

第四章 机械能和机械能守恒定律

-----力在空间上的积累效应

本章目录

4.1 功、动能定理

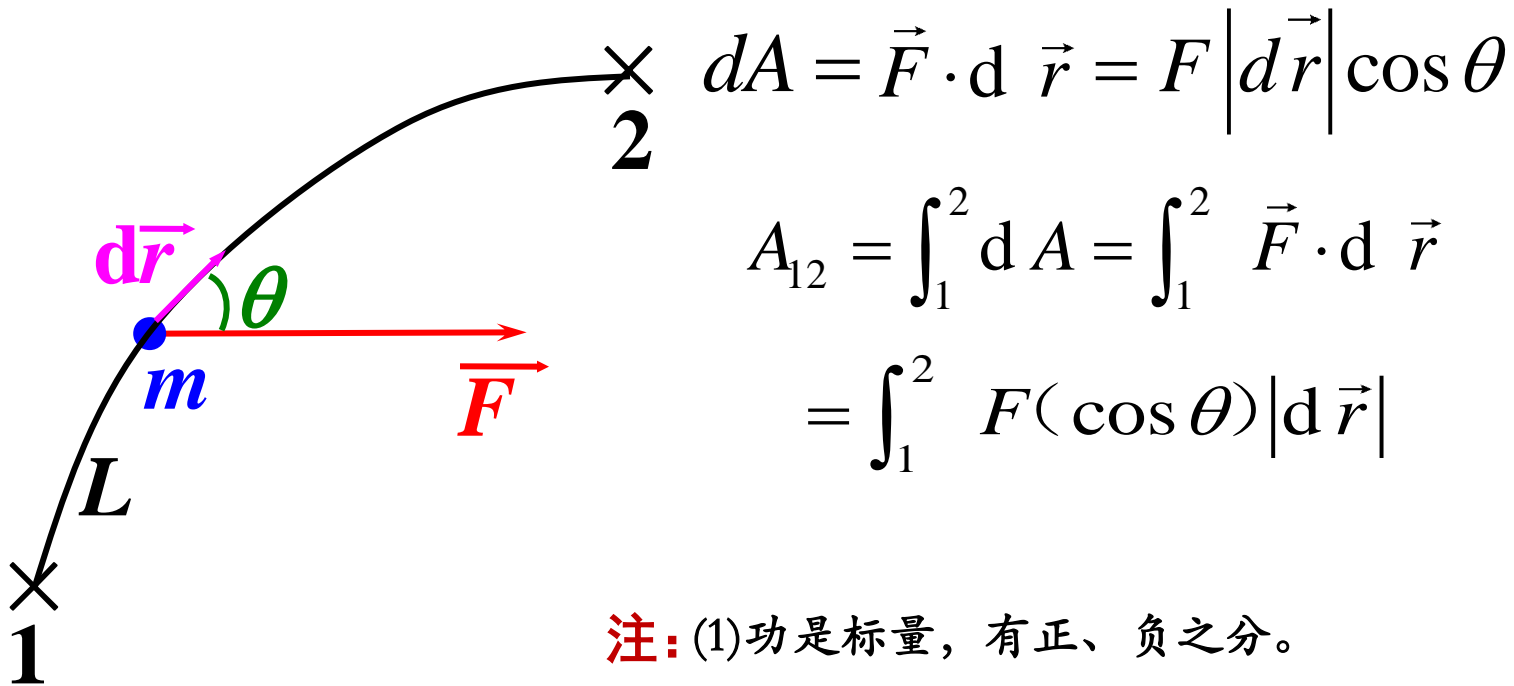
4.2 动能定理

4.3 保守力、势能

4.4 机械能守恒定律

4.1 功 (work)

功：力和力所作用的质点(或质元)的**位移**的标量积。



$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F |d\vec{r}| \cos \theta$$

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_1^2 F(\cos \theta) |d\vec{r}|$$

注：(1)功是标量，有正、负之分。

(2)国际单位：焦耳(J) $1\text{J}=1\text{N}\cdot\text{m}$

常用单位：尔格(erg) $1\text{erg}=10^{-7}\text{J}$

电子伏(eV) $1\text{eV}=1.6\times 10^{-19}\text{J}$

说明：功是标量，没有方向，只有大小，但有正负。

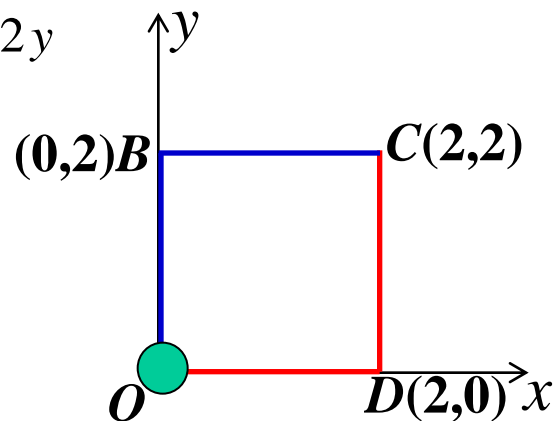
力与位移的夹角	功	力对物体做功情况
$\theta < \pi/2$	$W > 0$	力对物体作正功
$\theta = \pi/2$	$W = 0$	力对物体不作功
$\theta > \pi/2$	$W < 0$	力对物体作负功 或物体克服该力作功

当物体受到n个作用力时，合力做功

$$\begin{aligned} A_{12} &= \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_1^2 \vec{F}_1 \cdot d\vec{r} + \int_1^2 \vec{F}_2 \cdot d\vec{r} + \cdots + \int_1^2 \vec{F}_n \cdot d\vec{r} \\ &= A_1 + A_2 + \cdots + A_n \end{aligned}$$

例1: 一个质点沿如图所示的路径运行, 求力 $\vec{F} = (4-2y)\vec{i}$ (SI) 对该质点所作的功,
 (1) 沿ODC; (2) 沿OBC。

解: 物体的受力 $\vec{F} = (4-2y)\vec{i}$ $\begin{cases} \text{x方向: } F_x = 4-2y \\ \text{y方向: } F_y = 0 \end{cases}$



(1) OD段: $F_x=4$,

(2) DC段: $F_x=4-2y$, $dx=0$

$$W_{ODC} = \int_{OD} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{DC} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^2 4dx + 0 = 8J$$

(2) OB段: $F_x=4-2y$, $dx=0$;

BC段: $F_x=4-2y=4-2 \times 2=0$

$$W_{OBC} = \int_{OB} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{BC} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 + \int_0^2 (4-2 \times 2)dx = 0$$

结论: 力做功与路径有关, 即力沿不同的路径所作的功是不同的。

例2：一人从10m深的井中提水，起始时桶中装有10kg的水，桶的质量是1kg。由于水桶漏水，每升高1m漏去0.2kg的水。求水桶匀速从井底提到井口，人所做的功。

起始位置： 水的质量10kg
桶的质量1kg

当水桶上升 x 米时，**拉力**的大小

$$F = mg = (m_0 - 0.2x)g$$

当水桶从 **x 米**上升到 **$x+dx$** 时，拉力做功

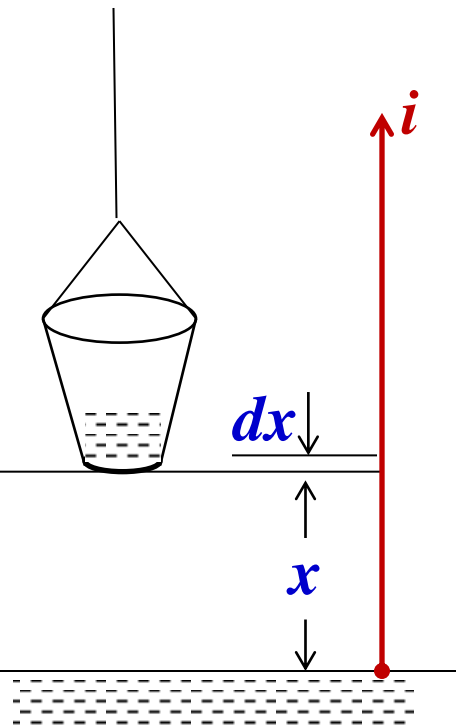
$$dA = Fdx = (m_0 - 0.2x)gdx$$

$$m = m_0 - 0.2x$$

当水桶从井底到井口，**拉力做功**

$$A = \int_0^{10} Fdx = \int_0^{10} (m_0 - 0.2x)gdx = 980J$$

$$m_0 = 11\text{kg}$$



4.2 动能定理

(kinetic energy theorem)

1. 质点的动能定理

动能定理: 合外力对质点做的功等于质点动能的增量。

——功能定理

动能定理

$$\left\{ \begin{array}{l} dA = dE_k \\ A_{12} = E_{k2} - E_{k1} \end{array} \right.$$

动能

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\left. \begin{array}{l} dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ \text{牛顿第二定律 } \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \end{array} \right\} dA = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = m v dv = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right)$$