

# 大学物理

主讲教师：李波

E-mail: bli@ee.ecnu.edu.cn

办公地点：闵行校区信息学院351

如何在物理上处理运动这个现象？

1：如何描述这么复杂的运动？

物质—> **质点**                      **质点运动学（第一章）**

2：物质为何会运动？

**力**与运动的关系？    **质点动力学（第二章）**

3：力与运动有密切关系！

力作用在物体上的时间：

力的时间效应    动量与角动量（第三章）

力作用在物体上使物体运动：

力的空间效应    功与能（第四章）

4：牛顿力学在刚体中的具体应用！（第五章 刚体的定轴转动）

5：物体在高速下的运动？（第六章 狭义相对论）

# 第一章 质点运动学

(Kinematics of particles)

# 第一章 质点运动 (Kinematics of particles)

$$\vec{r}(t_1), \quad \vec{r}(t_2), \quad \vec{r}(t_3) \dots \vec{r}(t_n) \quad \text{位置矢量}$$

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \quad \text{运动函数}$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k} \quad \vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y} + \frac{dz}{dt}\hat{z} \quad \vec{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} + v_z\hat{z} \quad v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \quad \vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{x} + \frac{dv_y}{dt}\hat{y} + \frac{dv_z}{dt}\hat{z}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{x} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{y} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{z} \quad \vec{a} = a_x\hat{x} + a_y\hat{y} + a_z\hat{z} \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

运动学的两类问题：

$$\vec{r}(t) \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{求导}} \\ \xleftarrow{\text{积分}} \end{array} \vec{v}, \vec{a}$$

## 匀加速运动

$$\begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a} t & & \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2} \boldsymbol{a} t^2 \end{array}$$

$\vec{a}$  为常矢量, 和  $\vec{v}_0$  在  
不在 一条直线上

直线 & 抛体运动

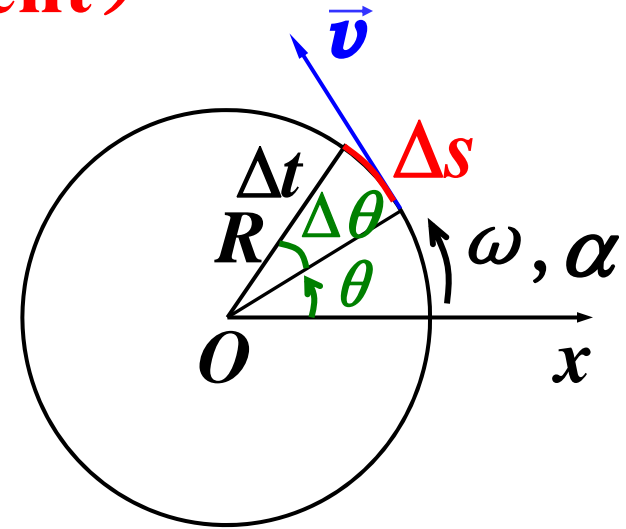
# 描述圆周运动的物理量

## 1.角位移 (angular displacement)

$$\Delta\theta$$

## 2.角速度 (angular velocity)

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$



## 3.角加速度 (angular acceleration) $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$

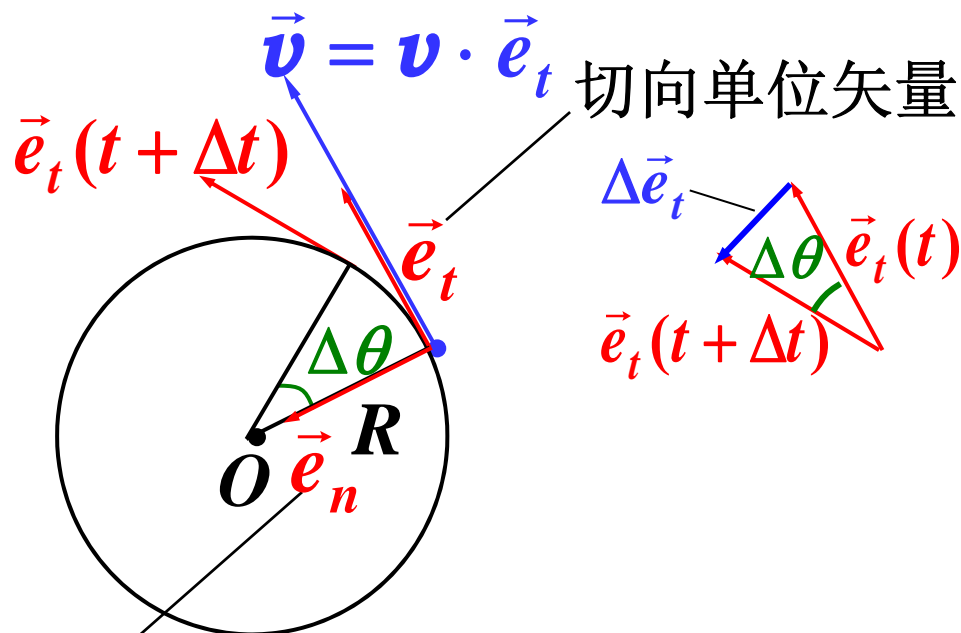
## 4.线速度 (linear velocity) $\boldsymbol{v} = \frac{ds}{dt} = \frac{Rd\theta}{dt} = R\omega$



## 5. 线加速度 (linear acceleration)

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{e}_t) \\ &= \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{e}_t + \vec{v} \frac{d\vec{e}_t}{dt}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{e}_t}{dt} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{e}_t}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_n \\ &= \omega \vec{e}_n = \frac{\vec{v}}{R} \vec{e}_n\end{aligned}$$



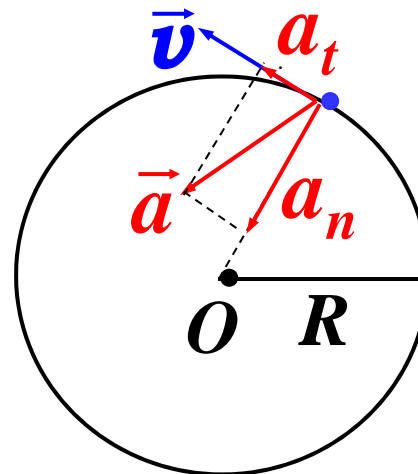
法向单位矢量

$\Delta t \rightarrow 0$  时,  $\Delta \theta \rightarrow 0$

$$|\Delta \vec{e}_t| = \Delta \theta \cdot |\vec{e}_t| = \Delta \theta$$

$$\begin{aligned}\Delta \vec{e}_t \perp \vec{e}_t &\rightarrow \Delta \vec{e}_t \parallel \vec{e}_n \\ &\rightarrow \Delta \vec{e}_t = \Delta \theta \cdot \vec{e}_n\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \quad \vec{a} &= \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \vec{e}_t + \frac{\boldsymbol{v}^2}{R} \vec{e}_n \\
 &= a_t \cdot \vec{e}_t + a_n \cdot \vec{e}_n
 \end{aligned}$$



$$a_t = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

— 切向加速度  
(**tangential acceleration**)

$a_t$ 是引起速度大小改变的加速度。

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

— 法向加速度  
(**normal acceleration**)

或 向心加速度  
(**centripetal acceleration**)

$a_n$ 是引起速度方向改变的加速度。

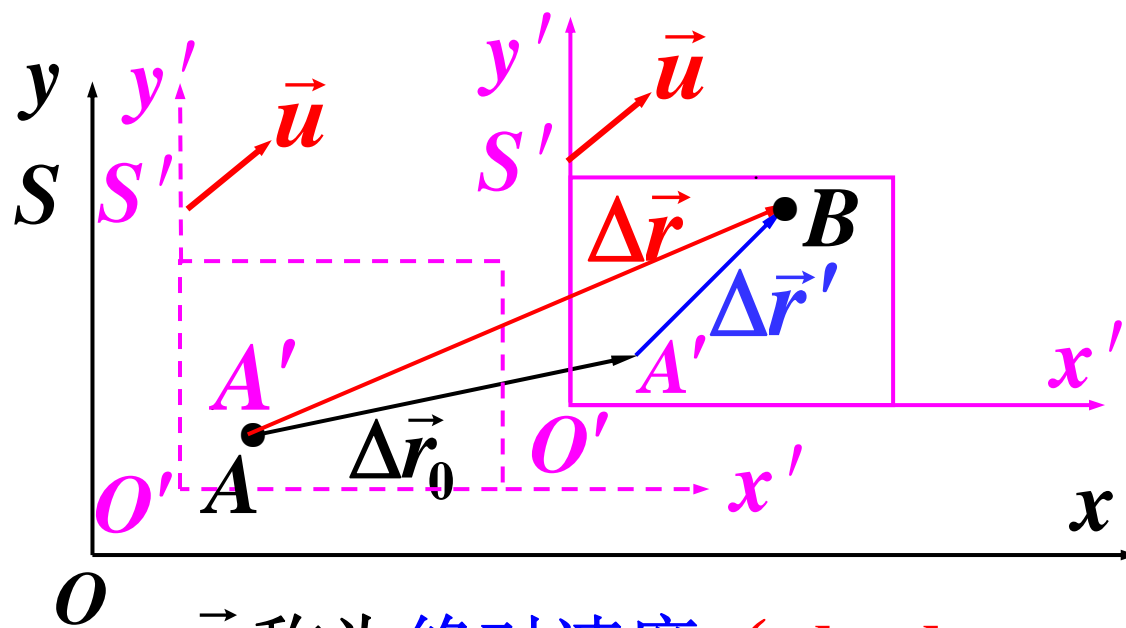
## 角量与线量的关系

$$\text{线量} \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{v} = R\omega \\ a_t = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = R\alpha \\ a_n = \frac{\boldsymbol{v}^2}{R} = R\omega^2 \end{array} \right\} \text{角量}$$

## § 1.6 相对运动 (relative motion)

相对运动是指不同参考系中观察同一物体的运动。

仅讨论一参考系  $S'$  相对另一参考系  $S$  以速度  $\vec{u}$  平动时的情形：



位移关系：

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}' + \Delta\vec{r}_0$$

速度关系：

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

$\vec{v}$  称为绝对速度 (absolute velocity)

$\vec{v}'$  称为相对速度 (relative velocity)

$\vec{u}$  称为牵连速度 (connected velocity)

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}} \text{ 称为伽利略速度变换}$$

(Galilean velocity transformation)

加速度关系：在  $S'$  相对于  $S$  平动的条件下

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0}$$

若  $\vec{u} = \text{const.}$  则  $\vec{a}_0 = \frac{d\vec{u}}{dt} = 0$ , 有  $\vec{a} = \vec{a}'$

几点说明:

1. 以上结论是在绝对时空观下得出的:

只有假定“长度的测量不依赖于参考系”  
(空间的绝对性), 才能给出位移关系式:

$$\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}' + \Delta \vec{r}_0$$

只有假定“时间的测量不依赖于参考系”  
(时间的绝对性), 才能进一步给出关系式:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$$

**绝对时空观只在  $u \ll c$  时才成立。**

2.不可将速度的合成与分解和伽利略速度变换关系相混。

速度的合成是在同一个参考系中进行的，  
总能够成立；

伽利略速度变换则应用于两个参考系之间，  
只在 $u \ll c$ 时才成立。



# 本章目录

§ 2.1 牛顿运动定律

§ 2.2 SI单位和量纲

§ 2.3 常见的几种力

§ 2.4 基本的自然力

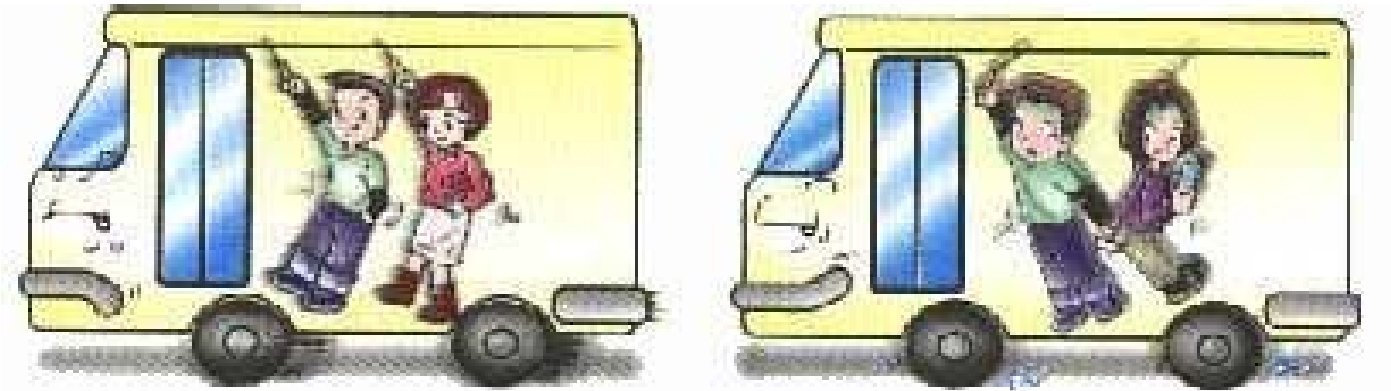
§ 2.5 牛顿定律应用举例

§ 2.6 非惯性系和惯性力

## △ § 2.1 牛顿运动定律

### ▲ 第一定律

(First law, Inertia law)



(惯性定律)

## △ § 2.1 牛顿运动定律

### ▲ 第一定律（惯性定律）（**First law, Inertia law**）

任何物体都保持静止或匀速直线运动的状态，  
除非作用在它上面的力迫使它改变这种状态。

第一定律  
的意义： { 定性给出了“力”与“惯性”的概念  
              定义了“惯性系”（**inertial frame**）

## ▲ 第二定律 (Second law)

运动的变化与所加的动力成正比，并且发生在力所沿的直线方向

$\vec{F}$  : 物体所受的合外力。

$m$  : 质量 (**mass**)，它是物体惯性大小的量度，也称惯性质量 (**inertial mass**)。

若  $m = \text{const.}$ ，则有：

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

$\vec{a}$  : 物体的加速度。

## ▲ 第二定律 (Second law)

$$\vec{F} = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$\vec{F}$  : 物体所受的合外力。

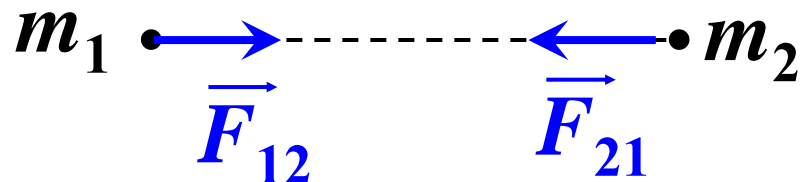
$m$  : 质量 (**mass**) , 它是物体惯性大小的量度, 也称惯性质量 (**inertial mass**) 。

若  $m = \text{const.}$  , 则有:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{a}$  : 物体的加速度。

## ▲ 第三定律 (Third Law)



$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

作用力与反作用力





## 对牛顿定律的说明：

1. 牛顿定律只适用于惯性系；

2. 牛顿定律是对质点而言的，而一般物体可认为由质点的集合组成，故牛顿定律具有普遍意义。

3. 牛顿三定律是一个整体：

第一定律说明了任何物体都有惯性；

第二定律进一步说明了物体的惯性，物体的机械运动状态的改变及物体与其它物体相互作用三者的关系；

第三定律则说明了力出现的性质，即力是物体之间的相互作用，力是成对出现的，而且性质相同。



# 量纲

基本量：七个基本物理量长度、质量、时间、电流、热力学温度、物质的量、发光强度

导出量： 速度，加速度，力……

量纲相同：加减，写出等式

## Δ § 2.2 常见的几种力

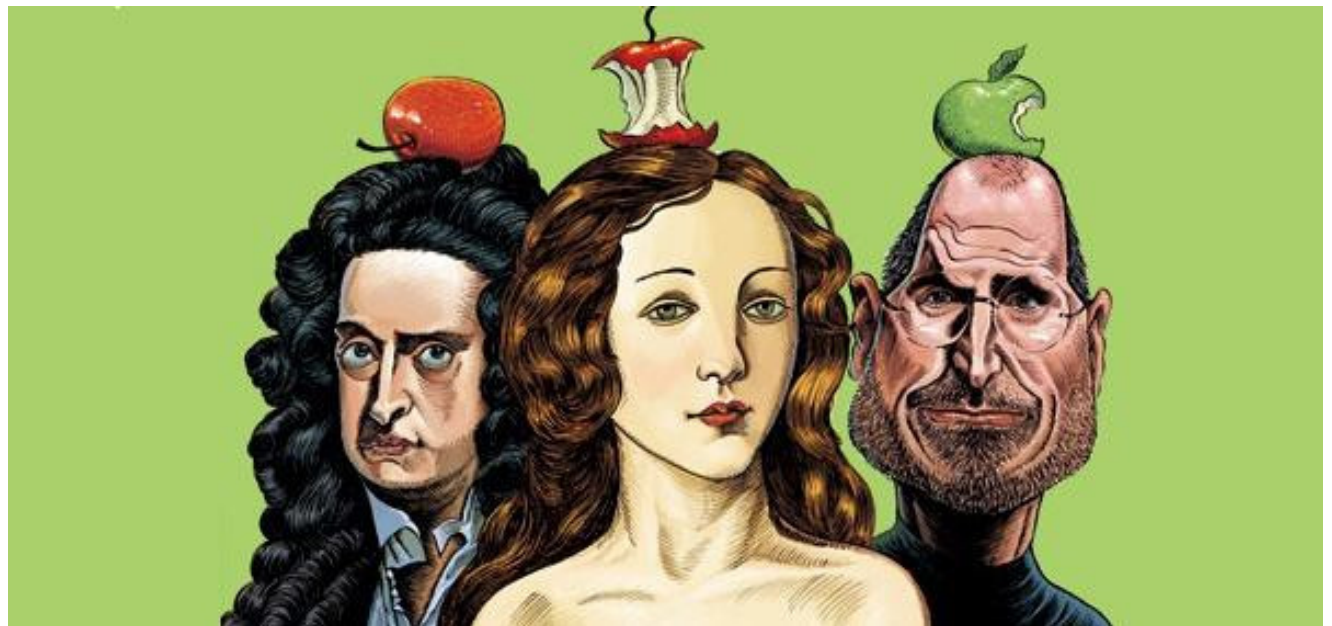
### 1、重 力：(Weight)

地球表面附近的物体受到地球的吸引作用。

重力加速度为： $g$

根据牛顿第二运动定律有： $\vec{G} = m \vec{g}$

万有引力



## △ § 2.2 常见的几种力

### 2、弹性力: (Elastic force)

物体由于形变后要恢复原状，而产生的力

压力

拉力(张力)

弹性回复力

胡克定律

$$\mathbf{f} = -\mathbf{kx}$$

## Δ § 2.2 常见的几种力

### 3、摩擦力： (Frictional force)

相互接触的物体在沿接触面相对运动时，或有相对运动趋势时，在接触面之间产生一对阻止相对运动的力。

{	静摩擦力	$f_{s\max} = \mu_s N$
	滑动摩擦力	$f_k = \mu_k N$
	滚动摩擦力等	

材料 A	材料 B	摩擦系数			
		干摩擦条件		润滑摩擦条件	
		静摩擦	滑动摩擦	静摩擦	滑动摩擦
铝	铝	1.05-1.35	1.4	0.3	
铝	低碳钢	0.61	0.47		
制动材料	铸铁	0.4			
制动材料	铸铁(湿)	0.2			
黄铜	铸铁		0.3		
砌块	木头	0.6			
青铜	铸铁		0.22		
青铜	钢			0.16	
镉	镉	0.5		0.05	
镉	低碳钢		0.46		
铸铁	铸铁	1.1	0.15		0.07
铸铁	橡胶		0.49		0.075
铬	铬	0.41		0.34	
铜	铸铁	1.05	0.29		
铜	铜	1.0		0.08	
铜	低碳钢	0.53	0.36		0.18
铅铜合金	钢	0.22		-	
金刚石	金刚石	0.1		0.05 - 0.1	
金刚石	金属	0.1 -0.15		0.1	
玻璃	玻璃	0.9 - 1.0	0.4	0.1 - 0.6	0.09-0.12
玻璃	金属	0.5 -		0.2 -	

## △ § 2.2 常见的几种力

### 4、流体阻力: (Fluid resistance)

(液体或气体)

通常有  $f_d = k v$  (相对速率较小时)

$f_d = k v^2$  (相对速率较大时)

**k** 黏度, 密度

## △ § 2.2 常见的几种力

### 5、表面张力: (Fluid resistance) (液体)



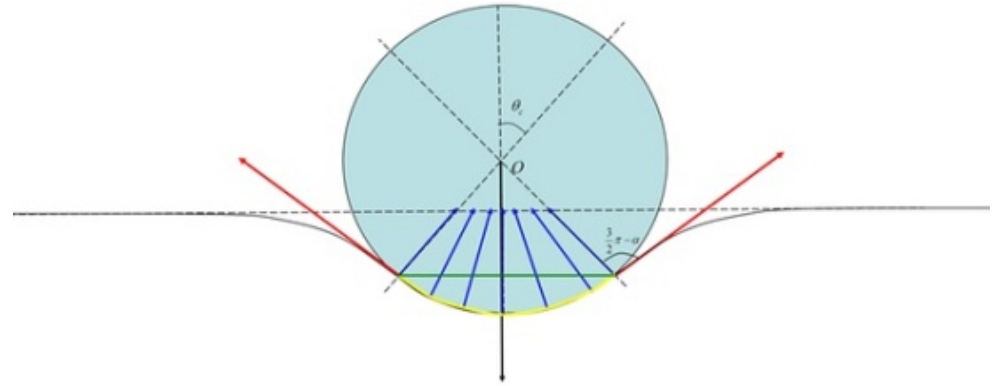
## △ § 2.2 常见的几种力

### 5、表面张力: (Fluid resistance) (液体)

液体具有收缩其表面，使表面积达到最小的趋势。这说明液体表面存在着张力，这种张力称为表面张力

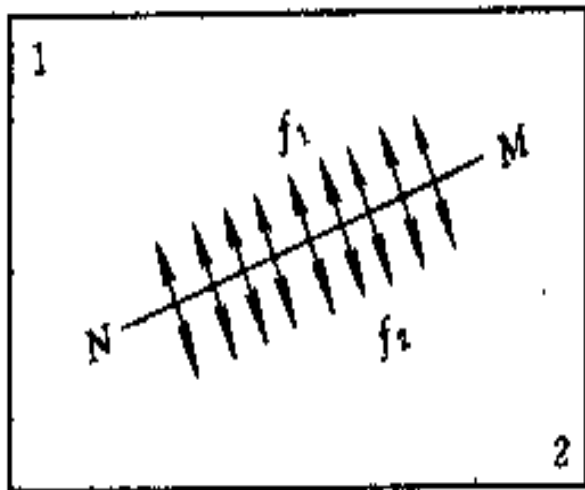


## $\Delta$ § 2.2 常见的几种力



### 5、表面张力: (Fluid resistance) (液体)

实验表明： $f_1$ 、 $f_2$ 都与液面相切，并与分界线MN相垂直，大小相等，方向相反。而表面张力的大小F是和液面设想的分界线MN的长度L成正比的，因此有



$$F = \gamma L$$

$\gamma$ ——液体的表面张力系数，其在数值上等于沿液体表面作用在分界线单位长度上的表面张力。

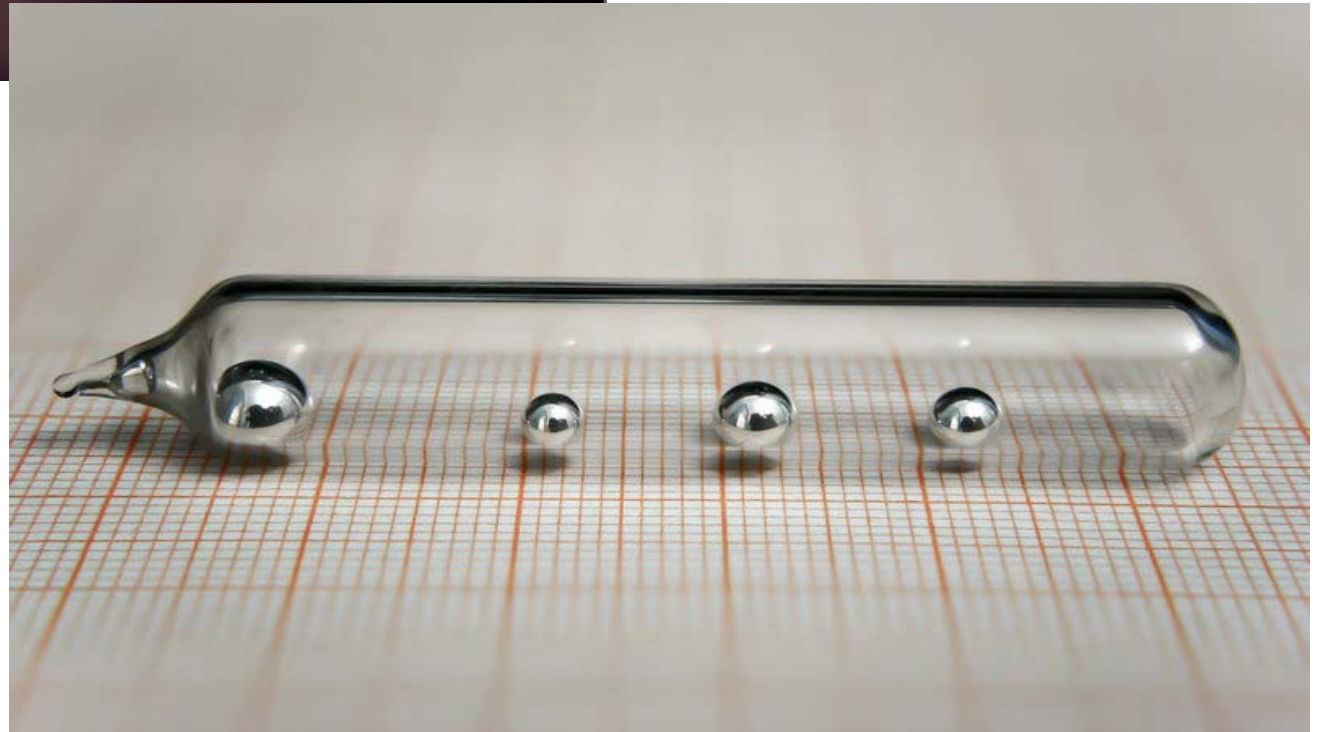
在国际单位制中， $\gamma$ 的单位是 ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ )

## Δ § 2.2 常见的几种力

### 5、表面张力: (Fluid resistance) (液体)

表 7-3 不同液体与空气接触时的表面张力系数  $\alpha$

液 体	温度(℃)	$\alpha(\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \text{或} \text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	液 体	温度(℃)	$\alpha(\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \text{或} \text{N} \cdot \text{m}^{-1})$
丙酮	20	0.0237	肥皂液	20	0.025
甲醇	20	0.0226	溴化钠	熔点	0.103
苯	20	0.0228	水	0	0.0756
氯仿	20	0.0271	水	20	0.0728
甘油	20	0.0634	水	30	0.0712
水银	15	0.487	水	100	0.0589



## △ § 2.3 基本的自然力

### 1、万有引力: (Gravitation)

任何物体与物体之间都存在着相互吸引的力，这种力称为万有引力。

### 2、电磁力: (Electromagnetic force)

存在于静止电荷以及运动电荷之间的电性力和磁性力，统称为电磁力。在微观领域中，有些不带电的中性粒子也参与电磁相互作用。

### 3、强 力: (Strong nuclear force)

在微观领域中的一种短程力，存在于强子（核子、介子和超子）之间。

### 4、弱 力: (weak nuclear force)

微观领域中的一种短程力，存在于强子和轻子（电子、中微子、 $\mu$ 子等）之间。

## 基本自然力的性质与特征

力的种类	万有引力	电磁力	弱力	强力
力程	$\infty$ 长程力	$\infty$ 长程力	$<10^{-17}\text{m}$ 短程力	$<10^{-15}\text{m}$ 短程力
强度*	$10^{-34}\text{N}$	$10^2\text{N}$	$10^{-2}\text{N}$	$10^4\text{N}$
相互作用物体	一切物体之间	一切带电粒子之间	多数粒子之间	强子之间 (核子、介子、超子)
传递媒介*	引力子 (尚未发现)	光子 $\gamma$	中间玻色子 $W^{\pm}, Z^0$ (1983 年发现)	胶子 $G$ (已被间接确认尚未被分离出来)
其他特点	大尺度范围内起决定作用 (天体)		主要发生在粒子衰变及俘获过程中	

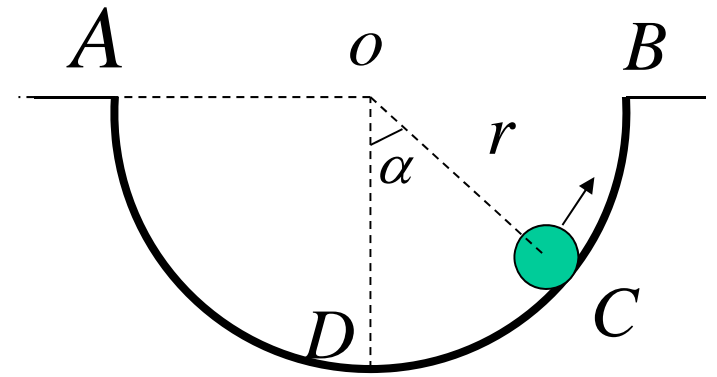
## ★ 物理学家的目标

- 四种力可否从一种更基本、更简单的力导出？
- 各种力是否能统一在一种一般的理论中？

## ★ 已做和待做的工作：

- 20世纪20年代,爱因斯坦最早着手这一工作。  
最初是想统一电磁力和引力，但未成功。
- 弱、电统一:1967年温伯格等提出理论  
1983年实验证实理论预言
- 大统一 :弱、电、强 统一已提出一些理论  
因目前加速器能量不够而无法实验证实。  
(需要 $10^{15}\text{Gev}$ , 现 $10^3\text{Gev}$ )
- 超大统一:四种力的统一

例：一质量为 $m$ 的小球最初位于如图所示的A点，然后沿半径为 $r$ 的光滑圆轨道ADC $B$ 下滑。试求小球到达点C时的角速度和对圆轨道的作用力。



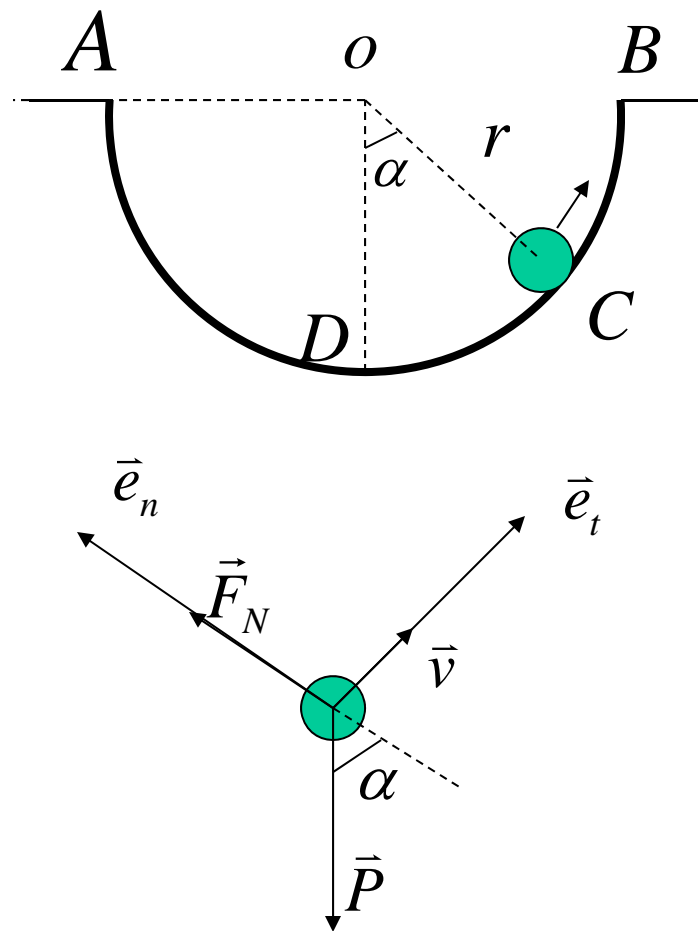
**解答：**小球在运动过程是受到重力 $\mathbf{P}$ 和圆轨道对它的支持力 $\mathbf{F}_N$ ,取如图所示的自然坐标系,由牛顿定律得:

$$F_t = -mg \sin \alpha = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

$$F_n = F_N - mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R} \quad (2)$$

由  $v = \frac{ds}{dt} = \frac{rd\alpha}{dt}$ , 得  $dt = \frac{rd\alpha}{v}$

代入(1)式,并根据小球从点A运动到点C的始末条件,进行积分,有:





$$\int_0^v v dv = \int_{90^\circ}^\alpha (-rg \sin \alpha) d\alpha$$

得：  $v = \sqrt{2rg \cos \alpha}$

则小球在点C的角速度为：  $\omega = \frac{v}{r} = \sqrt{(2g \cos \alpha) / r}$

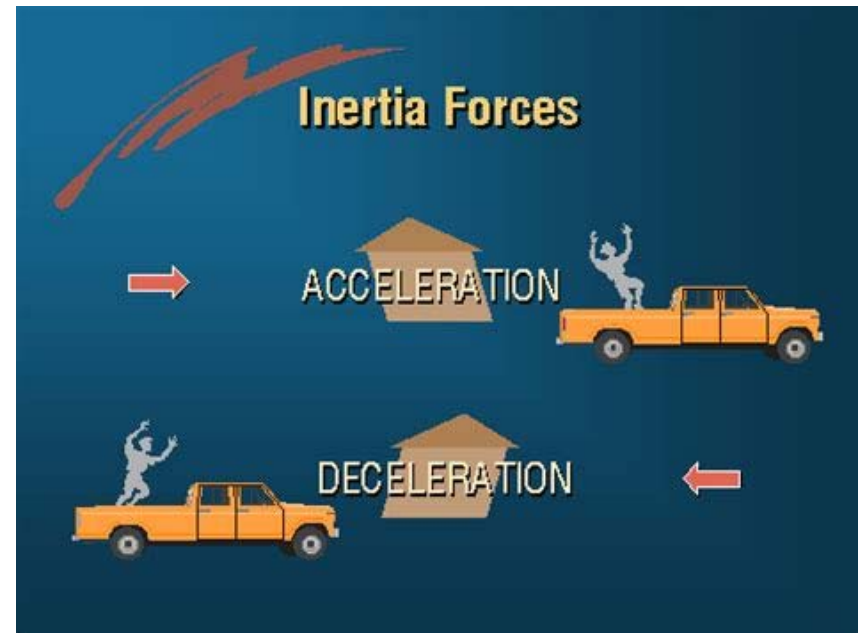
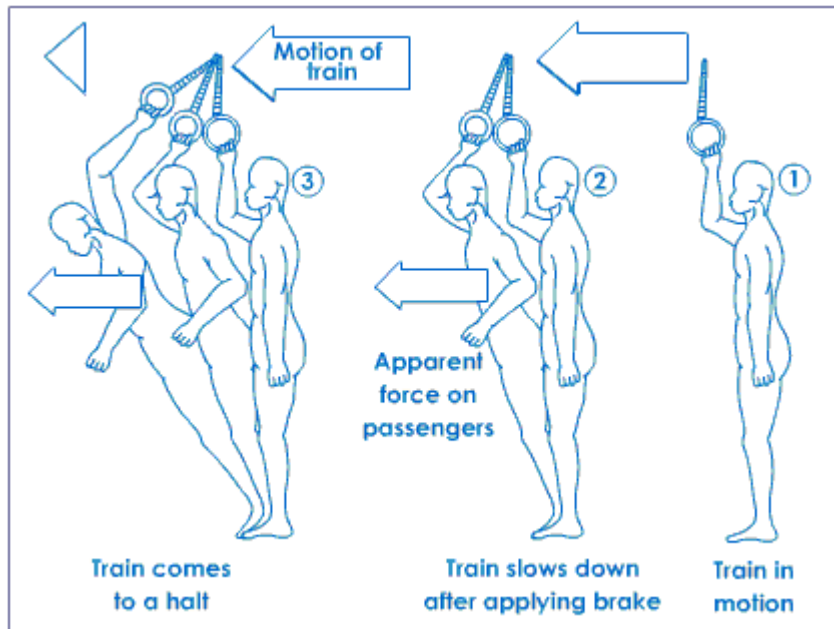
由式(2)得：  $F_N = \frac{mv^2}{r} + mg \cos \alpha = 3mg \cos \alpha$

由此可得小球对圆轨道的作用力为：

$$F'_N = -F_N = -3mg \cos \alpha$$

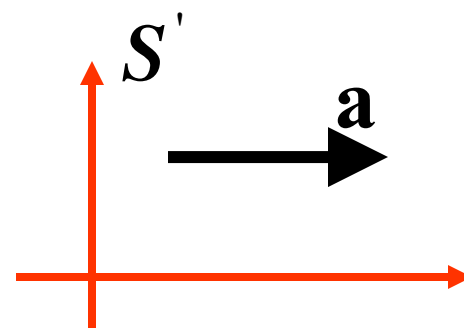
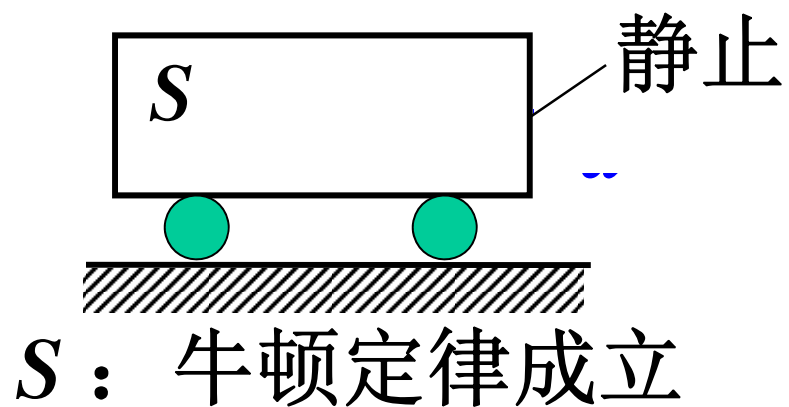
负号表示  $\vec{F}'_N$  与  $\vec{e}_n$  反向.

## § 2.5 非惯性系和惯性力



牛顿定律仅适用于惯性系。

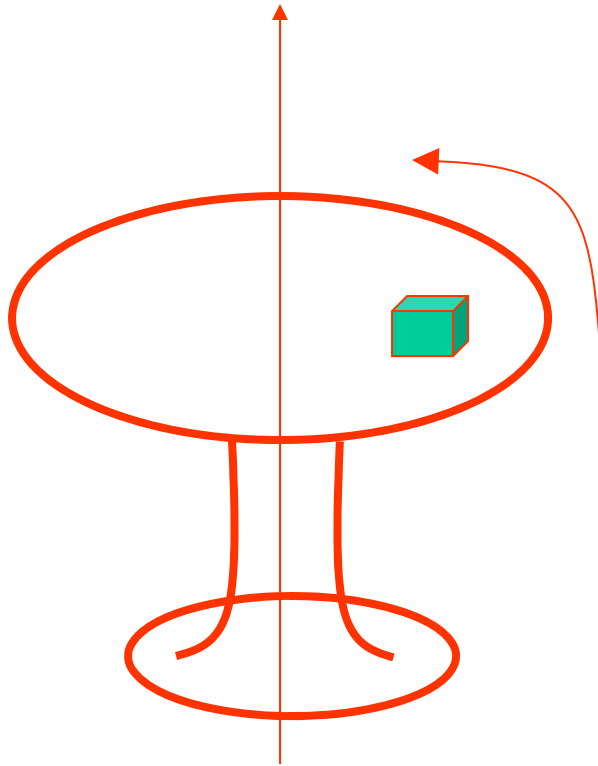
例如：



$S'$  : 牛顿定律不成立 (Newton's laws do not hold in  $S'$ )

牛顿定律仅适用于惯性系。

例如：



$S'$ ：观察者站在圆盘上

$S'$ ：牛顿定律不成立

$S$ ：牛顿定律成立

为何还要在非惯性系中研究问题呢？

▲有些问题需要在非惯性系中研究，

如：

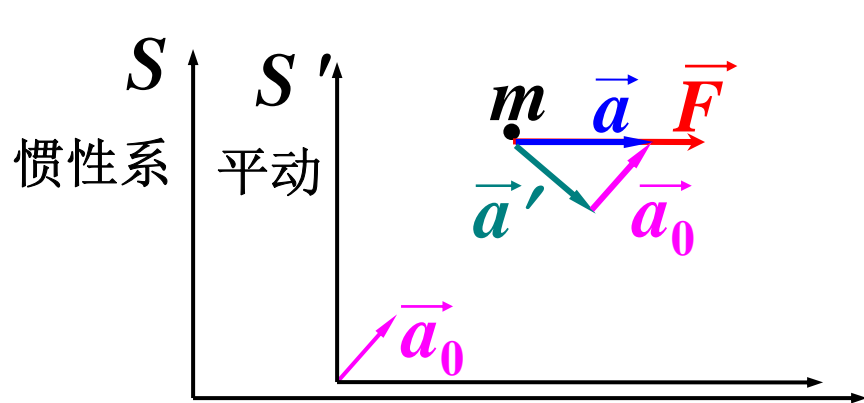
地面参考系，地球自转加速度  $a \approx 3.4 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$ （赤道）

地心参考系，地球绕太阳公转加速度  $a \approx 6 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$

太阳参考系，太阳绕银河系转加速度  $a \approx 1.8 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$

▲有些问题在非惯性系中研究较为方便。

# 一. 平动非惯性系中的惯性力



$$S : \quad \vec{F} = m \vec{a}$$

$$S' : \quad \vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_0 \neq \vec{a}$$

$$\vec{F}' = \vec{F}, \quad m' = m,$$

故  $\vec{F}' \neq m' \vec{a}'$

修改牛顿第二定律，使之于适用平动非惯性系：

$$\text{由} \quad \vec{F} = m \vec{a} = m (\vec{a}' + \vec{a}_0) = m \vec{a}' + m \vec{a}_0$$

$$\text{得} \quad \vec{F} - m \vec{a}_0 = m \vec{a}'$$

定义惯性力 (inertial force) —

$$\vec{F}_0 = -m \vec{a}_0$$

则有

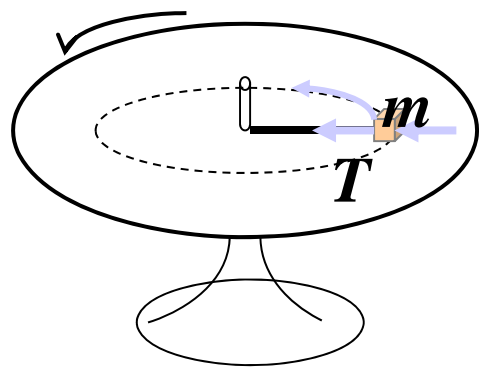
$$\vec{F} + \vec{F}_0 = m \vec{a}'$$

— 非惯性系中的  
牛顿第二定律

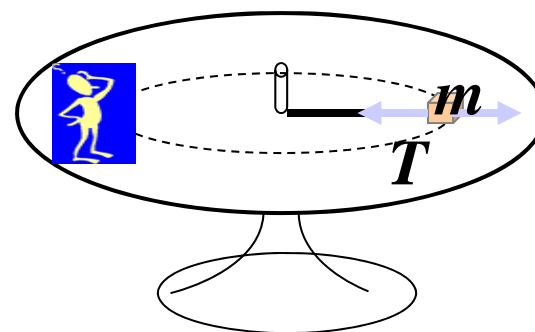
惯性力是参考系加速运动引起的附加力，  
本质上是物体惯性的体现。

它不是物体间的相互作用，没有反作用力，  
但有真实的效果。

# 惯性离心力:



**地面观察者:** 质点受绳子的拉力提供的向心力, 所以作匀速圆周运动。



**圆盘上观察者:** 质点受绳子的拉力, 为什么静止?

在匀速转动的非惯性系中, 小球受到一个惯性离心力 (**inertial centrifugal force**) 的作用, 大小与绳子的拉力相等, 方向与之相反, 所以**小球处于静止的平衡状态**。

$$\vec{F} + \vec{F}_i = -m\omega^2 \vec{R} + \vec{F}_i = 0$$

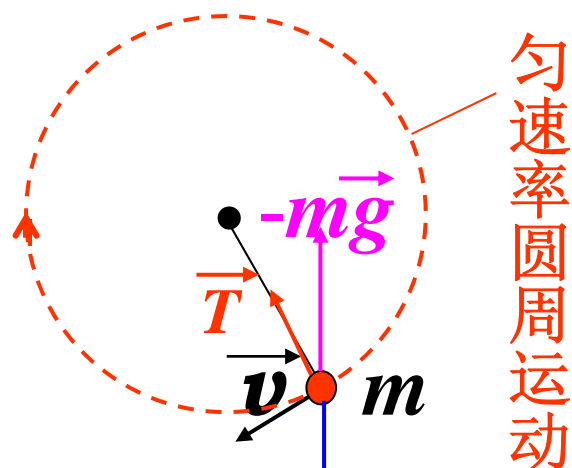
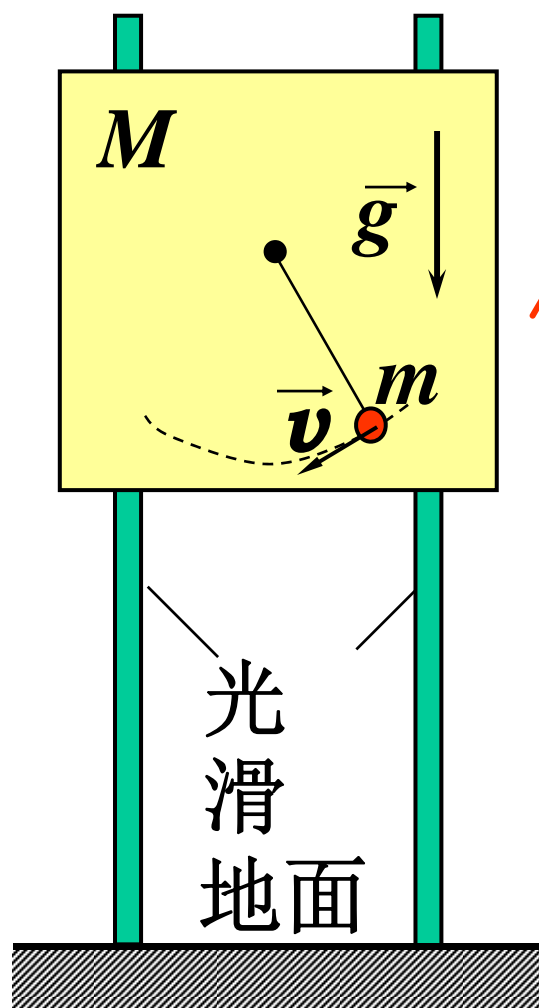
$$\vec{F}_i = m\omega^2 \vec{R}$$



▲ 在非惯性系中讨论问题更方便的情况举例：

讨论  $M$  自由下滑后， $m$  对地面的运动情况。

$M \gg m$  直接讨论  $m$  对地面的运动较困难。



匀速率圆周运动

失重情况

可分两步讨论：

(1) 在  $M$  参考系中观察， $m$  作速率为  $v$  的圆周运动。

(2)  $M$  对地作自由落体运动。

$m$  对地面的运动，  
是以上两种运动的叠加。

# 混沌

## 《三体》三部曲



第一部《三体》



第二部《黑暗森林》



第三部《死神永生》

change one thing. change everything.

# the butterfly effect

ASHTON KUTCHER  
AMY SMART

IN THEATERS JANUARY 23rd 2004

[www.butterflyeffectmovie.com](http://www.butterflyeffectmovie.com) AOL Keyword: BUTTERFLYEFFECT TM & © MMIV New Line Productions, Inc. All rights reserved.



## § 2.5 牛顿运动定律的应用

### 动力学问题:

- 已知力，求物体的运动状态；
- 已知物体的运动状态，求力。

### 适用范围:

- 牛顿力学只适用于在惯性系内，解决低速运动问题；  
何谓高速？ --- 可与光速相比， 相对论
- 牛顿力学只适用于宏观问题。  
何谓微观？ --- 分子、原子、电子、原子核等， 量子力学

### 解题步骤:

- 确定研究对象；
- 进行受力分析；
- 选择坐标系；
- 列运动方程；
- 解方程；
- 必要时进行讨论。

1.5、一个质点沿 X 轴作直线运动，其运动学方程为  $X = 3 + 6t + 8t^2 - 12t^3$ ，则

(1) 质点在  $t=0$  时刻的速度  $v_0 =$  \_\_\_\_\_，加速度  $a_0 =$  \_\_\_\_\_；

(2) 加速度为 0 时，该质点的速度  $v =$  \_\_\_\_\_。

**解：**(1)  $v = 6 + 16t - 36t^2$ ，当  $t=0$  时， $v_0=6\text{m/s}$ ； $a = 16 - 72t$ ，加速度  $a_0= 16\text{m/s}^2$

(2) 当  $a = 0$  时， $a = 16 - 72t$ ， $t = \frac{16}{72} = 0.22\text{s}$

$$v = 6 + 16 \times \frac{16}{72} - 36 \times \left(\frac{16}{72}\right)^2 = 7.8\text{m/s}$$

1.10、一质点做半径为 0.1m 的圆周运动，其运动方程为  $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}t^2$  (SI)，

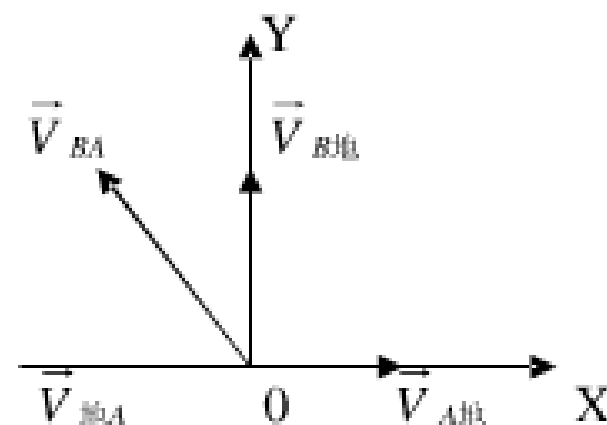
则切线加速度为  $a_t =$  \_\_\_\_\_。

**解：**  $\omega = \frac{d\theta}{dt}, v = R\omega, a_t = \frac{dv}{dt}, a_t = R \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0.1 \times 1 = 0.1(m/s^2)$

1. 30、在相对地面静止的坐标系内，A、B 两船都以  $2\text{m/s}$  的速率匀速行驶。A 船沿 X 轴正向；B 船沿 Y 轴正向。今在 A 船上设置与静止的坐标系方向相同的坐标系（X、Y 方向单位矢量用  $i$  和  $j$  表示）。那么，A 船看 B 船，它对 A 船的速度为（速度的单位是  $\text{m/s}$ ）

(A)、 $2i + 2j$ ；(B)、 $-2i + 2j$ ；

(C)、 $-2i - 2j$ ；(D)、 $2i - 2j$ 。



**解答：**这也是一道速度矢量合成的题，

依题意作图，所以 (B)、 $-2i + 2j$  为正确答案。

1. 32、一质点沿半径为  $R$  的圆周运动，质点经过的弧长与时间的关系为  $S = bt + \frac{1}{2}ct^2$ ，式中  $b$ 、 $c$  是大于零的常数。求从  $t = 0$  开始到达切线加速度与法线加速度大小相等所经过的时间。

**解：**  $v = \frac{dS}{dt} = \frac{d(bt + ct^2/2)}{dt} = b + ct, a_t = \frac{dv}{dt} = c, a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(b + ct)^2}{R}$

由已知条件：  $a_t = a_n, c = \frac{(b + ct)^2}{R}, t = \sqrt{\frac{R}{c}} - \frac{b}{c}。$



# 作业

**2.2 2.4 2.11 2.16**