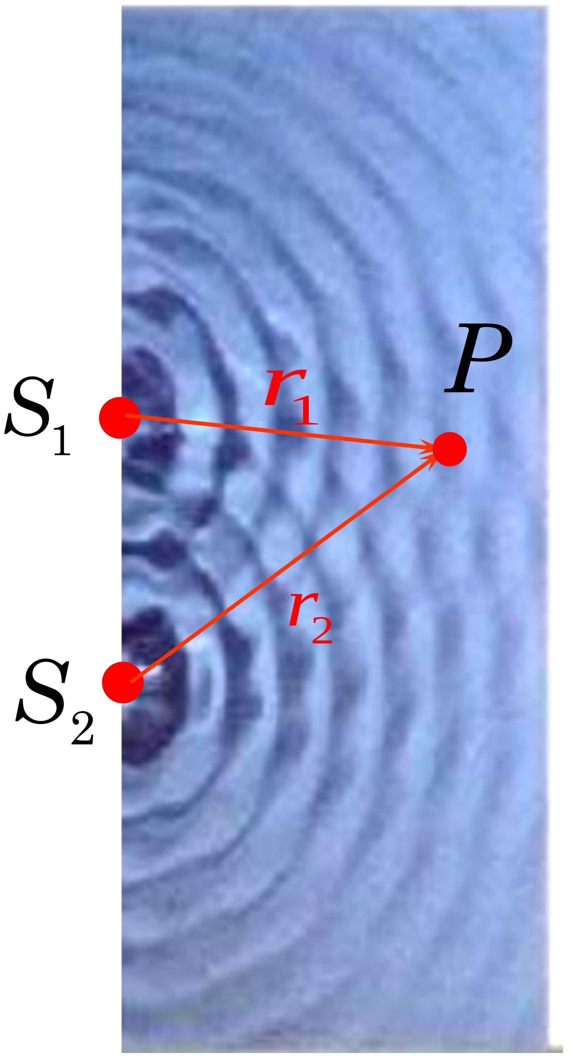
$$y_{10} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{10})$$

$$y_{20} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{20})$$

两列波**在P点**引起的**振动表达式**分别为：

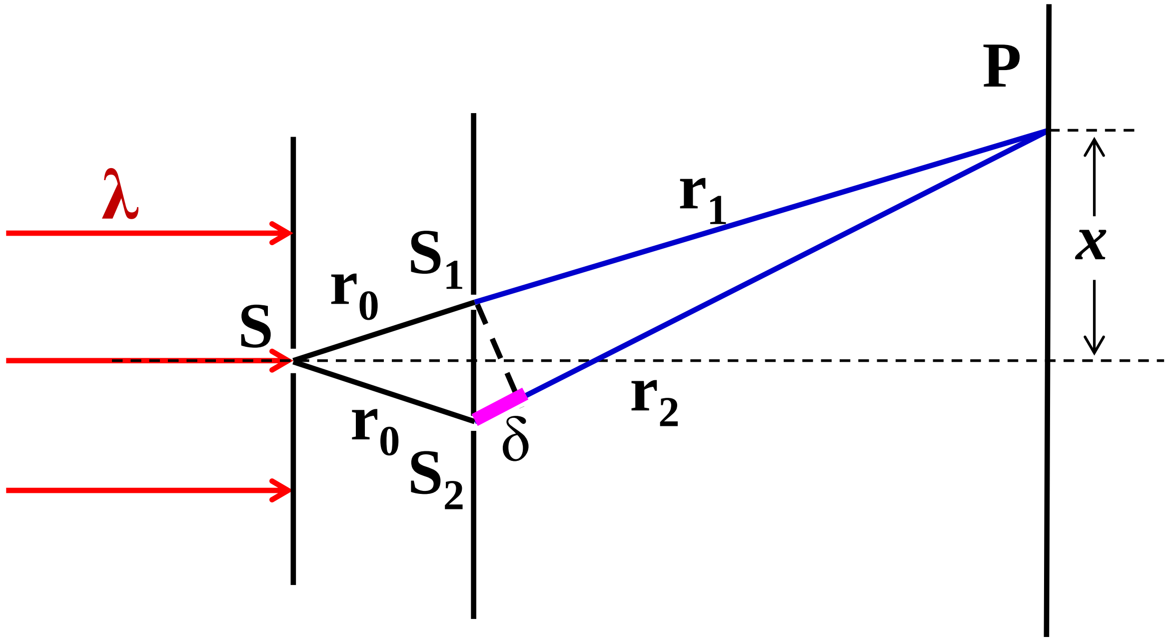
$$y_{1P} = A_1 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 + \varphi_{10})$$

$$y_{2P} = A_2 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2 + \varphi_{20})$$



当此两列波发出的波在空间P点相遇时，为**同方向、同频率简谐振动合成**。

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$



光强度

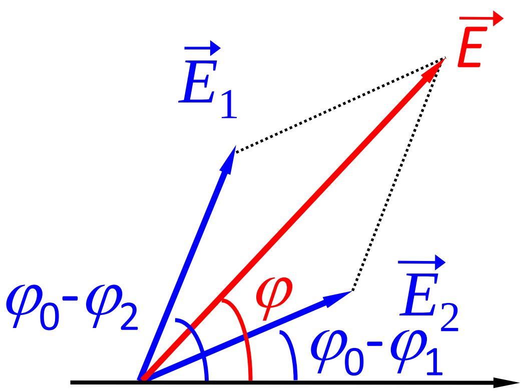
$$I = 2I_0 + 2I_0 \underbrace{\cos\Delta\varphi}_{\text{干涉项}}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left(r_2 - r_1\right)$$

$$E_{0x} = E_a \cos(\omega t + \varphi)$$

$$E_{1x} = E_a \cos(\omega t + \varphi_0 - \varphi_1)$$

$$E_{2x} = E_a \cos(\omega t + \varphi_0 - \varphi_2)$$

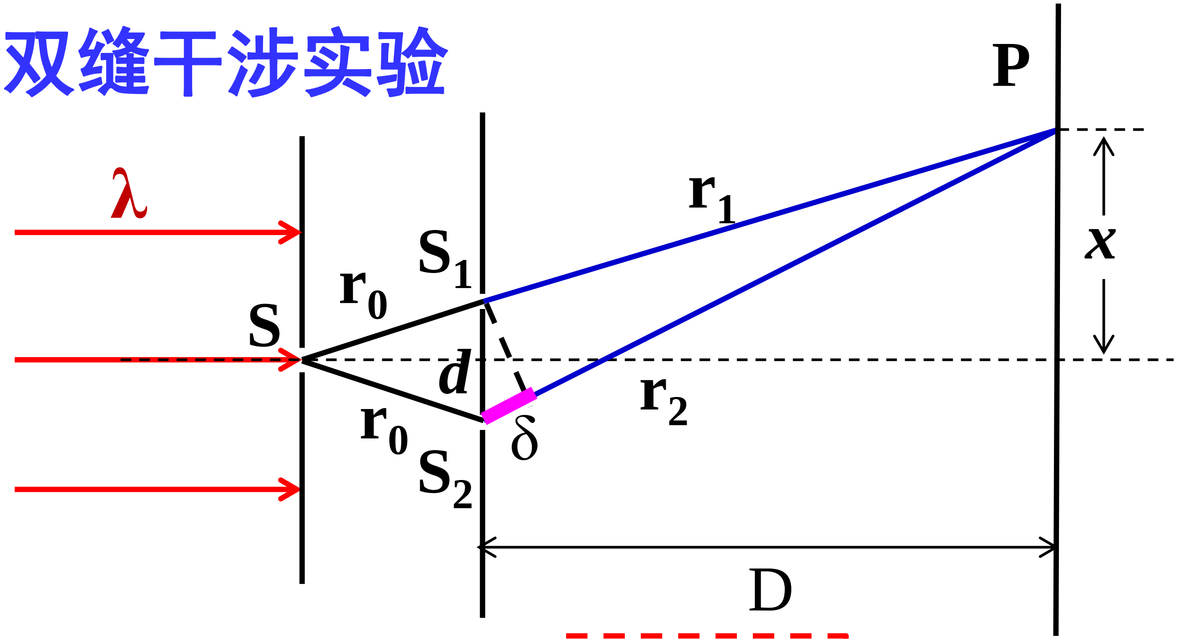


$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\left|\vec{E}\right|^2 = \left|\vec{E}_1\right|^2 + \left|\vec{E}_2\right|^2 + 2\sqrt{\left|\vec{E}_1\right|\left|\vec{E}_2\right|}\cos\Delta\varphi$$

$$\boldsymbol{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1}$$

杨氏双缝干涉实验



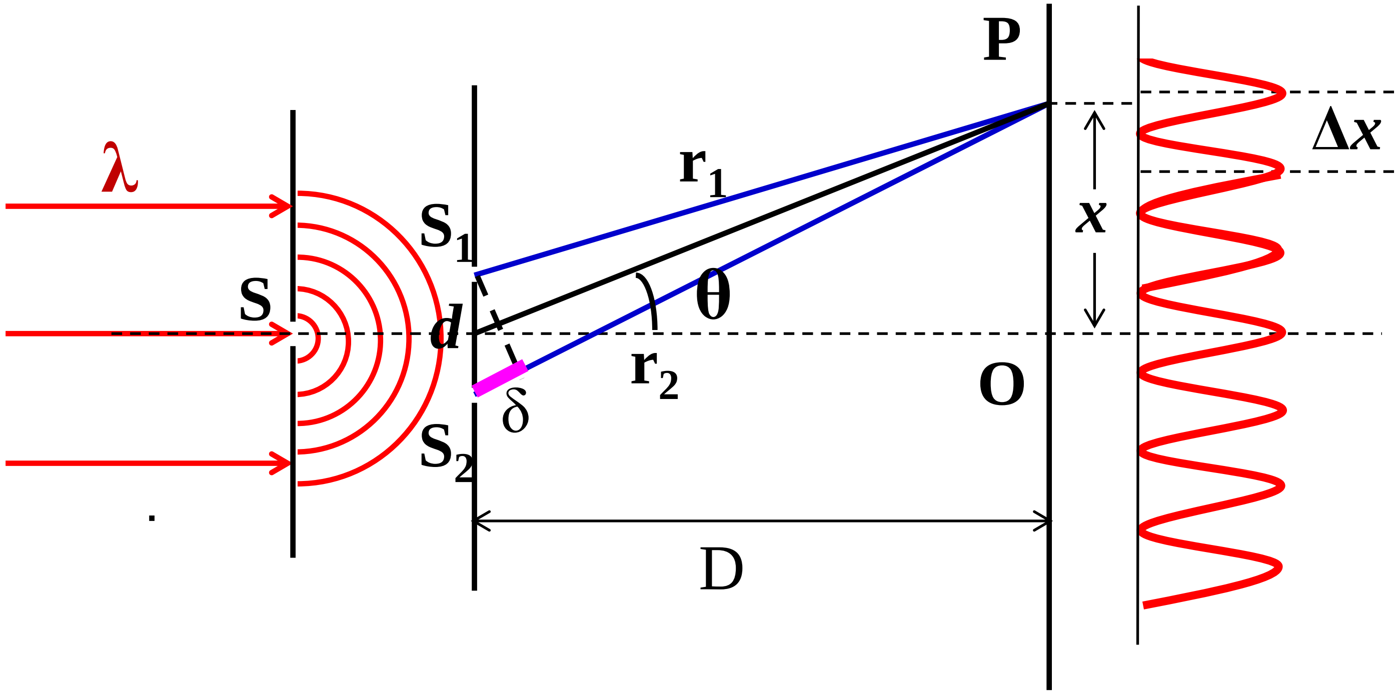
P点光的强度：$I = 2I_0 + \boxed{2I_0 \cos\Delta\varphi}$ ---- 干涉项

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \begin{cases} \pm k \cdot 2\pi & \text{明纹} \\ \pm(2k+1)\pi & \text{暗纹} \end{cases} \qquad k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

两光波在P点的波程差：$\delta = r_2 - r_1 \approx xd / D$

$$\delta = r_2 - r_1 = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{明纹} \\ \pm \frac{2k+1}{2}\lambda & \text{暗纹} \end{cases} \qquad k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

4、干涉条纹的位置（相位差）

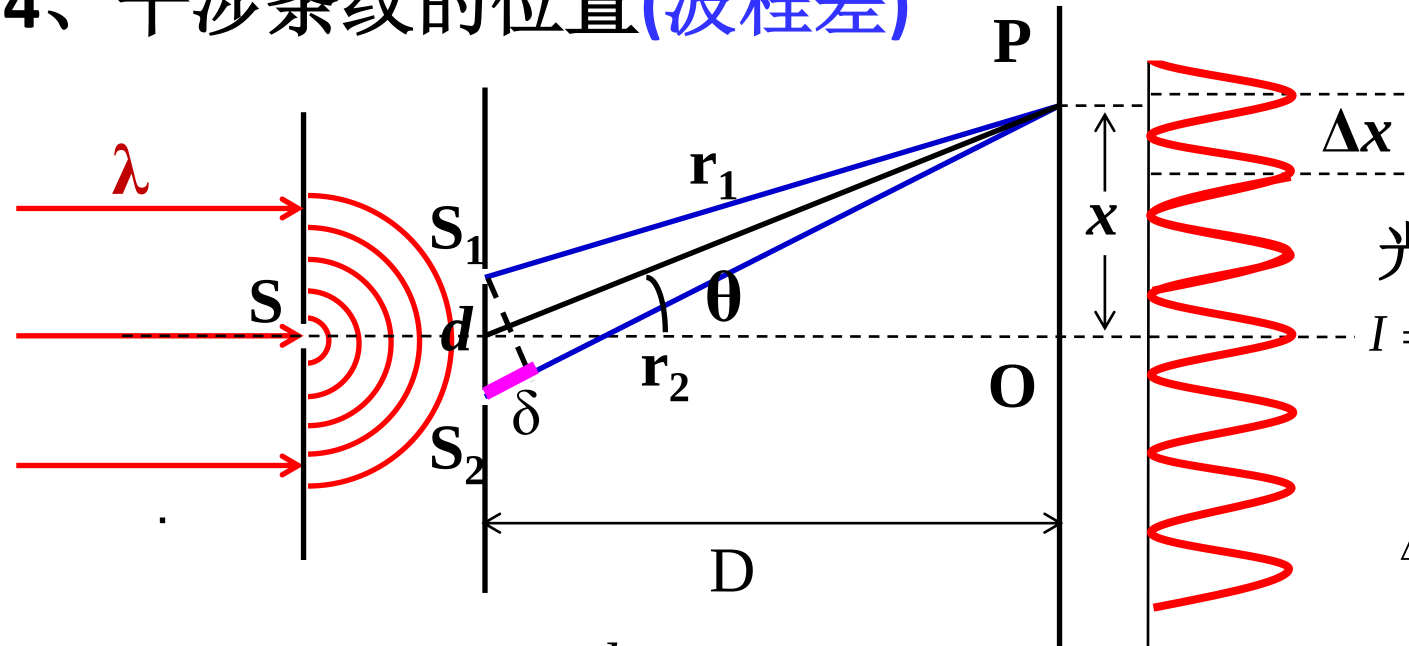


用相位差表示： $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\left(r_2 - r_1\right)$ 光强度 $I = 2I_0 + 2I_0\cos\Delta\varphi$

明条纹： $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda = \pm k\ 2\pi$ $k=0,1,2,\ldots$

暗条纹： $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda = \pm(2k+1)\pi$ $k=0, 1,2,\ldots$

4、干涉条纹的位置(波程差)



光强度

$$I = 2I_0 + 2I_0\cos\Delta\varphi$$

干涉项

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

(1) 明条纹： $\delta = \dfrac{xd}{D} = \pm k\lambda$

(2) 暗条纹： $\delta = \dfrac{xd}{D} = \pm\dfrac{(2k+1)}{2}\lambda$

k=0, 1, 2, …

(3) 屏幕上条纹间距：

明纹中心位置： $x = \pm k\dfrac{D\lambda}{d}$

暗中心位置： $x = \pm\dfrac{2k+1}{2}\dfrac{D\lambda}{d}$

相邻明纹中心或相邻暗纹中心的距离称为条纹 $\Delta x = \dfrac{D\lambda}{d}$

总结: 干涉条纹的位置

用波程差表示

（1）明条纹： $\delta = xd/D = \pm k\lambda$　　　$k=0,1,2,\ldots$

（2）暗条纹： $\delta = xd/D = \pm(2k+1)\lambda/2$　　　$k=0,1,2,\ldots$

用相位差表示：

明条纹： $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda = \pm 2k\pi$　　　$k=0,1,2,\ldots$

暗条纹： $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda = \pm(2k+1)\pi$　　　$k=0,1,2,\ldots$

例1、求光波的波长

在杨氏双缝干涉实验中，已知双缝间距为0.60mm，缝和屏相距1.50m，测得条纹间距为1.50mm，求入射光的波长。

解：由杨氏双缝干涉条纹间距公式

$$\Delta x = D\lambda/d$$

可以得到光波的波长为

$$\lambda = \Delta x\, d/D$$

代入数据，得

$$\lambda = 1.50\times 10^{-3}\times 0.60\times 10^{-3}/1.50$$

$$= 6.00\times 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

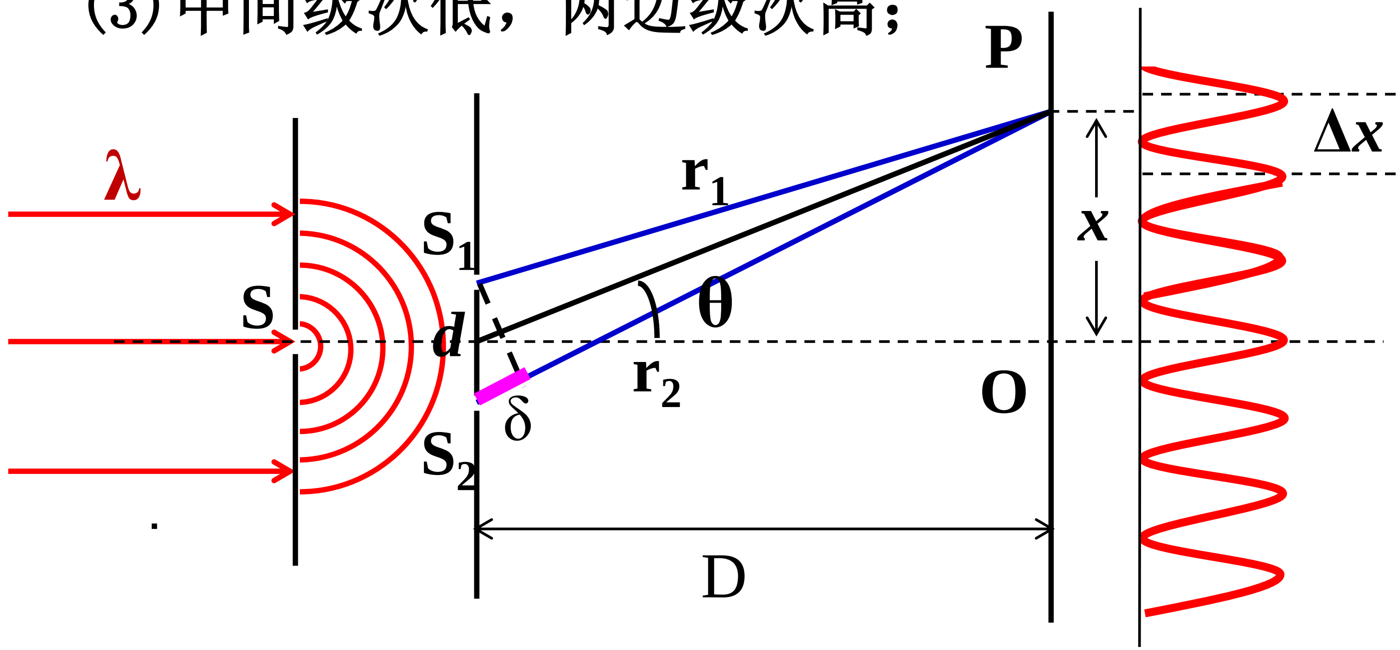
$$= 600\,\mathrm{nm}$$

5、干涉条纹的特点

(1) 一系列平行的明暗相间的条纹；

(2) θ 不太大时条纹等间距；

(3) 中间级次低，两边级次高；



明条纹： $\delta = xd/D = \pm k\lambda$ $k=0,1,2,\ldots$

暗条纹： $\delta = xd/D = \pm(2k+1)\lambda/2$ $k=0,1,2,\ldots$

讨论：

(1) 波长及装置结构变化时干涉条纹的移动和变化

光源S位置改变：

- S下移时，零级明纹上移，干涉条纹整体向上平移；
- S上移时，干涉条纹整体向下平移，条纹间距不变。

双缝间距d 改变：

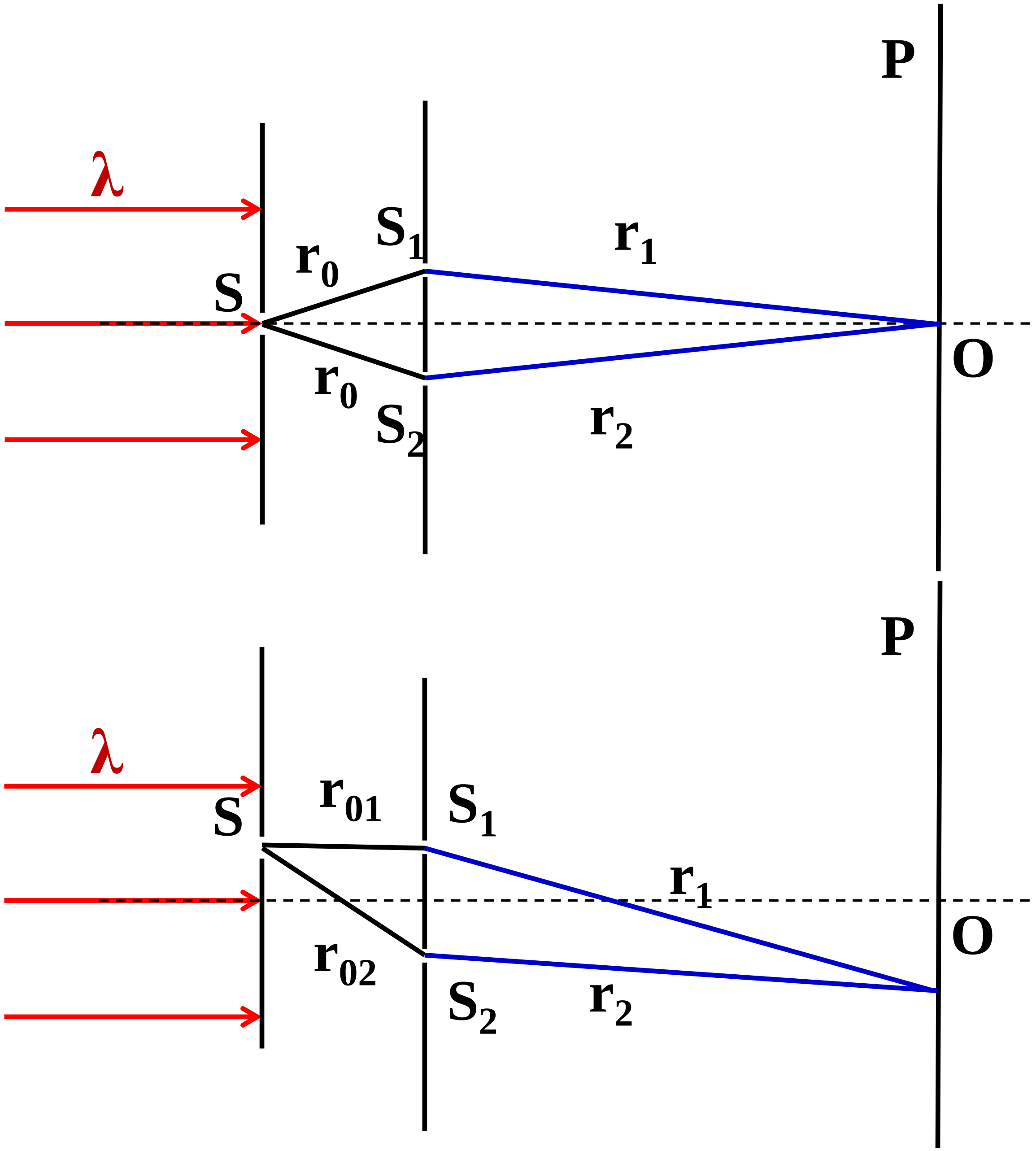
- 当d 增大时， Δx减小，零级明纹中心位置不变，条纹变密。
- 当d 减小时， Δx增大，条纹变稀疏。

双缝与屏幕间距D 改变：

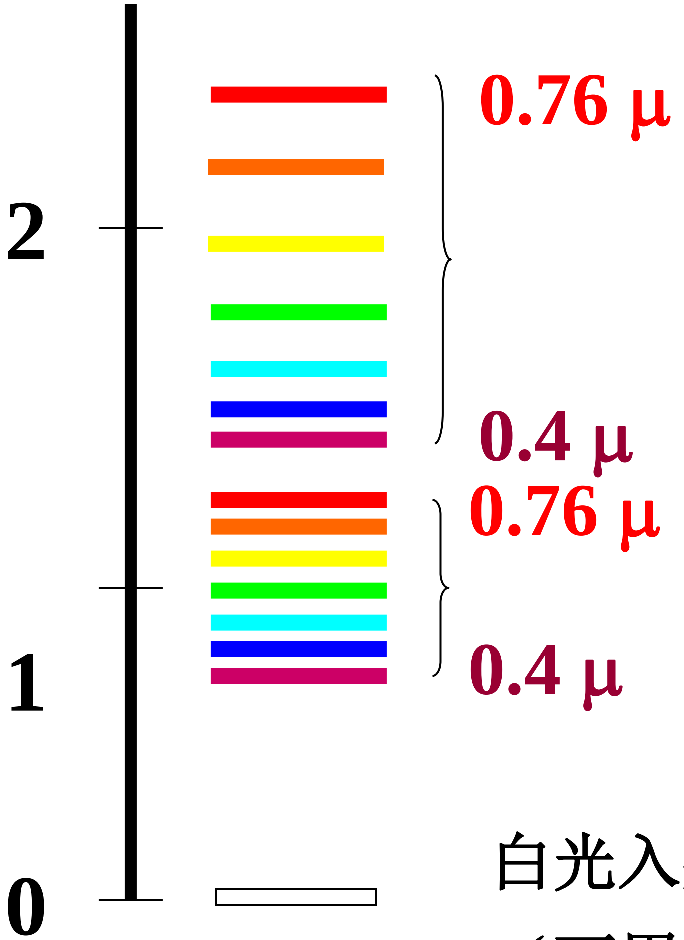
- 当D 减小时， Δx减小，零级明纹中心位置不变，条纹变密。
- 当D 增大时， Δx增大，条纹变稀疏。

入射光波长改变： 当λ增大时，Δx增大，条纹变疏；

当λ减小时， Δx减小，条纹变密。


P
λ
S_1
r_1
r_0
S
O
r_0
S_2
r_2
P
λ
r_{01}
S_1
S
r_1
O
r_{02}
S_2
r_2

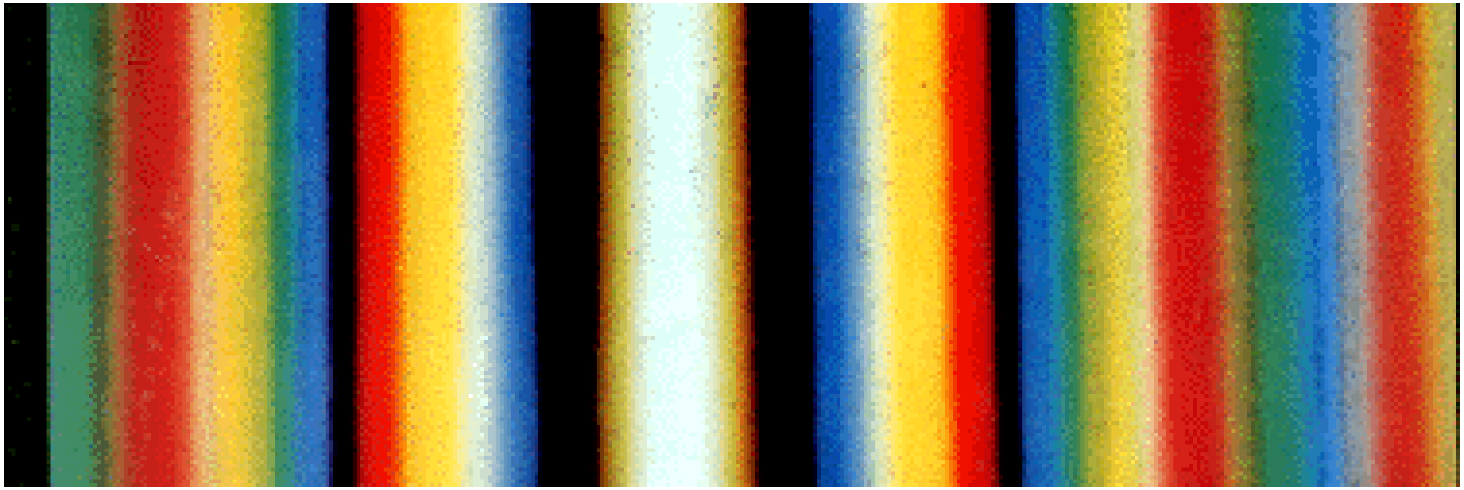
•若用复色光源，则干涉条纹是彩色的。



其余级亮纹构成彩带,第二级亮纹就出现重叠。

白光入射时，0级亮纹为白色（可用来定0级位置），

红光入射的杨氏双缝干涉照片

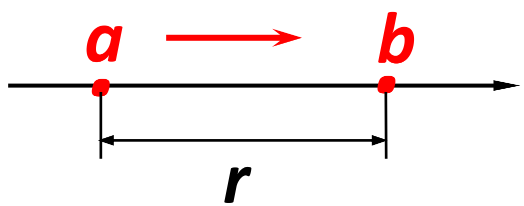


白光入射的杨氏双缝干涉照片

三、光程

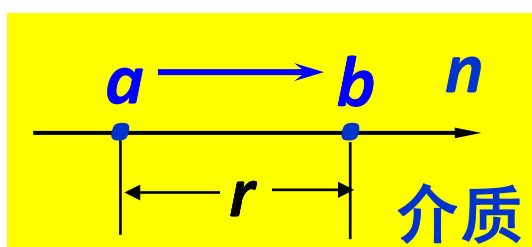
为计算光经过不同介质时引起的相差，引入光程的概念。

真空中： 波长是λ的光



$$\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a = \frac{2\pi}{\lambda} r$$

介质中： 光的波长是λ'



$$\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a = \frac{2\pi}{\lambda'} r$$

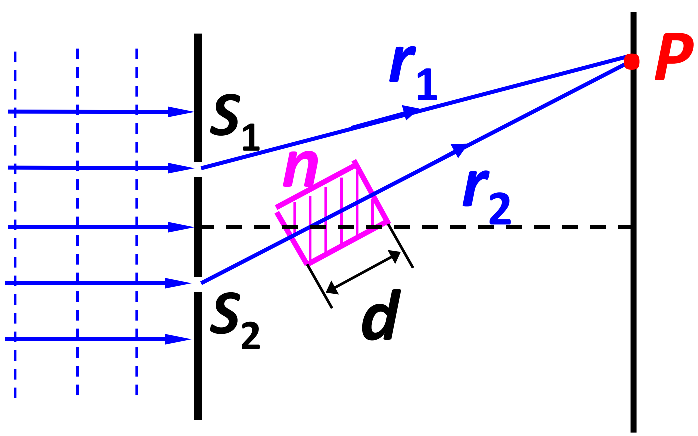
$$\Delta\varphi = \frac{nr}{\lambda} 2\pi$$

$$\lambda' = \frac{u}{\nu} = \frac{c/n}{\nu} = \frac{c/\nu}{n} = \frac{\lambda}{n}$$

光在介质中传播路程 r 和在真空中传播路程 nr 引起的相位差相同。我们称 nr为介质中与路程 r 相应的光程。由此得到关系：

$$\boxed{相差 = \frac{光程差}{\lambda} 2\pi} \quad \lambda \text{ —真空中波长}$$

例：计算图中光通过路程 r_1 和 r_2 在P点的相差。

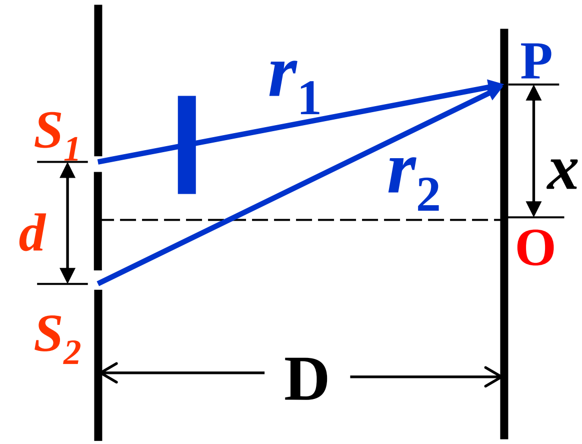


$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left\{\left[\left(r_2 - d\right) + nd\right] - r_1\right\}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda}\left[\left(r_2 - r_1\right) + \left(n-1\right)d\right]$$

例：根据条纹移动求缝后所放介质片的厚度

在双缝干涉实验中，一条狭缝后放置折射率n=1.58的云母片，观察到屏幕上干涉条纹移动了9个条纹间距。已知入射光波长550nm，求云母片的厚度。



解： (1)无云母片时

当出现明纹时，光程差满足

$$\delta = r_2 - r_1 = \pm k\lambda$$

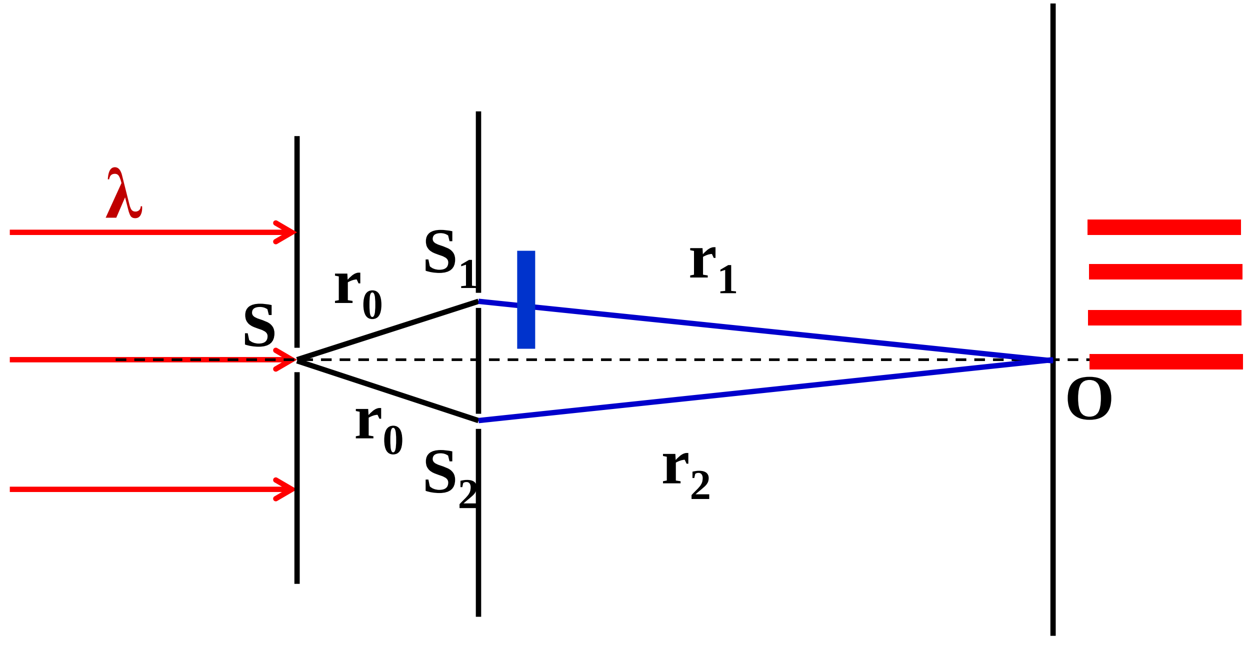
零级(k=0)明纹的位置

$$\delta = r_2 - r_1 = 0$$，**即出现在O点；**

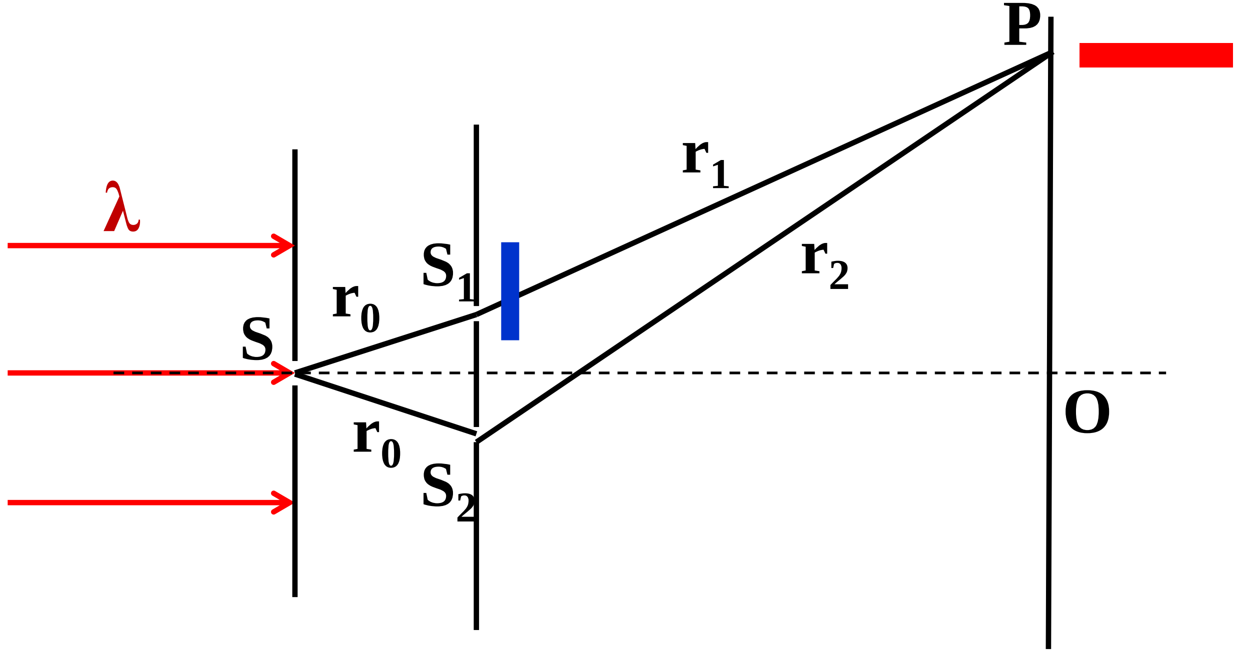
(2)当S_1缝后加上云母片后

当出现明纹时，光程差满足 $\delta = r_2 - [r_1 - d + nd] = \pm k\lambda$

零级(k=0)明纹的位置 $r_2 - r_1 = (n-1)d \ = 9\lambda$



λ
S
r_0
S_1
r_1
r_0
S_2
r_2
O

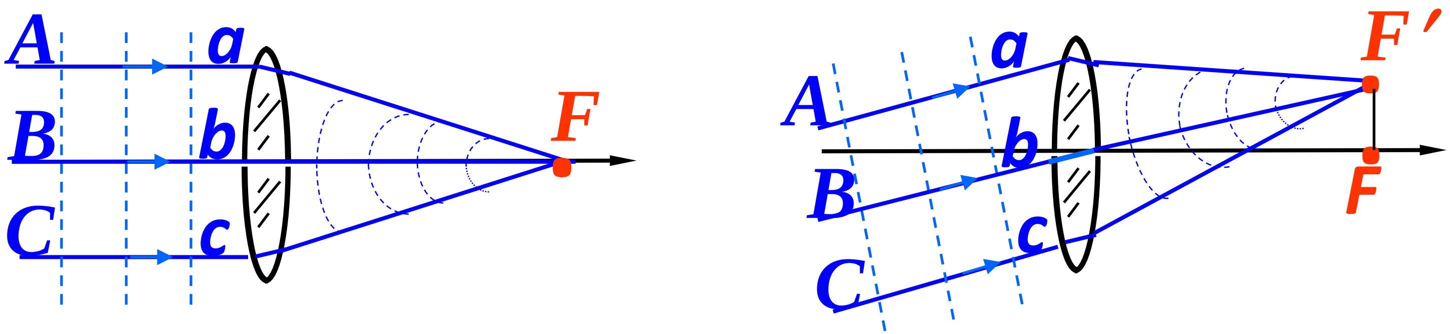


P
λ
r_1
r_2
S_1
r_0
S
r_0
S_2
O

二 . 透镜不会产生附加光程差

在干涉和衍射装置中经常要用到透镜，

光线经过透镜后并不附加光程差。

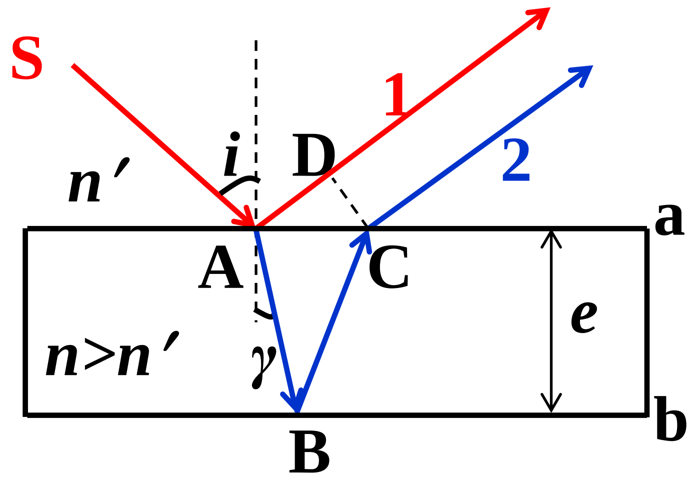


焦点 F、F'都是亮点，说明各光线在此同相叠加。而 A、B、C都在同相面上，说明 $A \to F$，$B \to F$，$C \to F$ 或 $A \to F'$，$B \to F'$，$C \to F'$，各光线等光程。

物点到象点（亮点）各光线之间的光程差为零。

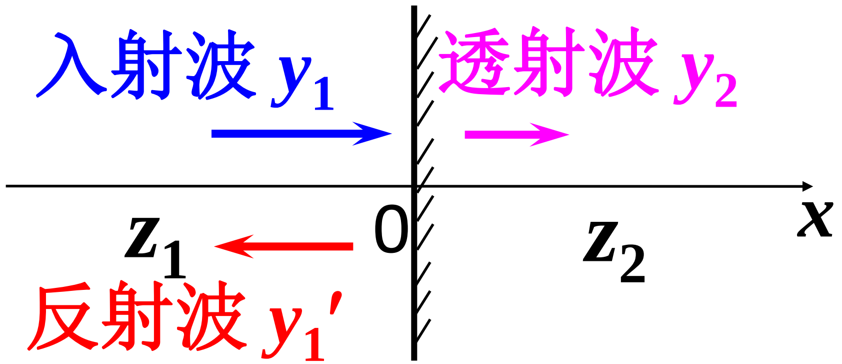
四、波动说对光的薄膜干涉现象的理论描述

1、厚度均匀的薄膜干涉——等倾条纹



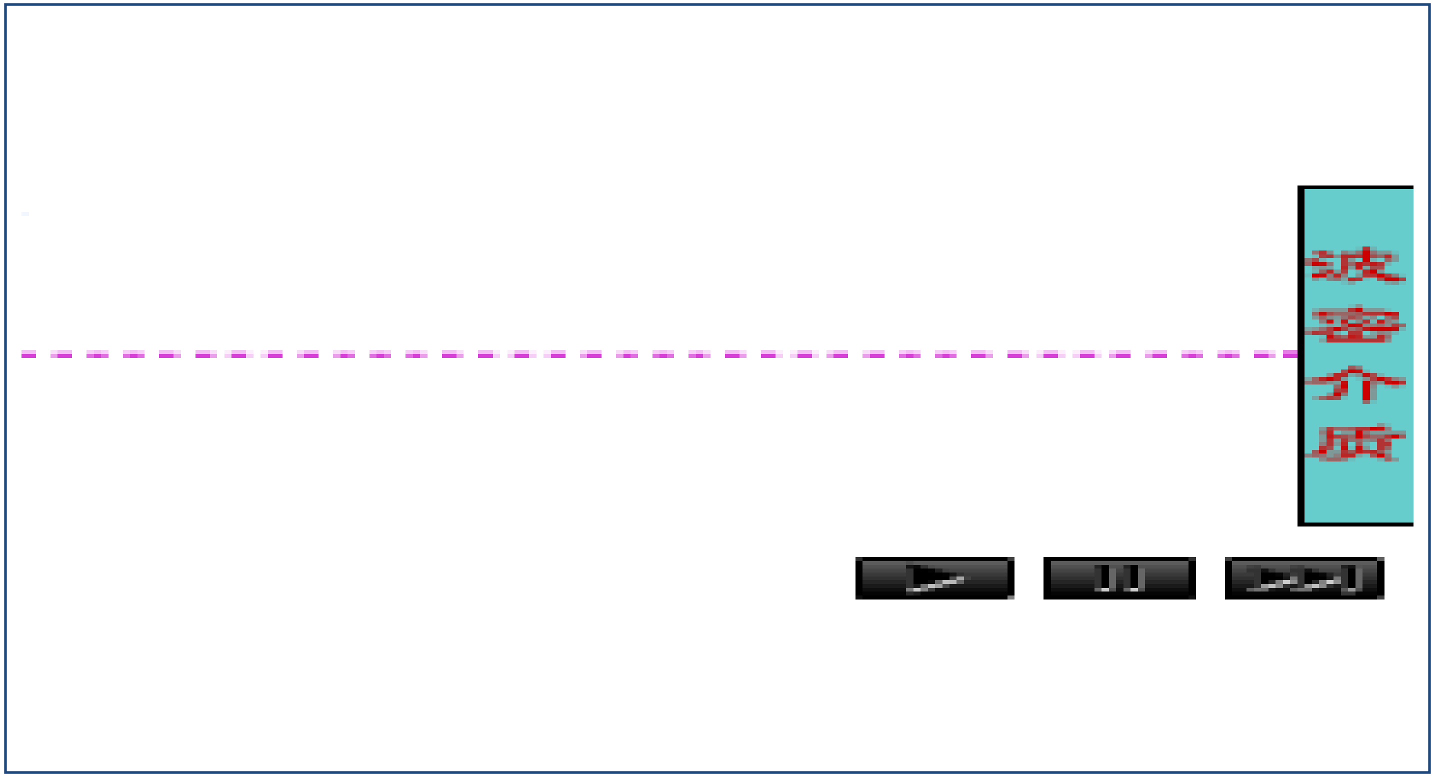
一束光以入射角i照射到厚度均匀的透明薄膜上，薄膜上下表面会产生两束相干的反射光，这两束相干光产生的干涉称为**薄膜的等倾干涉**。

半波损失

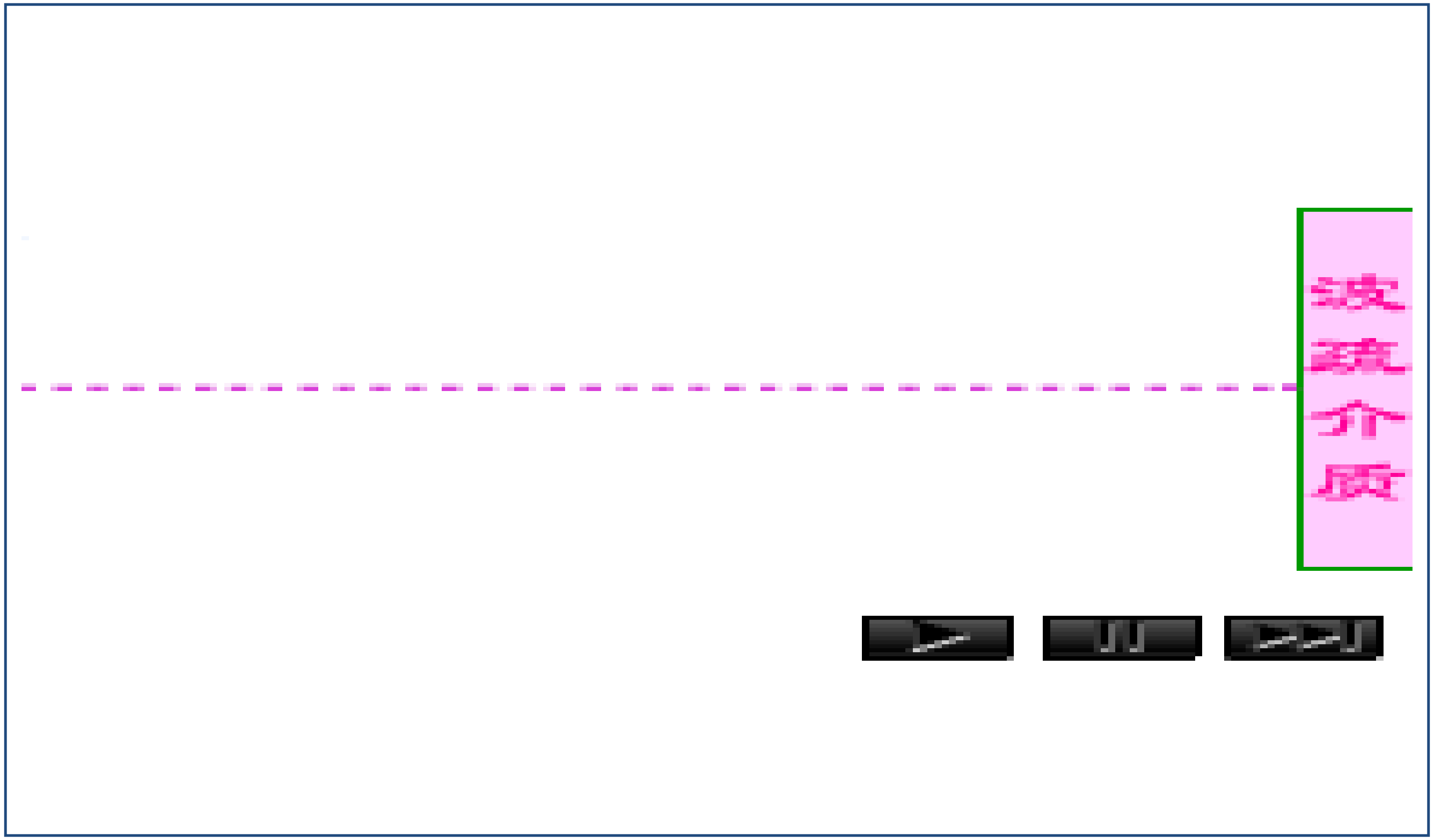


n较大 — 波密媒质
n较小 — 波疏媒质
} 相对而言

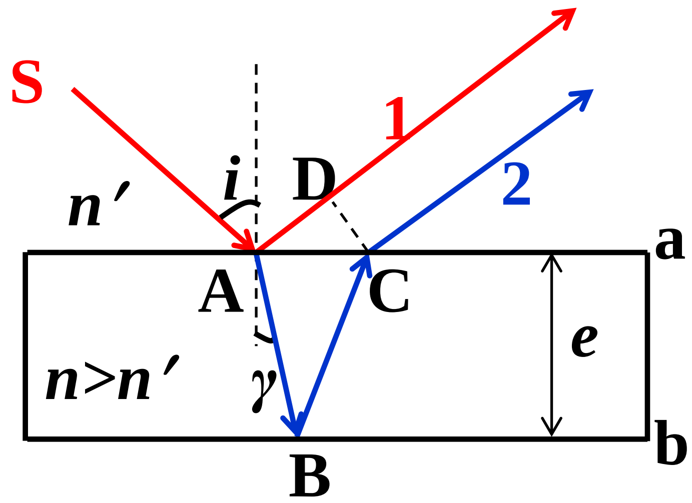
波疏介质ρu较小



波密介质ρu较大


波密介质

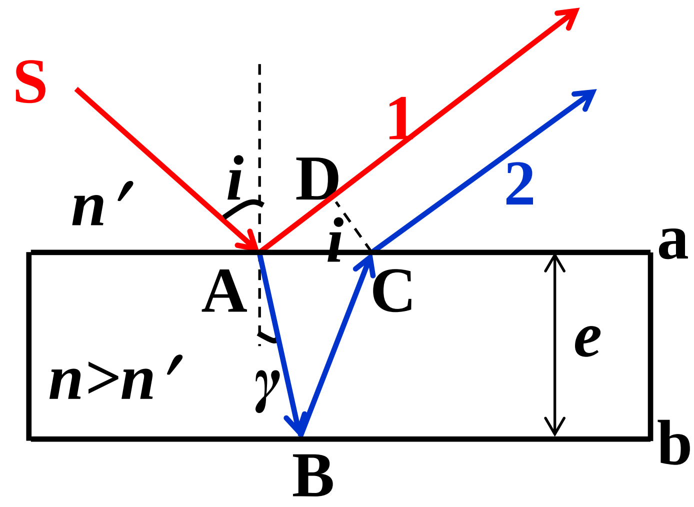
1、厚度均匀的薄膜干涉——等倾条纹



第 1、2两束光的光程差 $\delta = n(\overline{AB}+\overline{BC}) - n'\overline{AD} + \frac{\lambda}{2}$

利用折射定律和几何关系，可得

$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \qquad \delta = 2ne\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$$



第 1、2两束光的光程差

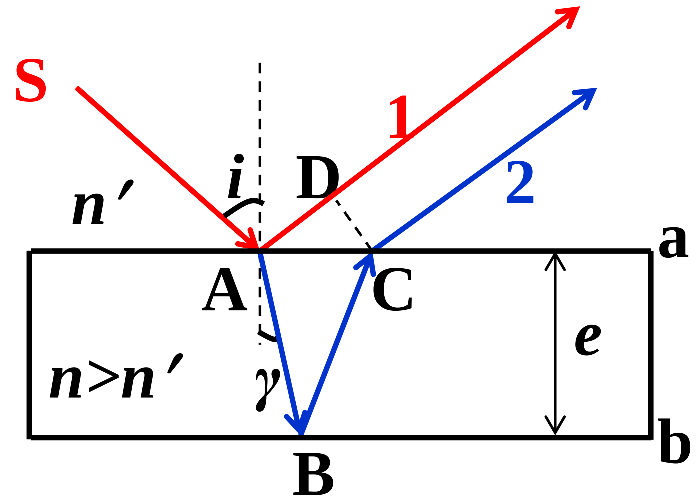
$$\delta = n(\overline{AB}+\overline{BC}) - n'\overline{AD} + \frac{\lambda}{2}$$

$$n'\sin i = n\sin\gamma$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \frac{e}{\cos\gamma}$$

$$\overline{AD} = \overline{AC}\sin i = 2e\tan\gamma\sin i$$

$$\boxed{\begin{aligned}\delta &= 2e\sqrt{n^2 - n'^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \\ \delta &= 2ne\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}\end{aligned}}$$

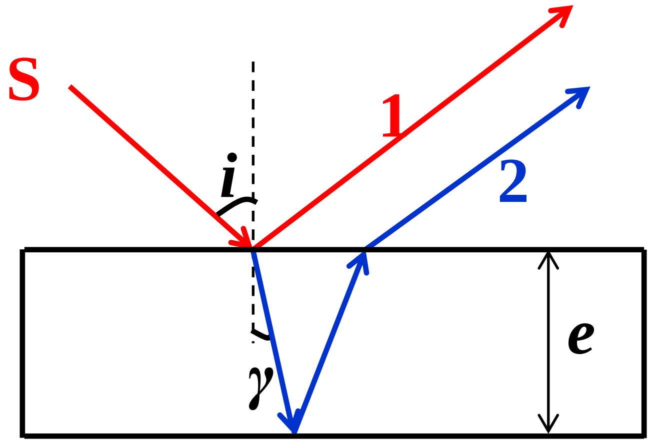


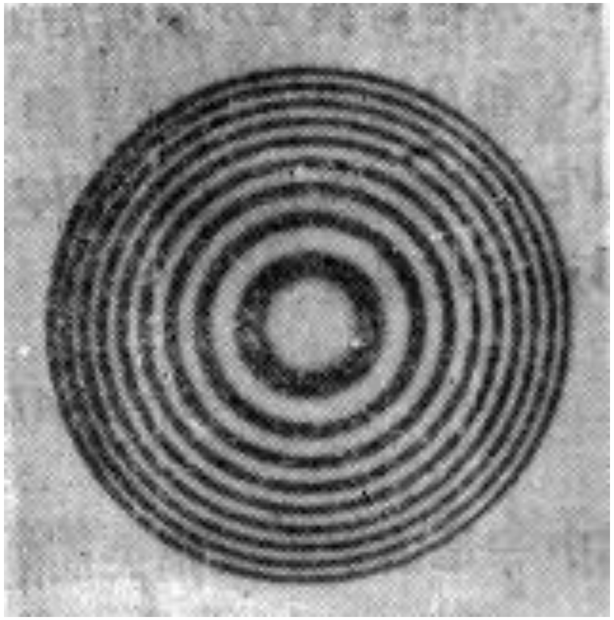
第 1、2两束光的光程差 $$\delta = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

亮纹： $$\delta = k\lambda, \qquad k = 1, 2, 3, \cdots$$

暗纹： $$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

1、厚度均匀的薄膜干涉——等倾条纹

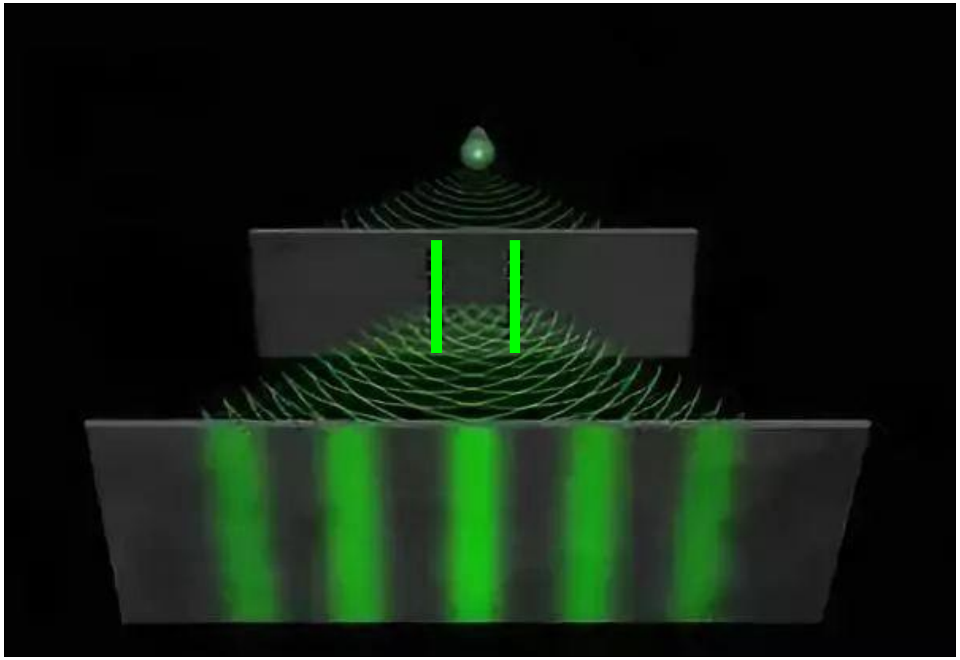


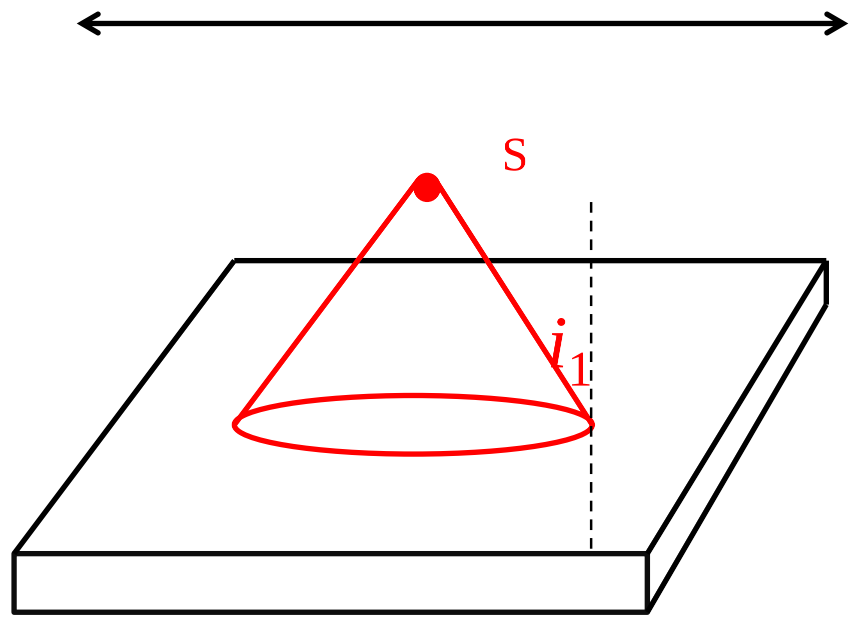


等倾条纹照相

当薄膜厚度e不变时，条纹的规律：

$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$



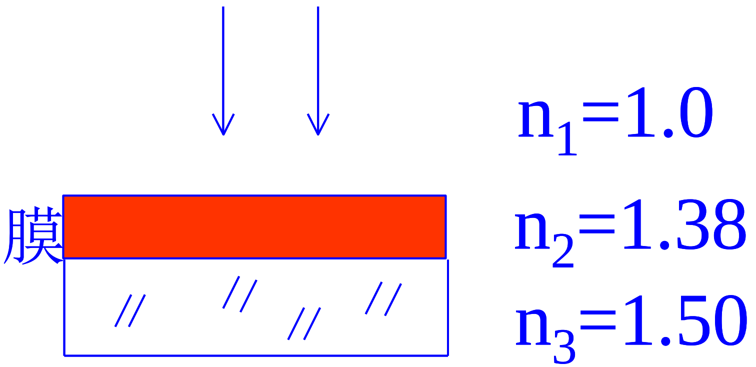


$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

当光垂直入射到单层薄膜时（如下图所示），

光程差：$2n_2e$

反射相干光满足(相长、亮纹):



$2n_2e = k\lambda \quad (k = 1, 2\cdots)$ $$e = \frac{k\lambda}{2n_2}$$

反射相干光满足(相消)：

$2n_2e = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2\cdots)$ $$e = \frac{(2k+1)\lambda}{4n_2}$$

增透增反膜

在透镜表面镀一层薄膜，利用干涉原理，使反射光产生相消干涉，从而增加光的透射。

对于一般的照相机和目视光学仪器，通常选黄绿光550nm，作为“控制波长”，使膜的光学厚度等于此波长的1/4，在白光照射下的反射光呈现兰紫色。

一般在玻璃上镀 MgF_2，$n_2=1.38$。