大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

电磁规律比较：
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum_i q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \qquad \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0 \qquad \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=?$$

表述：在稳恒电流的磁场中，磁感应强度 $\vec{B}$ 沿任何闭合路径 L 的线积分，等于路径 L 所包围的电流强度的代数和的 μ_0 倍。

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_o\sum_i I_i}$$

静电场	稳恒磁场
$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$	$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I_i$
电场有保守性，它是保守场，或有势场	磁场没有保守性，它是非保守场，或无势场
$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$	$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$
电力线起于正电荷、止于负电荷。静电场是有源场	磁力线闭合、无自由磁荷磁场是无源场

15.4 安培环路定理求磁场的分布

应用范围：磁场的分布具有一定的对称性。

1: 依据电流的对称性分析磁场分布的对称性

2: 选取合适的闭合路径（**B**以标量形式提出积分符号）

3: 利用安培环路定理计算**B**的数值和方向

（注意环路方向与电流方向的右旋关系）

•分析场结构：有轴对称性

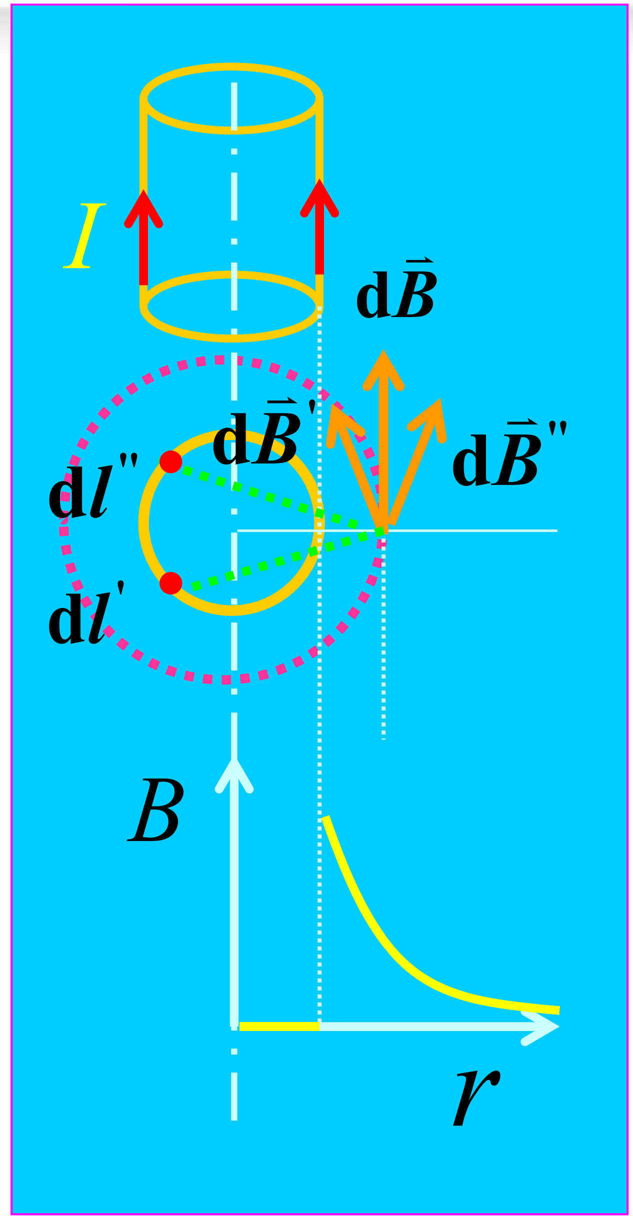
•以轴上一点为圆心，取垂直于轴的平面内半径为 r 的圆为积分环路

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B = \mu_o I$$

$$B = 0 \qquad\qquad r \le R$$

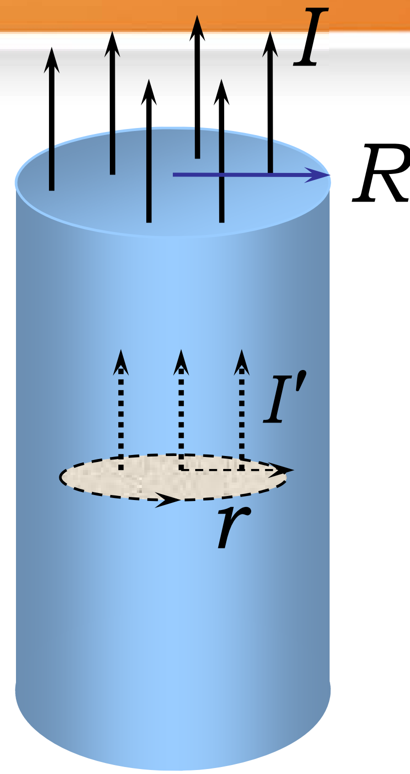
$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r} \qquad\qquad r > R$$

无限长圆柱面电流外面的磁场与电流都集中在轴上的直线电流的磁场相同



如图示，当 $r < R$ 时

作积分回路如图



则 $\vec{B}$ 沿该闭合回路的环流为：

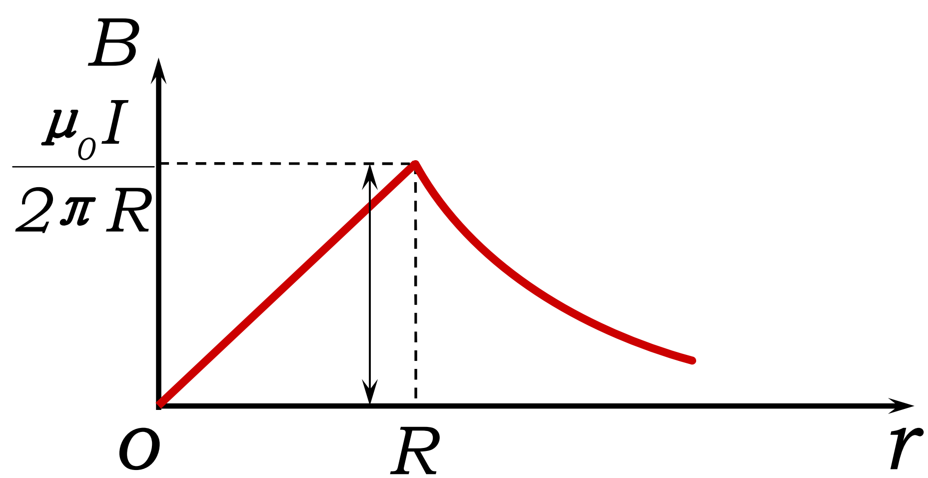
$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B dl = 2\pi r B$$

根据安培环路定理：

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I'$$

$$= \mu_0 \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2$$

则：$B = \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$



例3、环形载流螺线管内的磁场分布

已知：I 、N、R_1、R_2

N — 导线总匝数

磁力线分布如图

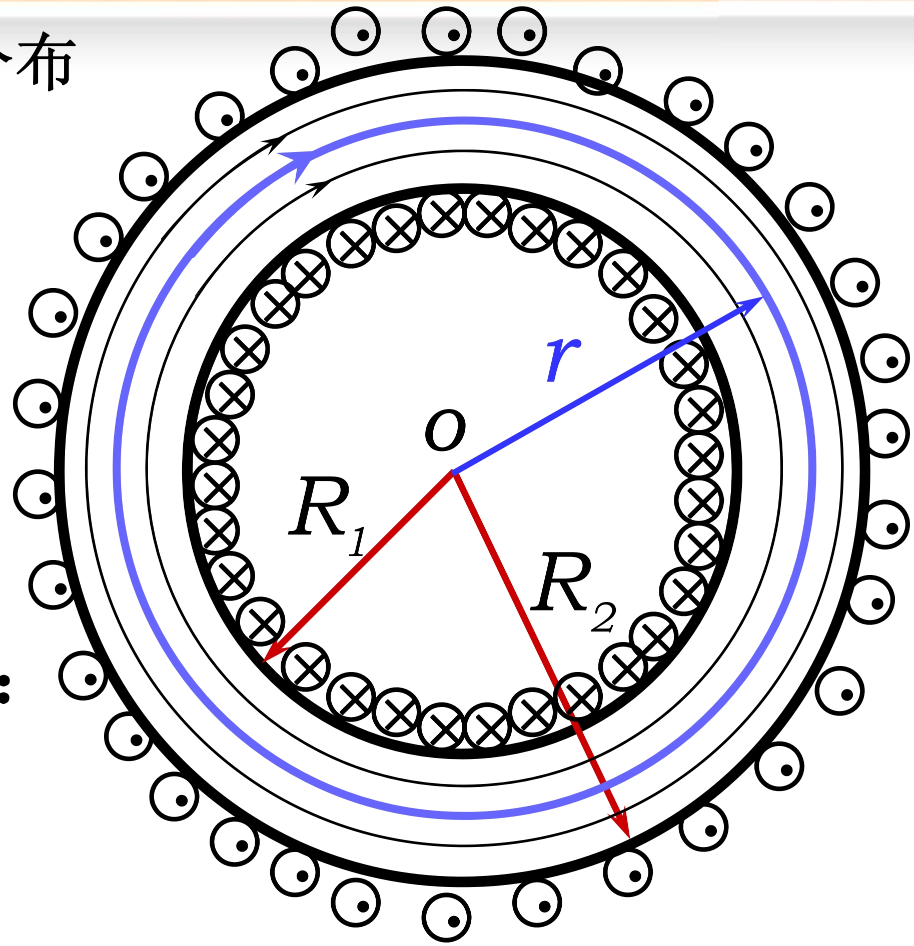
作积分回路如图

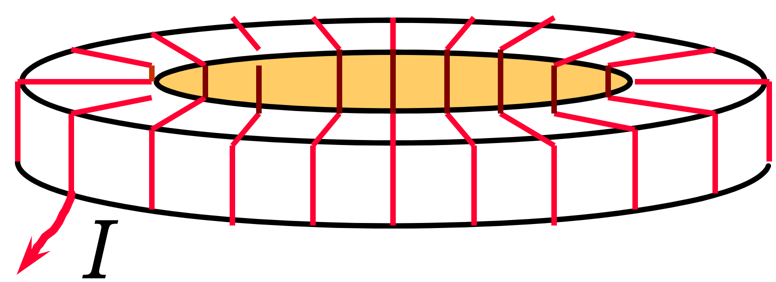
则$\vec{B}$沿该闭合回路的环流为：

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_l B dl = 2\pi rB$$

根据安培环路定理：

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 NI$$





例4、求无限长平面电流的的磁场分布(面电流密度j)

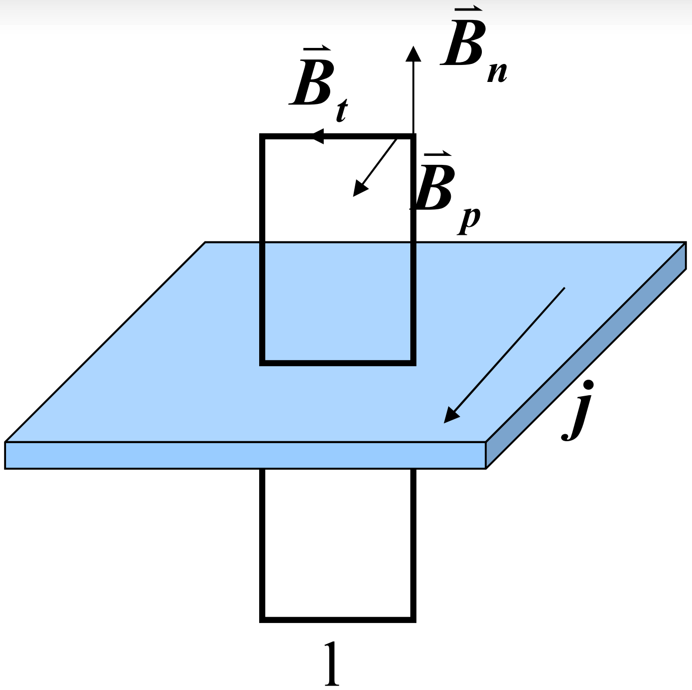
•分析场结构：平面有对称性

仅有Bt,而Bn和Bp皆是零

对于Bn利用(磁通连续定理)

对于Bp利用(环路积分)

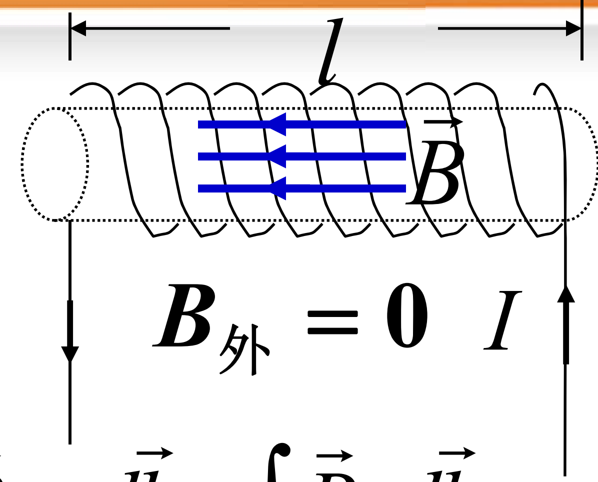
下面计算Bt, 利用(环路积分)



$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{l1} B_t dl + \int_{l2} B_t dl + \int_{l3} B_t dl + \int_{l4} B_t dl$$

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\bullet 2l = \mu_0 jl \qquad B = \frac{1}{2}\mu_0 j$$

取过场点的每个边都相当小的矩形环路abcda

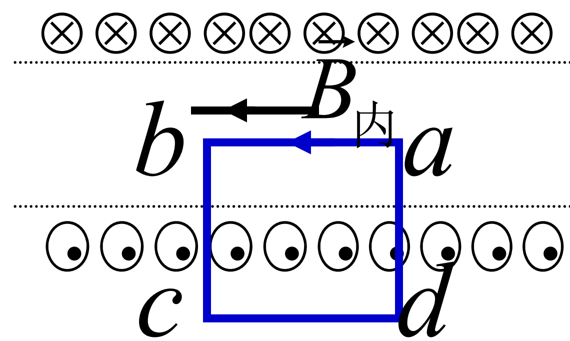


$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{ab}\vec{B}_{内}\cdot d\vec{l} + \int_{bc}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{cd}\vec{B}_{外}\cdot d\vec{l} + \int_{da}\vec{B}\cdot d\vec{l}$$

由安培环路定理

$$= B_{内}\overline{ab}$$

$$= \mu_0 \frac{N}{l}\overline{ab} I \qquad n = \frac{N}{l}$$

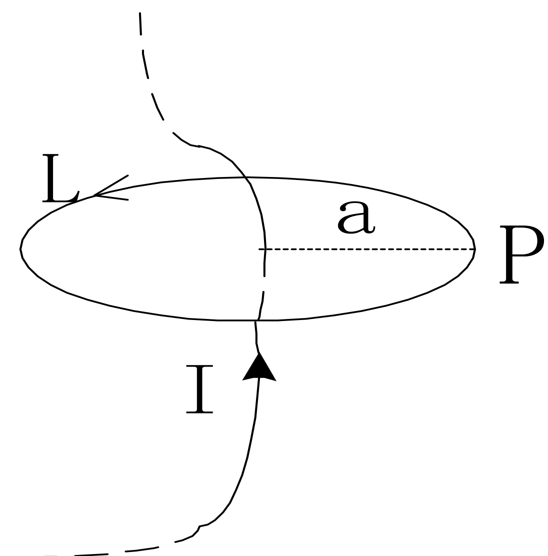


$\Rightarrow$ $$\boxed{B = \mu_0 n I}$$ 均匀场

思考

一无限长任意导线中通以电流***I***，有人运用安培环路定律计算空间***P***点的磁感应强度，由，$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ 得到 $B = \mu_0 I / 2\pi a$，与无限长载流直导线的磁场一样。这样处理对吗？

分析：这样处理显然是错误的。使用安培环路定律计算磁感应强度时，是有一定条件的， 即***B***可以从积分式中作为常量提出来，因为,所以在积分路径***L***或各个分段路径上，应保证***B***为常量，而且为已知。本题中给出的电流形状是任意的，积分路径***L***上各处的***B***及都无法确定，故不能用安培环路定律求得。一般只是具有一定对称性的或分段均匀的磁场分布，才能应用安培环路定律求其磁感应强度。

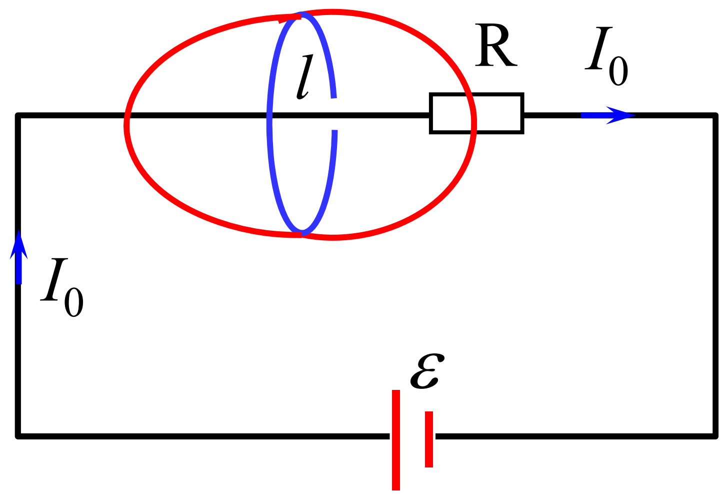


15.5 与变化电场相联系的磁场

1、问题的提出

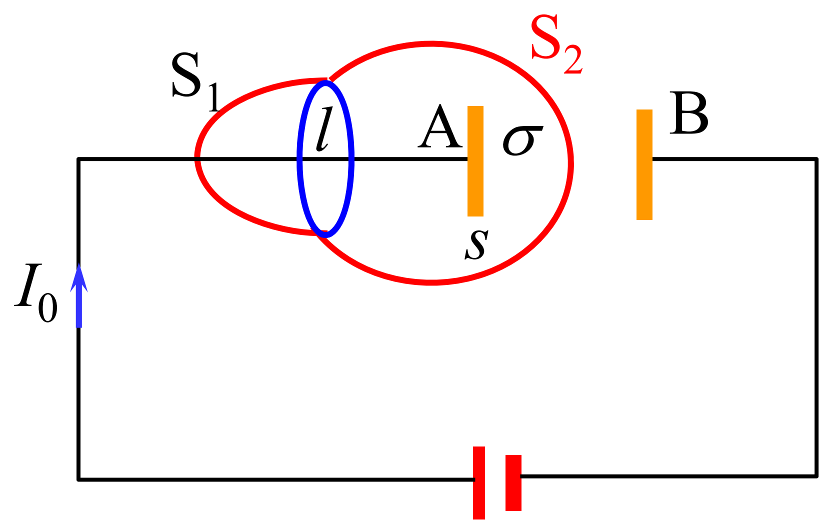
在稳恒电流的磁场中，安培环路定理为

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



对于曲面S_1 $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

对于曲面S_2 $\oint_l \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{l} = 0$

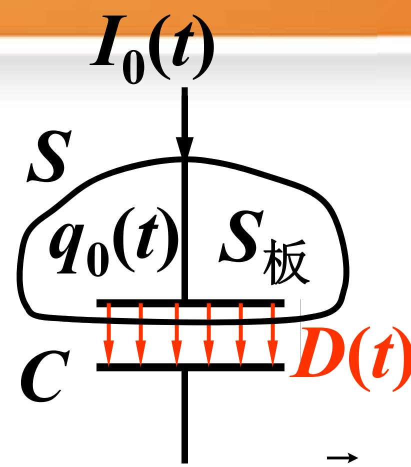


对于非稳恒电路，传导电流不连续，安培环路定理不成立。

麦克斯韦认为：

高斯定理也适用于变化电场

（这是一种假设性的推广）。



$$\left.\begin{aligned}&\oint_S \vec{E}(t)\cdot \mathrm{d}\vec{s} = q_0(t)/\varepsilon_0 \\ &\text{对}C\text{：}\quad I_0 = \frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}t}\end{aligned}\right\} \Rightarrow I_0 = \varepsilon_0 \oint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \varepsilon_0 \int_{S_{板}} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

定义：位移电流 $I_d = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_S \vec{j}_d \cdot \mathrm{d}\vec{s}$

位移电流密度 $\boxed{\vec{j}_d = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$

引入 $\boldsymbol{I_d}$ 后，在以上情况下有 $\boldsymbol{I_0 = I_d}$ 。

在非稳恒情况下I_0+I_d是连续的。

$$\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum I_{0内} \longrightarrow \oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum(I_0+I_d)_{内}$$

（稳恒）　　　　（非稳恒）

即
$$\boxed{\begin{aligned}\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l} &= \mu_0\int_S(\vec{j}_0+\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})\cdot\mathrm{d}\vec{s}\\ &=\mu_0(I_0+\varepsilon_0\frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s})\end{aligned}}$$
—— 全电流定律

$\vec{j}_0$ 和 $\vec{j}_d(=\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t})$可同时存在于同一处。

位移电流在产生磁场上与传导电流虽有相同的效果，但本质上是不同的。

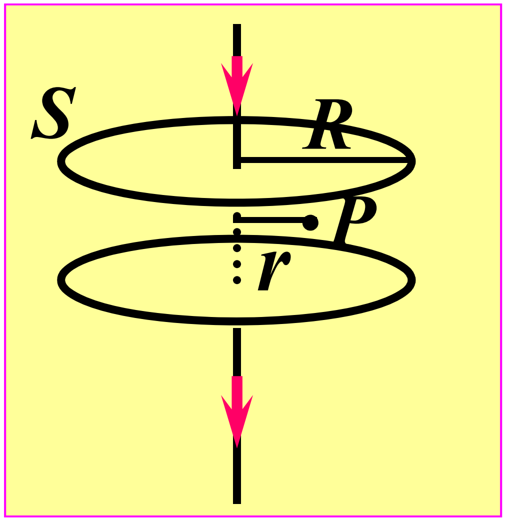
在空间没有传导电流的情况下，

有：$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \int_S \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$

类比：$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

二者形式上是对称的。公式中差了一个负号，这恰恰反映了能量转化和守恒的规律：

例题：一平板容器两极板都是半径5.0cm的圆导体片，设充电原电荷在极板上均匀分布，两极间电场强度的时间变化率为dE/dt=2.0×10^{13}V•m^{-1}•s^{-1}，求(1)两极板间的位移电流；(2)两极板间磁感应强度的分布及极板边缘的磁感应强度。

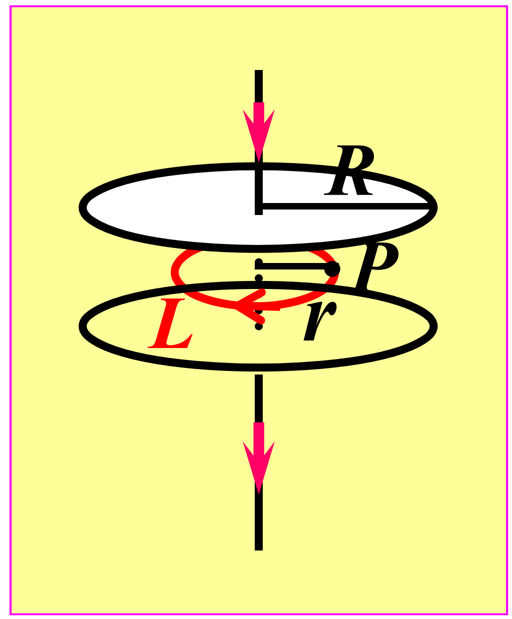


解：（1）

$$I_d = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt} = \pi R^2 \varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = 1.4A$$

(2)磁场对两极板的中心轴线具有对称分布，在垂直于该轴的平面上，取以轴点为圆心，以*r*为半径的圆作积分环路，由对称性，在此积分回路上磁感应强度的大小相等，方向沿环路的切线方向，且与电流成右手螺旋。

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = B2\pi r = \mu_0 I_d = \pi r^2 \varepsilon_0 \mu_0 \frac{dE}{dt}$$



$$\boldsymbol{B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} r \frac{dE}{dt}}$$

当*r*=*R*时 $\boldsymbol{B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} R \frac{dE}{dt} = 5.6\times 10^{-6}\,T}$

可见，虽然电场强度的时间变化率已经很大，但它所触发的磁场仍然是很弱的，在实验中不易测量到。

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{nqv_d dt}{dt} dS = nqv_d dS$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}_d$$

$$I = \int dI = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dQ_i}{dt}$$

$$\vec{J} = ne\overline{\vec{V}} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}$$

$$I = JS = \sigma ES = \frac{U\sigma S}{l} = \frac{S}{\rho l}U = \frac{U}{R}$$

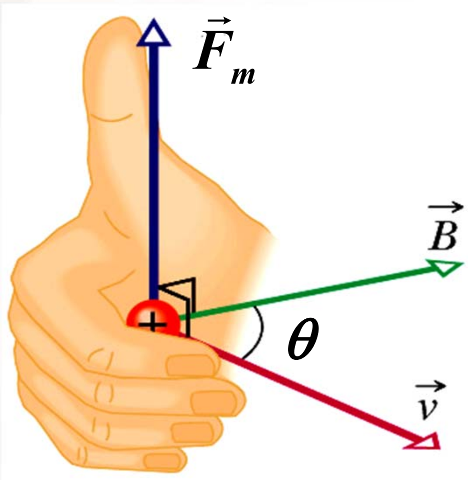
$$I = \oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

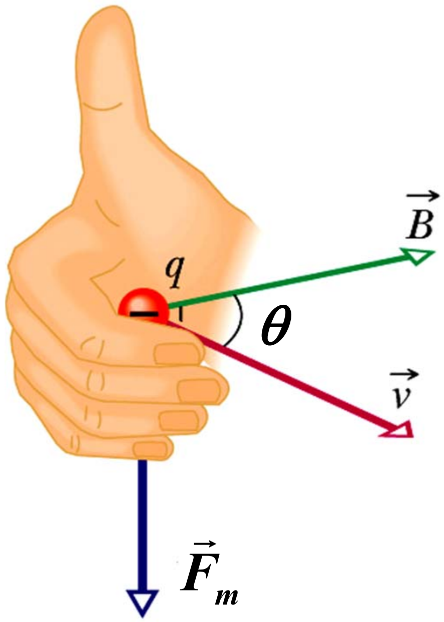
运动电荷受到的磁场力为

$$F_m = q_0 v B \sin\theta$$

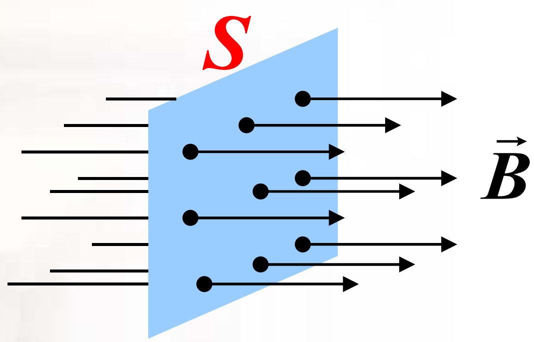
写成矢量式

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$ —洛伦兹力

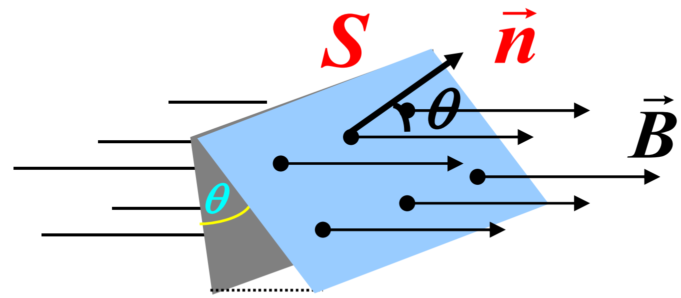




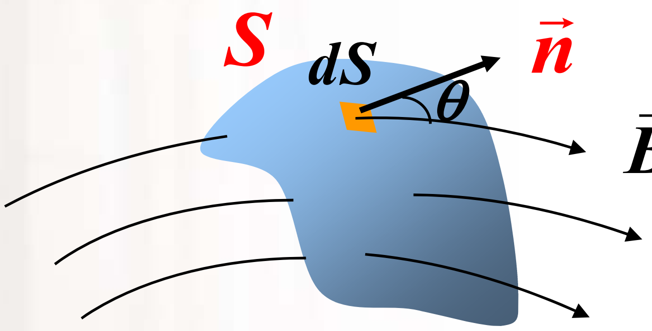
2. 磁通量（magnetic flux）



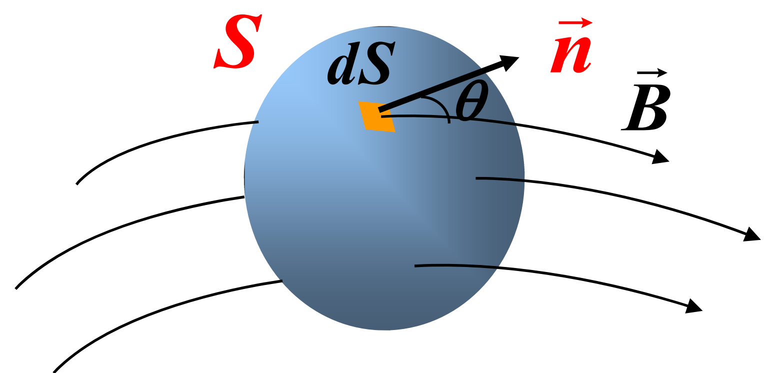
$$\Phi_m = BS$$



$$\Phi_m = \vec{B}\cdot\vec{S} = BS\cos\theta$$



$$\Phi_m = \int \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int BdS\cos\theta$$



$$\Phi_m = \oint \vec{B}\cdot d\vec{S} = \oint BdS\cos\theta$$

3.磁场中的高斯定理

$$\emptyset = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

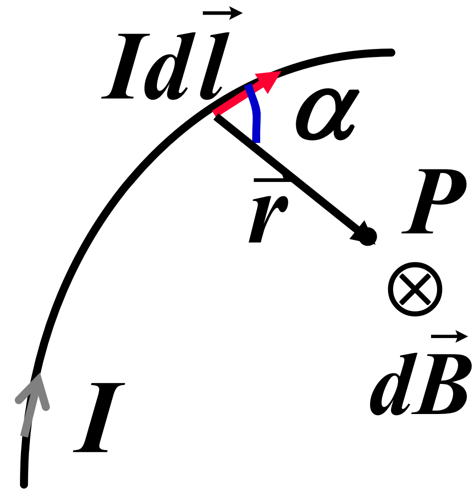
—穿过任意闭合曲面的磁通量为零。

这是无磁单极的必然结果。

磁感应线是闭合的，因此它在任意封闭曲面的一侧穿入，必在另一侧全部穿出。

毕奥—萨伐尔定律

表述：电流元 $Id\vec{l}$ 在空间 P 点产生的磁场 $d\vec{B}$ 为：



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

在国际单位制中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m 称为真空磁导率

大小：$dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{Idl\sin\alpha}{r^2}$

方向：右手螺旋定则

磁感应强度遵从叠加原理：设有若干个电流元（或若干闭合电流）它们中的每一个都产生各自的磁场，那么，当这些电流元（或若干闭合电流）同时存在时，在空间某点的总磁感应强度等于所有电流元（或所有闭合电流）单独存在时在该点产生的磁场的磁感应强度的矢量和

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \int_L \frac{\mu_o I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$B = \int_L \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_{i内}$$

$$I_d = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_S \vec{j}_d \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} &= \mu_0 \int_S (\vec{j}_0 + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{s} \\ &= \mu_0 (I_0 + \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s})\end{aligned}}$$

谢谢！