大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

$$I = \frac{dq}{dt}$$

单位时间内通过任一截面的电量，叫做电流强度

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{nev_d dt}{dt} dS = nev_d dS$$

- n——导体中自由电子的数密度
- e——电子的电量
- v_d——假定每个电子的漂移速度

$$j = \frac{dq}{dSdt} = \frac{dI}{dS}$$

垂直　单位时间　单位截面　正电荷的运动方向

$$\vec{j} = qn\vec{v}$$

$$\vec{v} = \sum_i n_i \vec{v}_i / n$$

通过任意截面的电流

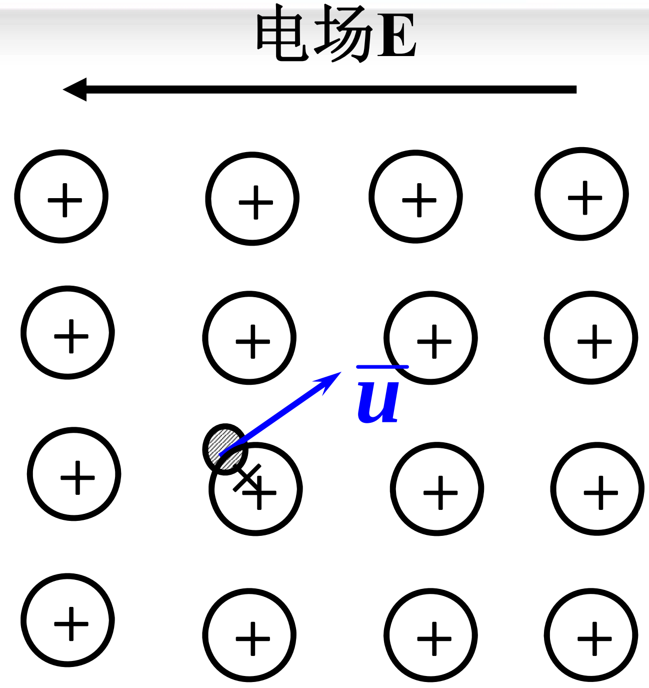
$$I = \int dI = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$v_{0i} \Rightarrow v_i = v_{0i} + \frac{eE}{m} t_i$$

求某一时刻t的平均速度

$$\overline{v_i} = \overline{v_{0i}} + \overline{\frac{eE}{m} t_i}$$

由于V_{0i}的任意性,其平均值为0



$$\vec{v} = \frac{eE}{m}\tau \qquad \tau = \sum_{i=1}^{n} \frac{t_i}{n}$$

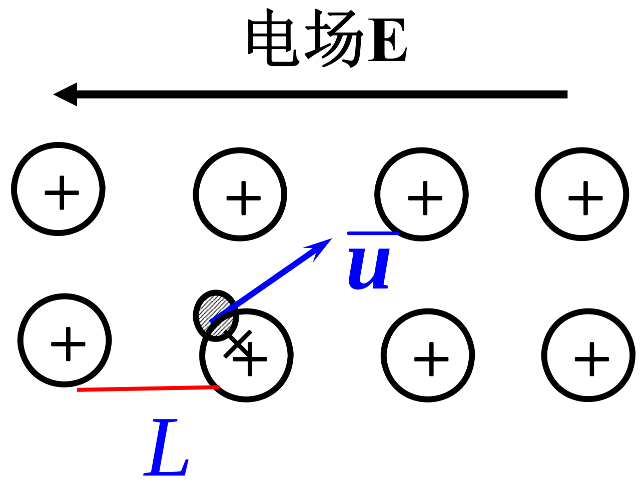
平均速度　　平均自由飞行时间

$$\Rightarrow \vec{J} = ne\vec{V} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

$$L = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$= v_0 t + \frac{1}{2}\frac{eE}{m} t^2$$

热运动 **>** 电场加速



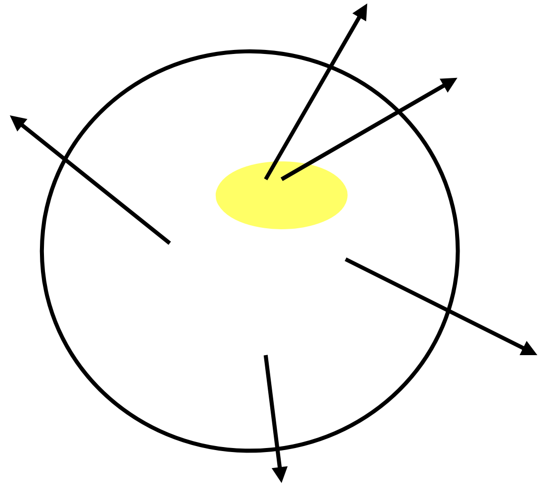
平均自由飞行时间由**热运动**决定,与电场强度无关

$$\vec{J} = ne\vec{V} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

4、电流的连续性方程

对于任意一个闭合曲面，在单位时间内从闭合曲面向外流出的电荷，即通过闭合曲面向外的总电流为

$$\frac{dQ}{dt} = I = \oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



根据电荷守恒定律，在单位时间内通过闭合曲面向外流出的电荷，等于此闭合曲面内单位时间所减少的电荷

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{dQ_i}{dt}$$

$$\boxed{\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dQ_i}{dt}}$$

电流连续性方程

电流的连续性：

单位时间内通过闭合曲面向外流出的电荷等于此时间内闭合曲面里电荷的减少。

恒定电流:导体内各处电流密度不随时间而改变

$$I=\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0$$

电流必然闭合的

反证法：**if I≠0 dq/dt ≠ 0, q**分布随时间发生改变，电场**E**也随时间发生改变，**j=σE**也必将随时间发生改变，非恒定

恒定电流: 电荷分布不随时间发生改变，电场**E**也不随时间发生改变(**恒定电场**---和静电场一样的性质)

$$\oint_c E\cdot dr=0$$

保守性

2. 和静电场比较

➮相同之处

- ◆ 电场不随时间改变
- ◆ 满足高斯定理
- ◆ 满足环路定理　是保守场 $\boxed{\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0}$

　可引入电势概念

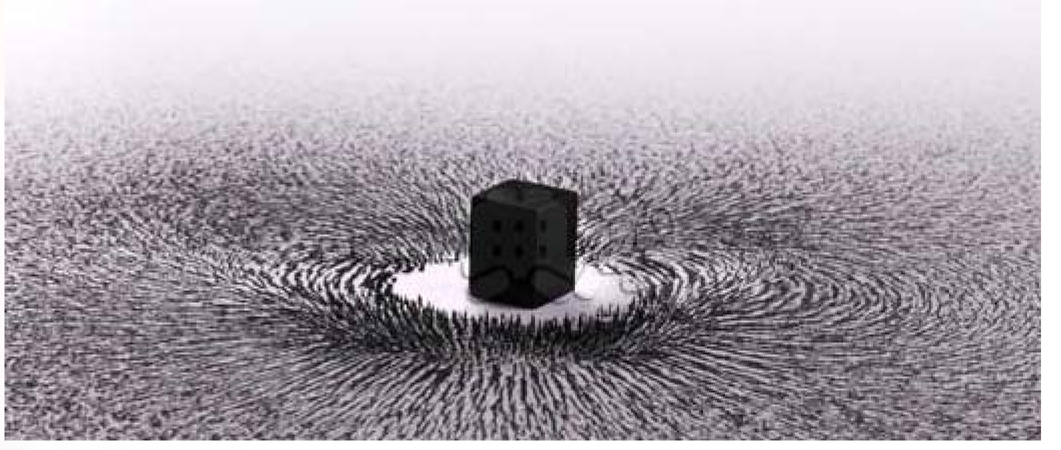
- ◆回路电压定律(基尔霍夫第二定律)

在稳恒电路中 沿任何闭合回路一周的电势降落的代数和等于零

✾不同之处

◆产生稳恒电流的电荷是运动的电荷　电荷分布不随时间改变

◆稳恒电场对运动电荷作功 稳恒电场的存在总伴随着能量的转移



同号磁极有相互排斥力，异号的磁极有相互吸引力

磁铁分割成小段，小段仍有两极

铁棒可以被磁化

磁铁与载流导线的相互作用；

磁体与运动的电荷有相互作用力；

载流导线与载流导线的相互作用。

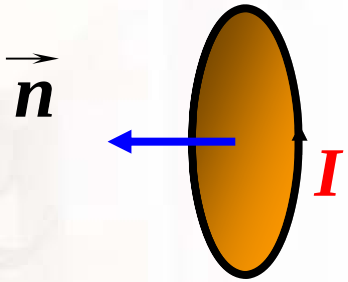
结论

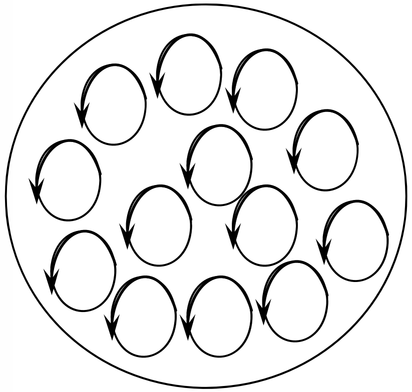
一切磁现象归结为运动电荷（电流）之间的相互作用

磁铁？？？

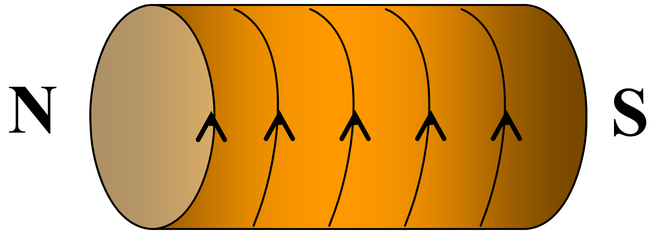
安培分子环流假说

天然磁性的产生也是由于磁体内部有电流流动。





等效环形电流



分子内部，电子和质子等带电粒子的运动形成微小的电流----**分子电流**

永磁铁内部的分子电流的方向都按一定的方式排列起来了

电荷的运动是一切磁现象的根源

磁力

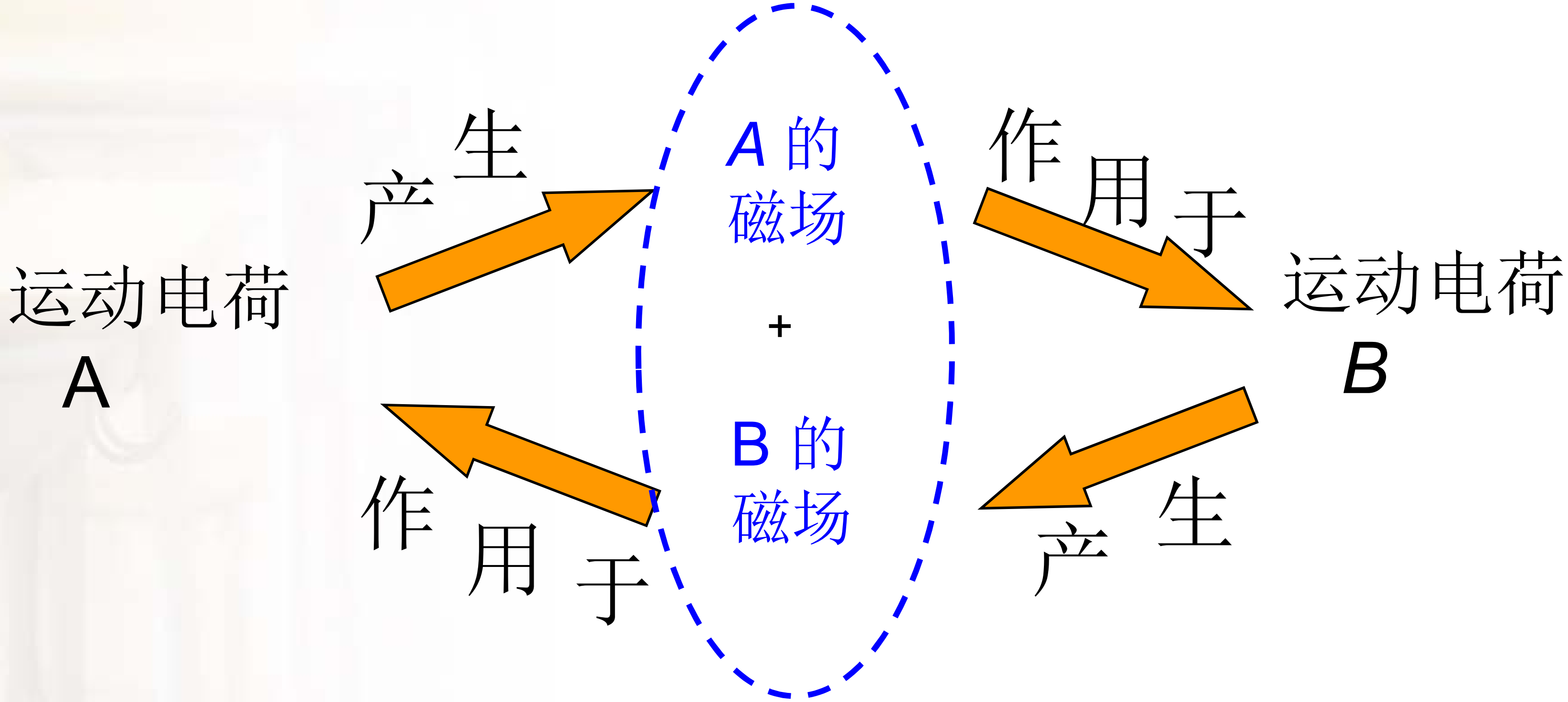
通电导线 → 运动电荷 (电子)

磁铁： → 分子电流

磁力----运动电荷

电荷的运动是一切磁现象的根源

所有磁现象可归纳为:



运动电荷:
- 非静电场
- 磁场

4.4 磁场与磁感应强度

1、磁场对外的重要表现为：

①磁场对进入场中的运动电荷或载流导体有磁力作用。

②载流导体在磁场中移动时，磁力将对载流导体作功，表明磁场具有能量。

若一个运动电荷在另外的运动电荷（或电流或永磁）周围运动时，所受作用力：

$$\mathbf{F=Fe+Fm}$$

电场力：$\mathbf{Fe=q_0E}$

磁场力：$\mathbf{Fm}$=???

1. 磁感应强度 $\vec{B}$ 的定义：

对比静电场场强的定义 $\vec{F} = q_0\vec{E}$

将一实验电荷射入磁场，运动电荷在磁场中会受到磁力作用

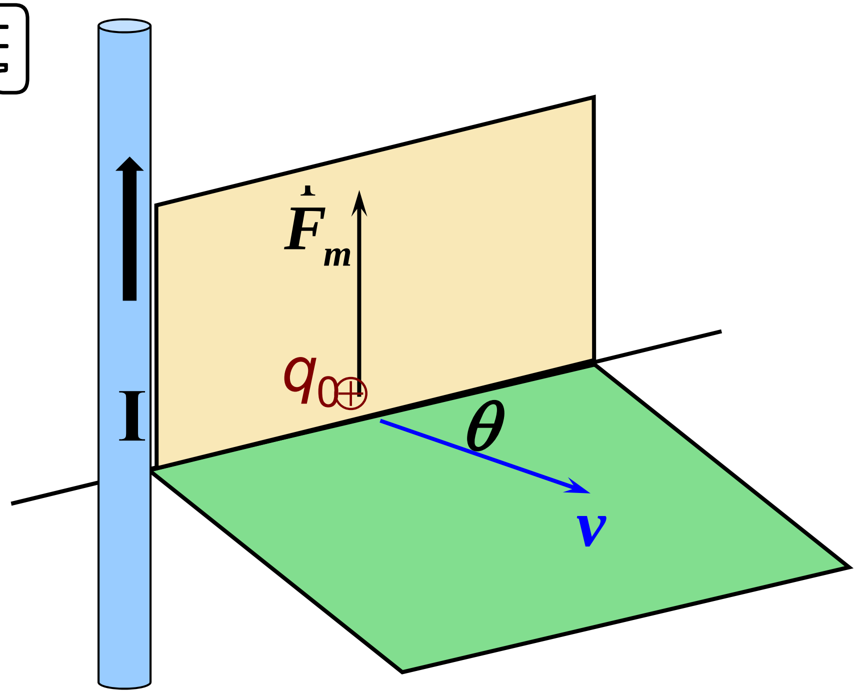
实验表明

① $\vec{F}_m \perp \vec{v}$

② $F_m \propto q_0 v \sin\theta$

$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ 时F_m达到最大值

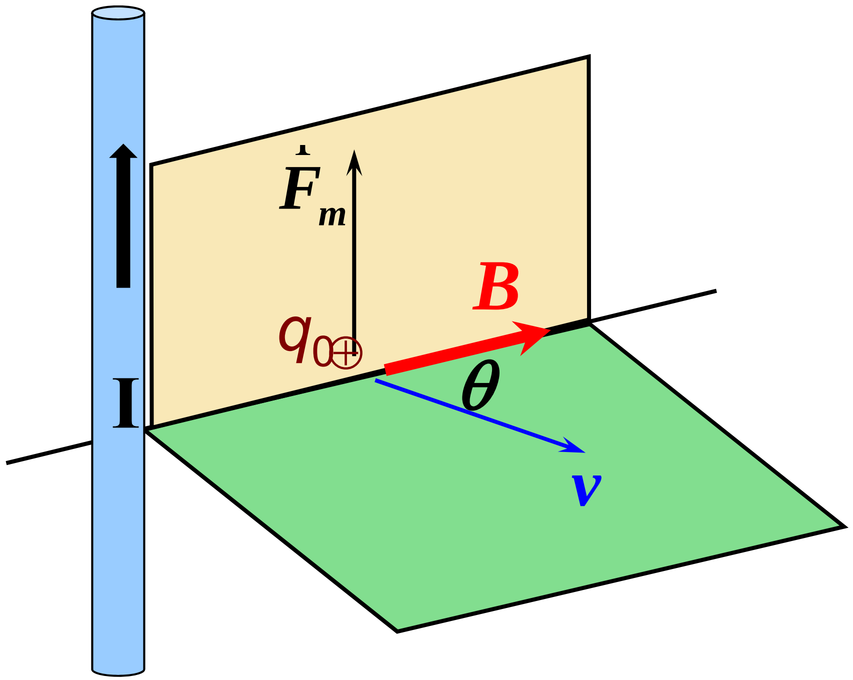
$\theta = 0$ 时$F_m = 0$，



将$F_m = 0$时的速度方向定义为$\vec{B}$的方向

$$\vec{F}_m \perp (\vec{v}, \vec{B})$$

定义 $$B = \frac{F_m}{q_0 v \sin\theta}$$



SI单位：T（特斯拉）

工程单位常用高斯（G）

$$1\mathrm{T} = 10^4\,\mathrm{G}$$

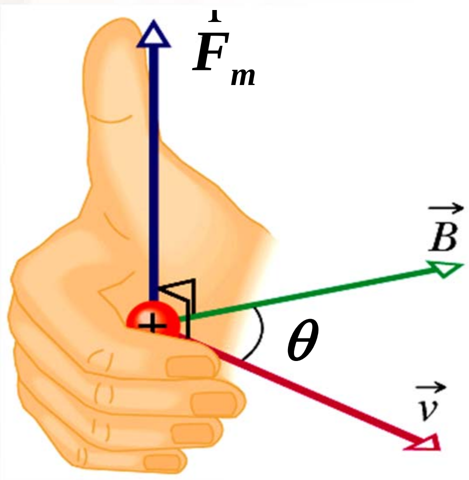
磁感应强度是反映磁场性质的物理量，与引入到磁场的运动电荷无关。

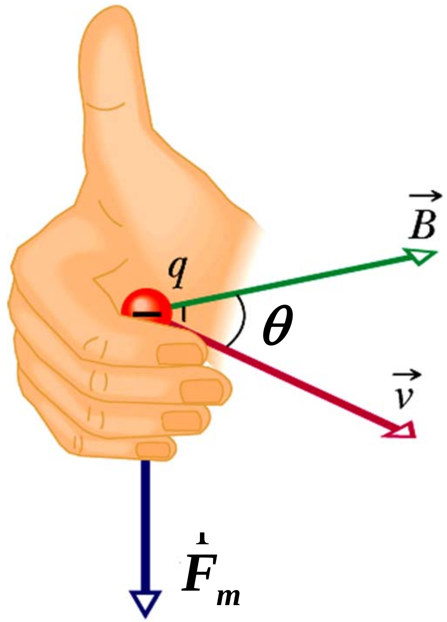
运动电荷受到的磁场力为

$$F_m = q_0 vB\sin\theta$$

写成矢量式

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$ —洛伦兹力



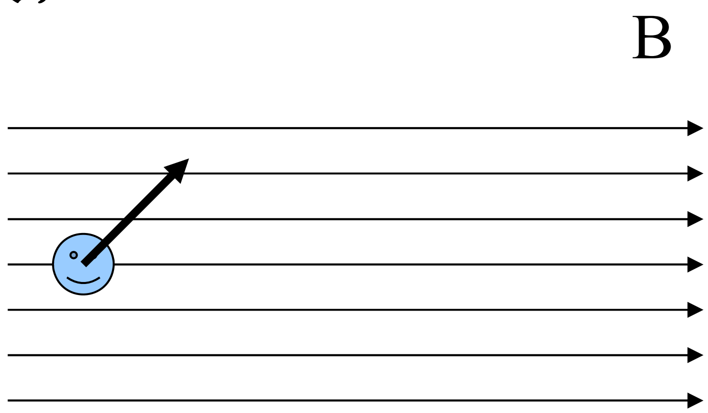


2、磁感应强度的定义：

运动电荷在磁场中要受到磁力作用，实验证明：

(1) 磁力大小和电荷运动方向有关；

$$\vec{F}_m \sim \vec{V}$$



(2) 当电荷沿某一特定方向运动时磁力为零，定义磁力为零的方向为磁场的方向。

(3) 当电荷运动方向和磁场方向垂直时，所受磁力最大

且：$F_m \propto q\upsilon$ 而比值 $\dfrac{F_m}{q\upsilon}$ 和 $q\upsilon$ 无关，它反映了

该点磁场的强弱，定义磁感应强度B 的大小：$B = \dfrac{F^m}{q\upsilon}$

(4) q_0沿其他方向运动时，所受磁力的方向总与磁感应强度B 的方向垂直，也与电荷q_0速度的方向垂直：

$$\boldsymbol{F_m} = \boldsymbol{q_0} \vec{\boldsymbol{V}} \times \vec{\boldsymbol{B}}$$

此时磁感应强度B 的大小：

$$B = \frac{F_m}{q_0 v \sin\alpha}$$

*关于磁感应强度的讨论：

(1) 磁感应强度是反映磁场性质的物理量，与引入到磁场的运动电荷 无关。

(2) 磁感应强度是矢量，方向为$\vec{F}_m \times \vec{v}$ 的方向。

（其中$\vec{v}$为正电荷运动方向）

(3) 磁感应强度的单位：T（特斯拉）（SI）

工程上单位常用高斯（G） $1T = 10^4 G$

(4)叠加原理： $$B = \sum B_i$$

原子核表面	～10^{12}T
中子星表面	～10^{6}T
目前最强人工磁场	～7×10^{4}T
太阳黑子内部	～0.3T
太阳表面	～10^{-2}T
地球表面	～5×10^{-5}T
人体	～3×10^{-10}T

磁力线和磁通量

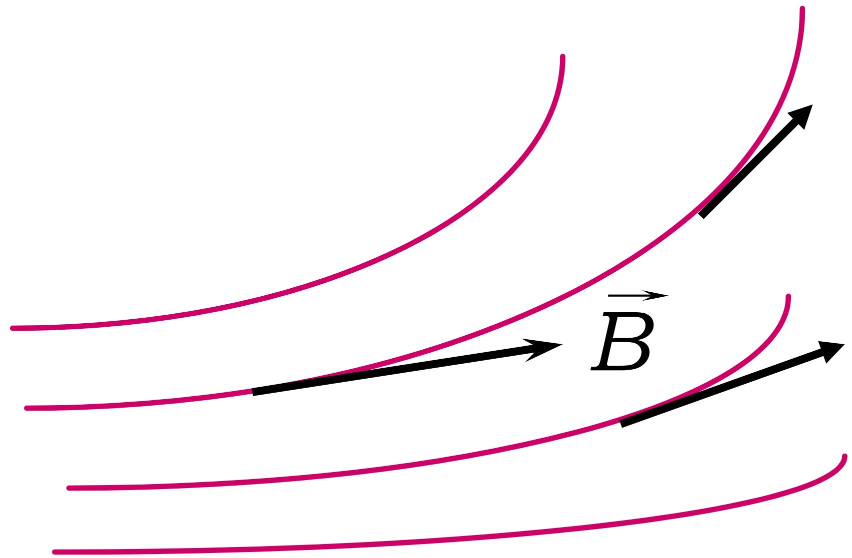
1、磁力线

在磁场中画一组曲线，曲线上每一点的切线方向与该点的磁场方向一致，这一组曲线称为磁力线。

*磁力线描述磁场的方法

①方向：

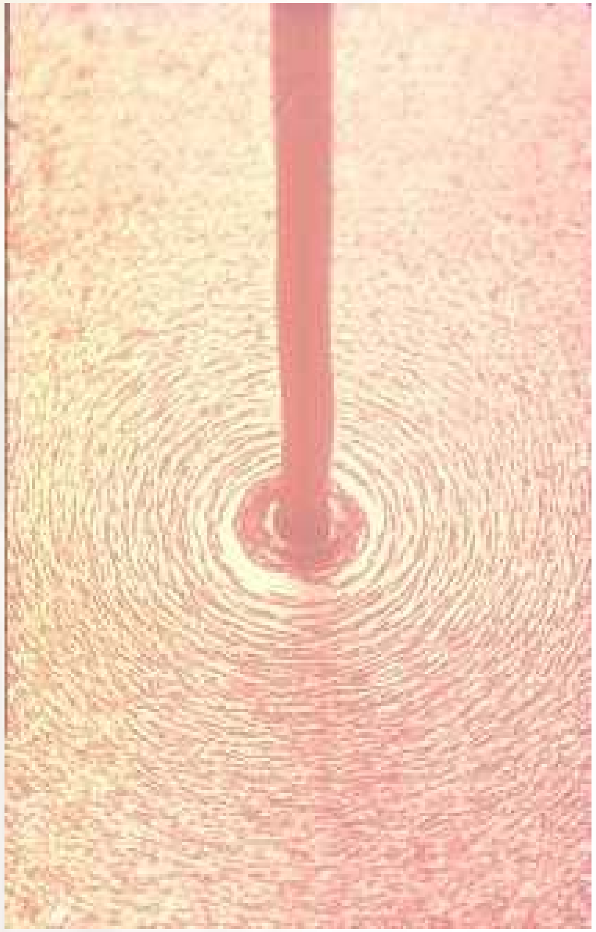
曲线上一点的切线方向和该点的磁场方向一致。



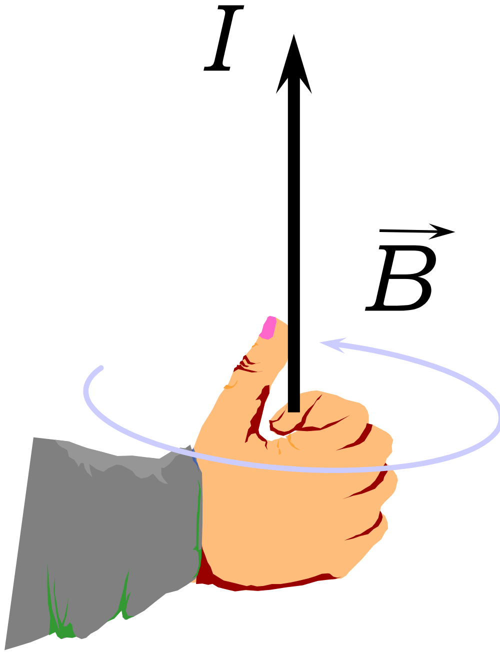
②大小：

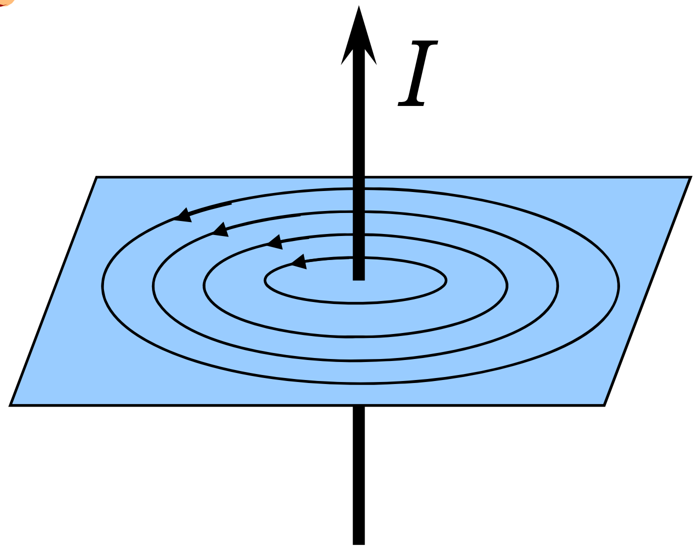
磁力线的疏密反映磁场的强弱。

直线电流的磁力线

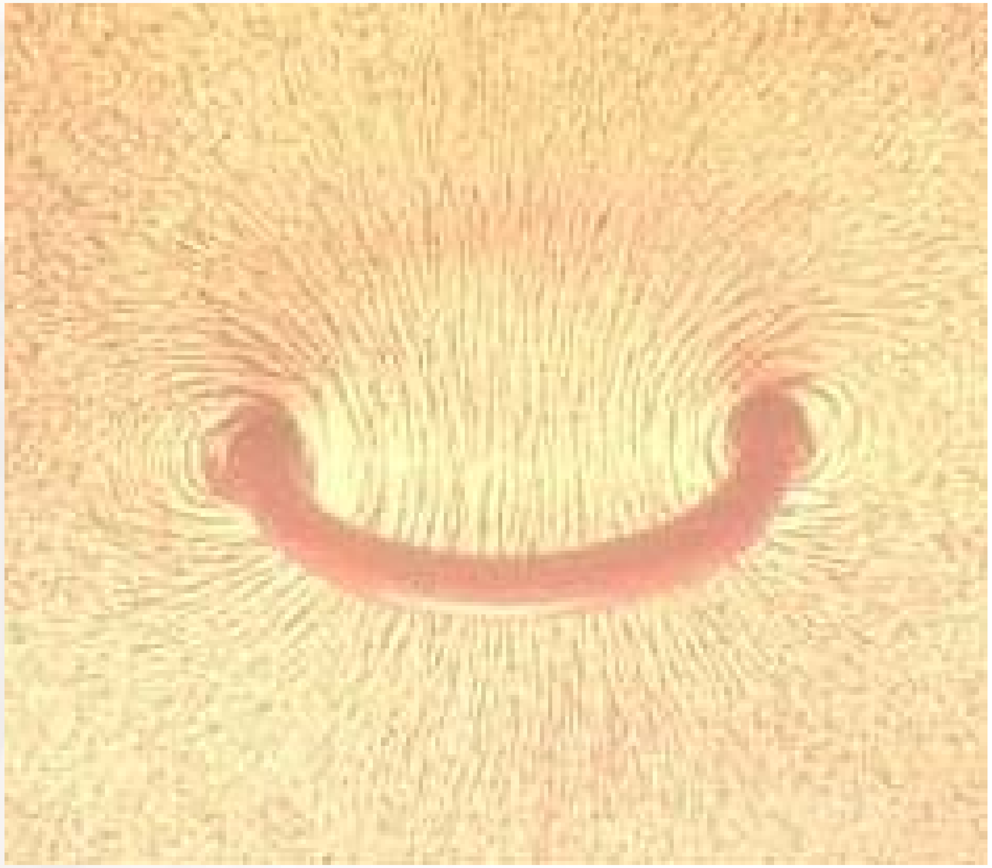


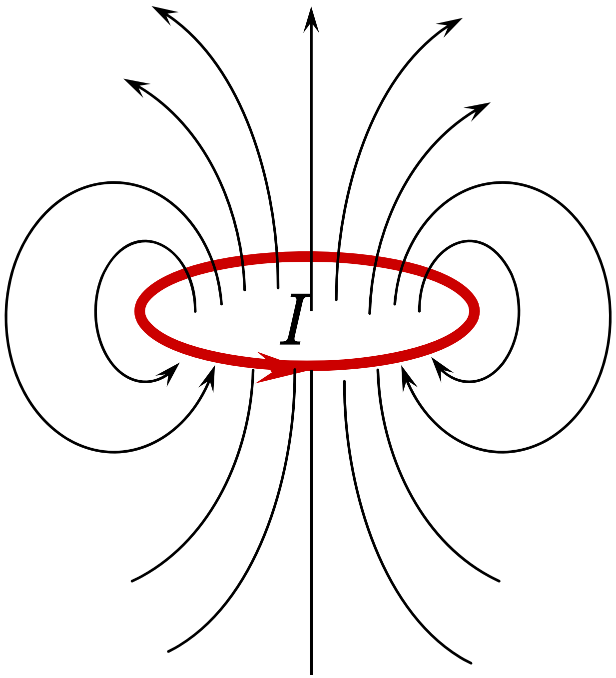
直线电流的磁感线





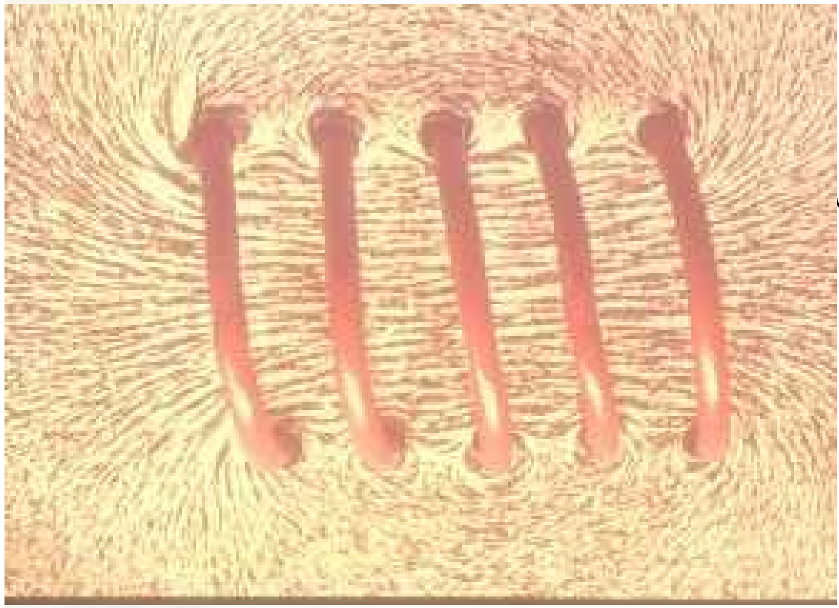
圆电流的磁力线



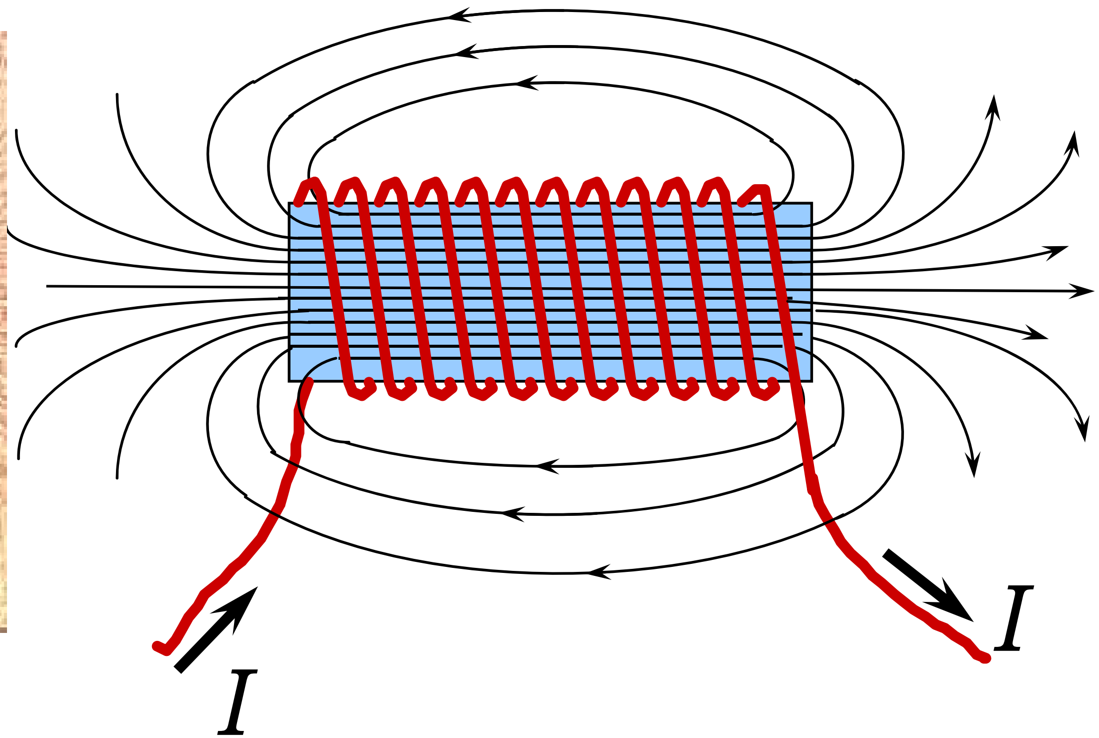


圆形电流的磁感线

通电螺线管的磁力线



直螺线管电流的磁感线



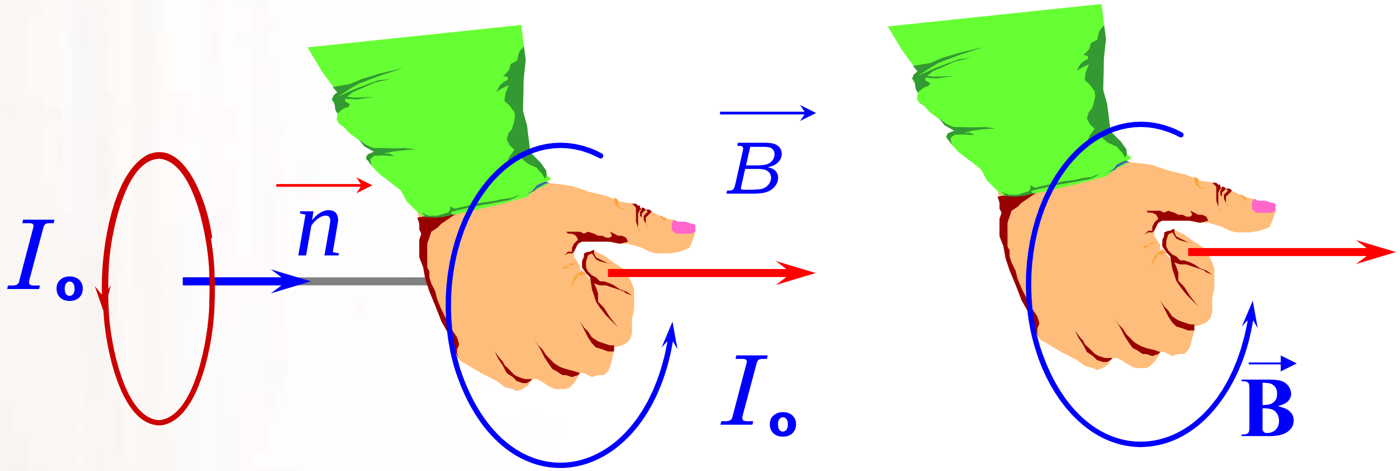
对载流长直导线、载流圆环导线和载流螺线管的磁场分布的研究，有以下结论(磁感应线性质)：

①磁感应线不会相交

②磁感应线是闭合曲线，无头无尾

③磁感应线的环绕方向与电流方向之间的关系服从右手螺旋定则

④磁感应线的疏密表示磁感应强度的大小，磁感应线密集处，磁感应强度大；稀疏处，磁感应强度小



2、磁通量

通过磁场中任一面的磁力线数称为通过该面的磁通量。

用$\boldsymbol{\Phi}_m$ 表示。假设S为任意闭合曲面

$$\boldsymbol{\Phi}_m = \oint_S B dS \cos\theta = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

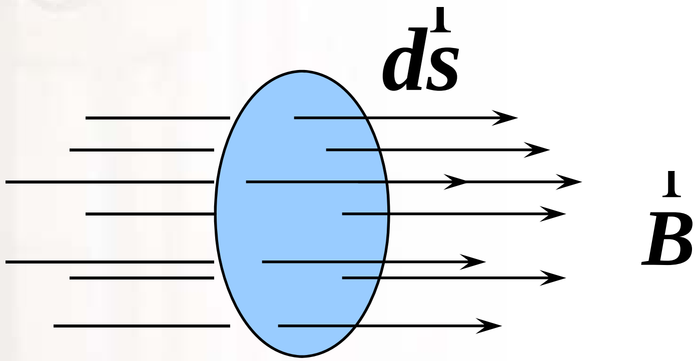
磁通量与磁场大小,面积大小和它们的夹角有关系

规定：dS 正方向为曲面上由内向外的法线方向。

则：磁力线穿入$\boldsymbol{\Phi}_m$为负，穿出$\boldsymbol{\Phi}_m$为正。

单位:韦伯 **Wb 1Wb=1T.m²**

通过无限小面元dS 的磁感应线数目$d\Phi_m$与dS 的比值称为磁感应线密度。我们规定磁场中某点的磁感应强度的值等于该点的磁感应线密度。



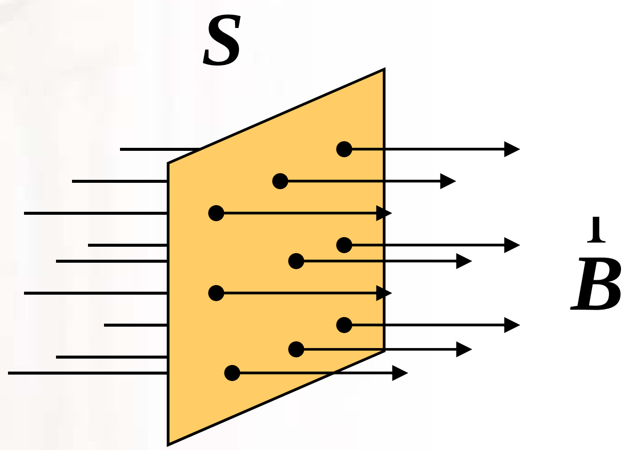
$$B = \frac{d\Phi_m}{ds}$$

又称磁通密度
(magnetic flux density)

2. 磁通量（magnetic flux）

通过磁场中任一面积的磁感应线数称为通过该面的磁通量，用Φ_m表示。

①均匀磁场，磁感应线垂直通过S



$$\Phi_m = BS$$

③磁场不均匀，*S* 为任意曲面

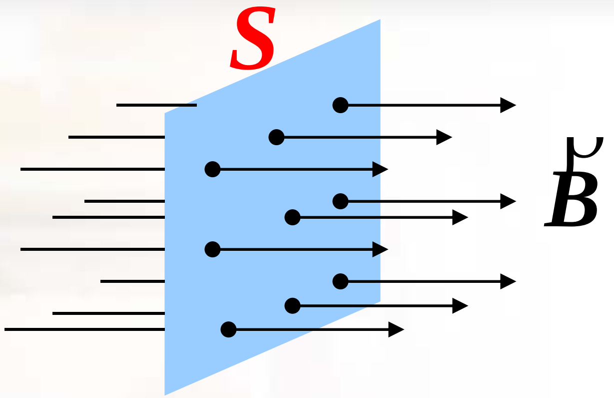
$$d\Phi_m = BdS\cos\theta = \vec{B}\cdot d\vec{S} \qquad \Phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

④*S* 为任意闭合曲面

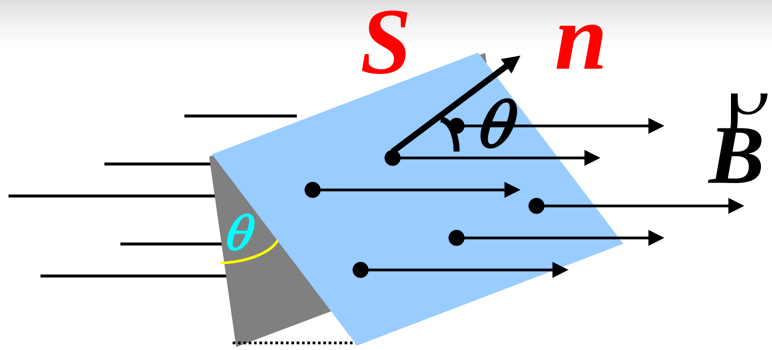
$$\Phi_m = \oint_S BdS\cos\theta = \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

规定：*dS*正方向为曲面上由内向外的法线方向。

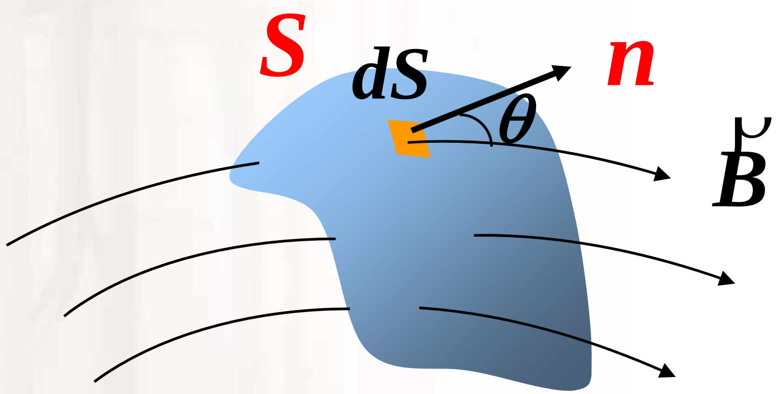
则　磁感应线穿入，Φ_m为负；穿出，Φ_m为正。



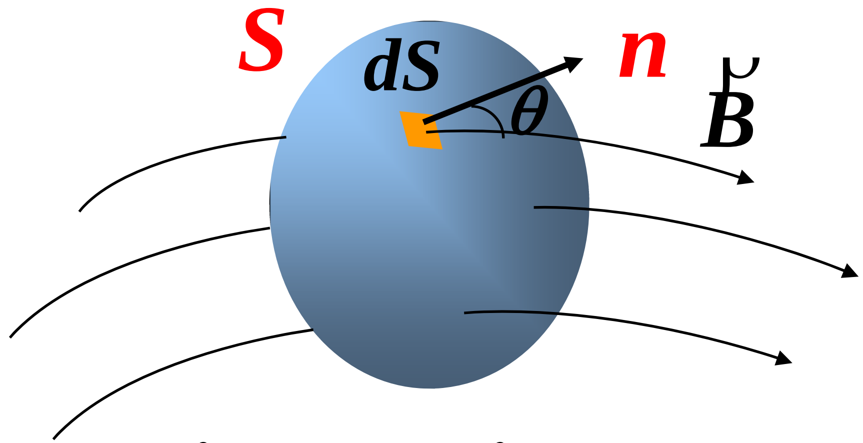
$$\Phi_m = BS$$



$$\Phi_m = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = BS\cos\theta$$



$$\Phi_m = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int BdS\cos\theta$$



$$\Phi_m = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int BdS\cos\theta$$

3.磁场中的高斯定理

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

—穿过任意闭合曲面的磁通量为零。

这是无磁单极的必然结果。

磁感应线是闭合的，因此它在任意封闭曲面的一侧穿入，必在另一侧全部穿出。

比较 $$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_Q \rho dV$$

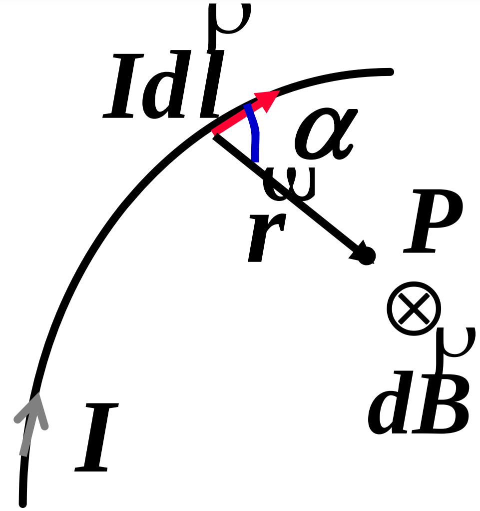
静电场中高斯定理反映静电场是有源场；

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

稳恒磁场的高斯定理反映稳恒磁场是无源场。

毕奥—萨伐尔定律

表述：电流元 $Id\vec{l}$ 在空间 P 点产生的磁场 $d\vec{B}$ 为：



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

在国际单位制中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m 称为真空磁导率

大小：$dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{Idl\sin\alpha}{r^2}$

方向：右手螺旋定则

磁感应强度遵从叠加原理：设有若干个电流元（或若干闭合电流）它们中的每一个都产生各自的磁场，那么，当这些电流元（或若干闭合电流）同时存在时，在空间某点的总磁感应强度等于所有电流元（或所有闭合电流）单独存在时在该点产生的磁场的磁感应强度的矢量和

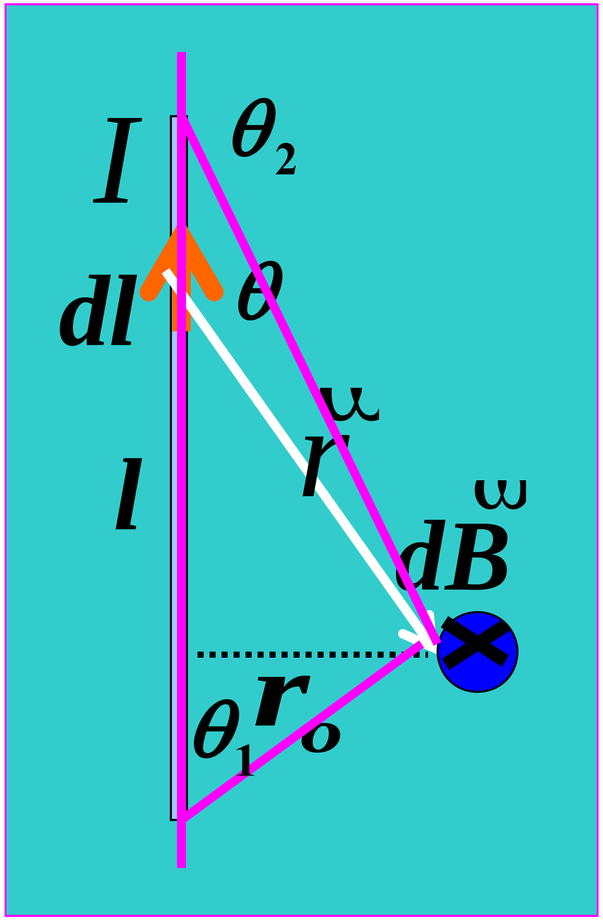
$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \int_L \frac{\mu_o I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$B = \int_L \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$

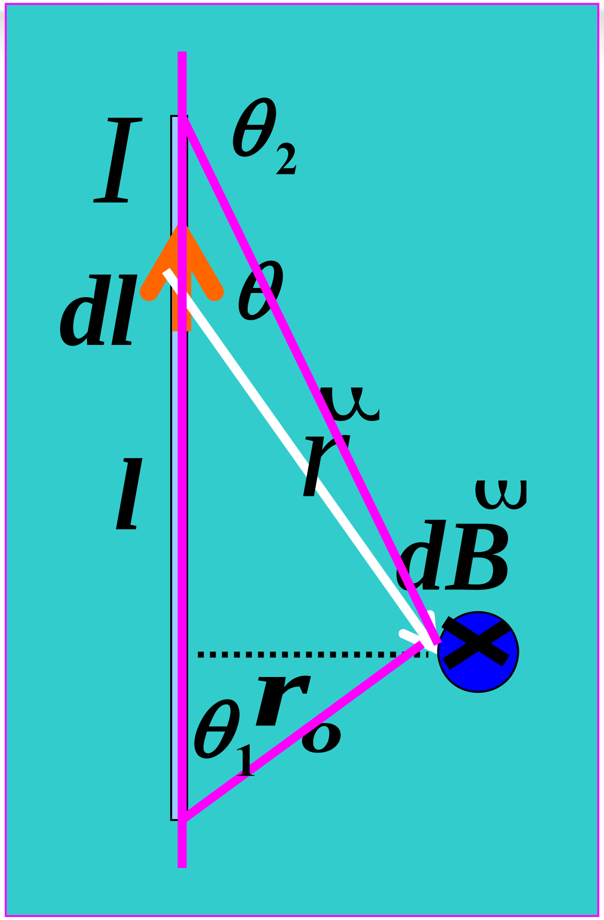
例1 直线电流的磁场。

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$



例1 直线电流的磁场。 $B=\int_L \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$

因为各电流元产生的磁场方向相同，磁场方向垂直纸面向里所以只求标量积分。磁场方向垂直纸面向里。



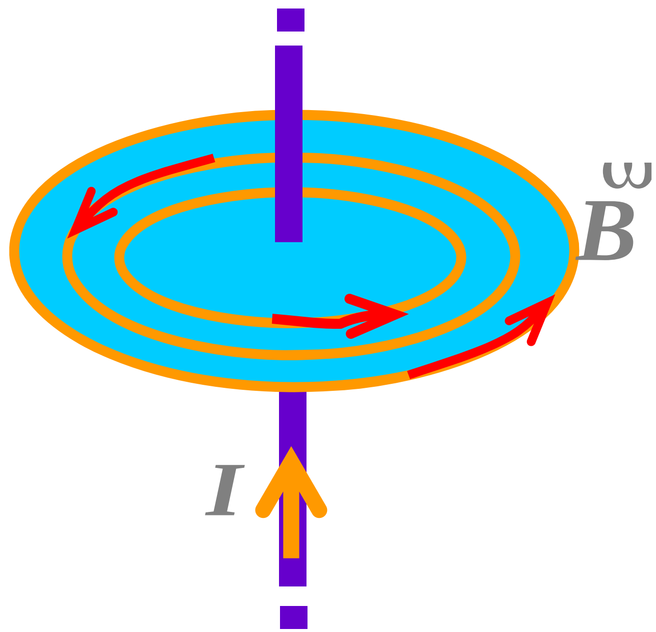
$\Theta\ l=-r\cos\theta$ $\qquad \therefore l=-r_o ctg\theta$

$\Theta\ r_o=r\sin\theta$ $\qquad \therefore dl=r_o d\theta/\sin^2\theta$

$$B=\int_L \frac{\mu_o I\cdot r_o d\theta\cdot\sin\theta}{4\pi\sin^2\theta\cdot r_o^2/\sin^2\theta}$$

$$=\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\cdot d\theta \quad =\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$$B=\frac{\mu_o I}{4\pi r_o}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$



磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向，与电流成右手螺旋关系，拇指表示电流方向，四指给出磁场方向。

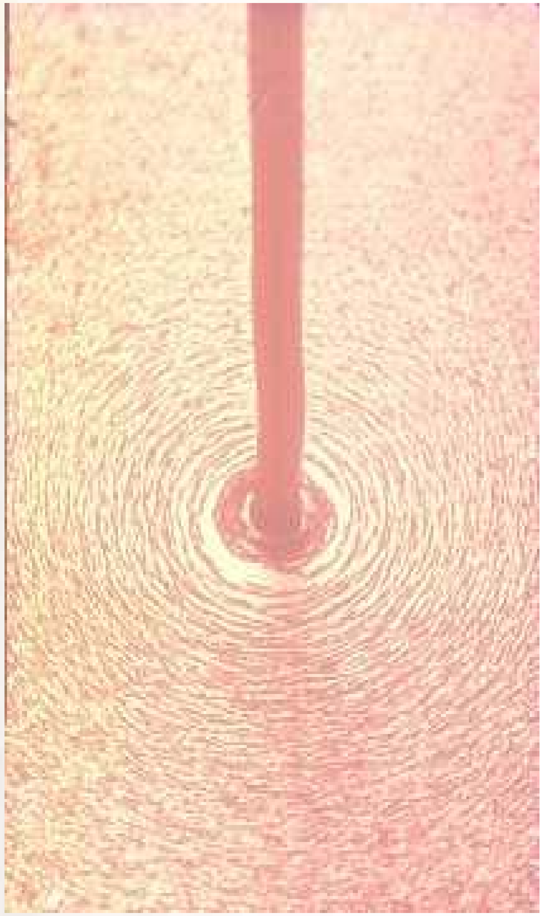
讨论：

当直线电流为“无限长”时

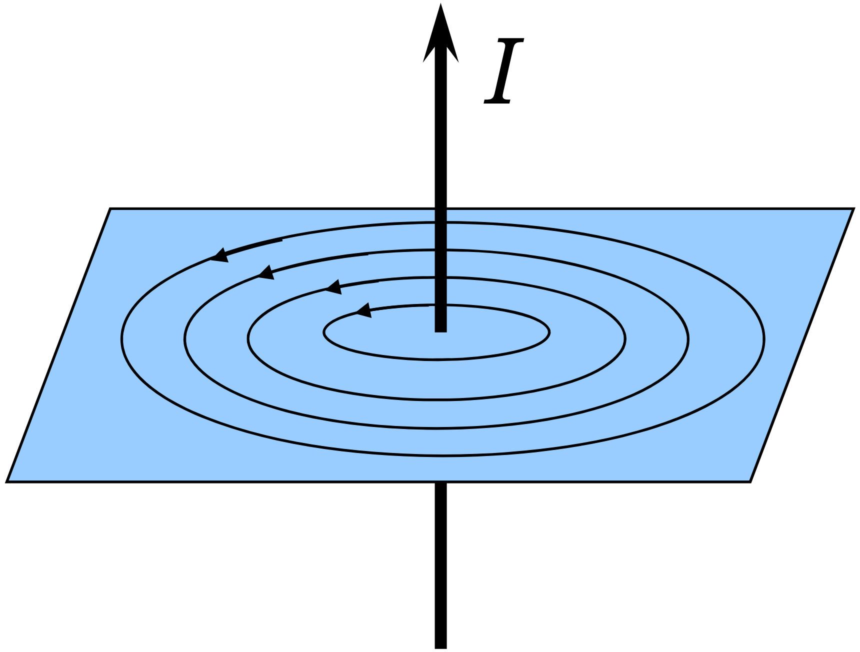
$\theta_1=0 \qquad \theta_2=\pi$

$$B=\frac{\mu_o I}{2\pi r_o}$$

直线电流的磁力线

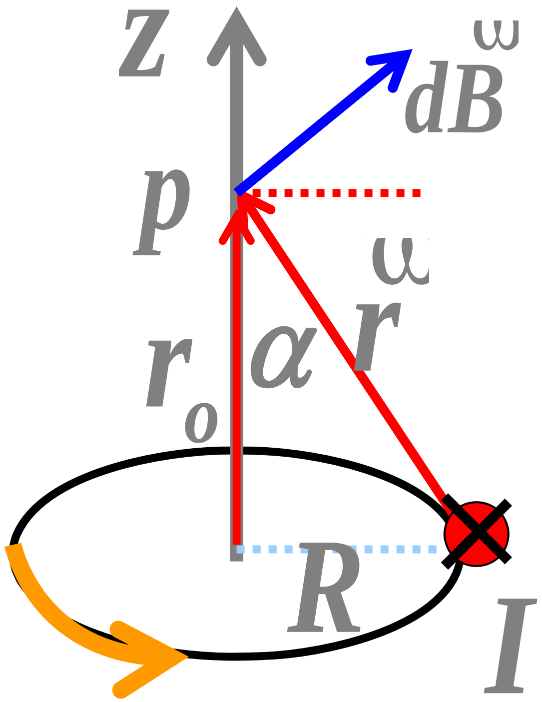


直线电流的磁感线



$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi r_o}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

例2 载流圆线圈在其轴上的磁场



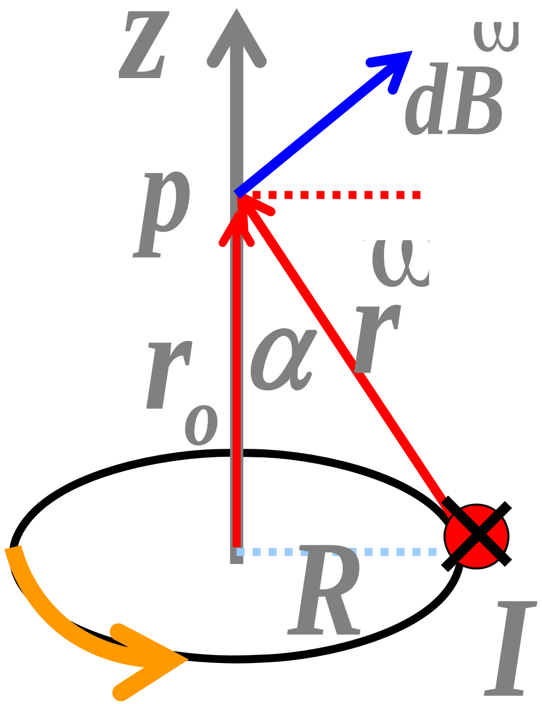
例2 载流圆线圈在其轴上的磁场

分析其磁场方向只有沿轴的分量，垂直于轴的分量和为零。

$$B_z = \oint dB \sin\alpha$$

$$\Theta\ dB = \frac{\mu_o I}{4\pi r^2} dl; \qquad \Theta\ r^2 = r_o^2 + R^2$$

$$\Theta\ \sin\alpha = \frac{R}{r}$$



代入以上积分不变量:

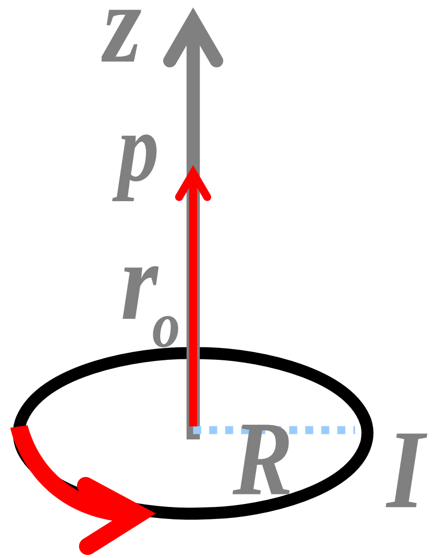
$$B_z = \frac{\mu_o I \cdot R}{4\pi r^3} \oint dl \qquad (\oint dl = 2\pi R)$$

$$B_z = \frac{\mu_o R^2 I}{2r^3} = \frac{\mu_o R^2 I}{2(R^2 + r_o^2)^{3/2}}$$

得出圆电流环，在其轴上一点的磁场，磁场方向与电流满足右手螺旋法则。

$$\vec{B} = \frac{\mu_o \vec{m}}{2\pi r^3}$$

磁矩 $\vec{m} = I\pi R^2 \hat{S}$



特殊的情况：

$r_0 = 0$ 圆电流环中心的场强

$$B = \frac{\mu_o I}{2R}$$

$r_o >> R$ 轴上很远的场强为

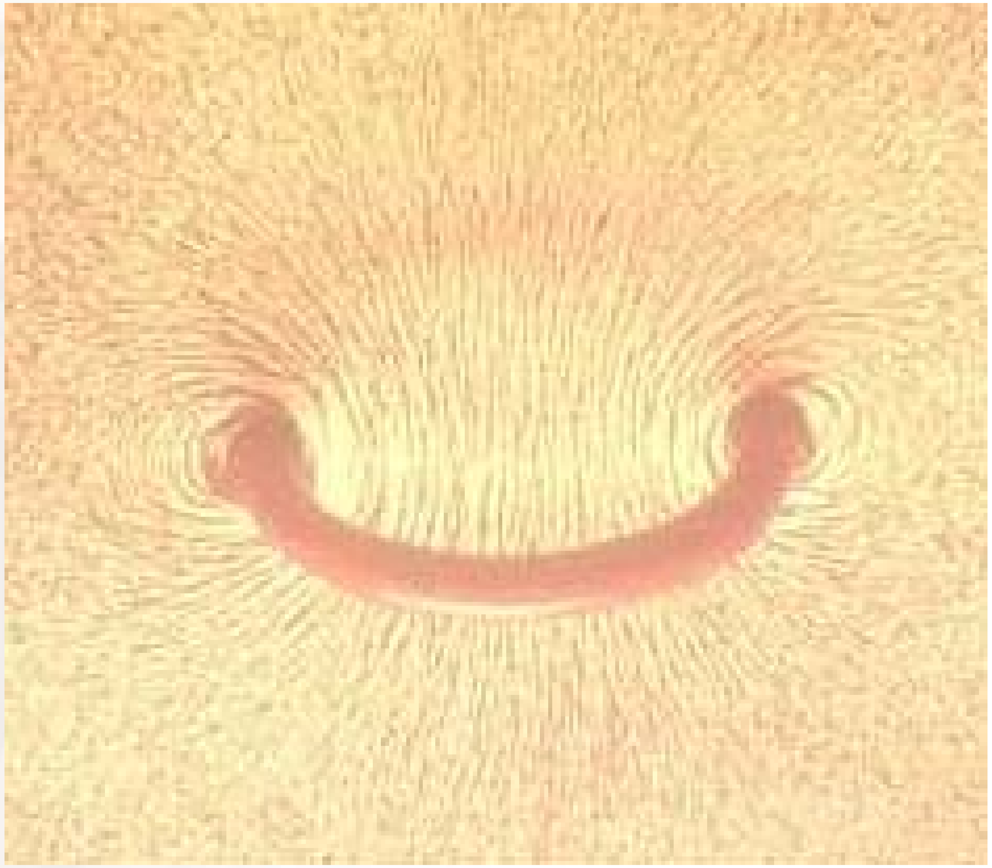
$$\vec{B} = \frac{2\mu_o \vec{m}}{4\pi r_o^3}$$

磁矩 $\vec{m} = I\pi R^2 \hat{S}$

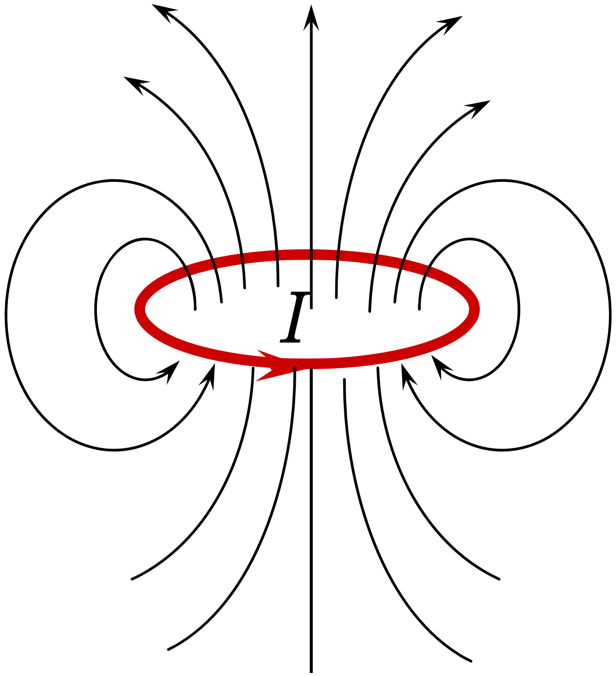
电偶极子　电偶极矩 $\vec{p}_e$ $- \longrightarrow +$

磁偶极子　磁偶极矩 $\vec{p}_m$ I

圆电流的磁力线



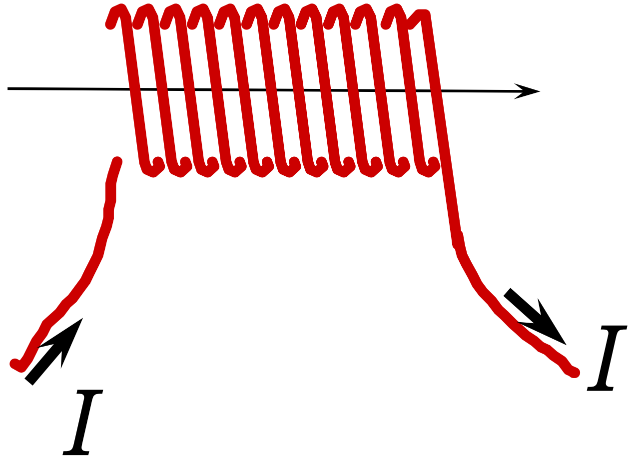
圆形电流的磁感线

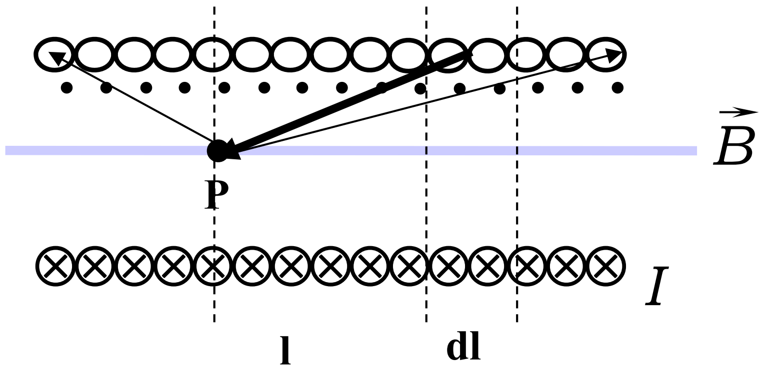


$$\vec{B} = \frac{\mu_o \vec{m}}{2\pi r^3}$$

例3 载流螺旋管在其轴上的磁场

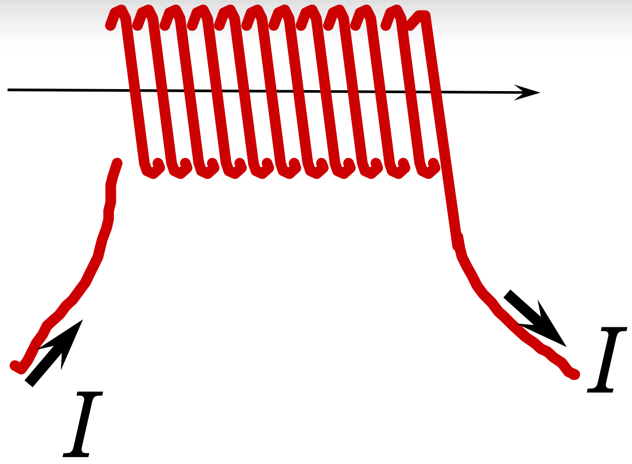
求半径为 R，总长度 L，单位长度上的匝数为 n 的螺线管在其轴线上一点的磁场？

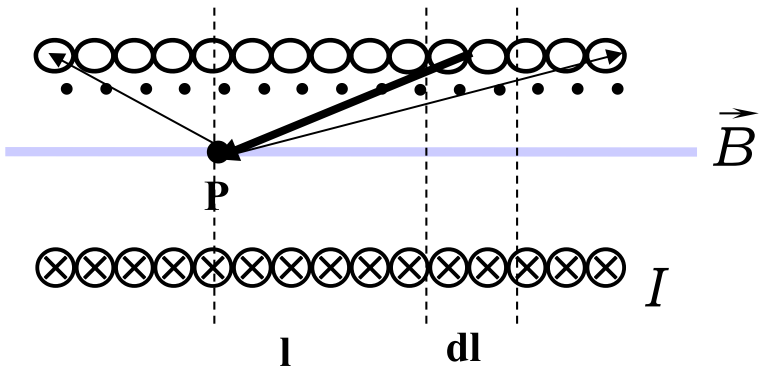




求半径为 ***R***，总长度 ***L***，单位长度上的匝数为 ***n*** 的螺线管在其轴线上一点的磁场？

解：长度为 **dl** 内的各匝圆线圈的总效果，是一匝圆电流线圈的 ***ndl*** 倍。





$$dI = nIdl$$

$$dm = SdI = \pi R^2 dI = \pi R^2 nIdl$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o d\vec{m}}{2\pi r^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o nIR^2 dl}{2r^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o n I R^2 dl}{2r^3}$$

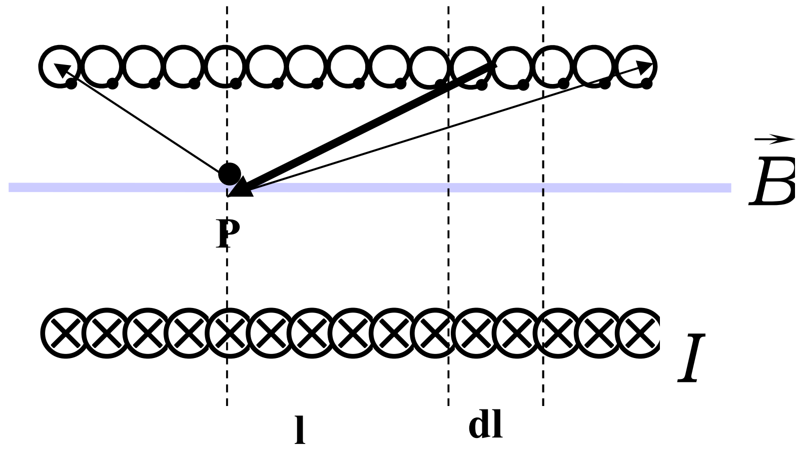
$$R = r\sin\theta \quad l = R\,ctg\,\theta$$

$$dl = -\frac{R}{\sin^2\theta}d\theta$$

$$d\vec{B} = -\frac{\mu_o n I}{2}\sin\theta d\theta$$

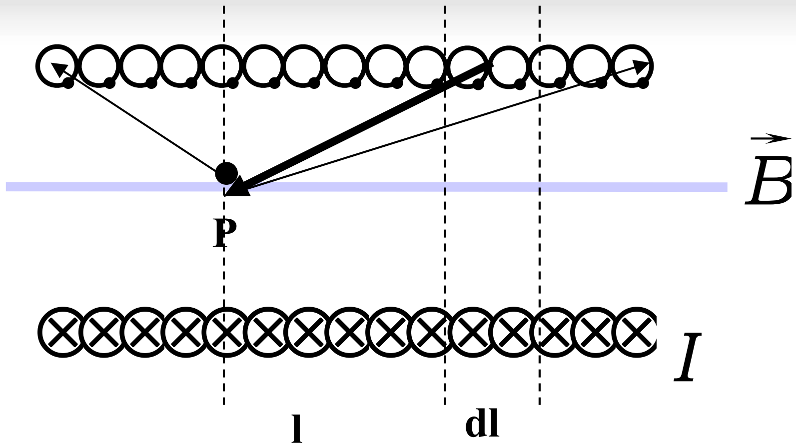
$$\vec{B} = -\int_{\theta 1}^{\theta 2}\frac{\mu_o n I}{2}\sin\theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_o n I}{2}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$



$$B=\frac{\mu_o nI}{2}(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$$

载流螺旋管在其轴上的磁场，磁场方向与电流满足右手螺旋法则。

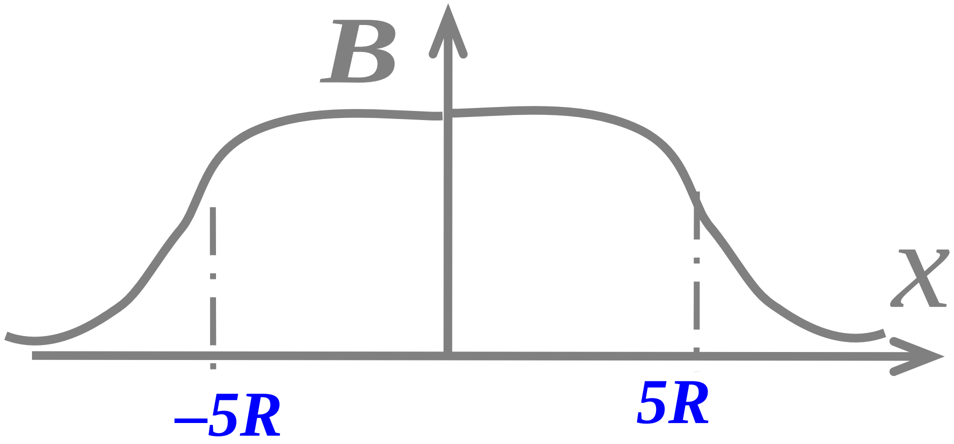


无限 $\theta_2=0,\theta_1=\pi \quad \therefore B=\mu_o nI$

一端 $\theta_1=\pi,\theta_2=\pi/2 \qquad \boldsymbol{B=\frac{1}{2}\mu_0 nI}$

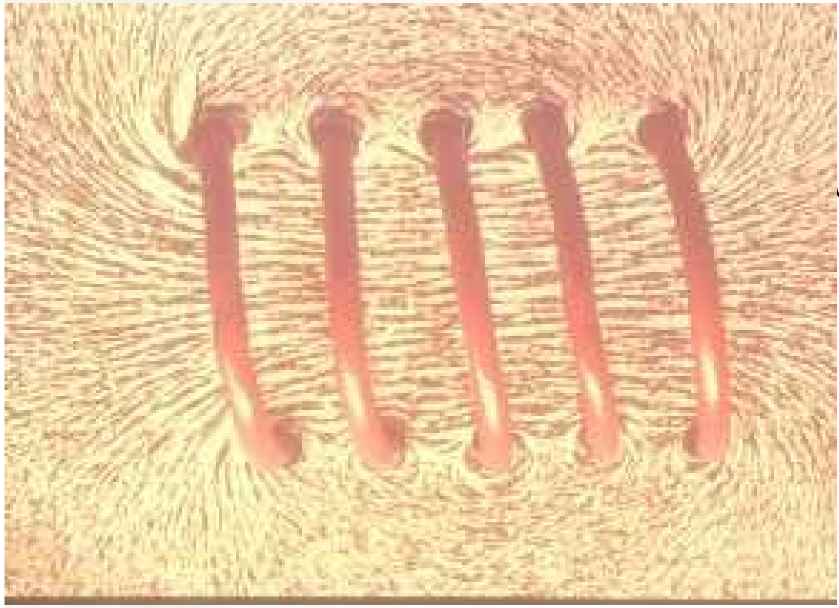
L =**10** R

在管端口处，磁场等于中心处的一半。

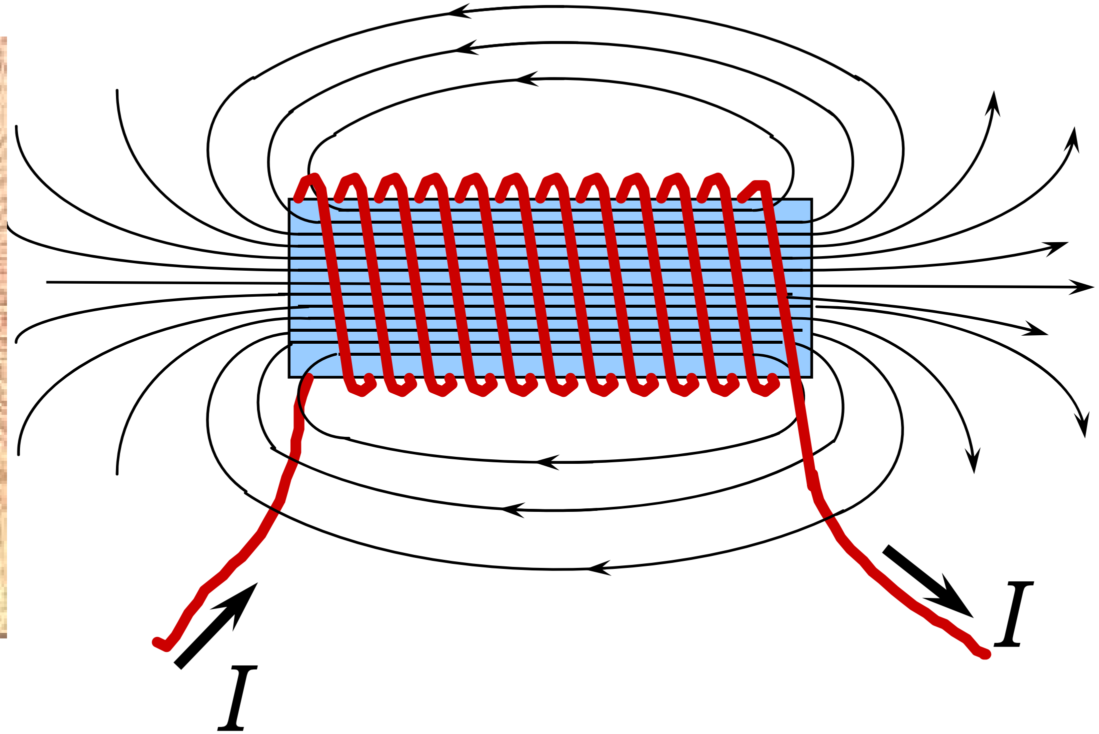


在距管轴中心约七个管半径处，磁场就几乎等于零了。

通电螺线管的磁力线

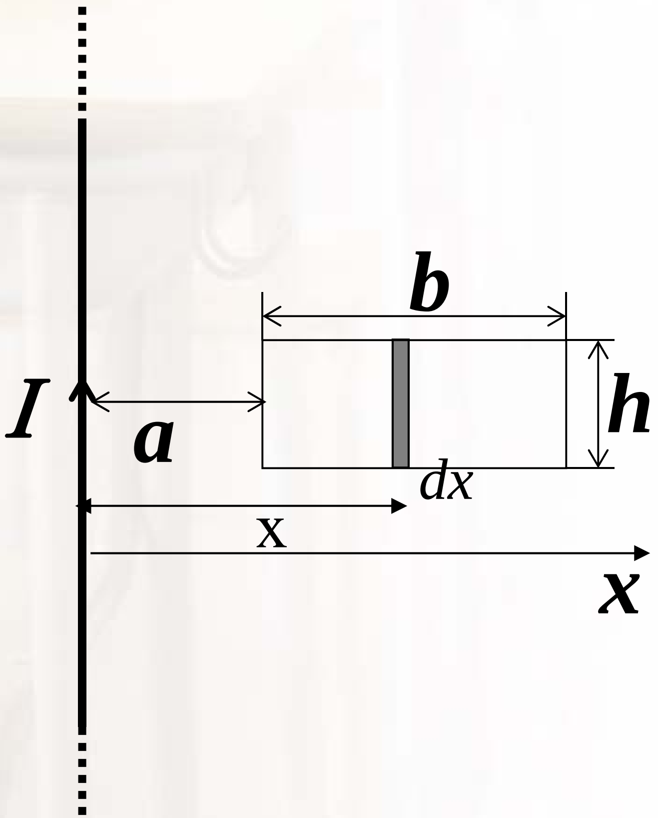


直螺线管电流的磁感线



$$B=\frac{\mu_o nI}{2}(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$$

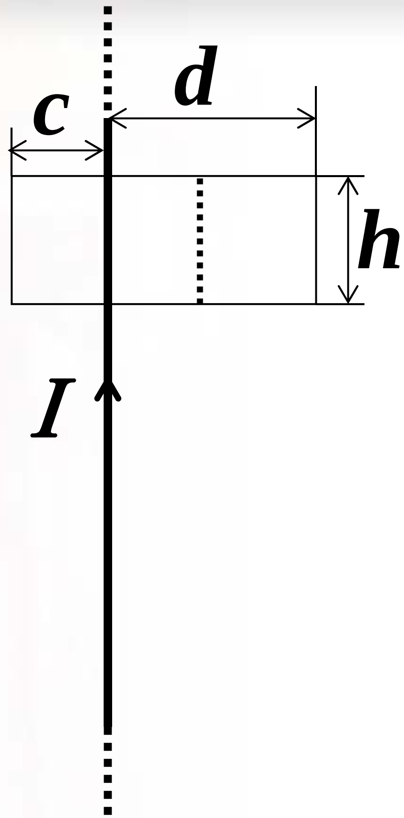
例. 载流长直导线的电流为I，它与一矩形共面，试求通过该矩形的磁通量?



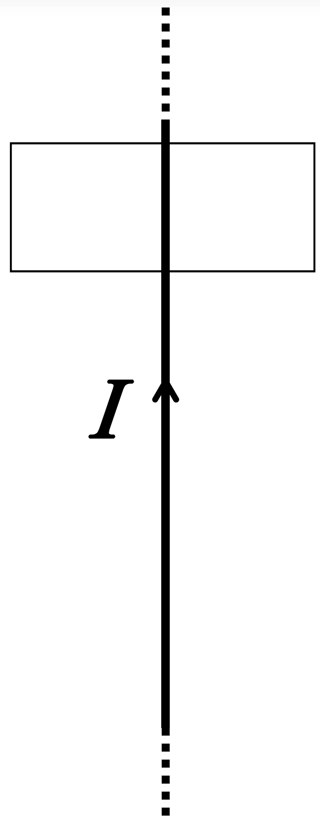
$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \qquad dS=hdx$$

$$\Phi_m=\int_a^{a+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}hdx$$

$$=\frac{\mu_0 Ih}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$



$$\Phi_m = \frac{\mu_0 I h}{2\pi}\ln\frac{d}{c}$$



$$\Phi_m = 0$$

谢谢！