大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

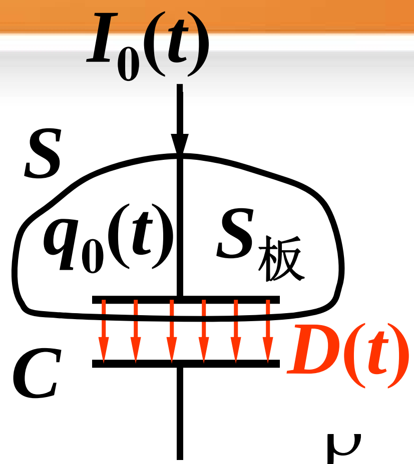
李波

2019年

麦克斯韦认为：

高斯定理也适用于变化电场

（这是一种假设性的推广）。



$$\left.\begin{aligned} &\oint_S \vec{E}(t)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = q_0(t)/\varepsilon_0 \\ &\text{对}C\text{：}\ I_0 = \frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}t} \end{aligned}\right\} \Rightarrow I_0 = \varepsilon_0 \oint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \varepsilon_0 \int_{S_{\text{板}}} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

定义：位移电流 $I_d = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_S \vec{j}_d \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

位移电流密度 $\boxed{\vec{j}_d = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$

引入 I_d 后，在以上情况下有 $I_0 = I_d$。

在非稳恒情况下$I_0 + I_d$是连续的。

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I_{0内} \longrightarrow \oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum (I_0 + I_d)_{内}$$

（稳恒）　　　　（非稳恒）

即

$$\boxed{\begin{aligned}\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} &= \mu_0 \int_S (\vec{j}_0 + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\vec{S} \\ &= \mu_0 (I_0 + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S})\end{aligned}}$$

— 全电流定律

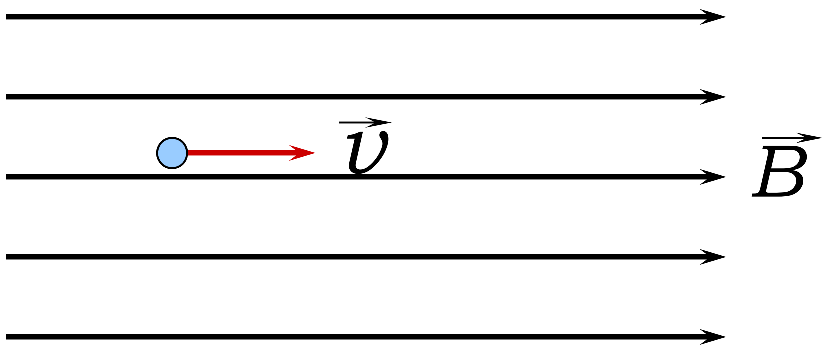
$\vec{j}_0$ 和 $\vec{j}_d (= \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t})$可同时存在于同一处。

位移电流在产生磁场上与传导电流虽有相同的效果，但本质上是不同的。

5.1 带电粒子在磁场中的运动

$$\boxed{\vec{f}_m = q\vec{\upsilon}\times\vec{B}}$$

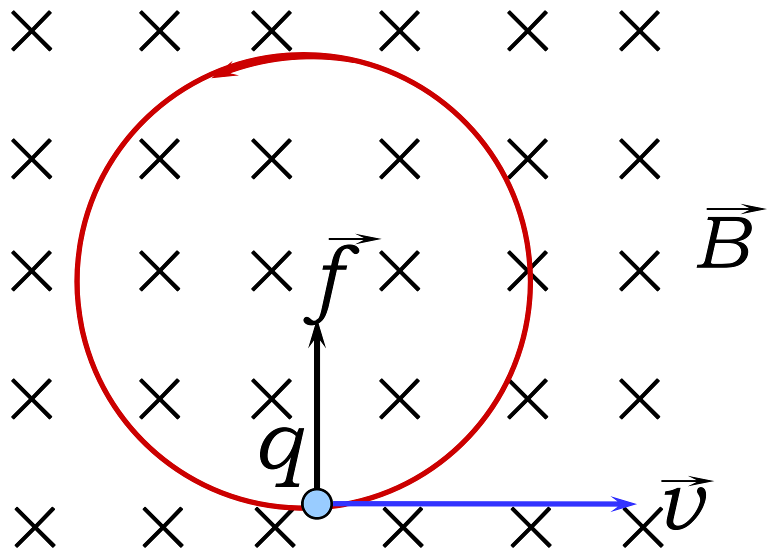
① $\vec{\upsilon}$与$\vec{B}$平行



$$\vec{f}=0 \qquad \vec{\upsilon}=\text{恒量}$$

粒子做匀速直线运动

② $\vec{\upsilon}$与$\vec{B}$垂直



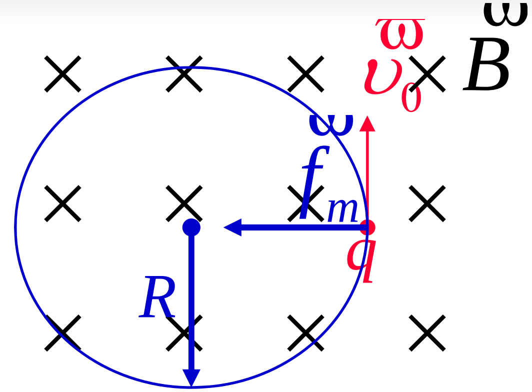
$$f=q\upsilon B$$

$$q\upsilon B=m\frac{\upsilon^2}{R} \qquad R=\frac{m\upsilon}{qB}$$

$$T=\frac{2\pi R}{\upsilon}=\frac{2\pi m}{qB}$$

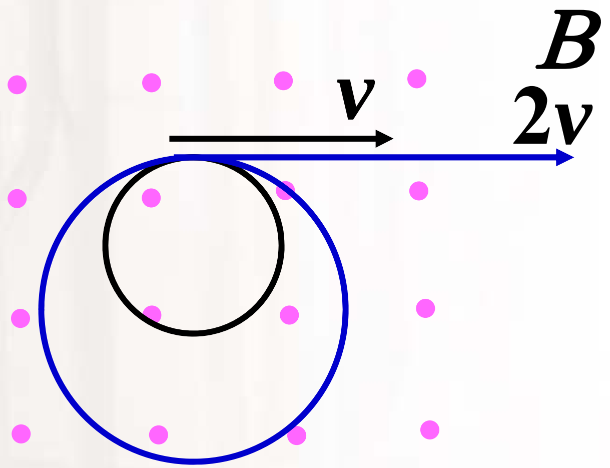
粒子做匀速圆周运动

•圆周半径 $R = \dfrac{m\upsilon_0}{qB}$



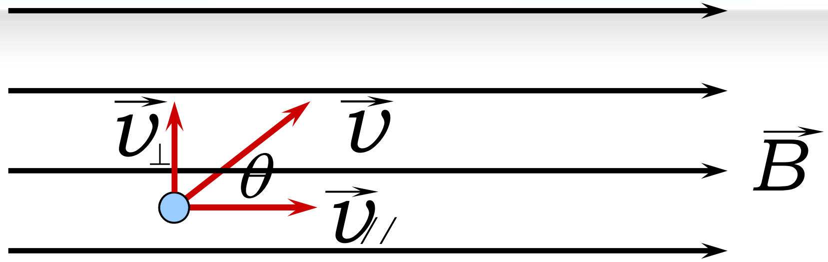
由上式可知 圆周运动半径与垂直磁场的速度有关

•粒子运动的周期 $T = \dfrac{2\pi R}{\upsilon_0} = \dfrac{2\pi m}{qB}$ 与速度无关



如两个质子v和2v同时回到原出发点

③ $\vec{v}$与$\vec{B}$成θ角

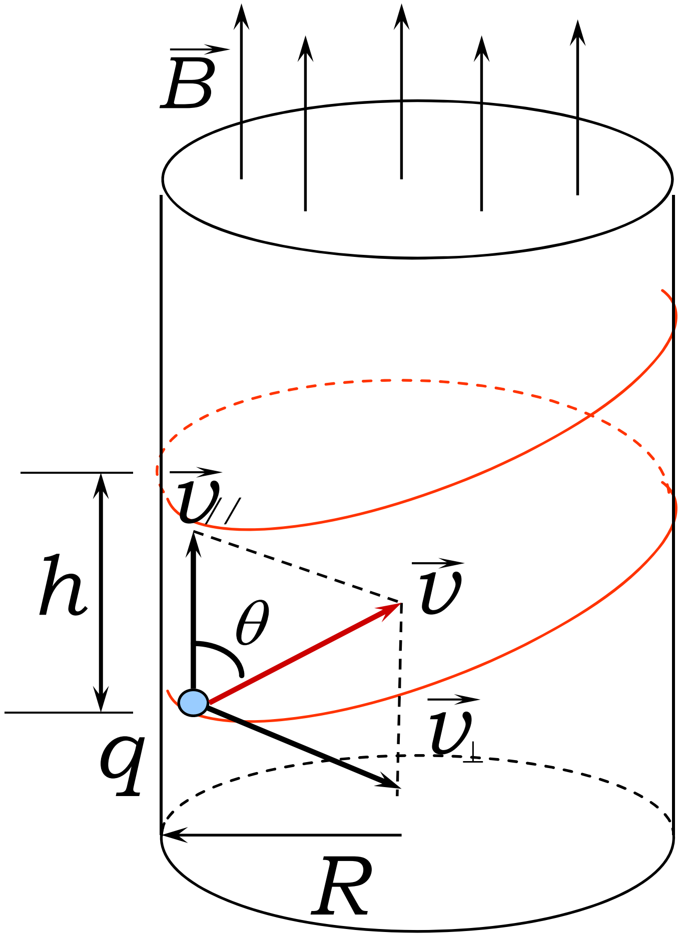


$$v_{//} = v\cos\theta$$

$$v_\perp = v\sin\theta$$

$$R = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{mv\sin\theta}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}$$



螺距 h ：

$$h = v_{//}T = v\cos\theta \cdot T$$

$$= \frac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$$

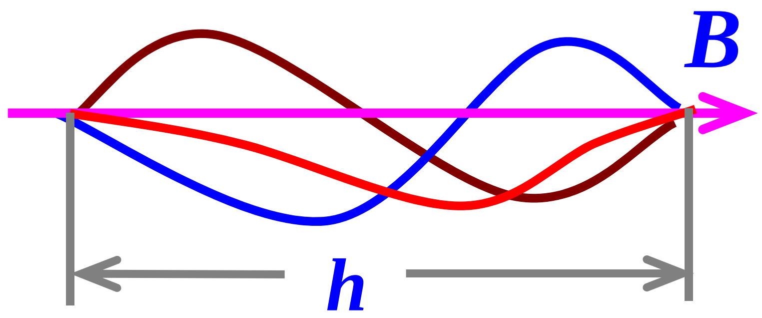
洛仑兹力对运动电荷作功???

$$\boxed{\vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

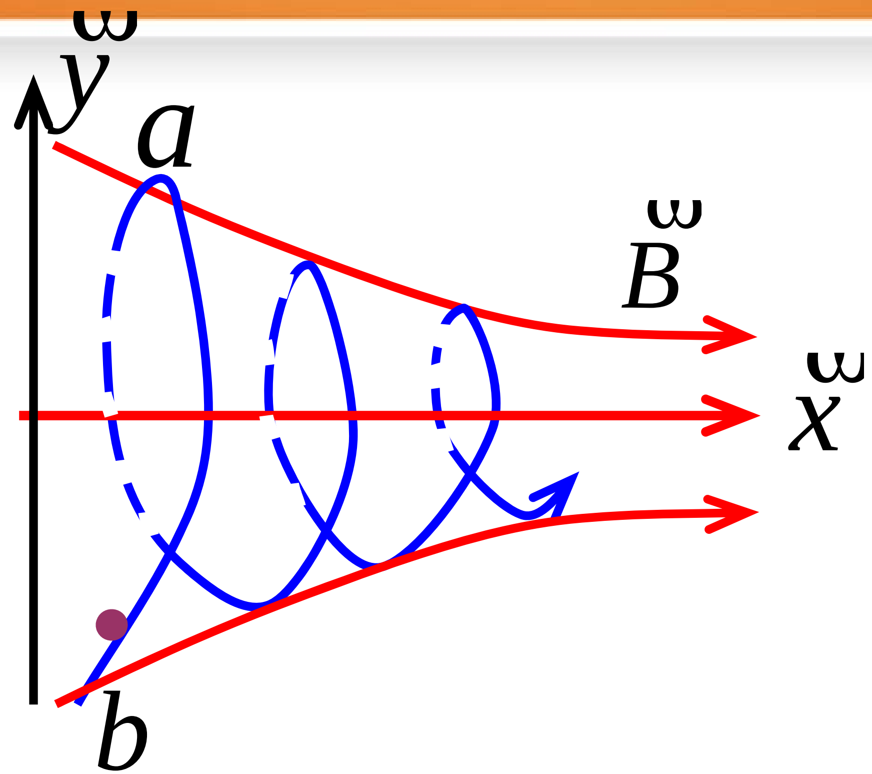
洛仑兹力对运动电荷**不**作功

* 磁聚焦*magnetic focusing*

一束发散角不大的带电粒子束，若这些粒子沿磁场方向的分速度大小又一样，它们有相同的螺距，经过一个周期它们将重新会聚在另一点这种发散粒子束会聚到一点的现象叫磁聚焦。



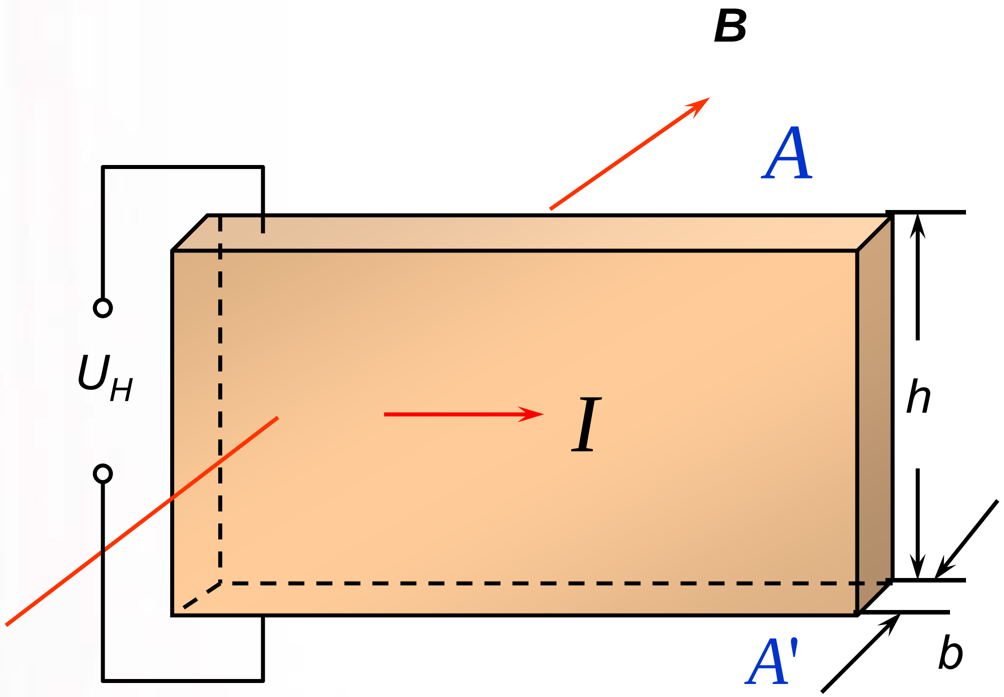
它广泛应用与电真空器件中如电子显微镜***electron microscope***中。它起了光学仪器中的透镜类似的作用。



最后使沿强磁场的运动被抑制，而被迫反转。象被“反射”回来一样。这称之为磁镜***magnetic lens.***

5.2 霍尔效应

厚度b宽为a 的导电薄片，沿x 轴通有电流强度I，当在y 轴方向加以匀强磁场B 时, 在导电薄片两侧 (A, A') 产生一电位差 U_H 这一现象称为霍耳效应。

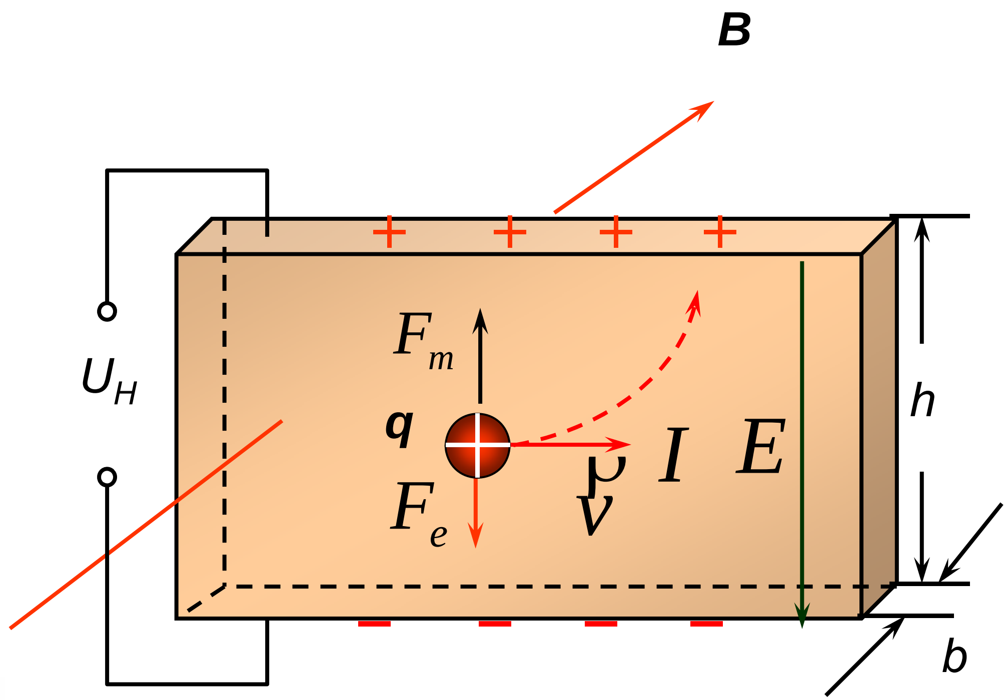


霍耳效应原理：

带电粒子在磁场中运动受到洛仑兹力。

$$q > 0$$

$$\vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$



$$\vec{f}_e = q\vec{E}_H$$

$$f_e = f_m \qquad F_{合} = 0 \qquad \therefore E_H = \upsilon B$$

此时载流子将作匀速直线运动，同时 A, A'两侧停止电荷的继续堆积，从而在 A, A'两侧建立一个稳定的电势差。

$$E_H = \frac{U_H}{a} \qquad U_H = a\upsilon B \qquad I = nqvab$$

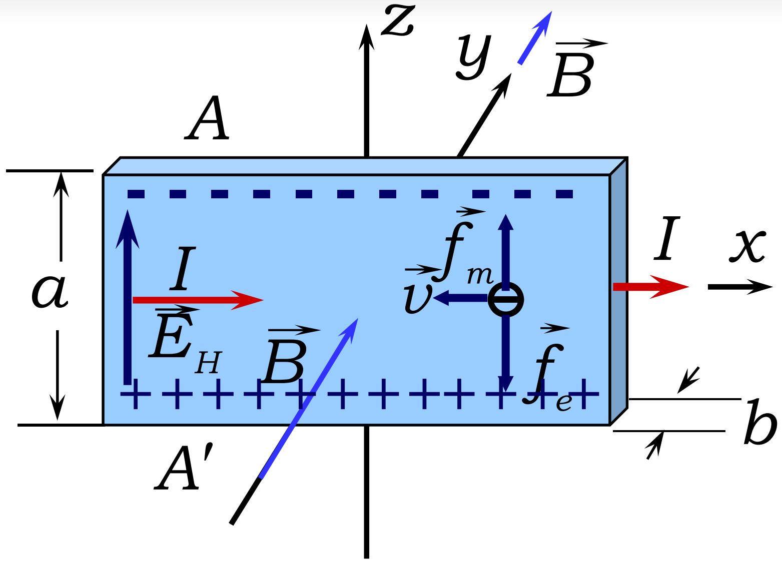
$$\boxed{U_H = \frac{1}{nq}\frac{IB}{b} = H\frac{IB}{b}}$$

H：霍耳系数

$$q<0 \quad \vec{f}_m=-|q|\vec{v}\times\vec{B}$$

$$\vec{f}_e=-|q|\vec{E}_H$$

$$f_e=f_m \therefore E_H=v'B \quad F_{合}=0$$



$$E_H=\frac{U_H}{a} \qquad U_H=av'B$$

$$I=nqv'ab$$

$$U_H=\frac{1}{nq}\frac{IB}{b}$$

总结:

①$q>0$时，$R_H>0$, $\quad U_H>0$

②$q<0$时，$R_H<0$, $\quad U_H<0$

霍耳效应的应用

$$U_H = \frac{1}{nq}\frac{IB}{b}$$

1、确定半导体的类型

n 型半导体载流子为电子；

p 型半导体载流子为带正电的空穴。

2、根据霍耳系数大小的测定，可以确定载流子的浓度

3、磁场B

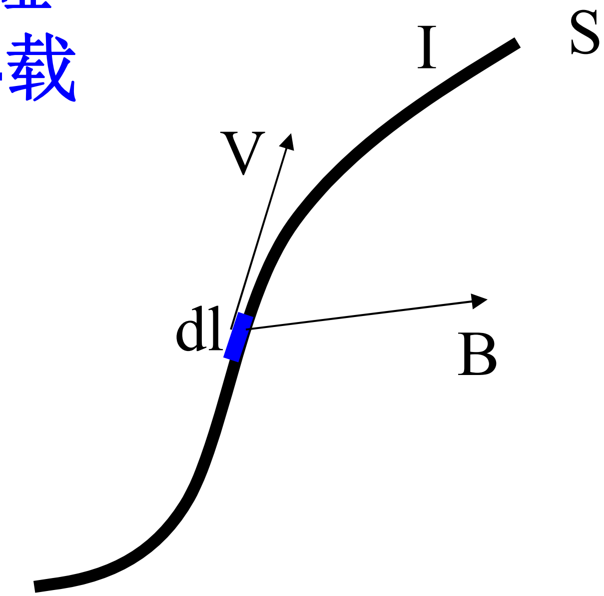
霍耳效应已在测量技术、电子技术、计算技术等各个领域中得到普遍的应用。

5.3 载流导线在磁场中受的力

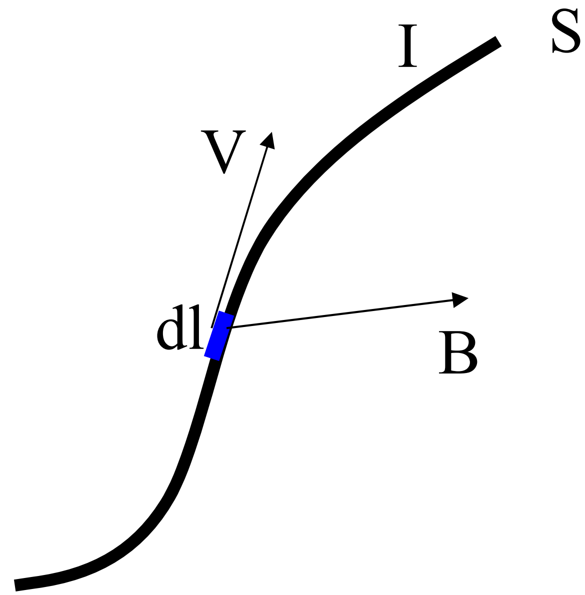
如何研究载流导线受到磁场的作用?

载流子受洛伦兹力的作用----通过碰撞传给导线本体的正离子结构-----载流导线受到磁力的作用

载流导线受力=等于每个载流子受力之和



载流导线受力=等于每个载流子受力之和



dl段的载流子个数: **nsdl**

每个载流子受力: **qVxB**

载流子受力总和:

$$d\vec{F} = nsdlq\vec{v} \times \vec{B}$$

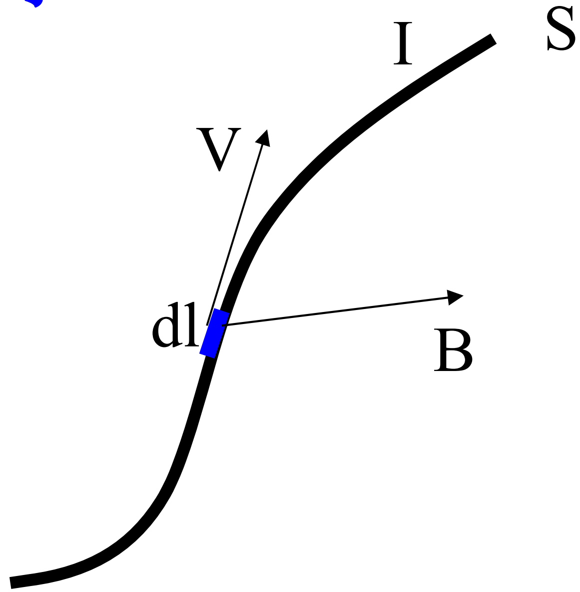
载流子受力总和: $d\vec{F} = nsdlq\vec{v} \times \vec{B}$

$dlq\vec{v} = d\vec{l}qv$ dl和V方向相同

$d\vec{F} = nsqvd\vec{l} \times \vec{B}$

$I = nsqv$ 电流强度

$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$



$$\vec{F} = \int_l d\vec{F} = \int_l Id\vec{l} \times \vec{B}$$

安培定律

位于磁场中某点处的电流元$I\vec{dl}$将受到磁场的作用力$d\vec{F}$，$d\vec{F}$的大小与电流强度I、电流元的长度dl、磁感应强度$\vec{B}$的大小以及$I\vec{dl}$与$\vec{B}$的夹角的正弦成正比。

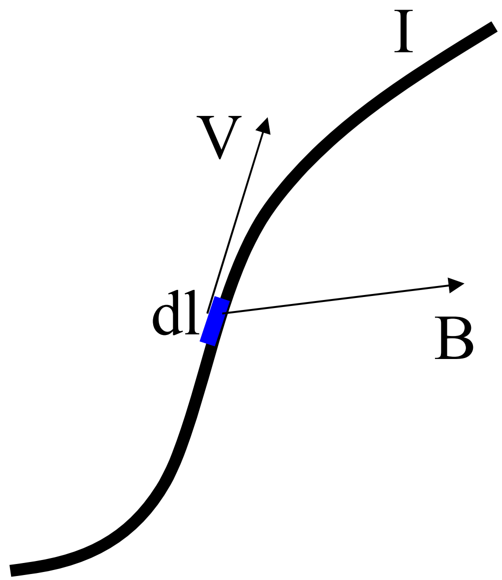
即：$dF = BIdl\sin(Idl, B)$

$d\vec{F}$为$I\vec{dl}$与$\vec{B}$的右旋方向。

写成矢量式：$\boxed{d\vec{F} = I\vec{dl} \times \vec{B}}$

$$\vec{F} = \int_l d\vec{F} = \int_l I\vec{dl} \times \vec{B}$$

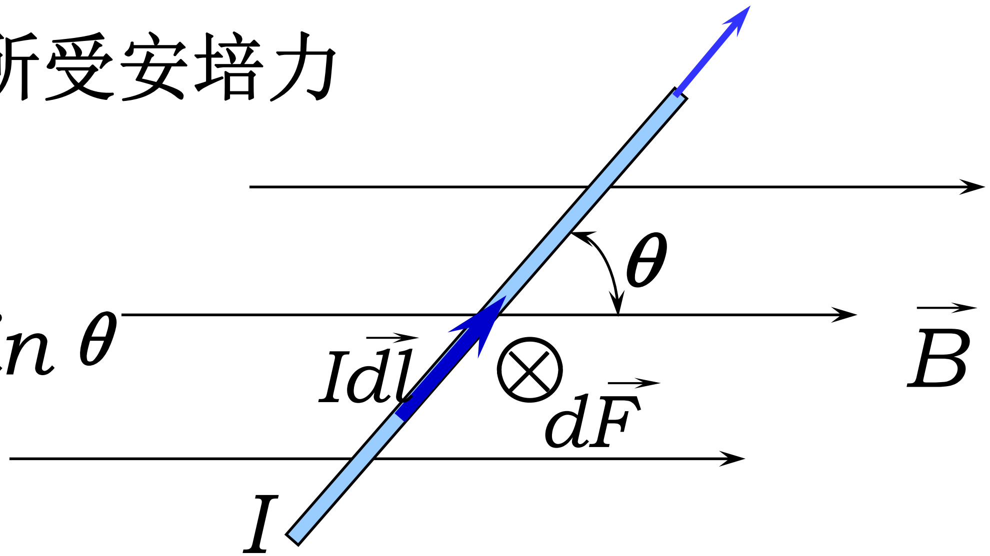
安培定律



一段载流导线受到的安培力：

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}$$

*均匀磁场中载流直导线所受安培力



任取电流元 $Id\vec{l}$

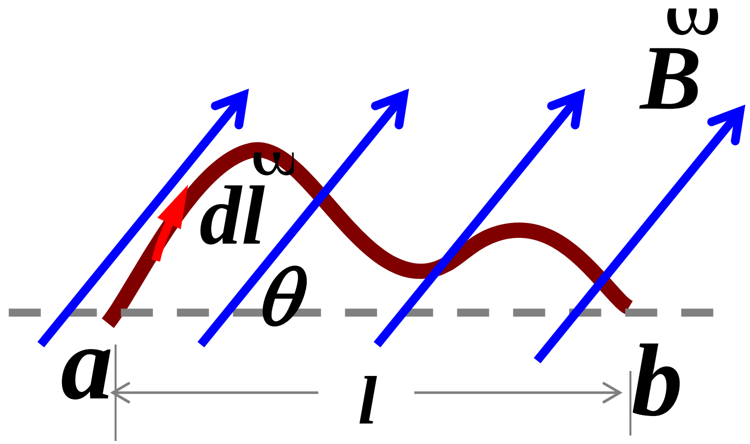
受力大小 $dF = BIdl\sin\theta$

受力方向 $\otimes$

积分 $F = \int_L BIdl\sin\theta = BIL\sin\theta$

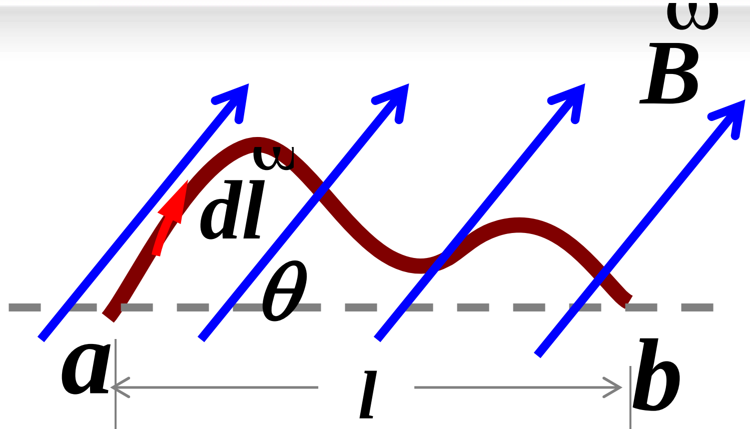
即： $\boxed{F = BIL\sin\theta}$

例题:有一段弯曲导线 ab 通有电流I，求此导线在如图所示均匀磁场中受的力?



$$\vec{F} = \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = I\left(\int_a^b d\vec{l}\right) \times \vec{B} = I\vec{l} \times \vec{B}$$



$$\therefore F = IlB\sin\theta$$

矢量和 $\int_a^b d\vec{l} = \vec{l}$

$\vec{l}$ 与磁感应强度 $\vec{B}$ 在同一平面内

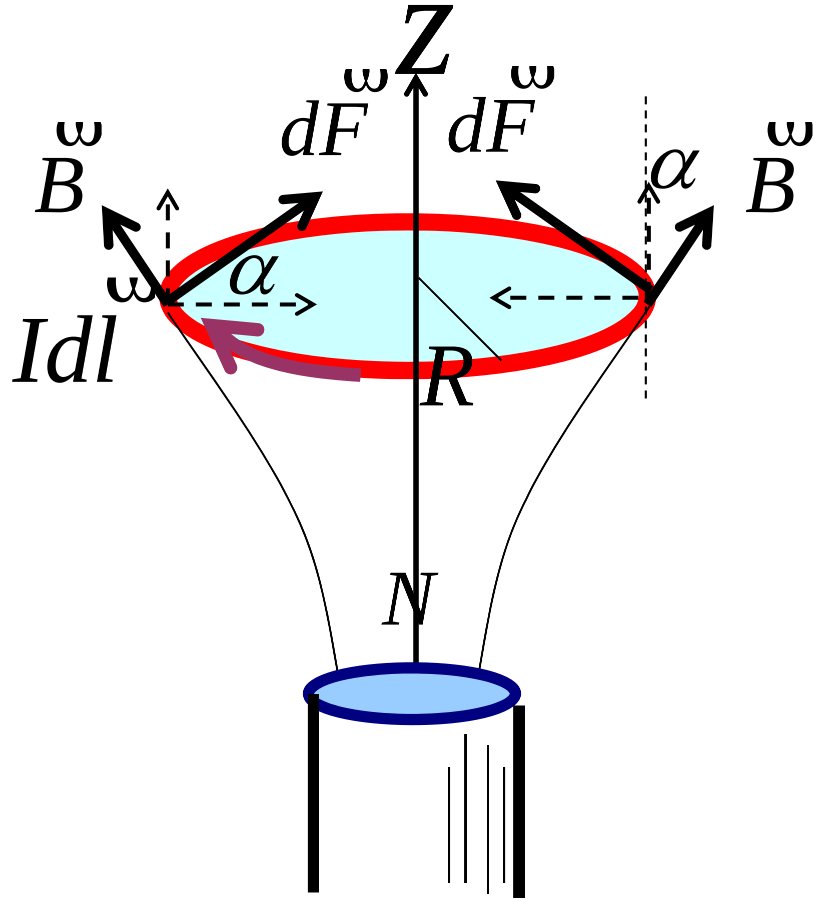
所以，该力方向垂直于纸面向外。

若是闭合回路， $\vec{l} = 0 \quad \rightarrow F = 0$

闭合回路在均匀磁场中受力为**0**。

例2. 圆柱形磁铁 N 极上方水平放置一个载流导线环，求其受力。

已知在导线所在处磁场B的方向与竖直方向成α角



对称性分析可知：

$$\vec{F} = F_z \hat{k}$$

$$F_z = \int dF_z = \int dF \sin\alpha$$

$$= \int_o^{2\pi R} IB \sin\alpha \cdot dl$$

$$= 2\pi RIB \sin\alpha$$

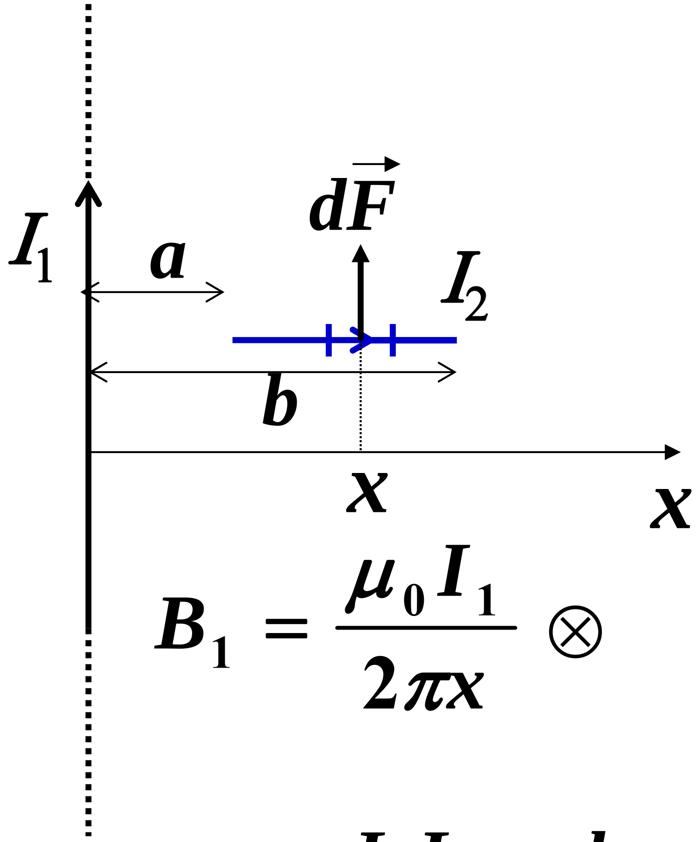
方向铅直向上

例3. 如图：求I_2受I_1的作用力。

1). 在I_2上任选$I_2 d\vec{l}$，求其受I_1的$d\vec{F}$大小及方向

$$dF = B_1 I_2 dx = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} I_2 dx$$

方向如图



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} \otimes$$

2）各$d\vec{F}$方向相同

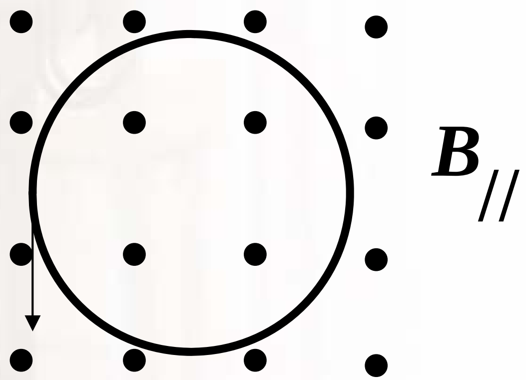
3)

$$F = \int dF = \int B_1 I_2 dx = \int_a^b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} I_2 dx = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

方向如图向上

磁场对载流线圈的作用

1、均匀磁场对载流线圈的作用

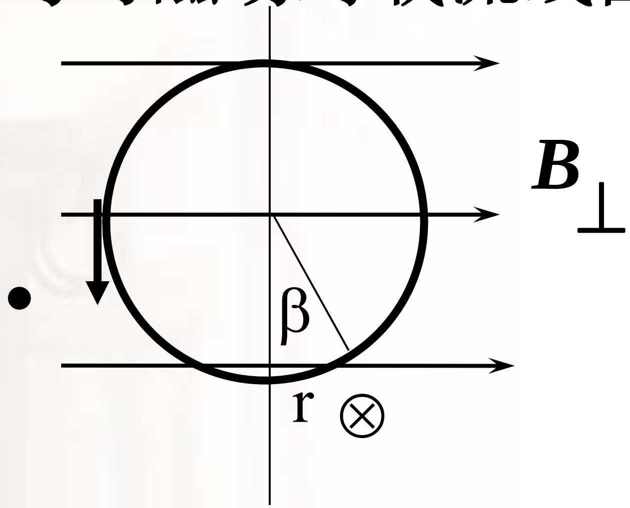


合力为零

合力矩为零

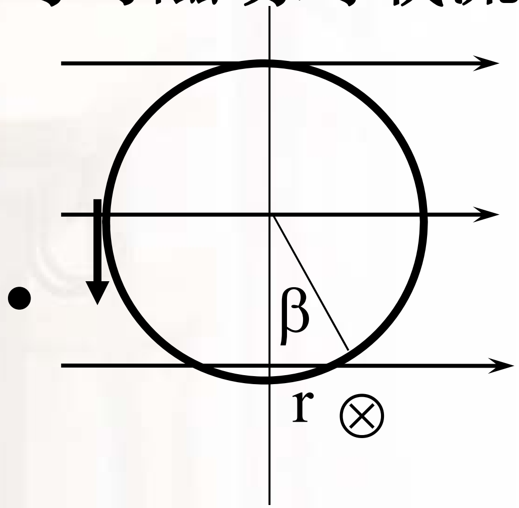
磁场对载流线圈的作用

1、均匀磁场对载流线圈的作用



磁场对载流线圈的作用

1、均匀磁场对载流线圈的作用

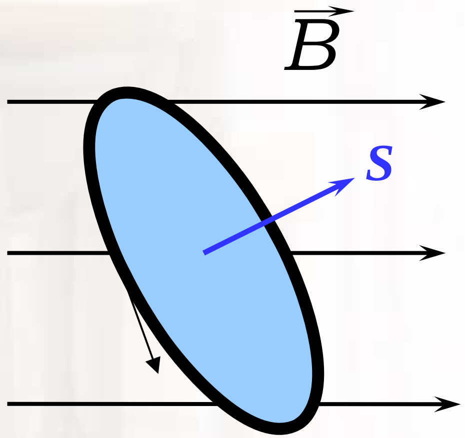


$\boldsymbol{B}_{\perp}$

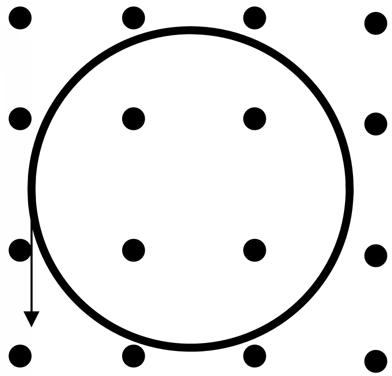
合力为零

合力矩不为零

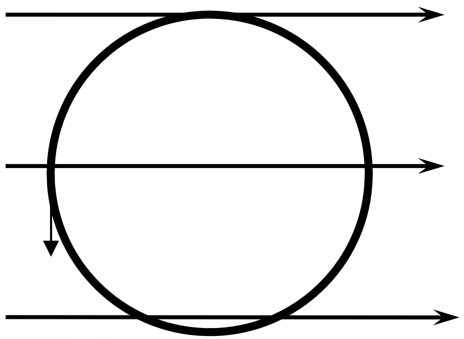
磁场对载流线圈的作用



分解磁场



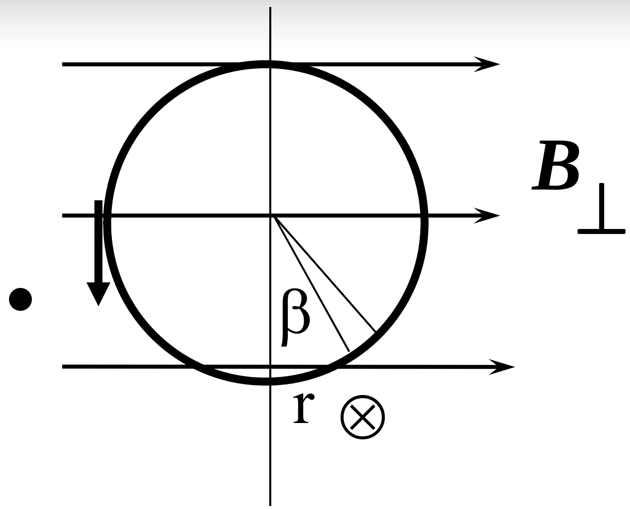
$\boldsymbol{B}_{//}$　合力为零
合力矩为零



$\boldsymbol{B}_{\perp}$　合力为零
合力矩不为零

磁场对载流线圈的作用

1、均匀磁场对载流线圈的作用



合力为零　　合力矩不为零

$$dF = B_{\perp} I dl \sin\beta$$

$$\boldsymbol{dM = dFr = B_{\perp} Idlr \sin\beta}$$

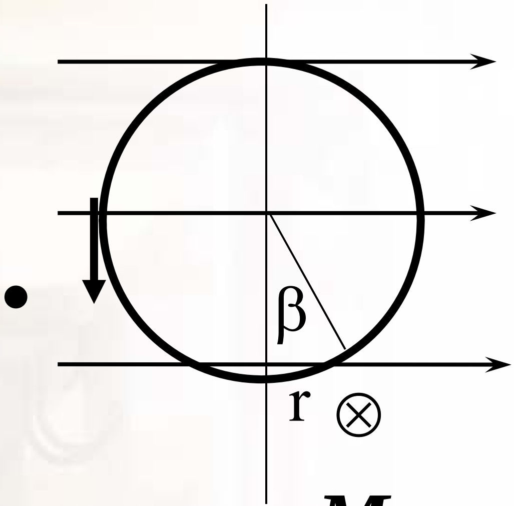
$$\boldsymbol{dl = Rd\beta, r = R\sin\beta}$$

$$dM = B_{\perp} IR^2 \sin^2\beta d\beta$$

$$M = \int dM = \int_0^{2\pi} B_{\perp} IR^2 \sin^2\beta d\beta = \pi B_{\perp} IR^2$$

$$\boldsymbol{M = \pi B_{\perp} IR^2 = \pi BIR^2 \sin\theta}$$

磁场对载流线圈的作用



$B_{\perp}$

$$M = \pi B_{\perp} I R^2 = \pi B I R^2 \sin\theta$$

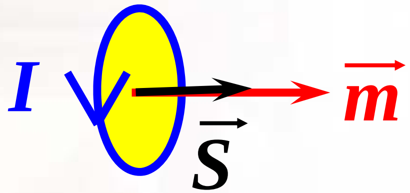
方向: ?旋转

$$M = \pi B I R^2 \sin\theta = SBI\sin\theta = IS e_n \times B$$

力矩 $M = m \times B$ $m = IS e_n$

载流线圈的磁偶极矩(磁矩)

对圆电流圈（或任意平面电流线圈）：



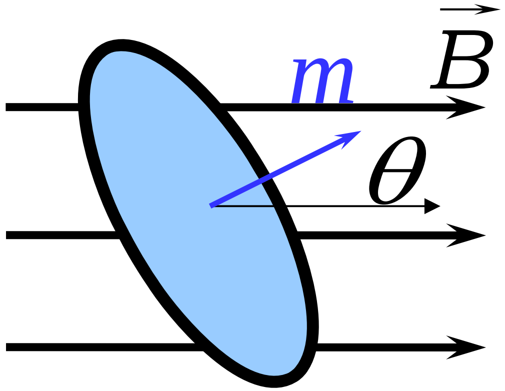
$$\boxed{\vec{M} = I\vec{S} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}}$$

$$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{ISe_n}$$ **载流线圈的磁偶极矩(磁矩)**

不只是载流线圈有磁矩，原子、电子、质子等微观粒子也有磁矩。磁矩是粒子本身的特征之一。

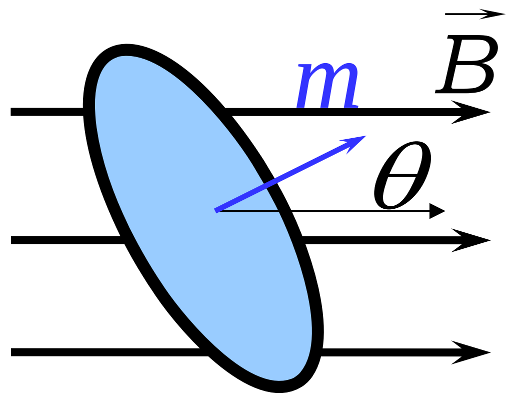
电子的自旋磁矩: **1.60×10^{-23}J/T**

载流线圈在磁场中转动时磁力矩所做的功



$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$M = mB\sin\theta = ISB\sin\theta$$



外力克服磁力矩做功为

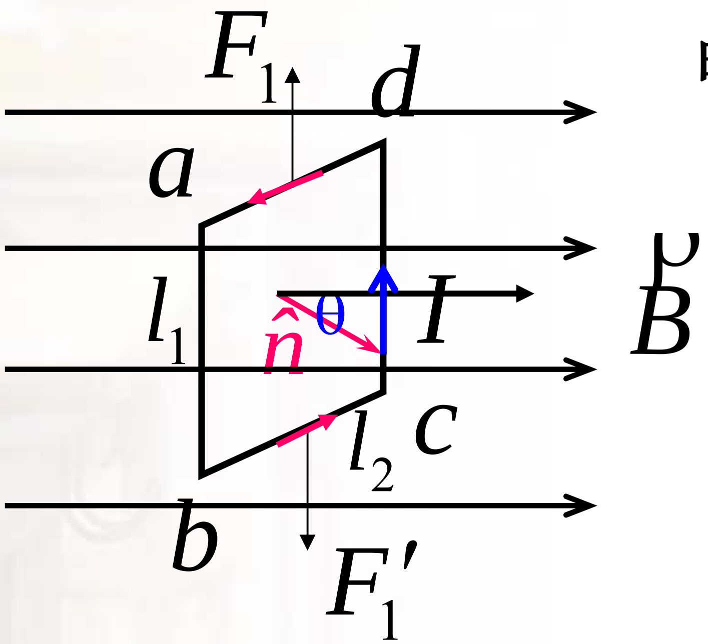
$$dA = Md\theta = Bm\sin\theta d\theta$$

$$A = \int_{\theta 1}^{\theta 2} Md\theta = mB(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

选θ为π/2的位置为势能零点

磁矩的势能为 $W_m = -mB\cos\theta = -m \bullet B$

当磁矩与磁场平行时,势能最小-mB,当磁矩与磁场反平行时,势能最大mB,



电流线圈的右旋法线方向为 $\hat{n}$

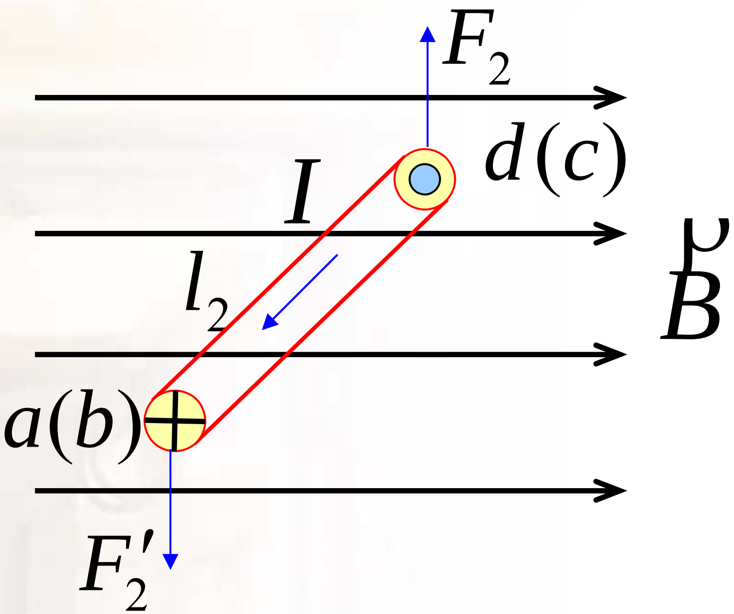
$\overline{da}$、$\overline{bc}$ 受力情况：

***da*段** $F_1 = I\,Bl_2 \cos\theta$

***bc*段** $F_1' = I\,Bl_2 \cos\theta$

$F_1 = F_1'$ 方向相反

线圈可视为刚性，两力抵消



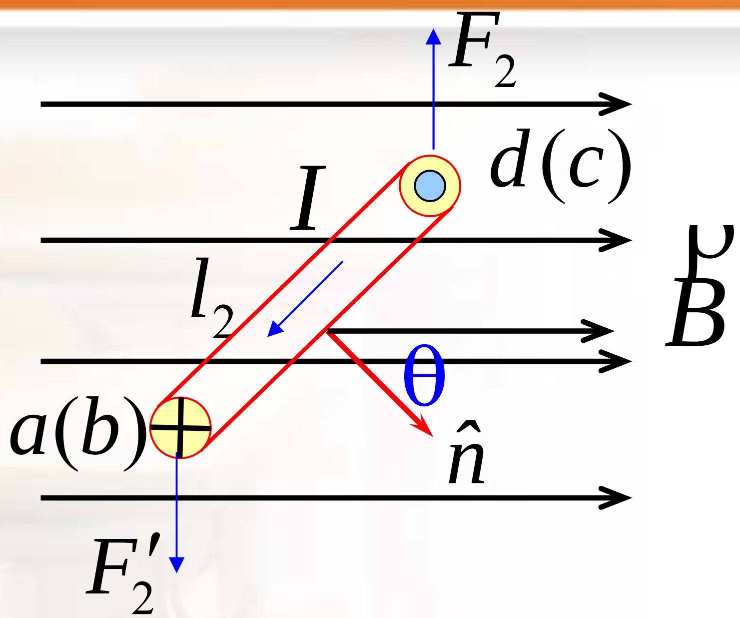
$\overline{ab}$、$\overline{cd}$ 受力情况：

$$F_2 = F_2' = IBl_1$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_2'$$ 但不作用于同一直线上

力偶——大小相等方向相反彼此平行的一对力

二者合力为零但组成一个绕中心轴的力偶矩



线圈所受磁力矩为：

$$M = F_2 l_2 \sin\theta$$

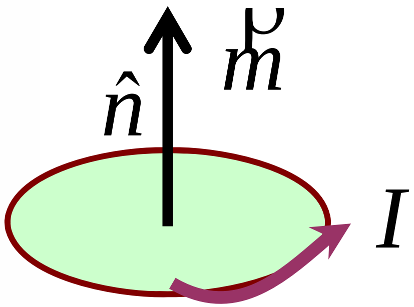
$$= I l_1 l_2 B \sin\theta$$

$$= ISB\sin\theta$$

载流线圈的磁矩

$$m = IS$$

$$\vec{m} = IS\hat{n}$$

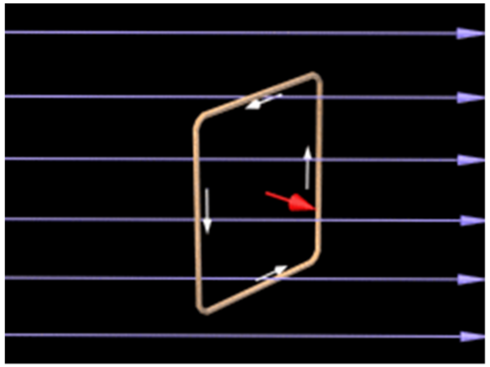


$$\boxed{\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B}}$$

大小：$mB\sin\theta$

方向：使$\vec{m}$转向$\vec{B}$方向

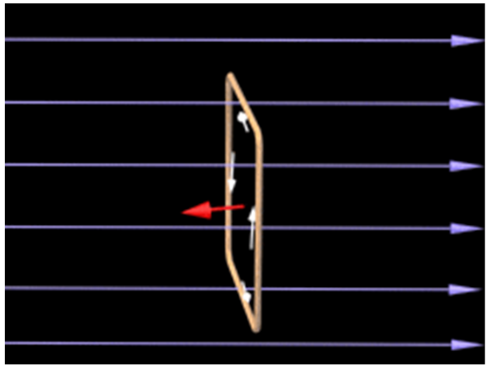
载流线圈在磁场中的状态与n 和B 的夹角θ有关



当$\theta=0$时　　相应$M=0$，这时线圈处于平衡。

此时如果给线圈一微扰？

线圈会回到原来位置，这种平衡称为稳定平衡。这时线圈处于稳定平衡状态。



当$\theta=\pi$时　　相应$M=0$，这时线圈处于平衡。

此时如果给线圈一微扰？

线圈不会回到原来位置，这种平衡称为不稳定平衡。这时线圈处于不稳定平衡状态。

谢谢！