大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

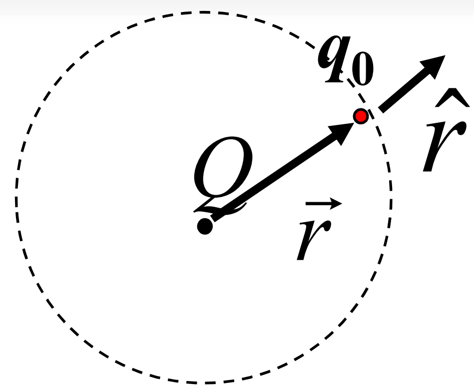
李波

2019年

§ 1.3 库仑定律

静止的点电荷的电场及其叠加

根据库仑定律和场强的定义



由场强定义：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

由库仑定律：

$$\vec{F} = \frac{Qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

由上述两式得

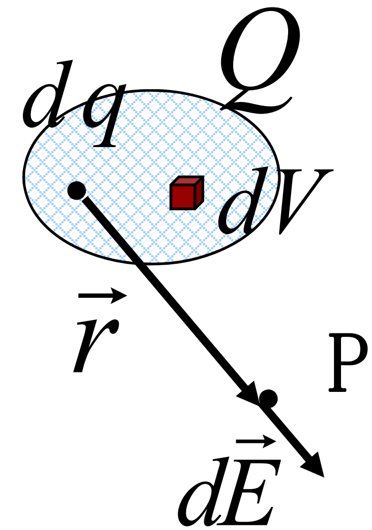
$$\vec{E} = \frac{q_i \vec{e}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

1） $\left|\vec{E}\right| = E = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ 球对称

2） $\hat{r}$ 为从场源电荷指向场点的单位矢量

➤连续带电体的场强

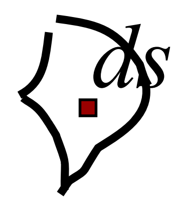
把带电体看作是由许多个电荷元组成



$$\boxed{\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \int_q \frac{\mathrm{d}q \cdot \vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

电荷分布

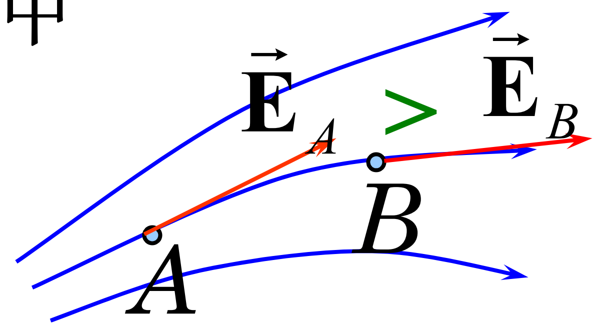
- 体电荷分布 $\boxed{dq = \rho dV}$
- 面电荷分布 $\boxed{dq = \sigma dS}$
- 线电荷分布 $\boxed{dq = \lambda dl}$



§ 1.4 电场线和电通量

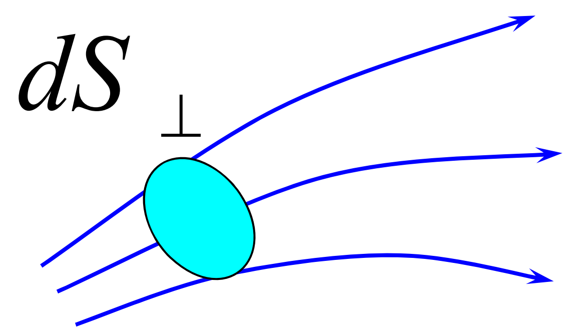
一、电力线 ——用一族空间曲线形象描述场强分布

方向： 各点的切线方向表示电场中该点场强的方向



大小： 在垂直于电力线的单位面积上的电力线的条数(数密度)等于该点的场强的大小。

$$E = \frac{d\Phi_e}{dS_\perp}$$



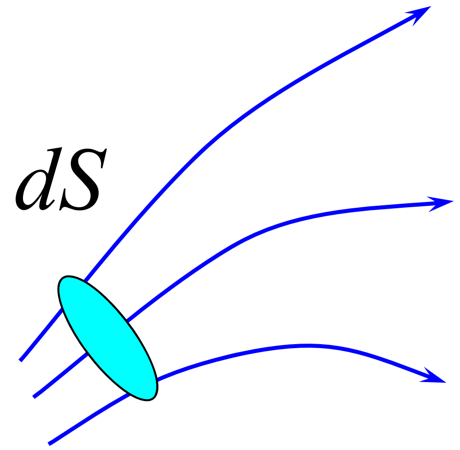
§ 1.4 电场线和电通量

电通量（电场强度通量）

定义： 通过任一面元的电力线的条数称为通过这一面元的电通量

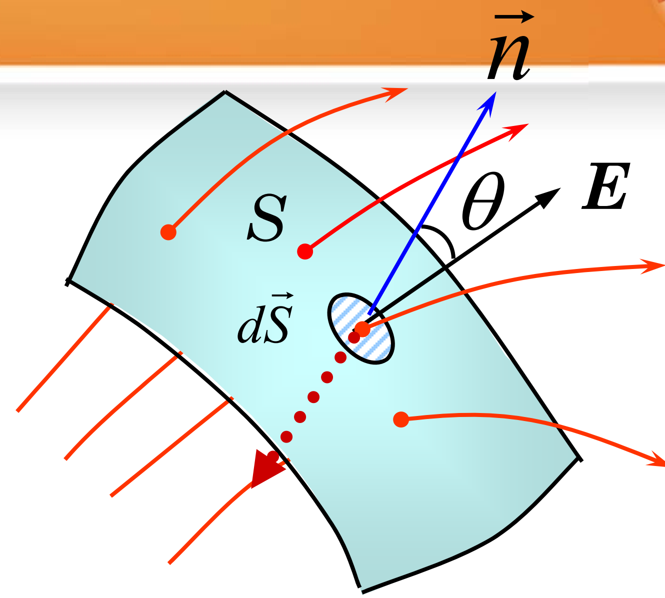
$$d\Phi_e$$

由 $E = \dfrac{d\Phi_e}{dS_\perp} \Rightarrow d\Phi_e = EdS_\perp$



§ 1.4 电场线和电通量

3.通过非均匀电场中任意曲面的电通量怎么计算?



把曲面分成许多个面积元，每一面元处视为匀强电场

$$d\Phi_e = \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

取决于面元的法线方向的选取

可正可负

任意曲面电通量：

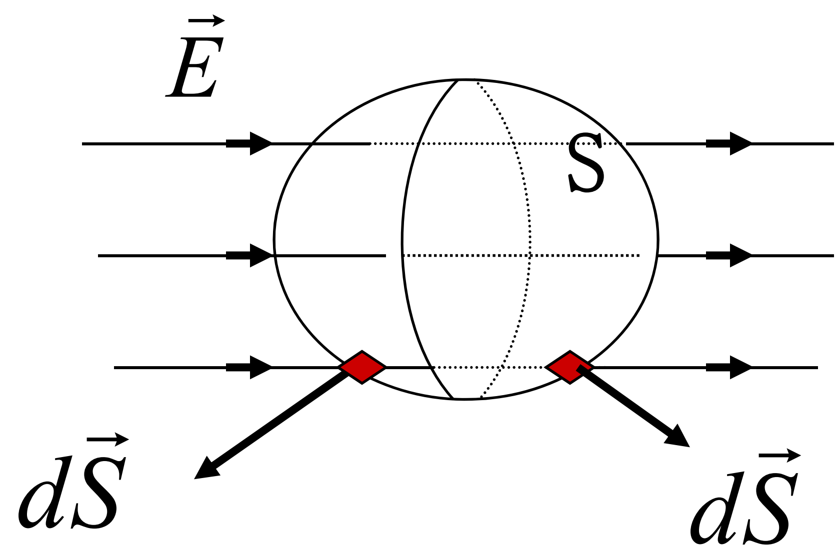
$$\Phi_e = \int_S d\Phi_e = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

§ 1.4 电场线和电通量

➢通过闭合面的电通量

规定：面元方向 ----由闭合面内指向面外

简称外法线方向



电力线穿入 $\vec{E}\cdot d\vec{s}<0$

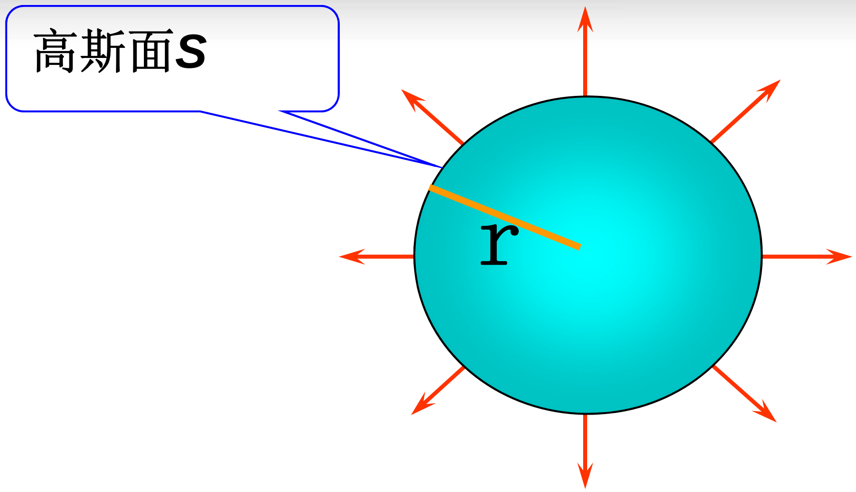
电力线穿出 $\vec{E}\cdot d\vec{s}>0$

$$\boxed{\Phi_e=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}}$$

几何含义：净穿出闭合曲面的电力线条数

§ 1.5 高斯定律

1. 点电荷场的通量



以点电荷为中心，作半径为r的球面S，称为高斯面

通过高斯面的电通量为：

$$\Phi_e = \oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_s E dS = \oint_s \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dS$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\oint_s dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

通量与半径无关

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

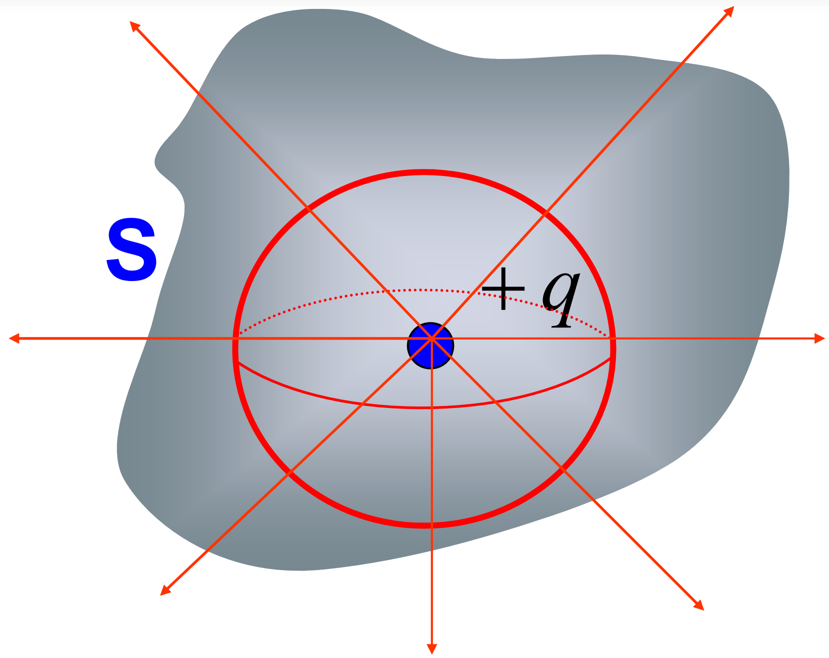
§ 1.5 高斯定律

➢ 任意封闭曲面S：

以q为中心作球面

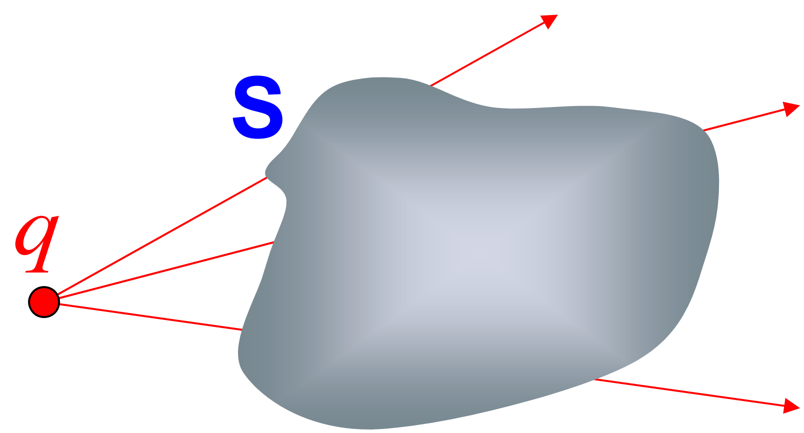
根据电力线的连续性

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



➢ 电荷在曲面外：

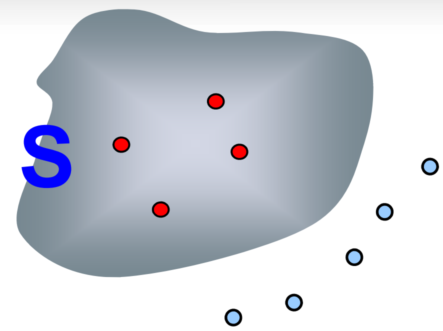
$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$



➢单个点电荷只有被包围在闭合曲面内时才对通过该曲面的电通量有贡献

§ 1.5 高斯定律

- 多个点电荷的通量：



$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_N) \cdot d\vec{S}$$

$$= \oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} + \oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{S} + \cdots + \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{S} + \oint \vec{E}_{n+1} \cdot d\vec{S} + \cdots + \oint \vec{E}_N \cdot d\vec{S}$$

$$= \frac{q_1}{\varepsilon_0} + \frac{q_2}{\varepsilon_0} + \cdots + \frac{q_n}{\varepsilon_0} + 0 + \cdots + 0 = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{S内} q_{\text{int}}$$

§ 1.5 高斯定律

高斯定理表述：

在真空中的静电场内，通过任意封闭曲面的电通量等于这闭合面所包围的电荷电量的代数和除以 ε_0 。

数学表达式

$$\boxed{\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}}$$

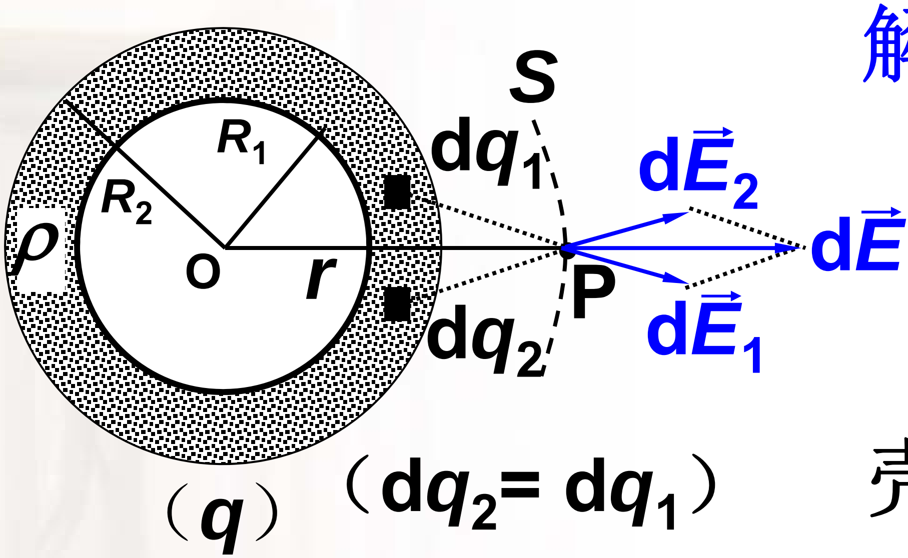
§ 1.5 高斯定律

$$\boxed{\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\,\vec{s} = \frac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}}$$

$$\text{应用}\begin{cases}\text{求解电场，分析电场} \\ \text{（分析对称性）} \\ \\ \text{由场强求电荷分布}\end{cases}$$

[例1] 已知：均匀带电球壳的ρ（或 q）及R_1、R_2

求：电场强度的分布。

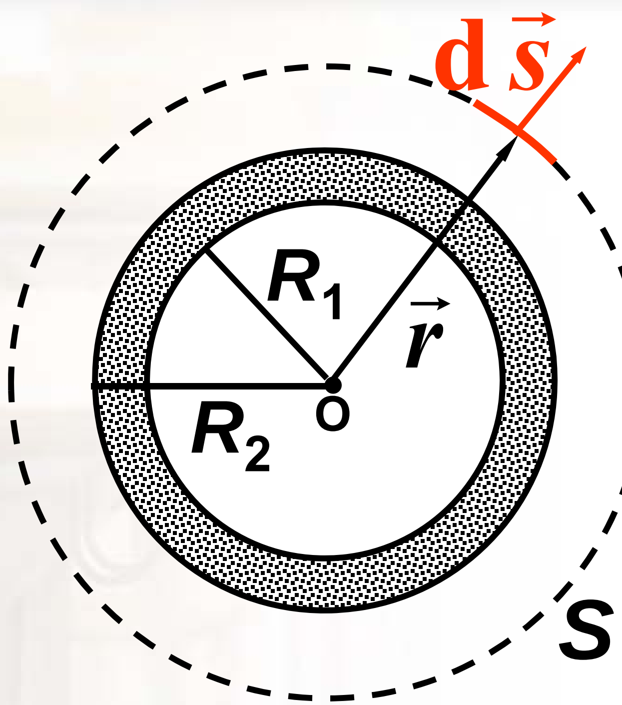


解：分析$\vec{E}$的对称性：

球对称 $\vec{E} = E_{(r)} \cdot \vec{e}_r$

选高斯面S为与带电球壳同心的球面，有：

§ 1.6 高斯定律求静电场分布



$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E(r)\vec{e}_r \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$= \oint_S E(r)\,\mathrm{d}s$$

$$= 4\pi r^2 \cdot E(r)$$

又 $$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q_{内}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \quad \vec{E} = E(r)\vec{e}_r = \frac{q_{内}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

§ 1.6 高斯定律求静电场分布

- $r < R_1$， $q_{内} = 0$， 有 $E = 0$ ；

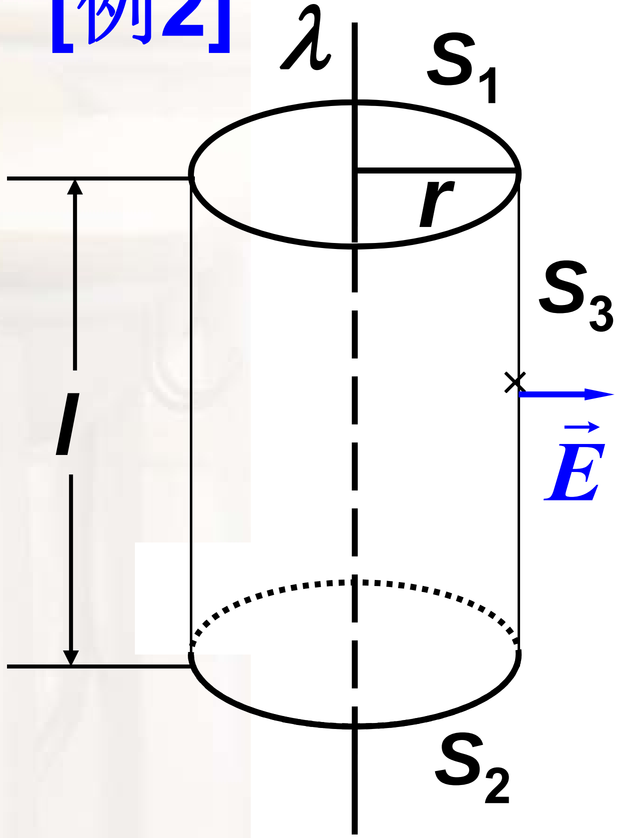
- $R_1 < r < R_2$， $q_{内} = \dfrac{4\pi}{3}(r^3 - R_1^3)\rho$，

有 $$\vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{R_1^3}{r^2}\right)\vec{e}_r$$

- $r > R_2$， $q_{内} = \dfrac{4\pi}{3}(R_2^3 - R_1^3)\rho = q$，

有 $\vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$ （同点电荷的电场）

[例2]



已知：无限长均匀带电直线，线电荷密度为λ。

求：$\vec{E}$ 的分布

解：分析 $\vec{E}$的对称性：

$$\left.\begin{array}{l}\text{轴对称}\\\text{无限长}\end{array}\right\}\vec{E}=E(r)\vec{e}_r$$

选同轴柱体表面为高斯面**S**，

§ 1.6 高斯定律求静电场分布

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_{S_1} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} + \int_{S_2} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} + \int_{S_3} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

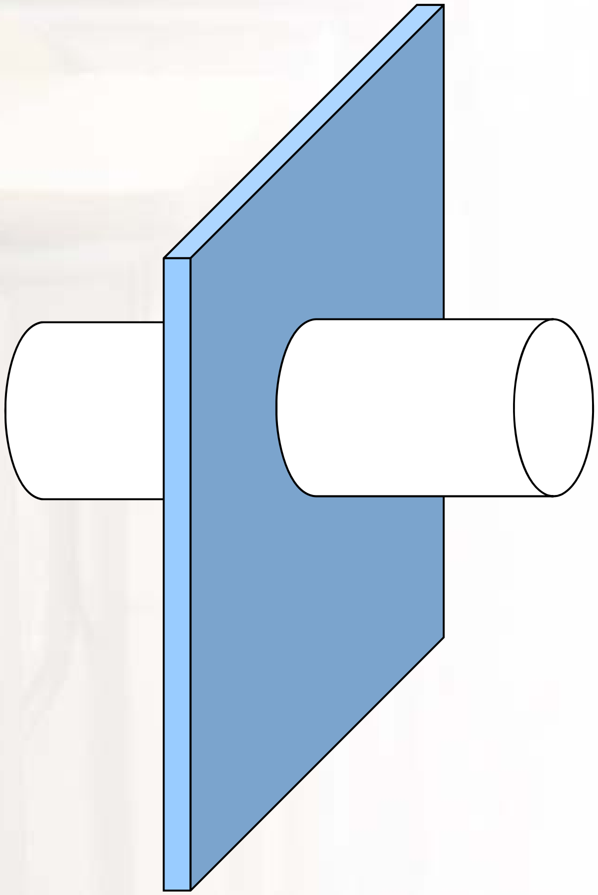
$$= 0 + 0 + E\cdot \int_{S_3} \mathrm{d}s = E\cdot 2\pi r l$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = E\cdot 2\pi r l \underset{(高)}{=\!=\!=} \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \quad \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$

[例3]

均匀带电无限大平面 $E = \left| E_x \right| = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_{S_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

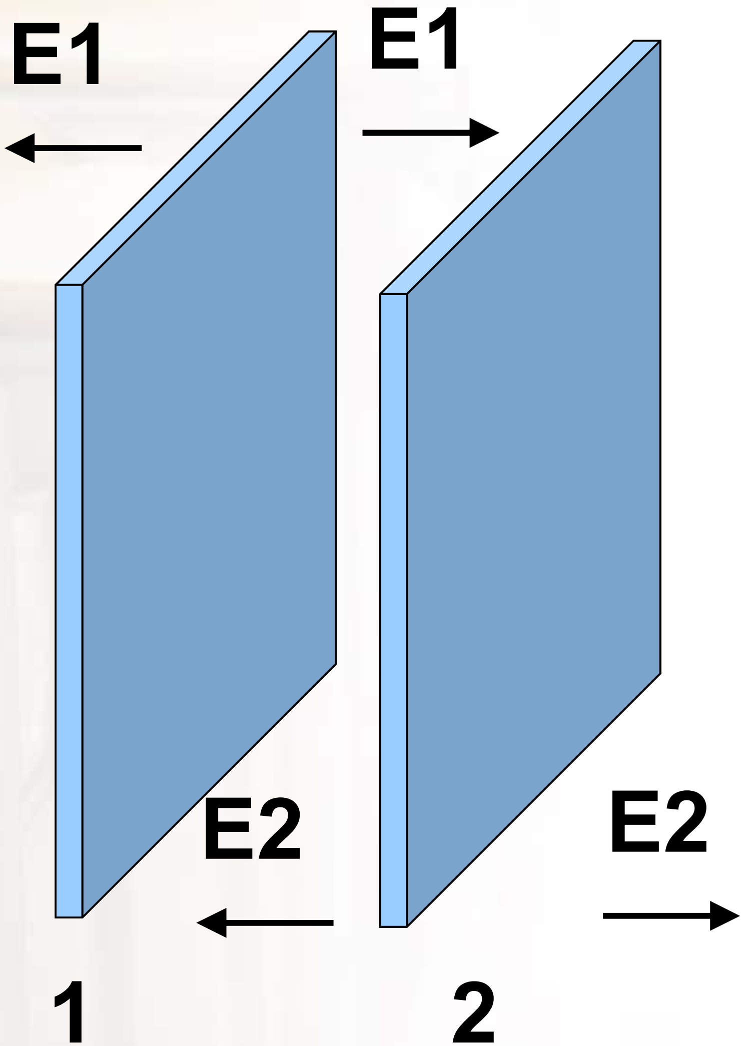
$$+ \int_{S_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} + \int_{S_3} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 2E\Delta S = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

§ 1.6 高斯定律求静电场分布

[例4]　两个均匀无限大带电平面



场叠加原理！

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

特例：等量异号电荷！

只有两者间有电场分布！

对 Q 的分布具有某种对称性的情况下

利用高斯定理解 $\vec{E}$ 较为方便

常见的电量分布的对称性：

	球对称	柱对称	面对称
均匀带电的	球面	无限长带电线	无限大平面（无厚度）
	球体	无限长柱面	无限大平板（有厚度）
		无限长柱体	

$\boxed{\text{小结}}$ 应用高斯定理求场强的要点：

适用对象：有球、柱、平面对称的某些电荷分布。

方法要点：（1）分析 $\vec{E}$ 的对称性；

（2）选取高斯面的原则：

1）需通过待求的区域；

2）在 S 上待求 $\vec{E}$ 处，$\vec{E} \,//\, \mathrm{d}\vec{s}$ 且等大，

使得 $\int \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = E\int \mathrm{d}s$，其余处必须有

$$\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0 \begin{cases} \text{或} \quad E = 0, \\ \text{或} \quad \vec{E} \perp \mathrm{d}\vec{s}\,\text{。} \end{cases}$$

不具有特定对称性的电荷分布，其电场不能直接由高斯定理求出。但高斯定理依然成立。

对带电体系来说，如果其中每个带电体上的电荷分布都具有对称性，那么可用高斯定理求出每个带电体的电场，然后应用电场叠加原理求出带电体系的总电场分布

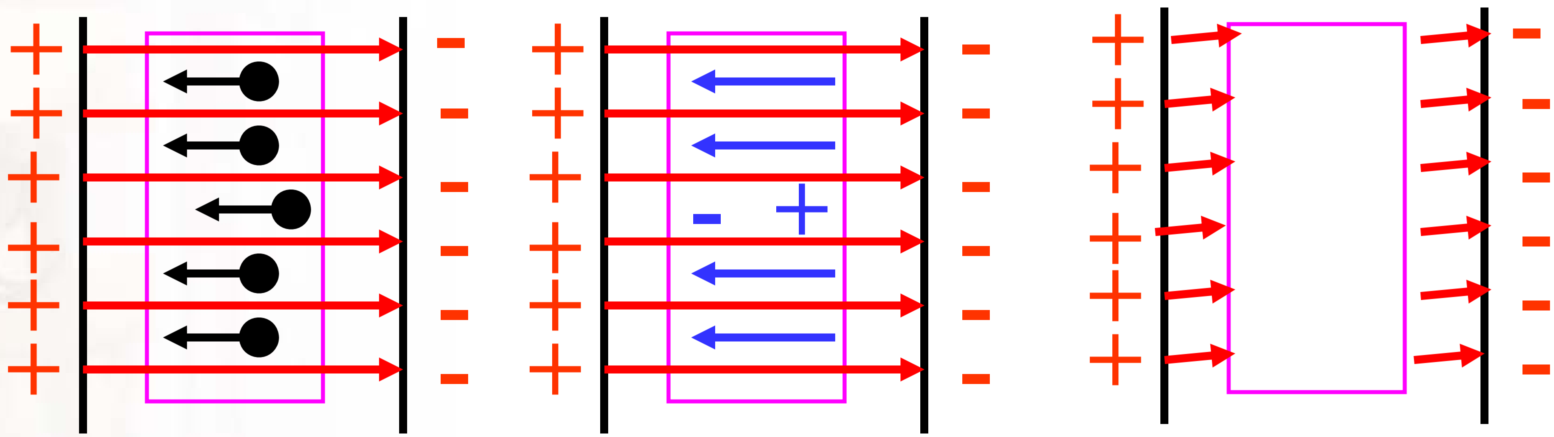
§ 1.7 导体的静电平衡

导体和绝缘体（半导体）

导体	半导体	绝缘体
导电 自由电荷 价电子自由	两者之间 少量自由电荷 价电子束缚， 但可以改变	不导电 无自由电荷 价电子束缚
导体： 金属，石墨....	半导体： 硅，锗，砷化镓（GaAs）...	绝缘体： 气体，塑料，玻璃...

§1.7 导体的静电平衡

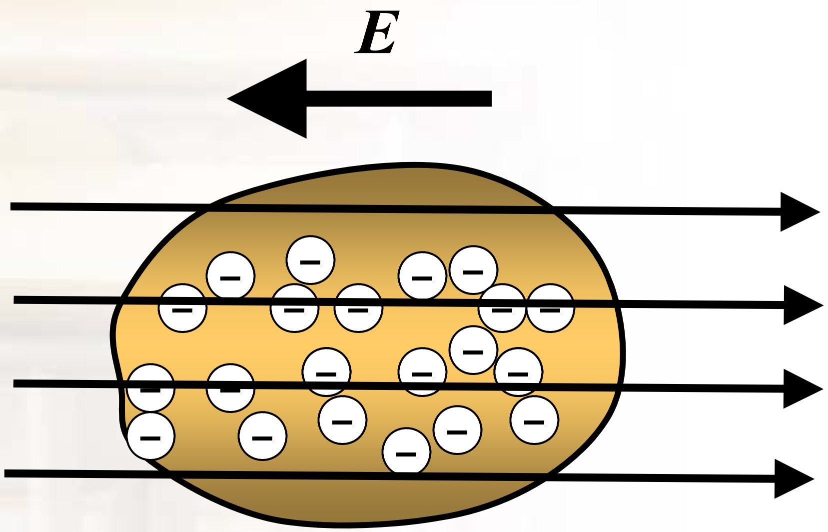
导体的静电平衡状态：导体内部和表面没有电荷定向移动（导体内部的场强*E* 就是*E*‘ 和*E*0 的叠加）



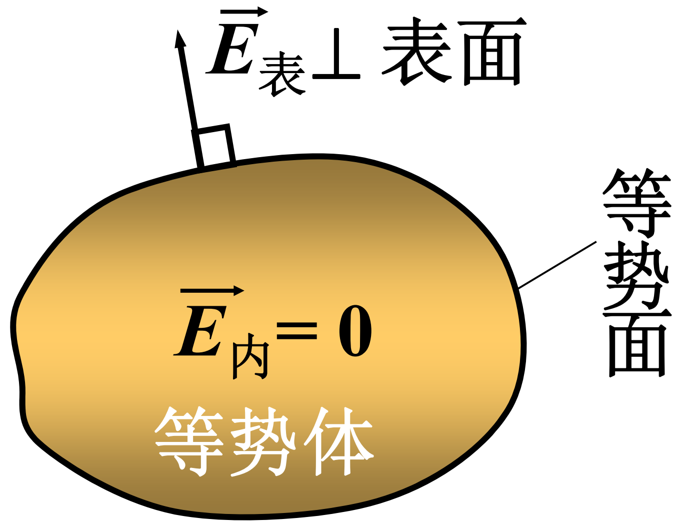
开始，$E' < E_0$，导体内部场强不为零，自由电子继续运动，E'增大。到$E' = E_0$即导体内部的场强为零，此时导体内没有电荷作定向运动，导体处于静电平衡状态。

§ 1.7 导体的静电平衡

静电场内的的导体



静电平衡时的导体



场描述：

$E_{内}=0$；$E_{表}\perp$表面

与导体形状无关

势描述：

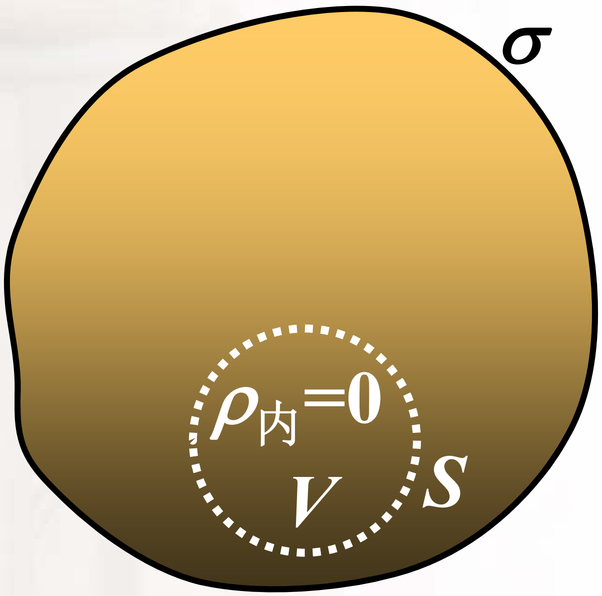
导体是等势体；表面是等势面

与导体形状无关

§1.7 导体的静电平衡

一.导体静电平衡时电荷分布在表面

实心导体： σ 可不为 0，但 $\rho_{内}$ 必为 0。



理由：

$\because \quad \vec{E}_{内}=0\,,$

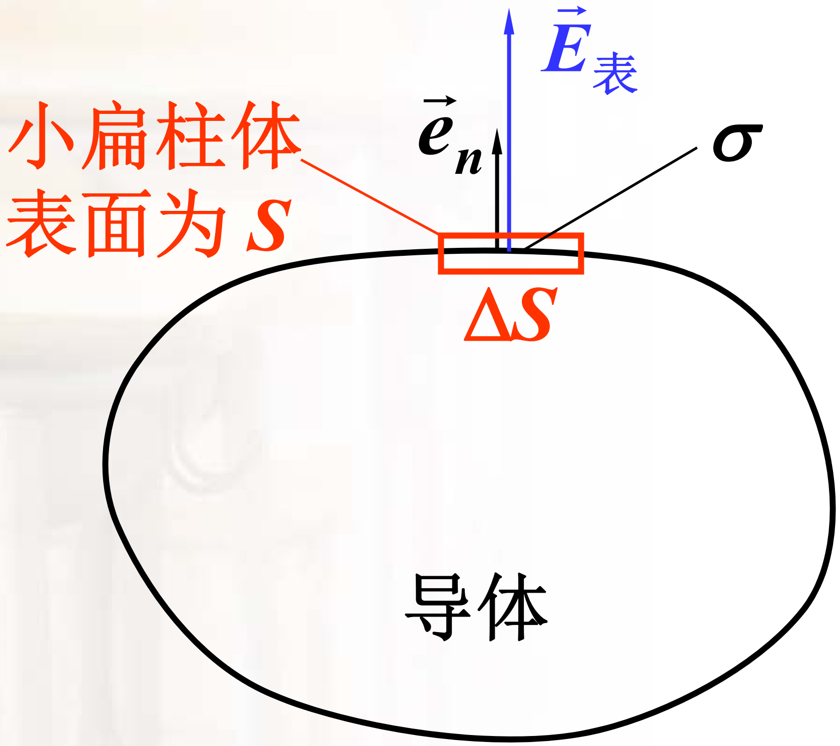
$$\therefore \oint_S \vec{E}_{内}\cdot d\vec{s}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho_{内}\,dV=0\,,$$

S 是任意的。

令$S\rightarrow 0$，则必有$\rho_{内}=0$。

§ 1.7 导体的静电平衡

二. 表面场强与面电荷密度的关系



$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = E_{表}\cdot \Delta S$$

$$\underset{(高)}{=} \frac{\sigma\ \Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},\ \vec{E}_{表} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{e}_n$$

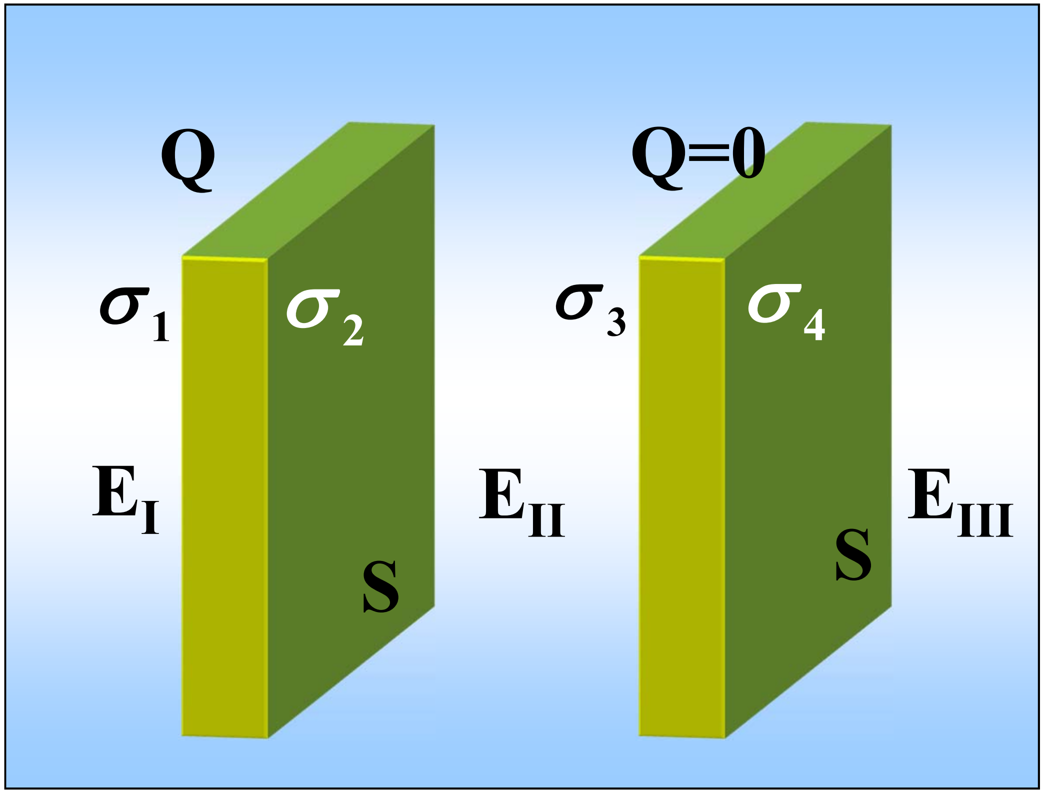
$\boxed{\text{思考}}$ $\vec{E}_{表}$是小柱体内电荷的贡献还是导体表面全部电荷的贡献？

依据：静电平衡条件，电荷守恒，高斯定理。

例1：两块平行放置的面积为S 的金属板，各带电量Q, 0, 板距与板的线度相比很小。求：

① 静电平衡时, 金属板电荷的分布和周围电场的分布。

②若把第二块金属板接地，以上结果如何?



解：　电荷守恒

$$(\sigma_1+\sigma_2)s=Q$$

$$(\sigma_3+\sigma_4)s=0$$

高斯定理　$\sigma_2+\sigma_3=0$

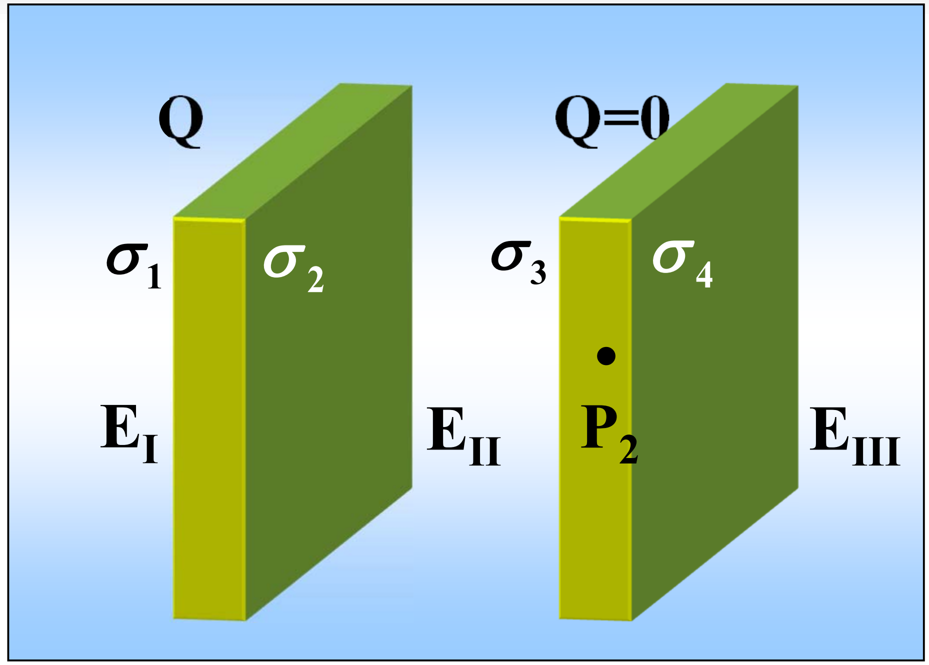
静电平衡条件

导体内部的场强为零

$$P_2:\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

解得：　$\sigma_1=\sigma_2=\sigma_4=\dfrac{Q}{2s}$

$$\sigma_3=-\frac{Q}{2s}$$



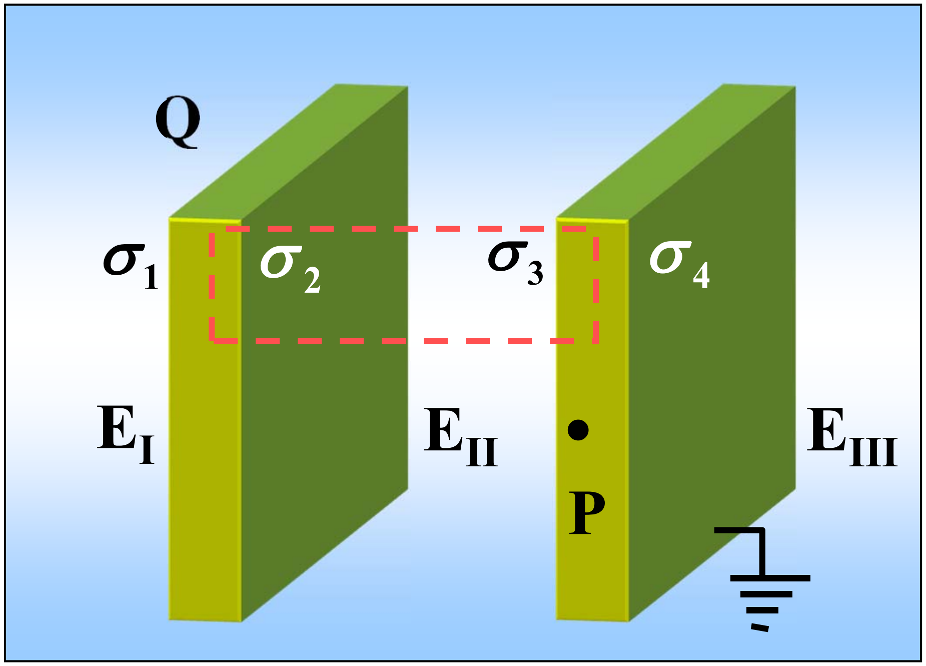
$E_I=-\dfrac{Q}{2\varepsilon_o s}$　(向左)

$E_{II}=\dfrac{Q}{2\varepsilon_o s}$　(向右)

$E_{III}=\dfrac{Q}{2\varepsilon_o s}$　(向右)

如果第二块坂接地，则

$$\sigma_4 = 0$$



电荷守恒 $\sigma_1 + \sigma_2 = Q/s$

高斯定理 $\sigma_2 + \sigma_3 = 0$

静电平衡条件

$$E_p = 0$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$$

解得： $\sigma_1 = \sigma_4 = 0$

$$\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q}{s}$$

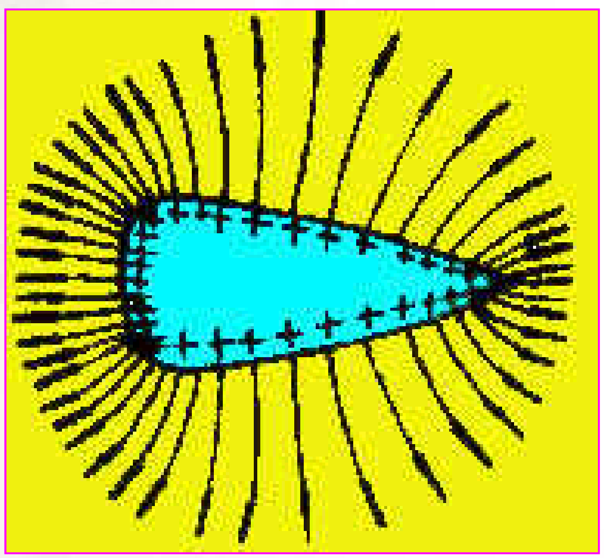
$$E_I = 0, E_{II} = \frac{Q_1}{\varepsilon_{os}}(\text{向右}), E_{III} = 0$$

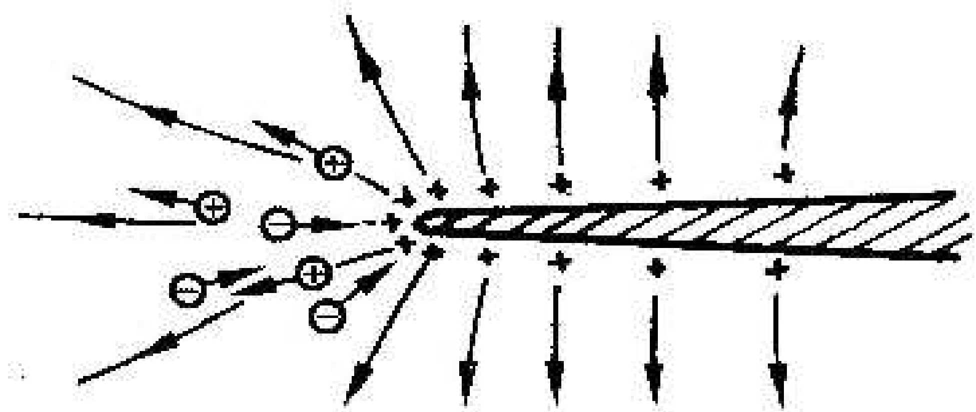
三. 孤立导体表面电荷分布的特点

孤立导体表面曲率大处面电荷密度也大，
但不存在单一函数关系。

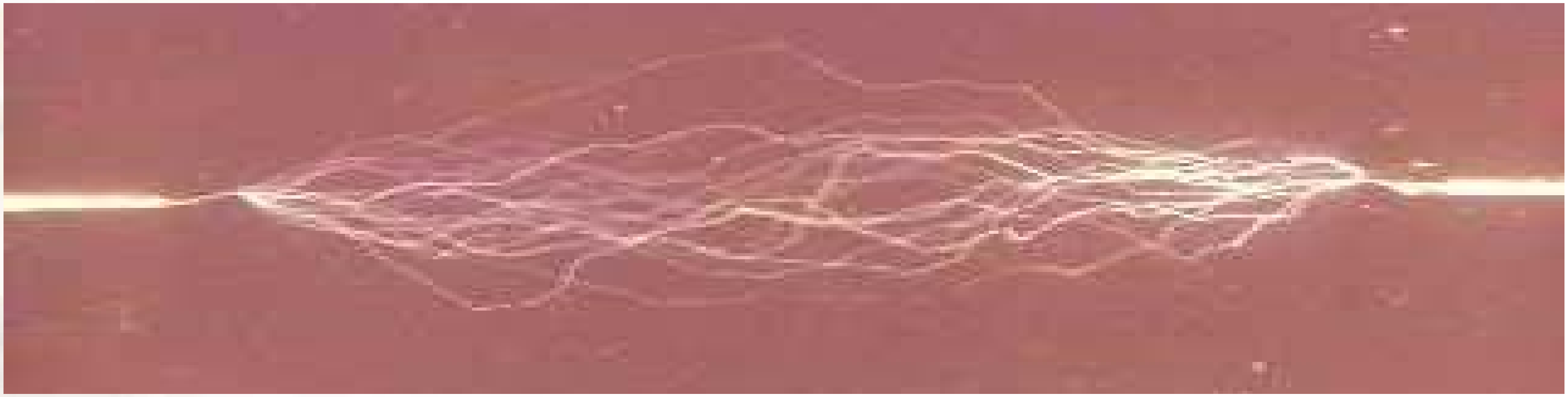
尖端放电（point discharge）：

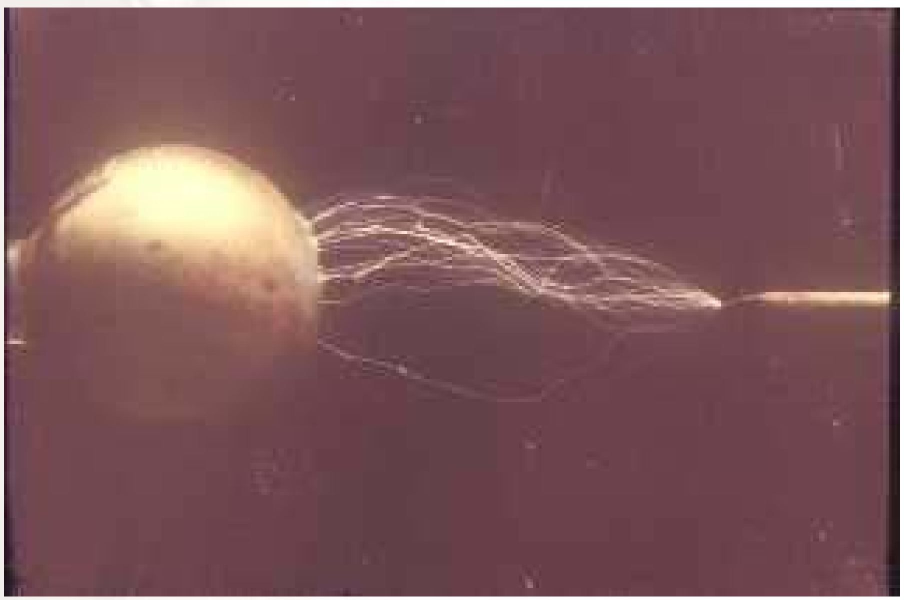
带电的尖端电场强，使附近的空气电离，因而产生放电。

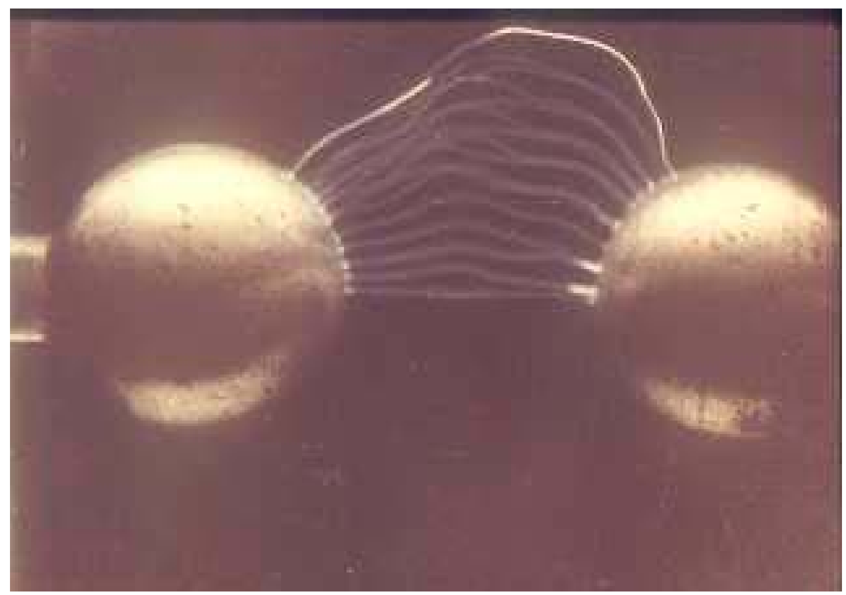




§ 1.7 导体的静电平衡





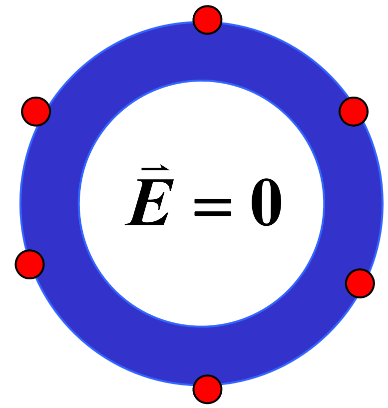



wvlightning.com
Weather

§ 1.7 导体的静电平衡

* 静电屏蔽（electrostatic shielding）

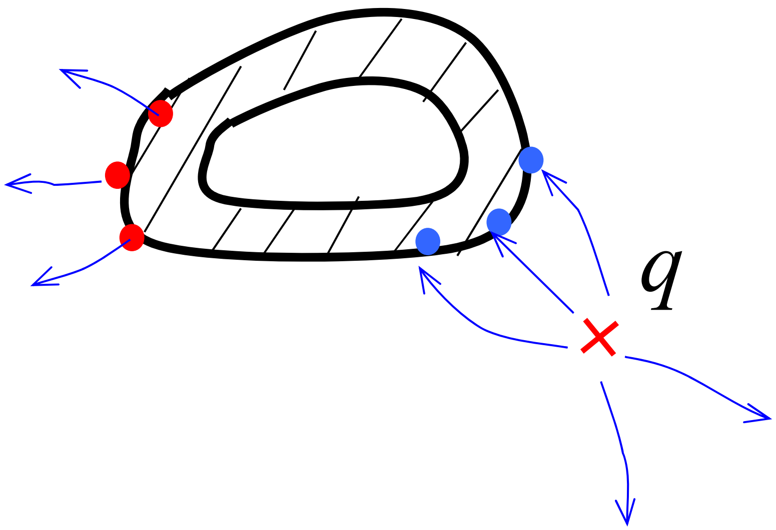
静电屏蔽现象



空腔(空腔导体内部无电荷)

- 空腔内表面不带任何电荷;
- 空腔内部及导体内部电场强度处处为零。

可以利用空腔导体来屏蔽外电场，
使空腔内的物体不受外电场的影响。

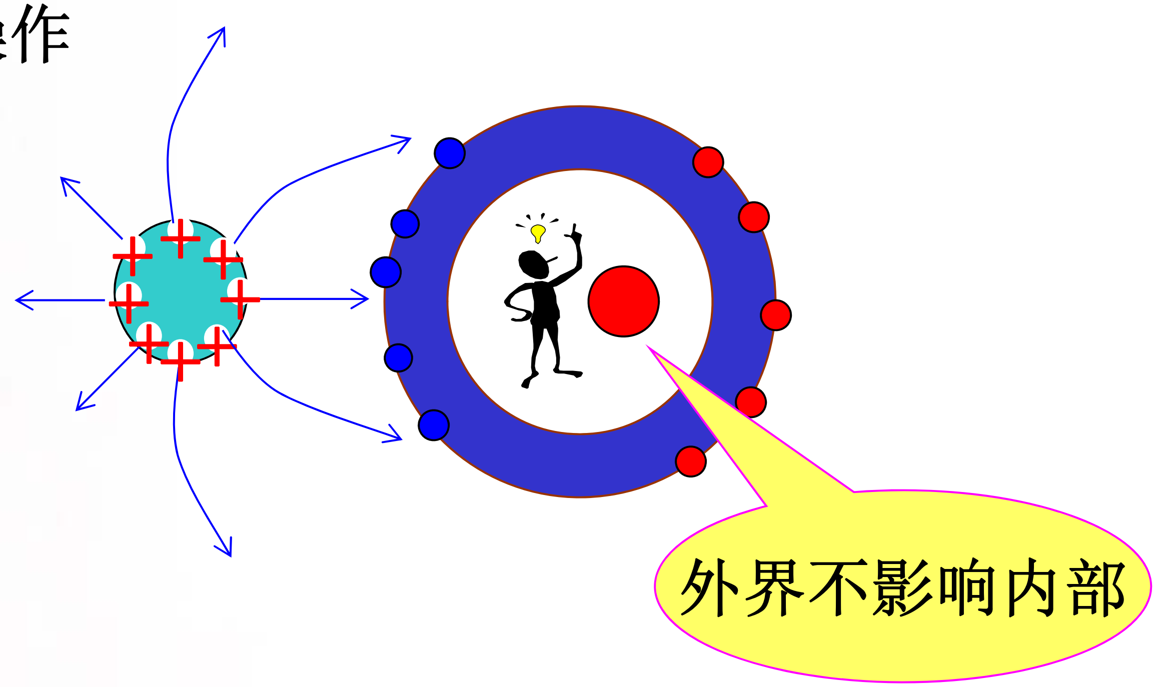


应用

•高压设备都用金属导体壳接地做保护

•在电子仪器、或传输微弱信号的导线中都常用金属壳或金属网作静电屏蔽。

•高压带电操作



§ 1.8 电场对电荷的作用力

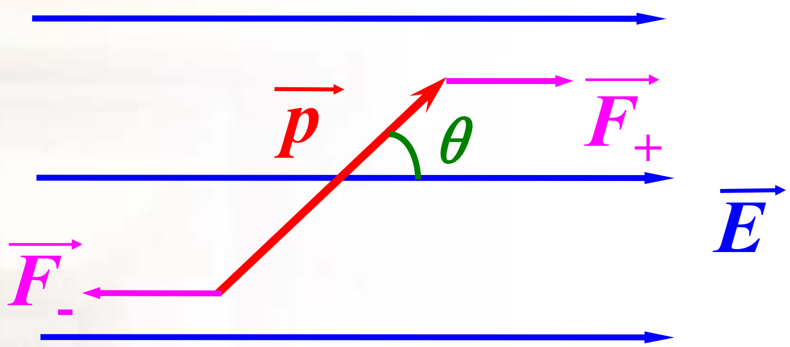
$$E = \frac{F}{q}$$

$$F = qE\,,$$

电荷与运动速率无关　&　电场力与运动速率无关

§ 1.8 电场对电荷的作用力

例：电偶极子在均匀电场中所受的力矩



$$F_+ = qE \ ,$$

$$F_- = -qE \ ,$$

$$F = F_+ + F_- = 0$$

力矩 $$M = M_+ + M_- = qE\frac{l}{2}\sin\theta \times 2$$

$$= qlE\sin\theta = pE\sin\theta$$

$$\boxed{\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

电偶极矩, 电矩

§ 1.8 电场对电荷的作用力

单位面积受力 $\vec{f} = \dfrac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n$

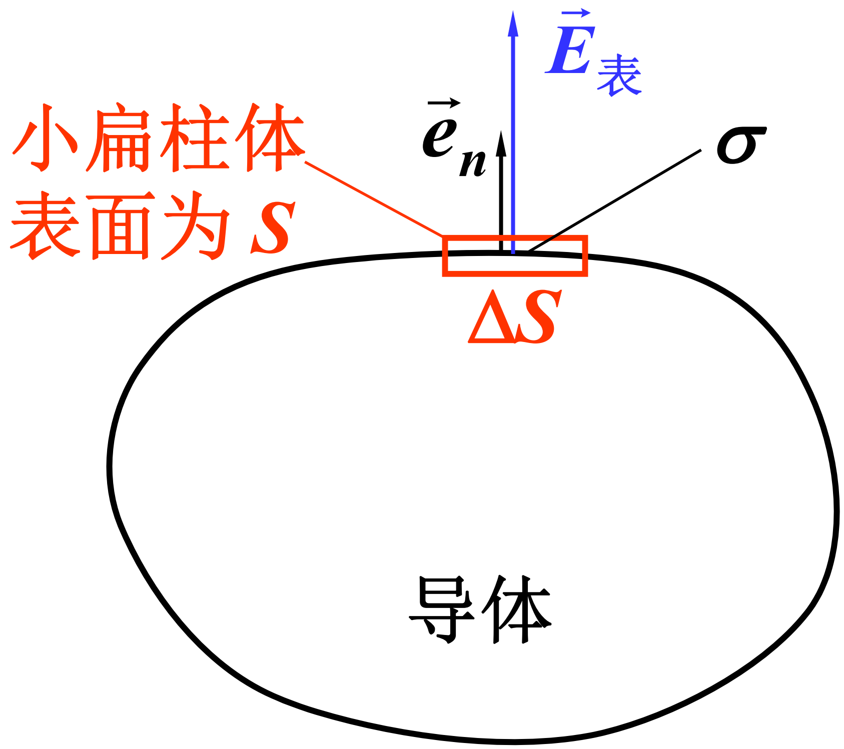
受力来自哪里？ $E_{其他}$

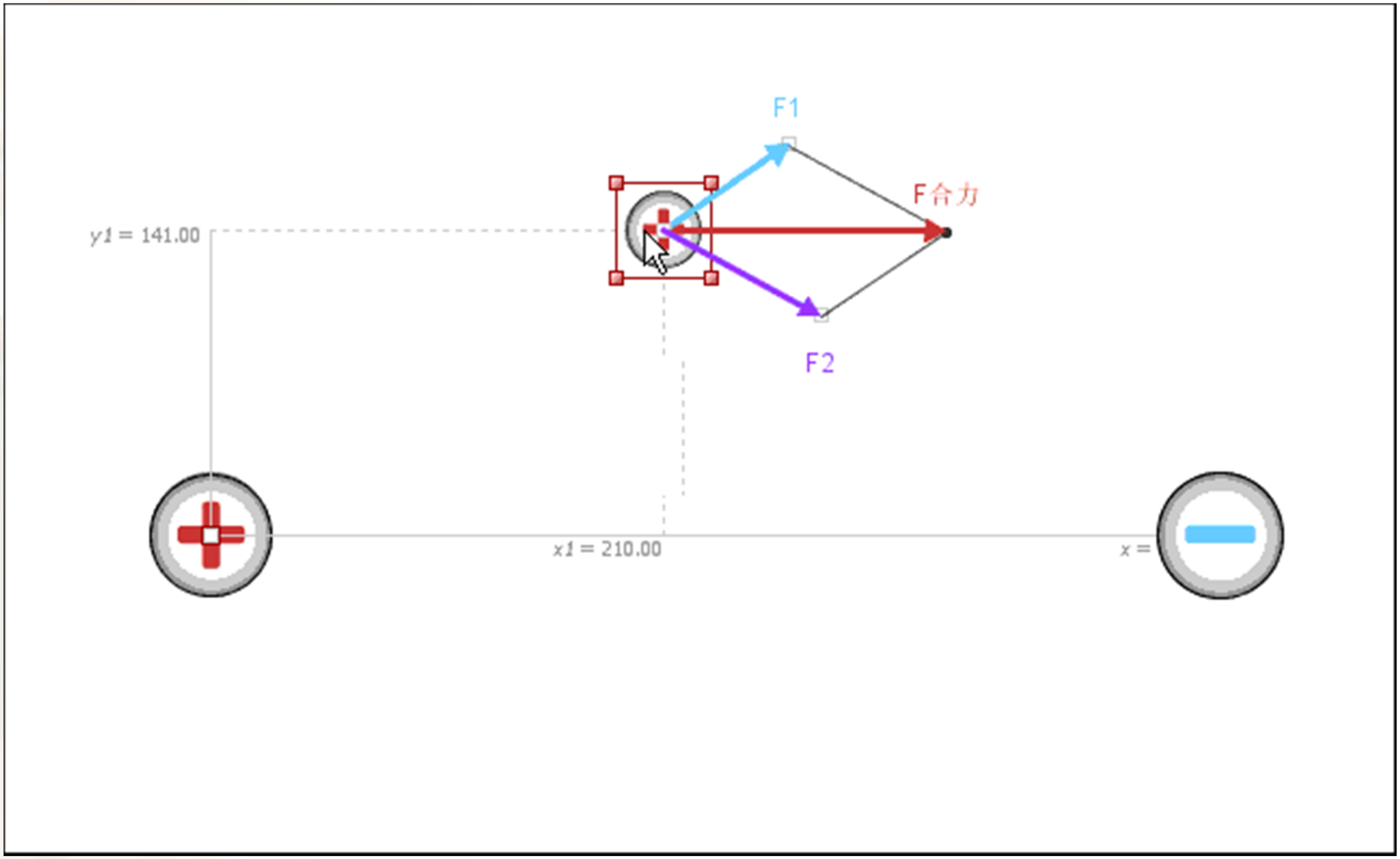
$$\vec{E}_{外} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n \quad \vec{E}_{内} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n$$

$$E_{其他} + E_{内} = 0$$

$$\therefore E_{其他} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \qquad \vec{f} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\vec{e}_n$$

不管正点负电方向指向外部




F1
F合力
y1 = 141.00
F2
x1 = 210.00
x =

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}}$$

$$\boxed{F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

$$\vec{E} = \frac{q\vec{e}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$\boxed{\Phi_e = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}}$$

$$\boxed{\Phi_e = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E}}$$

谢谢！