# 大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

*李波*

2019年

## 系统边界宏观位移

气缸中活塞的**宏观**移动使得气体的**体积**发生**变化**，将**做功**。气体压缩时，活塞做正功，气体膨胀时，活塞做负功。改变气体的内能。

**微观**上看，外界分子有规则运动的动能和系统分子无规则运动能量的**传递和转化**过程。

外界对系统做的功称为**宏观功**　　**A′**

## 系统边界无宏观位移

冷水倒入热锅，作为外界的热锅会向冷水（系统）传递能量。

**微观**上看，水分子和锅分子发生**碰撞**，两种分子间的作用力做**微观功**，宏观上总效果表现为**内能传递**。该过程叫做**热传递**，所传递的能量叫**热量** **Q**

只有平均动能不同，或者说温度不同

# 外力做功

外力对系统做的功

$$A_{ext} = A' + Q = \Delta E$$

系统对外界做功 A

$$Q = \Delta E + A$$

在一个给定过程中，外界对系统做的功和传递给系统的热量之和等于系统的内能增量，这也就是**热力学第一定律**

## 热力学第一定律：

$$A' + Q = \Delta E$$

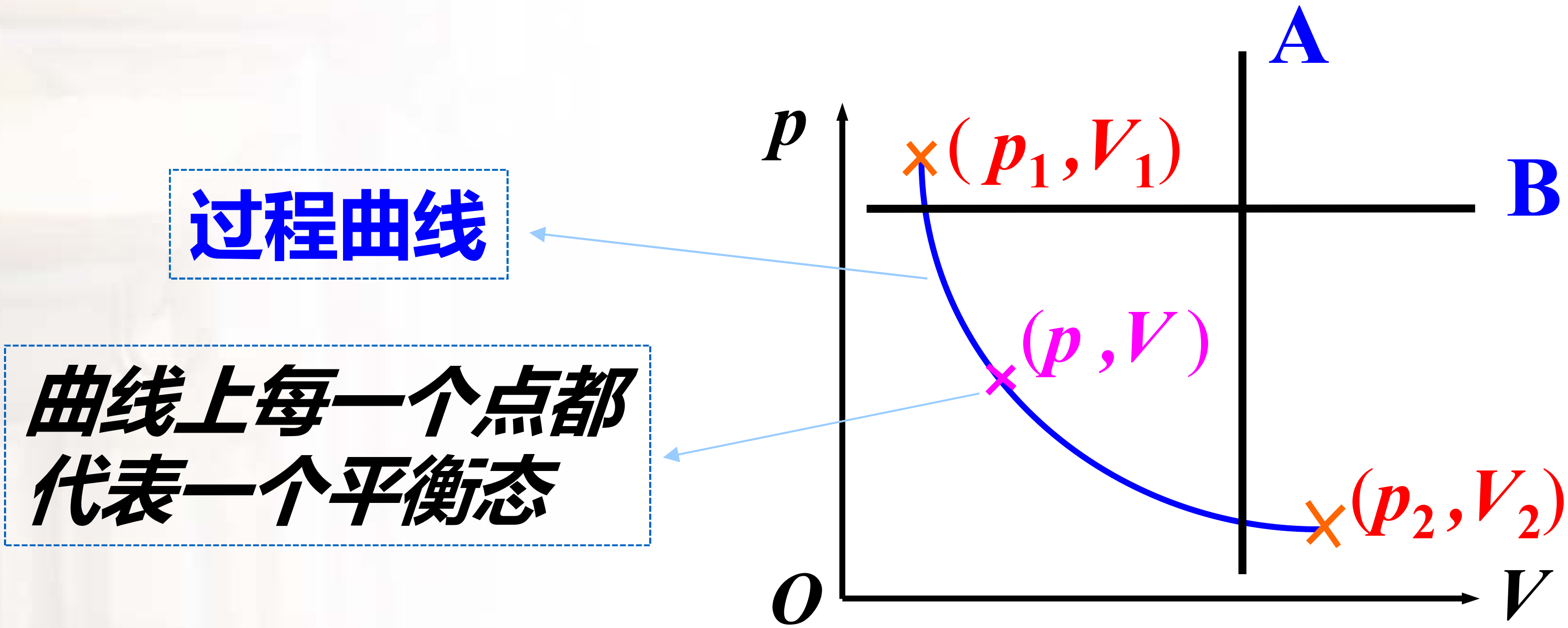
| $A'$ | $Q$ |
| --- | --- |
| ⇓ | ⇓ |
| 宏观位移 | 无宏观位移 |
| ⇓ | ⇓ |
| 外力做功 | 内能传递 |
| ⇓ | ⇓ |
| 宏观功 | 热量 |

**平衡态：**(P,V,T)在不受外界影响的条件下（与外界无任何形式的物质与能量交换），系统的宏观性质不随时间变化的状态（**动平衡**）。

**准静态过程：**系统的每一状态都**无限接近**于平衡态的过程。即准静态过程是由一系列平衡态组成的过程。

准静态过程是一个**理想化**的过程，是实际过程的近似。（*过程变化的时间 >> 弛豫时间*）

# 准静态过程可以用**过程曲线**来表示：




平衡态组成的准静态过程，非平衡态无法做出过程曲线

改变系统状态的方法： **作功** & **传热**

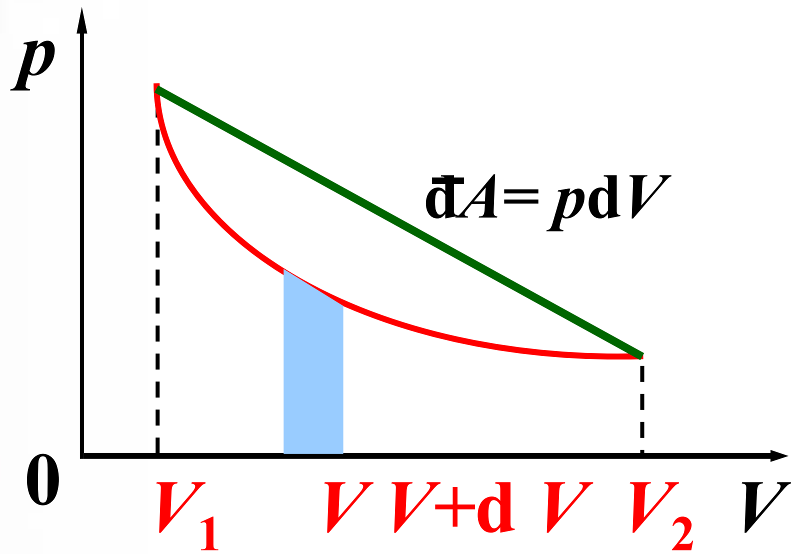
在忽略摩擦力的情况下，**气体对外界**做的**体积功**：$\mathrm{d}A = ps\mathrm{d}l = p\mathrm{d}V$

系统经历准静态过程，体积由$V_1$变化到$V_2$时，系统对外界做的**总功**为

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,\mathrm{d}V$$

过程曲线下的面积 = 功

初态，终态相同功也不一定一样，和过程有关。因此，功是**过程量**




$Q = \Delta E + A$

内能E由系统状态决定，和过程无关，是**状态量**

热量Q也是 **过程量**

# 过程量与状态量

过程量　　A, Q

状态量　　E

$$\boxed{Q = \Delta E + A}$$

**热容：**

$$C = \frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T}$$

$$C_V = \left(\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T}\right)_V$$

$$C_p = \left(\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T}\right)_p$$

**摩尔热容：**

$$C_{\mathrm{m}} = \frac{1}{\nu}\left(\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T}\right)$$

$$C_{V,\mathrm{m}} = \frac{1}{\nu}\left(\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T}\right)_V$$

$$C_{p,\mathrm{m}} = \frac{1}{\nu}\left(\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T}\right)_p$$

**定体摩尔热容：**

$$C_{V,\mathrm{m}}=\frac{1}{\nu}\left(\frac{đQ}{\mathrm{d}T}\right)_V \xrightarrow[E=\frac{i}{2}\nu RT]{đA_V=0} \boxed{C_{V,\mathrm{m}}=\frac{i}{2}R}$$

**定压摩尔热容：**

$$C_{p,\mathrm{m}}=\frac{1}{\nu}\left(\frac{đQ}{\mathrm{d}T}\right)_p \xrightarrow[E=\frac{i}{2}\nu RT]{pV=\nu RT} \boxed{C_{p,\mathrm{m}}=\frac{i}{2}R+R}$$

**迈耶公式 & 比热比：**

$$\boxed{C_{p,\mathrm{m}}-C_{V,\mathrm{m}}=R}$$

$$\boxed{\gamma=\frac{C_{p,\mathrm{m}}}{C_{V,\mathrm{m}}}=\frac{i+2}{i}}$$

**绝热过程：** 系统和外界没有热量交换的过程。
下列条件下的过程可视为绝热过程：

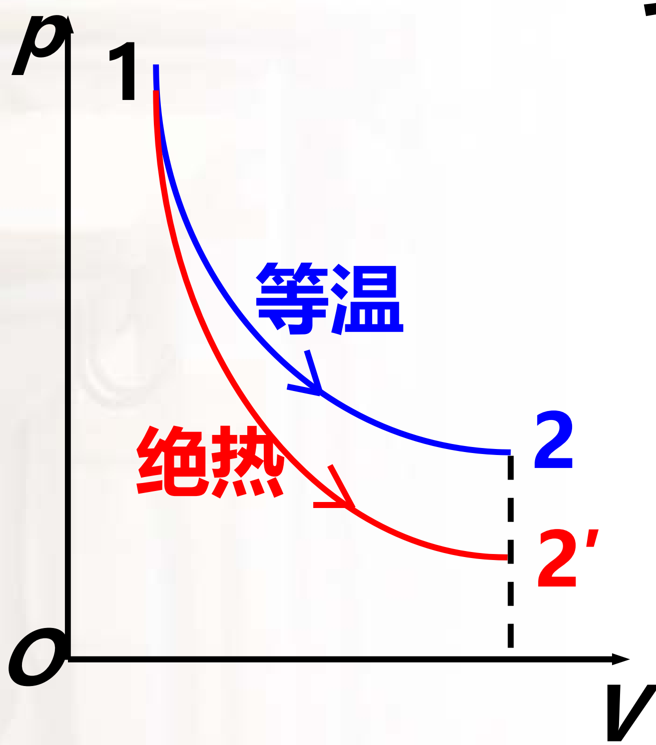
$$đQ = 0$$

**理想气体的准静态绝热过程**

$$\boxed{pV^{\gamma} = C}$$ → **泊松方程**

$$\boxed{TV^{\gamma-1} = \mathrm{const}.}$$

$$\boxed{p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = \mathrm{const}.}$$




**绝热线比等温线陡，因为：**

$$p = nkT$$

**等温膨胀（$E$ 不变）**

$V\uparrow \rightarrow n\downarrow \rightarrow p\downarrow$

**绝热膨胀**

$\left.\begin{array}{l} V\uparrow \rightarrow n\downarrow \\ E\downarrow \rightarrow T\downarrow \end{array}\right\} \rightarrow p\downarrow\downarrow$

$p_2 > p_{2'}$

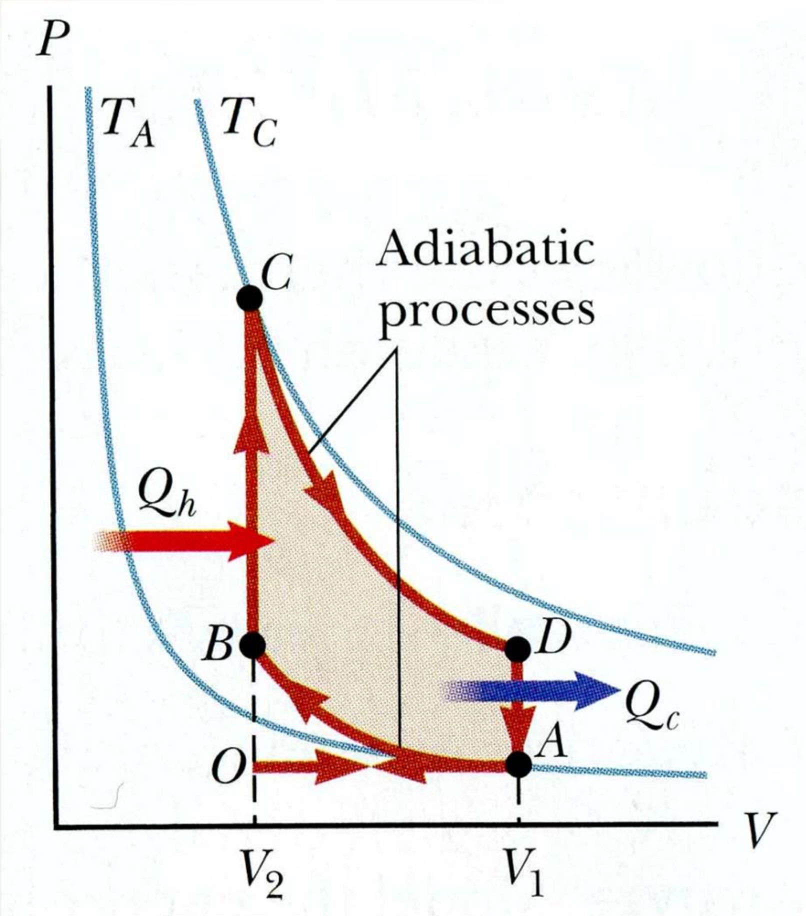
| 过程 | A | Q | ΔE |
|---|---|---|---|
| 等体 | | | |
| 等温 | | | |
| 绝热 | | | |
| 等压 | | | |

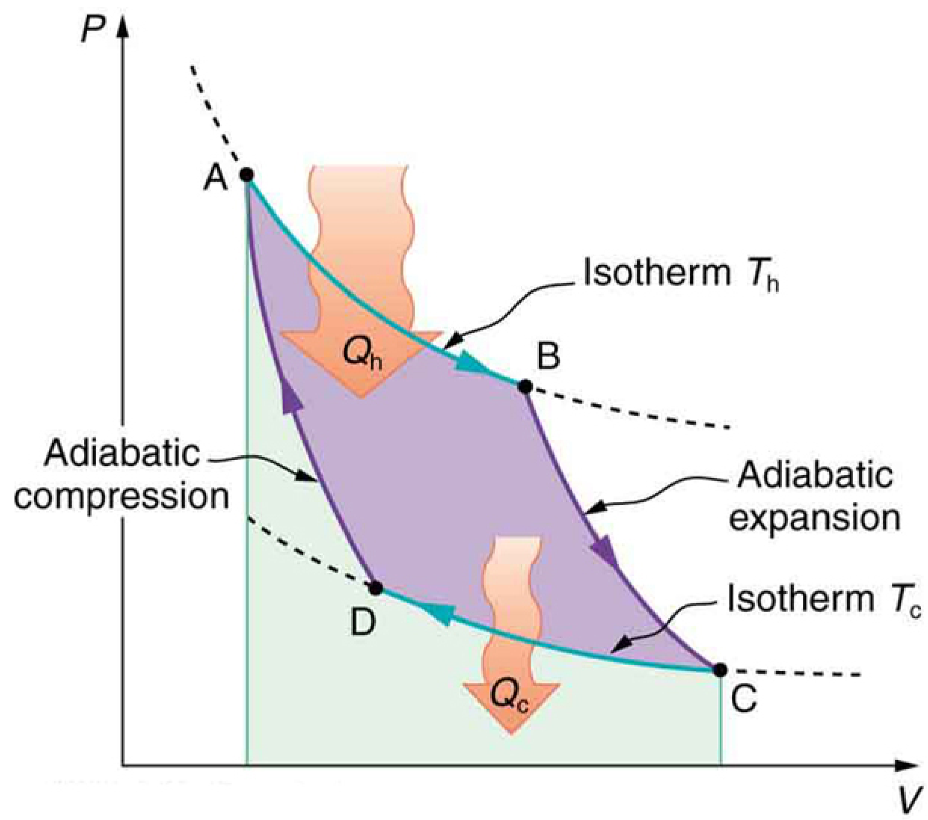
*ν摩尔理想气体，经准静态从态1，变化到态2，以分子自由度和系统初、末态表示A，Q，ΔE*

| 过程 | A | Q | ΔE |
|---|---|---|---|
| 等体 | 0 | $\frac{i}{2}(p_2-p_1)V$ | $\frac{i}{2}(p_2-p_1)V$ |
| 等温 | $\nu\ RT\ln(V_2/V_1)$ | $\nu\ RT\ln(V_2/V_1)$ | 0 |
| 绝热 | $\frac{i}{2}(p_1V_1-p_2V_2)$ | 0 | $\frac{i}{2}(p_2V_2-p_1V_1)$ |
| 等压 | $p(V_2-V_1)$ | $\frac{i+2}{2}\nu R(T_2-T_1)$ | $\frac{i}{2}\nu R(T_2-T_1)$ |

*ν摩尔理想气体，经准静态从态1，变化到态2，以分子自由度和系统初、末态表示A，Q，ΔE*

**循环过程：**系统（如热机中的工质）经一系列变化后**又回到初态**的整个过程叫循环过程。



净功

高温吸收的热量

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$= 1 - \frac{1}{\frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{1}{(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{(r)^{\gamma-1}}$$

$$\boxed{\eta_c = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

$$\boxed{w = \frac{Q_2}{|A|}}$$

$$\boxed{w_c = \frac{T_2}{T_1 - T_2}}$$

1. 对于本章中有关热力学第一定律的习题，解题的一般思路也可以总结成为“热学三字经”如下：

(1) 认系统　即要确定题目中要作为分析对象的系统。这同时也就确定了外界。

(2) 辨状态　即要辨别清楚所选定的系统的初状态和末状态以及相应的状态参量，并对同一状态参量 $p$、$V$、$T$ 等加注同一数字下标，如 $p_1$、$V_1$、$T_1$ 等。对所关注的状态要弄清楚是否平衡态。对理想气体的平衡状态的各状态参量才能应用理想气体状态方程。内能表示式也只能用于平衡态。

(3) 明过程　即要明确所选定的系统经历的是什么过程。首先要分清是否是准静态过程。有很多公式，如求体积功的积分公式和绝热过程的过程方程，都只是准静态过程才适用的方程。其次要明确是怎样的具体过程，如等温、等压、等体、绝热等。

(4) 列方程　即根据以上分析列出相应的方程求解。功是过程量，可以利用求体积功的积分公式直接计算功的大小。热量也是过程量，可以直接利用定压或定容热容量计算热量的多少。也可以利用热力学第一定律公式由已知热量求功或已知功求热量。

在解题过程中，最好能画出过程图线。这样做对理解题目和分析求解都会有帮助。

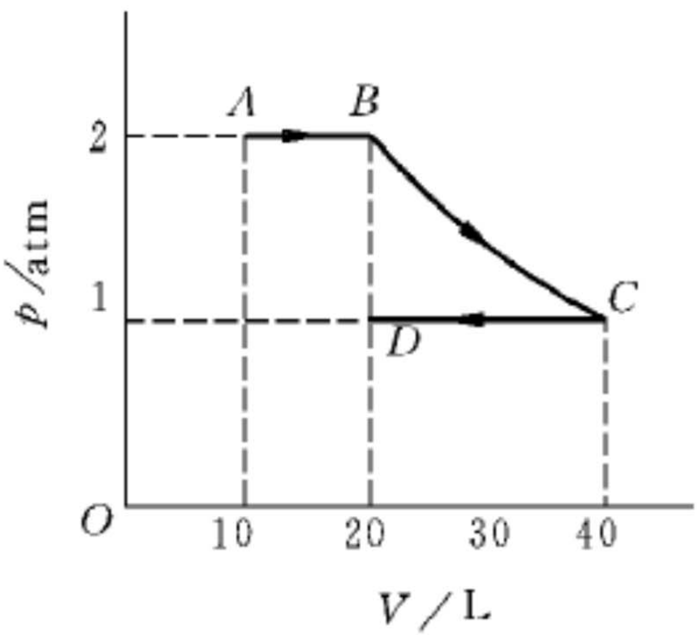
2. 关于循环过程，要首先理解效率和致冷系数的意义，即如何用热量和功定义的。其次要明确卡诺循环的效率和致冷系数的意义以及它们和热力学温度的关系。这样就可以利用给出的温度计算相应的功或热，或者相反地利用给出的功或热求出相应的温度。

**8.1** 使一定质量的理想气体的状态按图 8.1 中的曲线沿箭头所示的方向发生变化，曲线的 $BC$ 段是以 $p$ 轴和 $V$ 轴为渐近线的双曲线。

(1) 已知气体在状态 $A$ 时的温度 $T_A=300\ \text{K}$，求气体在 $B$,$C$ 和 $D$ 状态时的温度。

(2) 从 $A$ 到 $D$ 气体对外做的功总共是多少？

(3) 将上述过程在 $V$-$T$ 图上画出，并标明过程进行的方向。




$AB$ 为等压过程

$BC$ 为等温过程

$CD$ 为等压过程

解　(1) $AB$ 为等压过程

$$T_B = T_A \frac{V_B}{V_A} = 300 \times \frac{20}{10} = 600\ \mathrm{K}$$

$BC$ 为等温过程

$$T_C = T_B = 600\ \mathrm{K}$$

$CD$ 为等压过程

$$T_D = T_C \frac{V_D}{V_C} = 600 \times \frac{20}{40} = 300\ \mathrm{K}$$

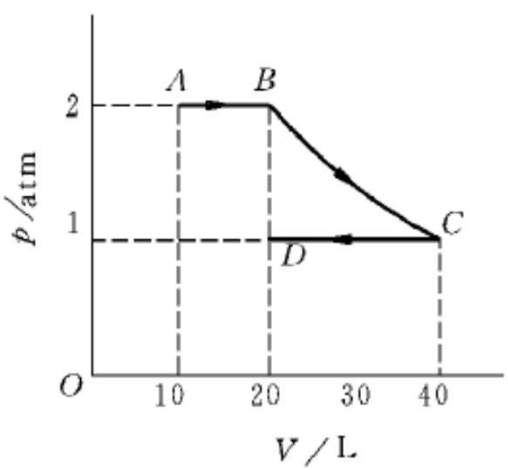
(2) $A = A_{AB} + A_{BC} + A_{CD}$

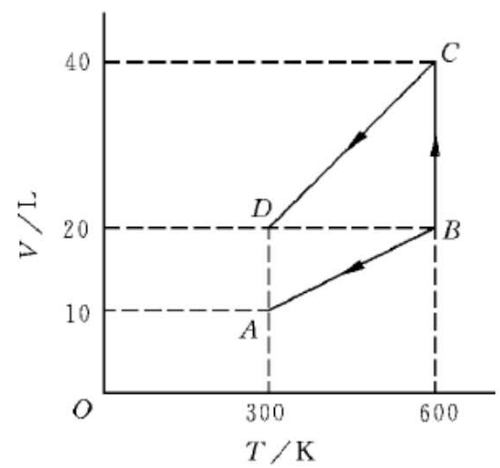
$$= p_A(V_B - V_A) + p_B V_B \ln \frac{V_C}{V_B} + p_C(V_D - V_C)$$

$$= \left[2 \times (20 - 10) + 2 \times 20 \times \ln \frac{40}{20} + 1 \times (20 - 40)\right] \times 1.01 \times 10^2$$

$$= 2.81 \times 10^3\ \mathrm{J}$$

(3) $V$-$T$ 图见图 8.2。



**8.5** 一定量氢气在保持压强为 $4.00\times10^5$ Pa 不变的情况下，温度由 0.0 ℃升高到 50.0 ℃时，吸收了 $6.0\times10^4$ J 的热量。

(1) 氢气的量是多少摩尔？

(2) 氢气内能变化多少？

(3) 氢气对外做了多少功？

(4) 如果这氢气的体积保持不变而温度发生同样变化，它该吸收多少热量？

**解** (1) 由 $Q=\nu C_{p,m}\Delta T=\nu\dfrac{i+2}{2}R\Delta T$，得

普适气体常量=8.31

$$\nu=\frac{2Q}{(i+2)R\Delta T}=\frac{2\times6.0\times10^4}{(5+2)\times8.31\times50}=41.3\ \text{mol}$$

(2) $\Delta E=\nu C_{V,m}\Delta T=\nu\times\dfrac{i}{2}R\Delta T=41.3\times\dfrac{5}{2}\times8.31\times50=4.29\times10^4$ J

(3) $A=Q-\Delta E=(6.0-4.29)\times10^4=1.71\times10^4$ J

(4) $Q=\Delta E=4.29\times10^4$ J

**8.10** 有可能利用表层海水和深层海水的温差来制成热机。已知热带水域表层水温约 25 ℃，300 m 深处水温约 5 ℃。

(1) 在这两个温度之间工作的卡诺热机的效率多大？

(2) 如果一电站在此最大理论效率下工作时获得的机械功率是 1 MW，它将以何速率排出废热？

(3) 此电站获得的机械功和排出的废热均来自 25 ℃的水冷却到 5 ℃所放出的热量，问此电站将以何速率取用 25 ℃的表层水？

**解** (1)

$$\eta=1-\frac{T_2}{T_1}=1-\frac{278}{298}=6.7\%$$

(2) 由 $\eta=1-Q_2/Q_1=1-Q_2/(A+Q_2)$ 可得

$$Q_2=\frac{A(1-\eta)}{\eta}=\frac{10^6\times(1-0.067)}{0.067}=14\times10^6\ \mathrm{J}$$

即电站将以 14 MW 的速率排出废热。

(3)

$$Q_1=A+Q_2=Cm\Delta T$$

$$m=\frac{A+Q_2}{C\Delta T}=\frac{1\times10^6+14\times10^6}{4.18\times10^3(25-5)}=1.8\times10^2\ \mathrm{kg}$$

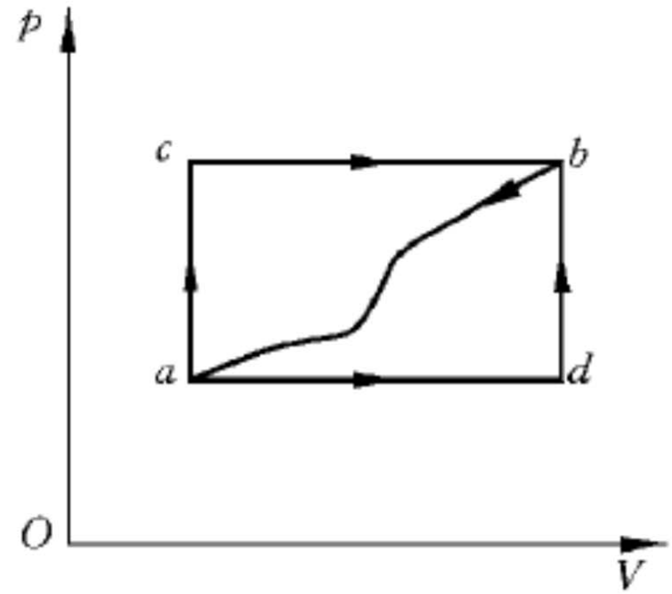
即以 $1.8\times10^2$ kg/s$=6.5\times10^2$ t/h 的速率取用表层水。

水的比热容=$4.2*10^3$

**8.2** 一热力学系统由如图 8.3 所示的状态 $a$ 沿 $acb$ 过程到达状态 $b$ 时，吸收了 560 J 的热量，对外做了 356 J 的功。

(1) 如果它沿 $adb$ 过程到达状态 $b$ 时，对外做了 220 J 的功，它吸收了多少热量？

(2) 当它由状态 $b$ 沿曲线 $ba$ 返回状态 $a$ 时，外界对它做了 282 J 的功，它将吸收多少热量？是真吸了热，还是放了热？




$$E_b - E_a = Q_{acb} - A_{acb} = 560 - 356 = 204\ \text{J}$$

(1) $Q_{adb} = E_b - E_a + A_{adb} = 204 + 220 = 424\ \text{J}$

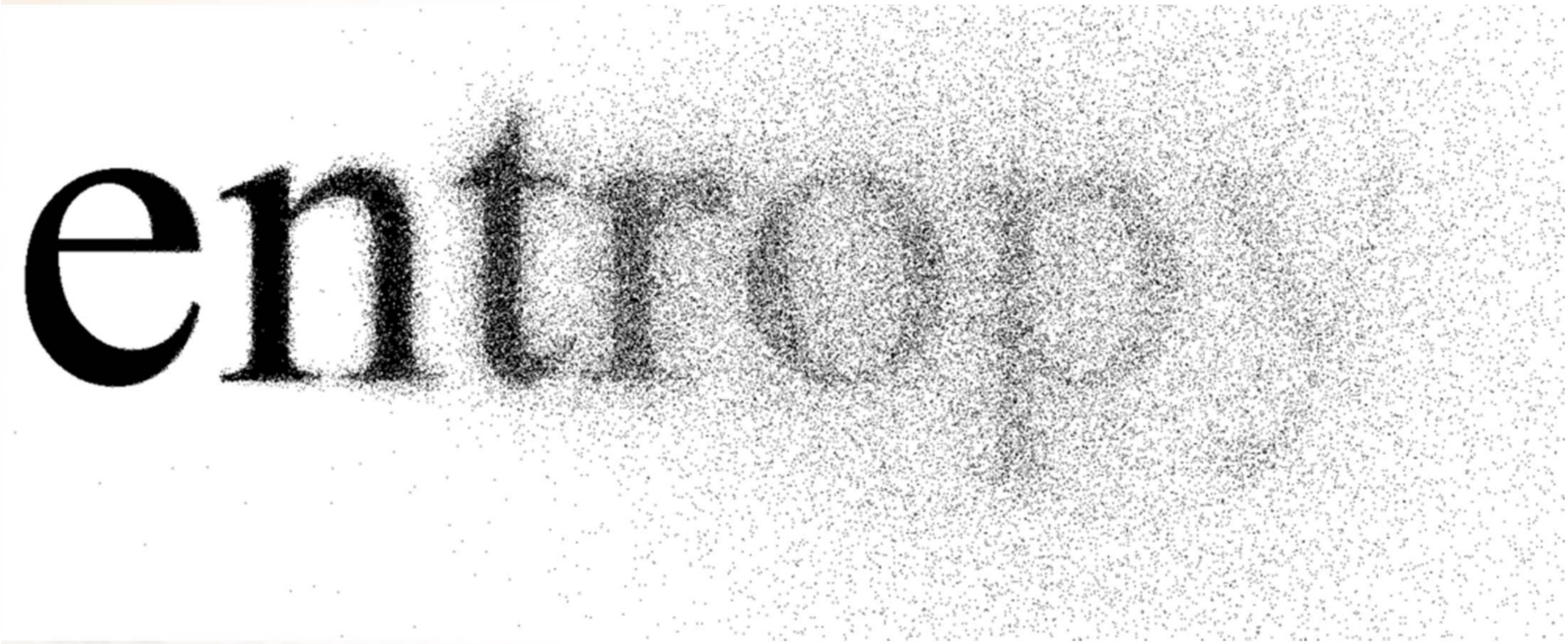
(2) $Q_{ba} = E_a - E_b + A_{ba} = -204 + (-282) = -486\ \text{J}$

热二律的开氏表述 → 功全部转换成热而不产生其它影响的过程是不可逆的

热二律的克氏说法 → 有限温差热传导不可逆

开氏、克氏表述的等价 → 功、热转换的不可逆性 ⇄ 热传导的不可逆性

某宏观态所包含的微观态数 $\Omega$ 叫该宏观态的热力学概率。统计理论的基本假设是：对于孤立系统，各个微观态出现的概率是相同的。


entrop

平衡态 $\Omega_{平} = \Omega_{\max}$ — 最概然态

非平衡态 $\Omega_{非} < \Omega_{平}$

非平衡态 $\xrightarrow{\text{自发}}$ 平衡态

$$\Omega_{非} \xrightarrow{\Omega\uparrow} \Omega_{平} = \Omega_{\max}$$

"一个孤立系统其内部自发进行的过程，总是由热力学概率小的宏观态向热力学概率大的宏观态过渡" —— 热二律的统计意义

$\boxed{S = k\ln\Omega}$ — 玻耳兹曼熵公式

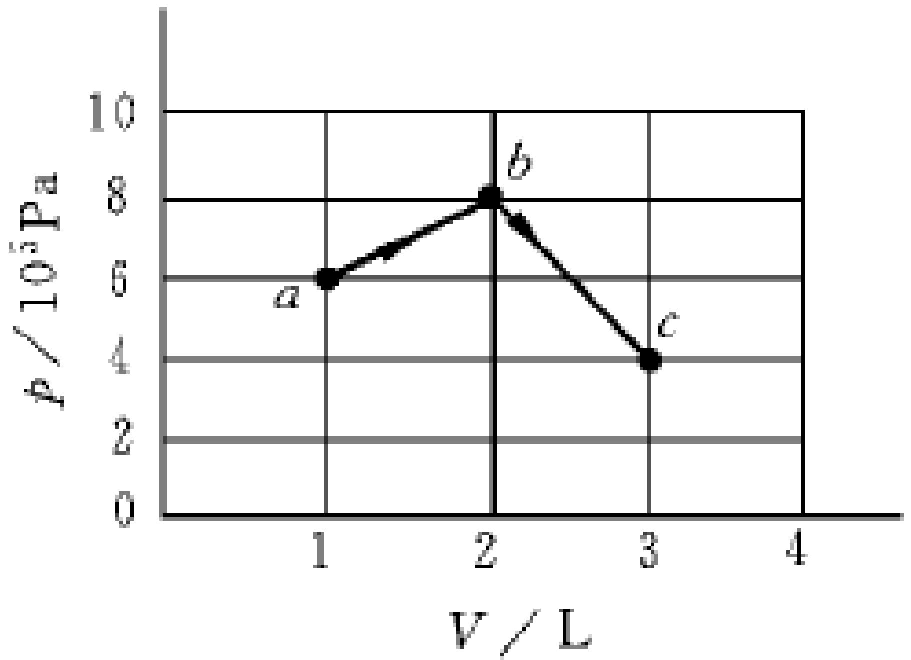
$$\boxed{S = k \ln \Omega}$$ — 玻耳兹曼熵公式

$$\mathrm{d}S = \frac{đQ}{T}$$ 克劳修斯熵公式

$$TdS = dE + pdV$$

$$\Delta S = C_{V,m} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

**9.1** 1 mol 氧气(当成刚性分子理想气体)经历如图 9.1 所示的过程由 $a$ 经 $b$ 到 $c$。求在此过程中气体对外做的功、吸的热以及熵变。



解　气体对外做的功等于 $abc$ 过程曲线下的面积，即

$$A=\frac{1}{2}(p_a+p_b)(V_b-V_a)+\frac{1}{2}(p_b+p_c)(V_c-V_b)$$

$$=\frac{1}{2}(8+6)\times10^5\times(2-1)\times10^{-3}$$

$$+\frac{1}{2}(8+4)\times10^5\times(3-2)\times10^{-3}$$

$$=1.3\times10^3\ \mathrm{J}$$

气体吸热为

$$Q = E_c - E_a + A = C_{V,m}(T_c - T_a) + A$$

$$= \frac{i}{2}R(T_c - T_a) + A = \frac{i}{2}(p_c V_c - p_a V_a) + A$$

$$= \frac{5}{2}(4\times 3 - 6\times 1)\times 10^5\times 10^{-3} + 1.3\times 10^3$$

$$= 2.79\times 10^3\ \mathrm{J}$$

熵变为

$$\Delta S = C_V \ln \frac{T_c}{T_a} + R\ln \frac{V_c}{V_a} = \frac{i}{2} R\ln \frac{p_c V_c}{p_a V_a} + R\ln \frac{V_c}{V_a}$$

$$= R\left( \frac{i}{2} \ln \frac{p_c}{p_a} + \frac{i+2}{2} \ln \frac{V_c}{V_a} \right)$$

$$= 8.31 \times \left( \frac{5}{2} \times \ln \frac{4}{6} + \frac{5+2}{2} \times \ln \frac{3}{1} \right)$$

$$= 23.5\ \mathrm{J/K}$$

**9.4** 在冬日一座房子散热的速率为 $2\times10^8$ J/h。设室内温度是 20 ℃，室外温度是 −20 ℃，这一散热过程产生熵的速率(J/(K·s))是多大?

$$\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2=\frac{-Q}{T_1}+\frac{Q}{T_2}=2\times10^8\times\left(\frac{-1}{293}+\frac{1}{253}\right)$$

$$=1.08\times10^5\ \text{J/K}$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta t}=1.08\times10^5/3600=30\ \text{J/(K}\cdot\text{s)}$$

# 简谐运动的运动学特征

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

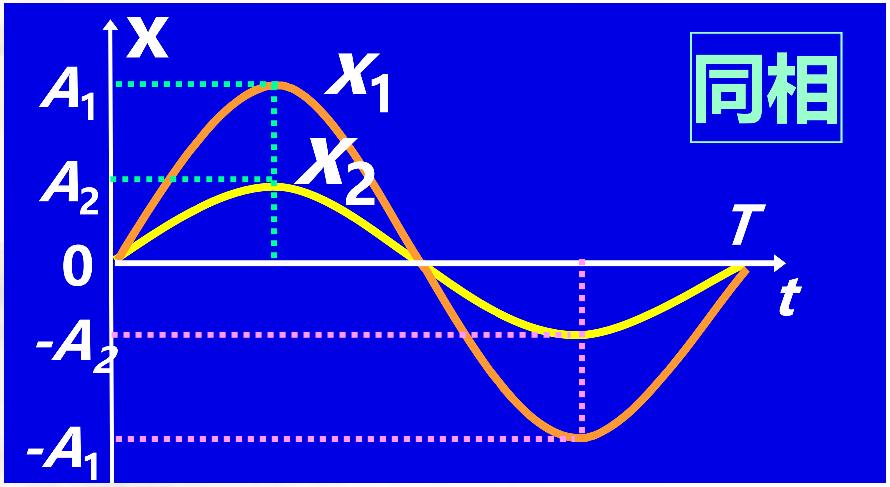
$A$:振幅, $\omega$:角频率, $\omega t + \varphi$: 相,$\varphi$:初相

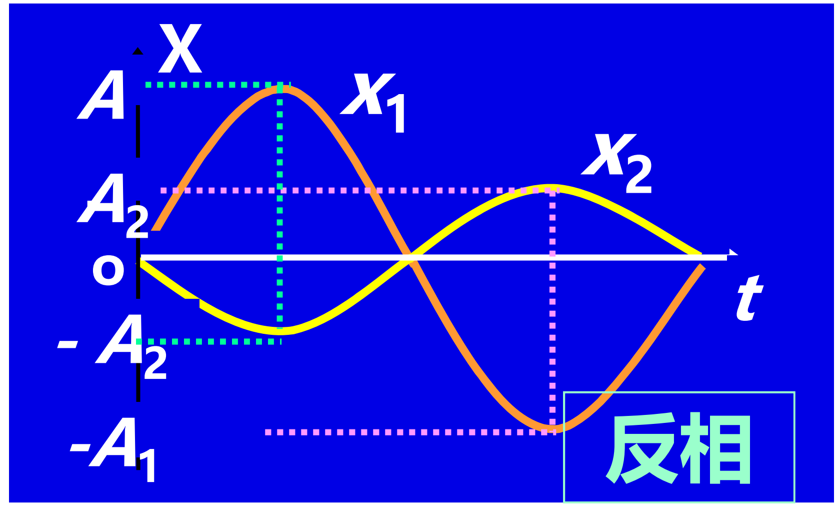
$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) = \omega A\cos(\omega t + \varphi + \pi/2)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x = \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

**说明：** **物体在简谐运动时，其位移、速度、加速度都是周期性变化**

**$v$ 比 $x$ 超前 $\pi/2$, $a$ 比 $x$ 超前 $\pi$**




(1) $\Delta\phi = 2k\pi$ 或 0 $\varphi_2 = \varphi_1 + 2k\pi$

(2) $\Delta\phi = (2k+1)\pi$ $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi$

(3) $\Delta\phi \neq k\pi$ 一般 $\Delta\phi$ 的值限制在 $\pm\pi$ 以内

$$a = \frac{f}{m} = -\frac{k}{m}x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\boxed{A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}}$$

$$\boxed{\varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)}$$

$$E = E_{\mathrm{k}} + E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\mathrm{A}^2$$

$$\boxed{\overline{E}_{\mathrm{k}} = \overline{E}_{\mathrm{p}} = E_{\mathrm{t}} / 2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0$$ ——动力学方程

阻尼项

- **1：阻尼较小时，$\beta<\omega_0$，称为欠阻尼（弱阻尼）**

**解：** $$\boxed{x(t)=A_0e^{-\beta\cdot t}\cos(\omega t+\varphi_0)}$$

**振幅** $A=A_0e^{-\beta t}$

**频率** $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$

**能量减小到原来的1/e的时间为:**

**时间常量 （鸣响时间）**

$$\tau = 1/2\beta$$

**品质因数**

**鸣响时间内振荡次数 x 2π**

$$Q = 2\pi\frac{\tau}{T} = \omega\tau = \omega/(2\beta)$$

## 三种阻尼

过阻尼： $\beta > \omega_0$

$$\boxed{x(t) = C_1 e^{-(\beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t} + C_2 e^{-(\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t}}$$

临界阻尼： $\beta = \omega_0$

$$\boxed{x(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\beta t}}$$

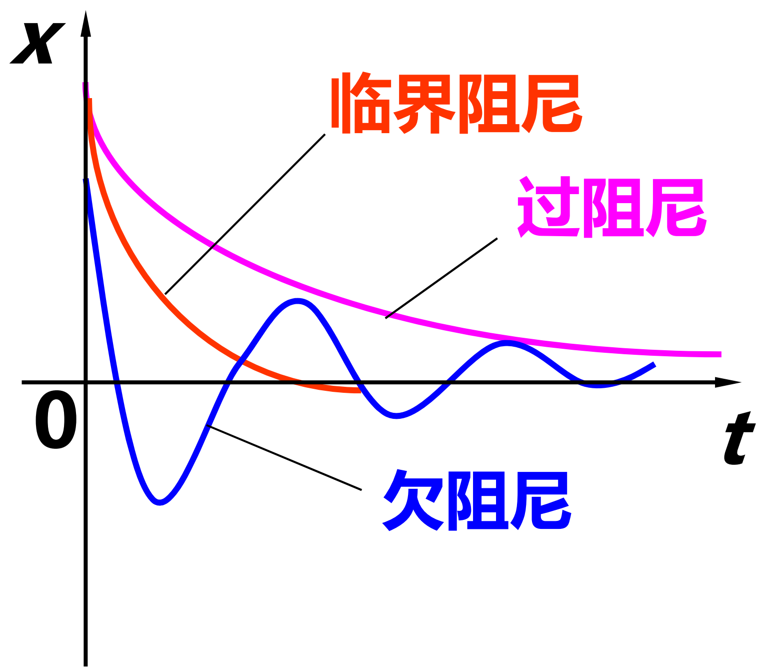
欠阻尼： $\beta < \omega_0$

$$\boxed{x(t) = A_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\omega t + \varphi_0)}$$

振幅： $A = A_0 e^{-\beta t}$

能量： $E = E_0 e^{-2\beta t}$

时间常数： $\tau = \dfrac{1}{2\beta}$



## 谐振子的受迫振动方程

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=a_0\cos\omega_{外}t$$

稳态频率：$\omega=\omega_{外}$

将稳态解代入方程可得：

振幅：$$A_p=\frac{a_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega_{外}^2\right)^2+4\beta^2\omega_{外}^2}}$$

位相：$$tg\alpha=\frac{-2\beta\omega_{外}}{\omega_0^2-\omega_{外}^2}$$

共振频率

$$\omega_r=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}$$

$$A_p=A_{max}=\frac{a_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}$$

## 同振动方向、同频率的两个简谐振动的合成

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$tg\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi \qquad A = |A_1 + A_2|$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi \qquad A = |A_1 - A_2|$$

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

合振动仍是**同频率**的**简谐振动** & 合振幅不仅与分振幅有关还与**$\Delta\varphi$有关**，合振幅的值在$A_1+A_2$与$A_1-A_2$（绝对值）之间。

## 同振动方向、不同频率的两个简谐振动的合成

$$\boxed{x=2A_1\cos(\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t)\cos(\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t+\varphi)}$$

振幅$A$按余弦函数变化，变化范围：$0\leq A\leq 2A_1$

可见 $\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t$ 改变$\pi$时，$A$就重复出现一次变化~~拍

拍的周期$\tau$和拍的频率$\nu$：

$$\frac{\omega_2-\omega_1}{2}\tau=\pi$$

$$\tau=\frac{2\pi}{\omega_2-\omega_1}=\frac{1}{\nu_2-\nu_1}=\frac{1}{\nu}$$

$$\nu=|\nu_2-\nu_1|$$

注：拍现象只在两分振动的频率相差不太大时才显出来。　即：$\omega_1+\omega_2>>|\omega_1-\omega_2|$ 现象才明显

## 17.2 解题思路

1. 根据给定条件写简谐运动的表达式时，要找出其三个特征量 $A$,$\omega$ 和 $\varphi$。其中求 $\varphi$ 要注意初始条件，利用初始条件画相量图是求 $\varphi$ 的一个方便的方法。由质点的初位置及初速度(特别是其正负)就可以画出振幅矢量的位置，由此就可由图上确定 $\varphi$ 值了。

2. 从分析力着手判定简谐运动时，基本步骤就是求质点在题给条件下受的合力。只要能得到质点受的合力对某一平衡位置的位移成正比而反向，就可判定质点的运动是简谐运动，并可立即由力和位移的比例常量和质点的质量写出简谐运动的角频率或频率或周期。

3. 应用同一直线上两个简谐运动的合成规律时，要特别注意它们的相(位)差和合成振幅的关系：同相时合振幅最大，反相时合振幅最小。

**17.1** 一个小球和轻弹簧组成的系统，按 $x=0.05\cos\left(8\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$ 的规律振动。

(1) 求振动的角频率、周期、振幅、初相、最大速度及最大加速度；

(2) 求 $t$=1 s,2 s,10 s 等时刻的相；

(3) 分别画出位移、速度、加速度与时间的关系曲线。

解　（1）与简谐运动的标准表示式 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 比较即可得

$$x=0.05\cos\left(8\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$$

$\omega=8\pi=25.1\ \mathrm{s}^{-1}$

$T=2\pi/\omega=0.25\ \mathrm{s}$

$A=0.05\ \mathrm{m}$，　$\varphi=\pi/3$

$v_{\mathrm{m}}=\omega A=8\pi\times0.05=1.26\ \mathrm{m/s}$

$a_{\mathrm{m}}=\omega^2 A=(8\pi)^2\times0.05=31.6\mathrm{m/s^2}$

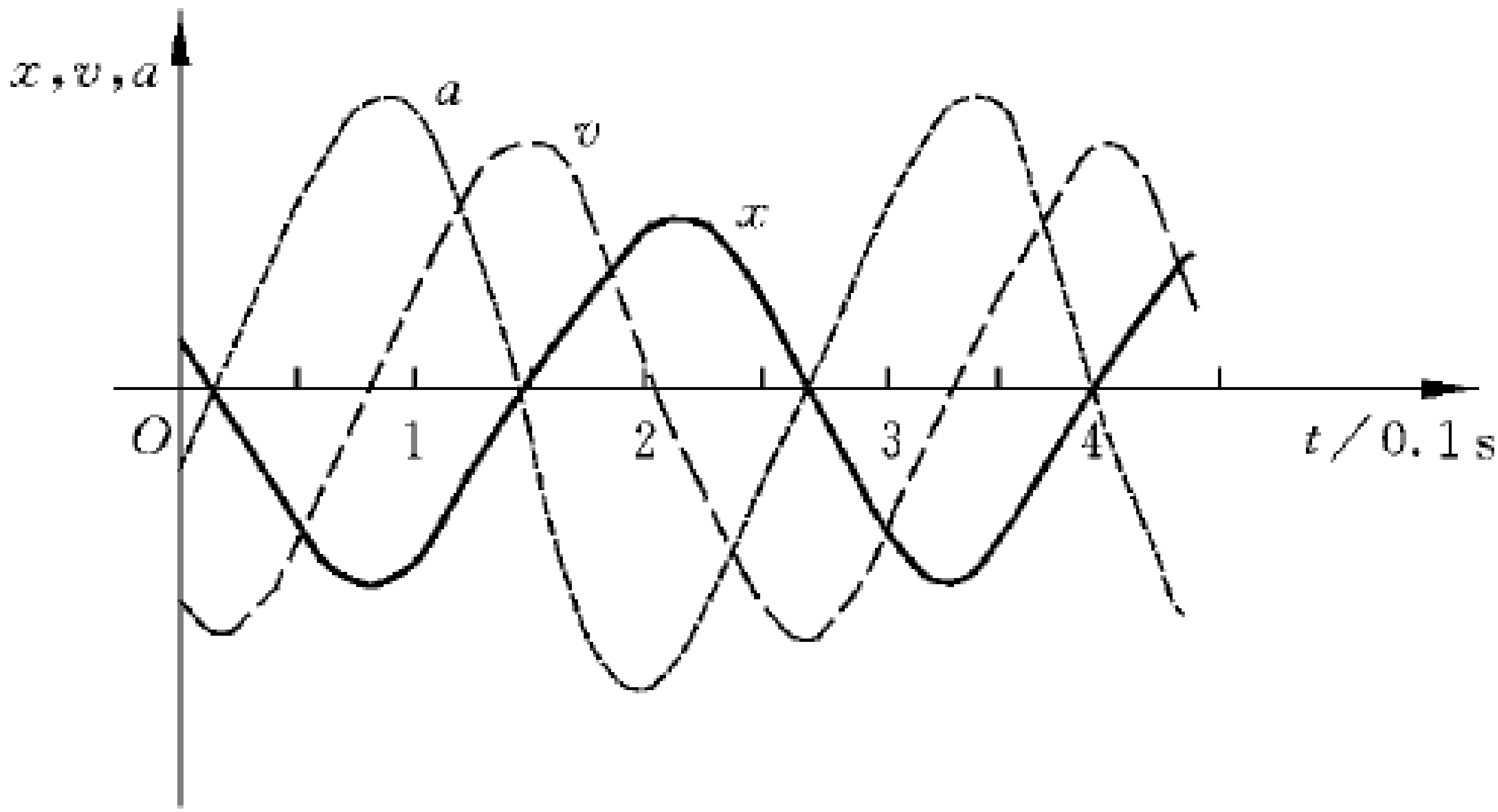
(2) $\varphi_1 = \omega t_1 + \varphi = 8\pi \times 1 + \pi/3 = 25\pi/3$

$\varphi_2 = \omega t_2 + \varphi = 8\pi \times 2 + \pi/3 = 49\pi/3$

$\varphi_3 = \omega t_3 + \varphi = 8\pi \times 10 + \pi/3 = 241\pi/3$

## (3) $x, v, a$ 和 $t$ 的关系图线

$$x = 0.05\cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

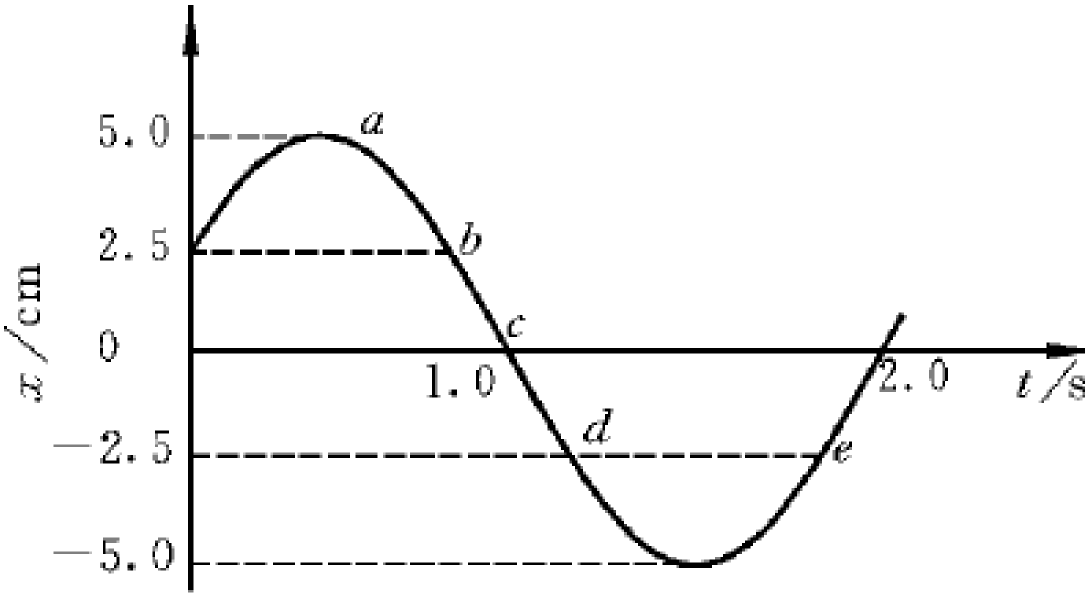


**17.3** 已知一个谐振子的振动曲线如图

(1) 求和 $a,b,c,d,e$ 各状态相应的相；

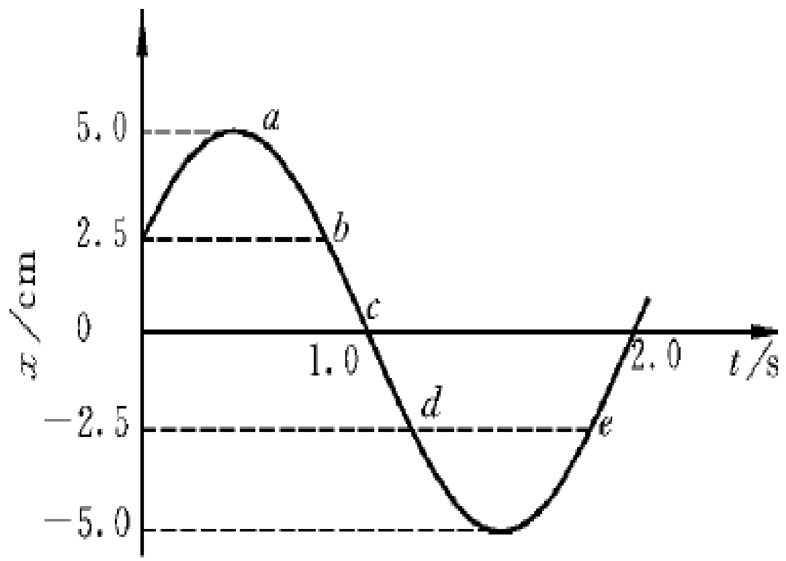
(2) 写出振动表达式；

(3) 画出相量图。



以 $x = A\cos\varphi$ 表示振动曲线

则由各点的 $x$ 值可得




$$x_a = A, \qquad \varphi_a = 0$$

$$x_b = \frac{A}{2}, \qquad \varphi_b = \frac{\pi}{3}$$

$$x_c = 0, \qquad \varphi_c = \frac{\pi}{2}$$

$$x_d = -\frac{A}{2}, \qquad \varphi_d = \frac{2\pi}{3}$$

$$x_e = -\frac{A}{2}, \qquad \varphi_e = \frac{4\pi}{3}$$

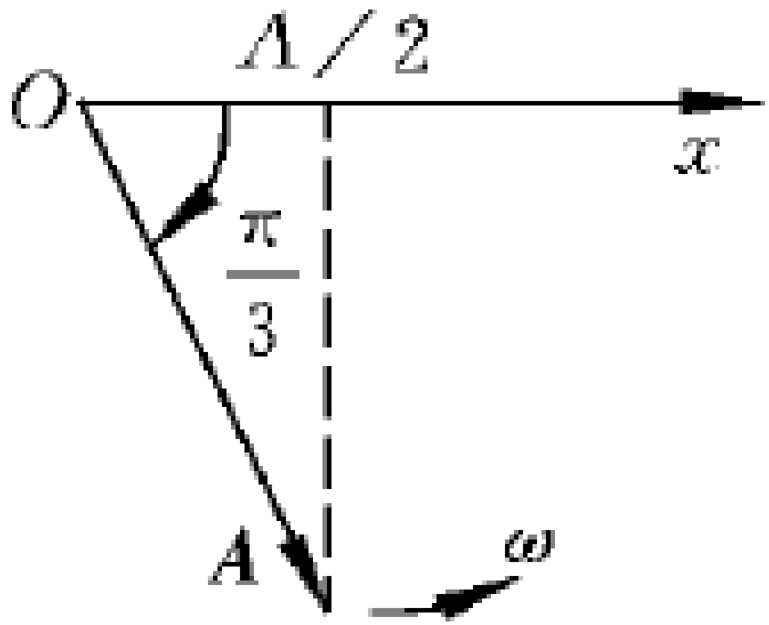
（2）由 $t=0$ 时，$x=\frac{A}{2}$，可知 $\varphi=\arccos\frac{1}{2}=\pm\frac{\pi}{3}$

再由 $v>0$，可知 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$。又由 $\frac{T}{2}=1.2\ \mathrm{s}$

可得 $\omega=\frac{2\pi}{T/2}=\frac{5\pi}{6}$。由此可写出振动表达式为

$$x=0.05\cos\left(\frac{5}{6}\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$$

（3）相量图如图



**17.5** 一水平弹簧振子，振幅 $A=2.0\times10^{-2}$ m，周期 $T=0.50$ s。当 $t=0$ 时，

(1) 物体过 $x=1.0\times10^{-2}$ m 处，向负方向运动；
(2) 物体过 $x=-1.0\times10^{-2}$ m 处，向正方向运动。

分别写出以上两种情况下的振动表达式。

$$v=\frac{dx}{dt}=-\omega\,A\sin(\omega\,t+\varphi)=\omega\,A\cos(\omega\,t+\varphi+\pi/2)$$

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2A\cos(\omega\,t+\varphi)=-\omega^2x=\omega^2A\cos(\omega\,t+\varphi+\pi)$$

(1) $x=A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right)=2.0\times10^{-2}\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$

(2) $x=2.0\times10^{-2}\cos(4\pi t-2\pi/3)$

**17.7** 一弹簧振子，弹簧劲度系数为 $k=25\ \mathrm{N/m}$，当物体以初动能 0.2 J 和初势能 0.6 J 振动时，试回答

(1) 其振幅是多大？

(2) 其位移是多大时，势能和动能相等？

(3) 其位移是振幅的一半时，势能多大？

(1) $A=\sqrt{2E/k}=\sqrt{2(E_k+E_p)/k}$

$=\sqrt{2\times(0.2+0.6)/25}=0.25\ \text{m}$

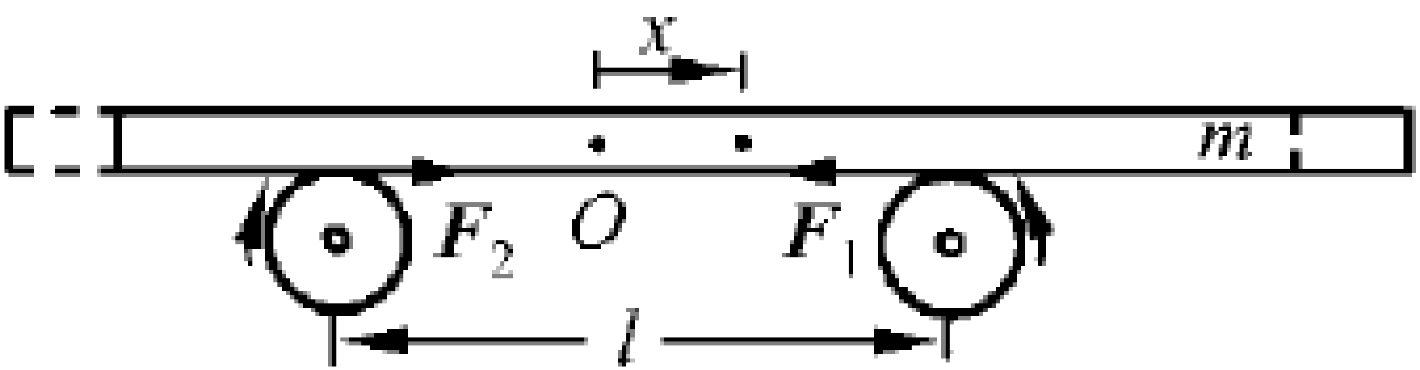
(2) $E_p=E_k$ 时，$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}E=\frac{1}{2}kA^2/2$

$x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\times0.25=\pm0.18\ \text{m}$

(3) $E_p=\frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right)=\frac{1}{4}(0.2+0.6)=0.2\ \text{J}$

**17.13** 如图 17.9 所示，一块均匀的长木板质量为 $m$ 对称地平放在相距 $l=20$ cm 的两个滚轴上。滚轴的转动方向如图示，滚轴表面与木板间的摩擦系数为 $\mu=0.5$ 今使木板沿水平方向移动一段距离后释放

证明此后木板将做简谐运动并求其周期。



当木板的质心由两滚轴之间距离的中点向右移 $x$ 的距离时板对滚轴的压力与其质心到滚轴的距离成反比，所以板受滚轴的滑动摩擦力的合力为

$$F=F_1-F_2=-\mu mg\frac{l/2+x}{l}+\mu mg\frac{l/2-x}{l}$$

$$=-\frac{2\mu mgx}{l}$$

由于此合力与 $x$ 成正比而反向，所以木板将在水平方向做简谐运动，其周期为

$$T=2\pi\sqrt{\frac{ml}{2\mu mg}}=2\pi\sqrt{\frac{0.20}{2\times0.5\times9.8}}=0.90\ \mathrm{s}$$

17.17 一细圆环质量为 $m$，半径为 $R$，挂在墙上的钉子上。求它的微小摆动的周期。

**解** 圆环摆起一角度 $\theta$ 时，将受到力矩 $-mgR\sin\theta$，由于圆环对悬挂点的转动惯量为 $2mR^2$

所以根据转动定律，对微小摆动，有

$$2mR^2\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=-mgR\sin\theta\approx-mgR\theta$$

由此得 $$T=2\pi\sqrt{\frac{2mR^2}{mgR}}=2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

**行波：** 扰动的传播，介质并不迁移

**简谐波的波函数 & 波长**

简谐运动传播时，各质元做简谐运动，位移随时间改变

各质元的初相位不同，简谐运动并不同步，在同一时刻，各质元的位移随位置的不同而不同

横波，纵波

$$\boxed{y(x,t)=A\cos\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)=A\cos(\omega t-kx)=A\cos2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)}$$

注： 如果沿x轴负向传播，负号改为正号

固体棒中的横波 $u=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$

固体棒中的纵波 $u=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

固体中可以传输横波和纵波，液体和气体中仅能传播纵波（通过体变模量） $u=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$

$$\Delta W_k = \Delta W_p = \frac{1}{2}\rho \Delta V \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\Delta W = \Delta W_k + \Delta W_p = \Delta m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi)$$
$$= \frac{\Delta m \omega^2 A^2}{2}[1 - \cos 2(\omega t - kx + \varphi)]$$

平均能流密度：一个周期内能量密度的平均值

$$\overline{w} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 = 2\pi^2 \rho \nu^2 A^2$$

波的强度： $I = \dfrac{dW}{dtdS} = \overline{w}u = \dfrac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 u$

# 应力和应变成正比：胡克定律

## 单位体积弹性势能：模量和应变平方乘积的一半

**1. 线变** $\frac{F}{S} = E\frac{\Delta \ell}{\ell_0}$

$$\boxed{\omega_p = \frac{1}{2}E(\frac{\Delta l}{l})^2}$$

E：杨氏模量

**2. 剪切形变** $\frac{F}{S} = G\frac{\Delta d}{D}$

$$\boxed{\omega_p = \frac{1}{2}G(\frac{\Delta d}{D})^2}$$

G：剪切模量

**3. 体变** $\Delta P = -K\frac{\Delta V}{V}$

$$\boxed{\omega_P = \frac{1}{2}K(\frac{\Delta V}{V})^2}$$

K：体弹模量

## 惠更斯原理

媒质中任意波面上的各点，都可看作是发射子波（次级波）的波源（点源），其后的任一时刻，这些子波面的包络面（包迹）就是波在该时刻的新的波面。

波的叠加原理：　几列波可以保持各自的特点（方向、振幅、波长、频率）　同时通过同一媒质，在它们相遇处，质元的位移为各波单独在该处产生位移的合成。　（亦称波传播的独立性）

$$y = \underline{\underline{2A\cos\frac{x}{\lambda}2\pi}} \cdot \underline{\underline{\cos\omega\ t}}$$

—— 不具备传播的特征

其绝对值为振幅　相位中无 $x$

驻波的振幅与位置有关

各质点都在作同频率的简谐运动

$$\left|\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right| = \begin{cases} 1 & 2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm k\pi \quad k = 0,1,2,\cdots \quad \text{波腹} \\ 0 & 2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm(k+\frac{1}{2})\pi \quad k = 0,1,2,\cdots \quad \text{波节} \end{cases}$$

$$x = \begin{cases} \pm k\frac{\lambda}{2} & k = 0,1,\cdots \quad A_{max} = 2A \quad \boxed{\text{波腹}} \\ \pm(k+\frac{1}{2})\frac{\lambda}{2} & k = 0,1,\cdots \quad A_{max} = 0 \quad \boxed{\text{波节}} \end{cases}$$

$$L = 10\log\frac{I}{I_0} \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$ 单位：分贝 $dB$

声速:

$$\boxed{u = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}$$

$$\nu_R = \frac{u + V_R}{u - V_S} \nu_S$$

$$\nu_R = \frac{u + V_R}{u} \nu_S$$

$$\nu_R = \frac{u}{u - V_S} \nu_S$$

电磁波

$$\nu_R = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \nu_S$$

$$\nu_R = \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \nu_S$$

马赫锥

$$\sin\alpha = \frac{u}{V_S}$$

$$\frac{\boldsymbol{v}_S}{\boldsymbol{u}}$$ —— 马赫数

谢谢！