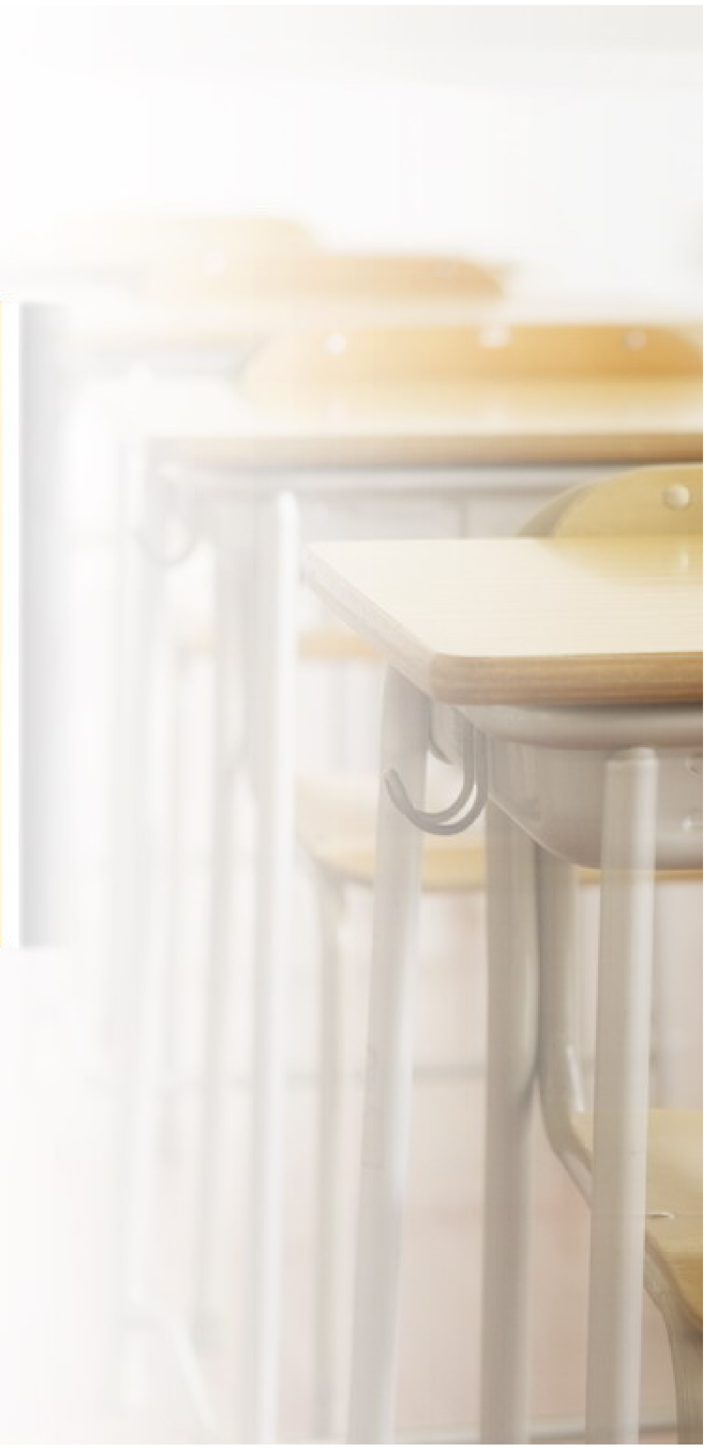
大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年



- 规律：　　线圈中的**B**、面积**S**、两者的夹角θ变化

  都会使线圈中产生电流

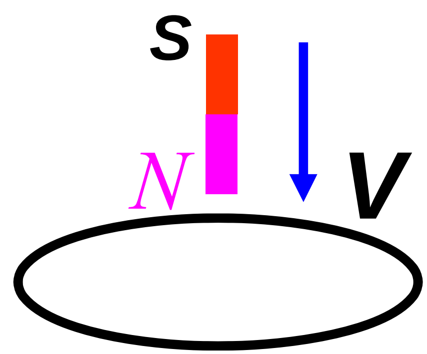
- 电磁感应现象：当通过一个闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，不管这种变化是由于什么原因产生的，回路中就会有电流出现。

- 感应电动势：　由于回路的磁通量发生变化而引起的电动势。

变 Φ_m $\longrightarrow$ 感应电流I

$$I=\frac{\varepsilon}{R}$$

本质 $\searrow$ 感应电动势ε

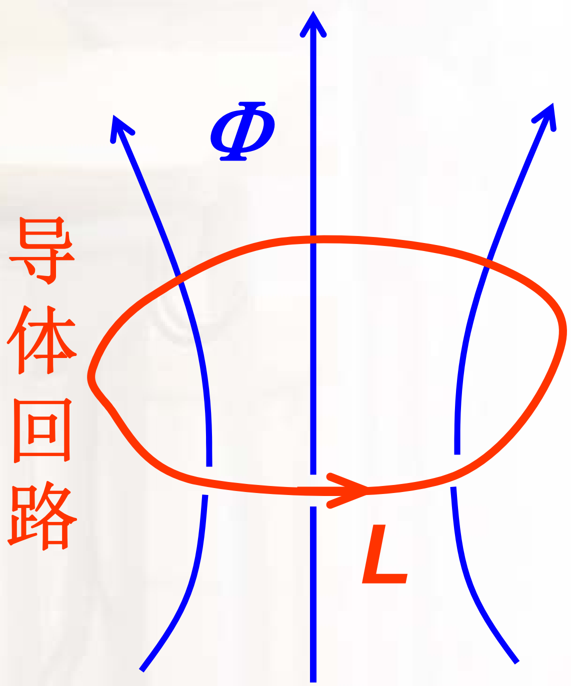


将磁铁插入非金属环中，环内有无感应电动势？有无感应电流?

有感应电动势存在，因**R=∞**而无感应电流。

一. 感应电动势

法拉第于1831年总结出规律：



感应电动势 $\boxed{\varepsilon = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$

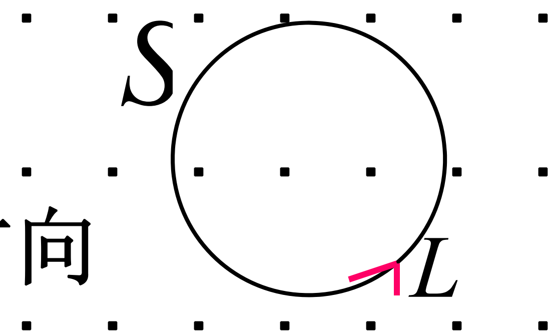
感应电动势的大小和通过导体回路的磁通量的变化率成正比

正方向约定：Φ 正向与回路 L 的正绕向成右手螺旋关系。

在此约定下， 式中的负号反映了楞次定律 （**Lenz law**）。

如均匀磁场 $\vec{B}$ $\dfrac{dB}{dt} > 0$

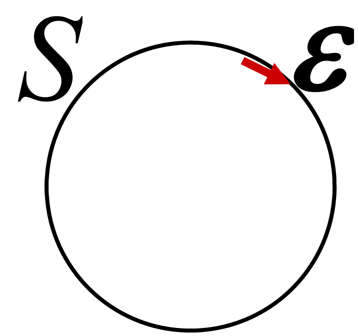
求：回路中的电动势



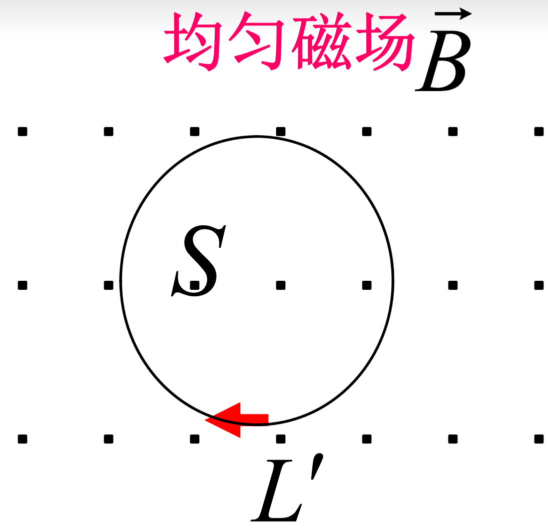
若绕行方向取如图所示的回路方向

磁力线方向与绕行方向成右螺，则磁通量为正，即 $\Phi_m = BS$

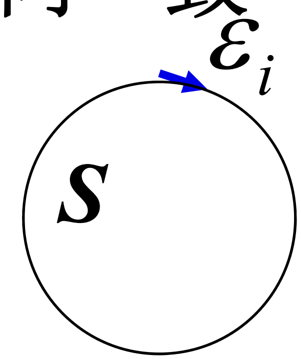
由 $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_m}{dt} = -\dfrac{dB}{dt}S < 0$



负号说明电动势的方向与所设的绕行方向相反



- 若绕行方向取如图所示的方向
- 按约定，磁通量取负 $\Phi=-BS$
- 由 $\varepsilon=-\dfrac{d\Phi}{dt}=\dfrac{dB}{dt}S>0$
- 正号说明电动势的方向与所设绕行方向一致



两种规定绕行方向得到的结果相同

楞次定律

“闭合导体回路中感应电流的方向，总是使它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化”

- 当磁通量增加时，感应电流的场与原磁场相反
  当磁通量减少时，感应电流的场与原磁场相同

- 电动势方向的判定：

磁通量的变化 → 感应电流的磁场方向 → 感应电流的方向 → 电动势的方向

感应电动势：

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

1. 大小：

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\Phi_m}{dt}\right|$$

2. 方向：　两种方法可以判断

➢ 对于由N匝组成的线圈（串联回路）

每匝中穿过的磁通分别为：$\Phi_1, \Phi_2, \cdots, \Phi_N$

则有 $$\varepsilon_i = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots \varepsilon_N = -\frac{d\Phi_1}{dt} - \frac{d\Phi_2}{dt} - \cdots - \frac{d\Phi_N}{dt}$$

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}}$$

$$\Psi = \sum_i \Phi_i$$ ——全磁通

磁链 $\Psi = N\Phi$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{d(BS)}{dt}}$$

引起磁通量变化的原因有两种：

1. 磁场不变，回路全部或局部在稳恒磁场中运动——动生电动势

2. 回路不动，磁场随时间变化——感生电动势

当上述两种情况同时存在时，则同时存在动生电动势与感生电动势。

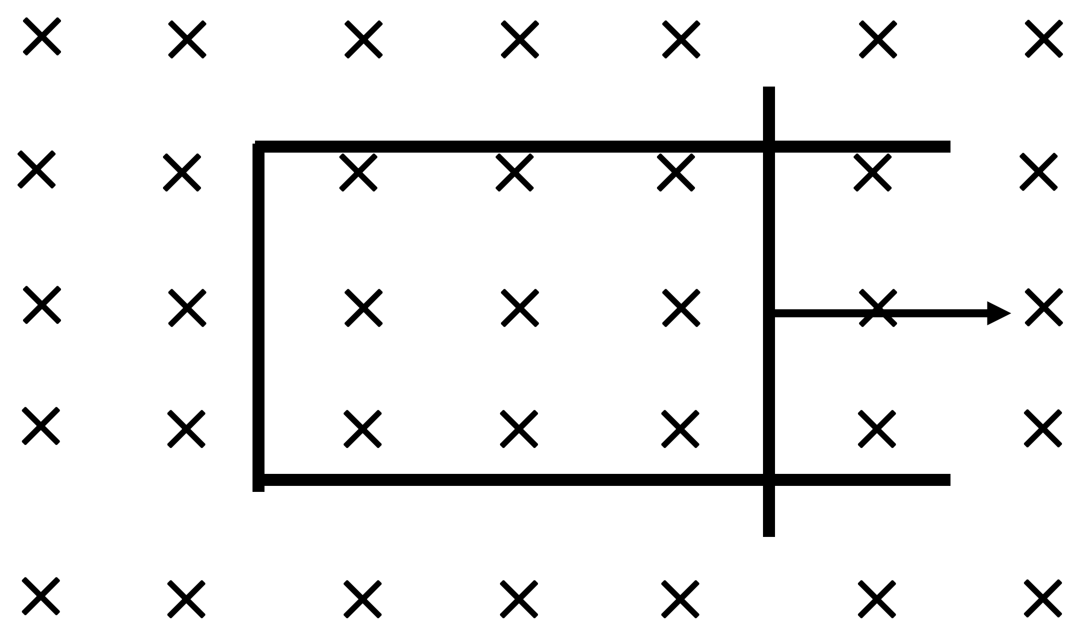
§ 7.2 动生电动势（motional emf）

感应电动势 $\begin{cases} \text{回路动引起的动生电动势}\varepsilon_{\text{动}} \\ \text{磁场变引起的感生电动势}\varepsilon_{\text{感}} \end{cases}$

一. 动生电动势

$$\Phi = BS = Blx$$

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(Blx) = Blv$$

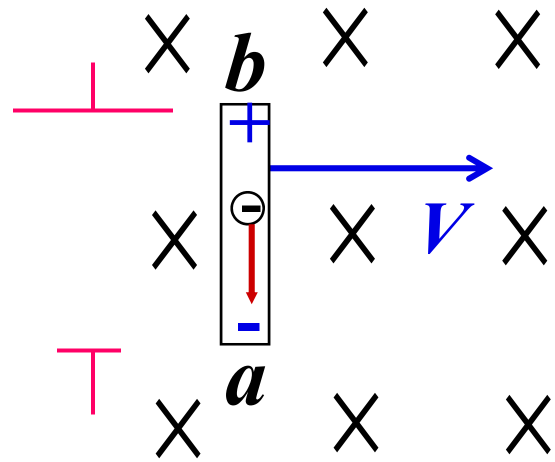


方向：楞次定律或右手定则

1)非静电力

$$\vec{f}\,' = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

相当于把正电荷从*a*移到*b*



2)非静电性场强

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{f}\,'}{e} = \vec{v} \times \vec{B}$$

3)电动势

$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = Blv$$

➢直导体棒在均匀磁场中运动的特例

- 非均匀磁场而且导体各段运动速度不同的情况

考虑以速度$\vec{v}$ 运动的导体元$d\vec{l}$

$$d\varepsilon = \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}$$

一般公式 $$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

①ε_{ab}表明积分方向由$a \rightarrow b$,即$d\vec{l}$方向沿$\overrightarrow{ab}$方向

$\varepsilon_{ab}>0$　　则ε方向$a \longrightarrow b$

$\varepsilon_{ab}<0$　　则ε方向$b \longrightarrow a$

②$\varepsilon_{ab}=U_b-U_a$

$\varepsilon_{ab}>0$　$U_b>U_a$　b端电势高,积累正电荷

$\varepsilon_{ab}<0$　$U_b<U_a$　a端电势高,积累正电荷

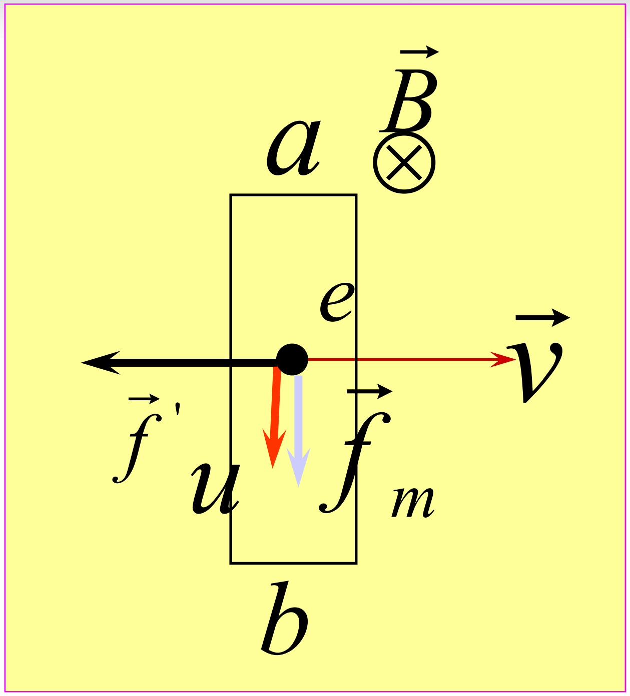
每个电子受的洛仑兹力

$$\vec{f}_L = \vec{f}_m + \vec{f}'$$

$$\vec{f}_L = e\vec{v} \times \vec{B} + e\vec{u} \times \vec{B} \qquad \boldsymbol{e < 0}$$

$$V = v + u$$

$$F \bullet V = (f_m + f') \bullet (v + u) = f_m u + f' v = 0$$



$\vec{f}_L$ 洛仑兹力对电子做功的代数和为零

$\vec{f}_m$ 对电子做正功

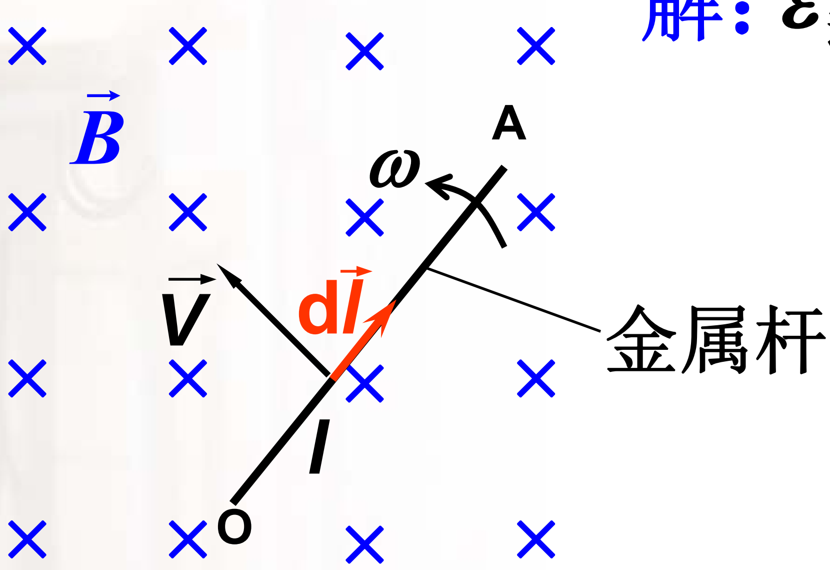
$\vec{f}'$ 反抗外力做功

$$f_m u + f' v = 0 \qquad f_m u = f_{ext} v$$

结论： 洛仑兹力的作用并不提供能量，而只是传递能量，即外力克服洛仑兹力的一个分量 f_m 所做的功，通过另一个分量 f' 转换为动生电流的能量。实质上表示能量的转换和守恒。

[例]: 如图示，$\overline{OA}=L$，$\vec{B}\perp\overline{OA}$，$\vec{B}=\text{const.}$，

$\overline{OA}$ 绕O轴转，角速度为ω。求：$\varepsilon_{动OA}$



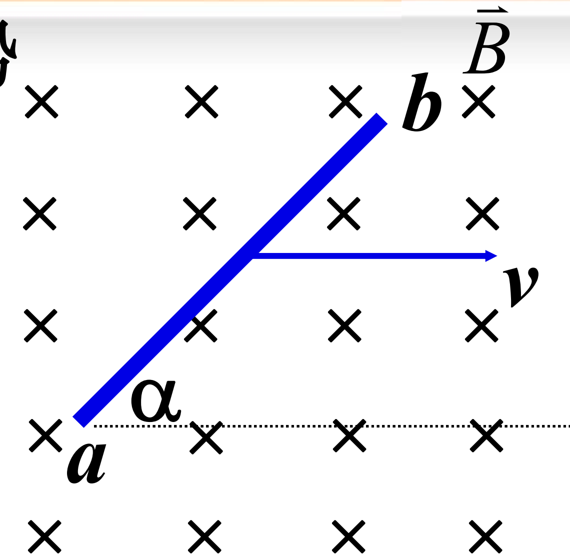
解：
$$\varepsilon_{动OA}=\int_{(O)}^{(A)}(\vec{V}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$
$$=-\int_{(O)}^{(A)}VB\,dl$$
$$=-\int_0^L\omega lB\,dl$$
$$=-\frac{1}{2}\omega BL^2<0$$

$\varepsilon_{动OA}$方向：$A\rightarrow O$，O点电势高（积累正电荷）

例:求长为L的金属棒ab上的电动势

解:　求ε_{ab}

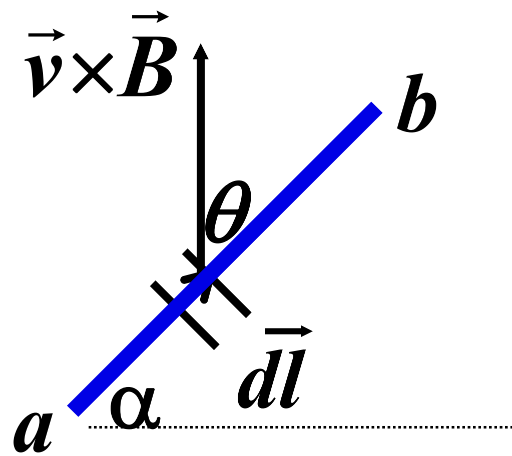
1)在动棒上任选$d\vec{l}$:



其$\vec{v}\times\vec{B}=\begin{cases}\text{大小 } vB\\ \text{方向: } \uparrow\end{cases}$

2) $(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = vBdl\cos\theta$

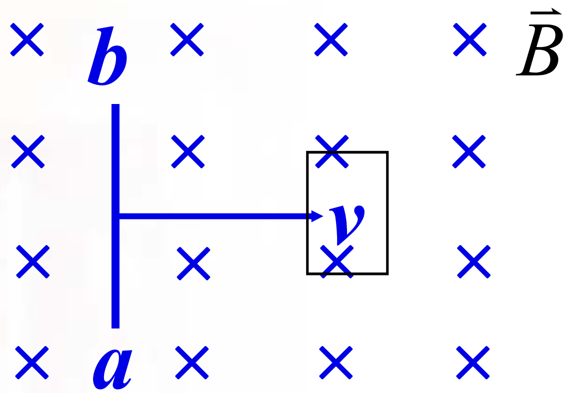
$$= vBdl\sin\alpha$$

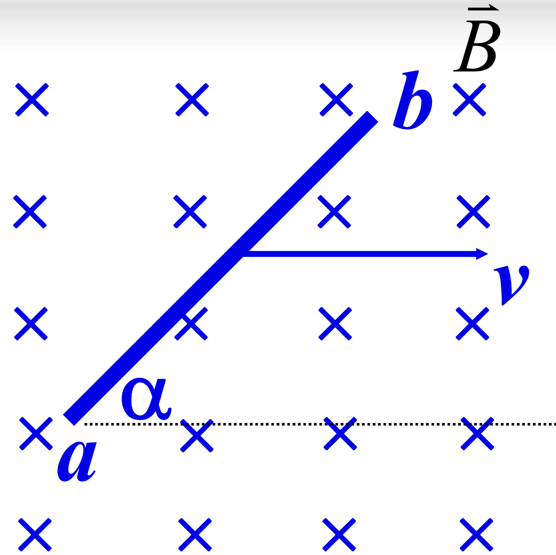


3)

$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b vBdl\sin\alpha = vBL\sin\alpha$$

b端积累正电荷,电势高　$a\rightarrow b$





$$\alpha = \frac{\pi}{2} \qquad \varepsilon_{ab} = \varepsilon_{\max} = vBL$$

$$\alpha = 0 \qquad \varepsilon_{ab} = \varepsilon_{\min} = 0$$

导体切割磁力线产生动生电动势

如图,求导线棒**cd**上电动势

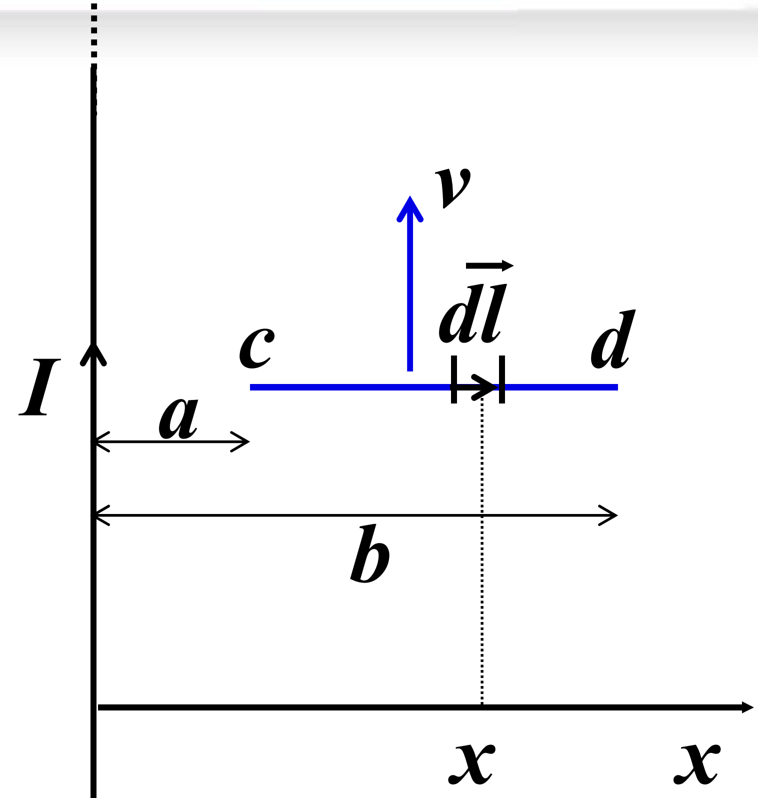
解: 求ε_{cd}

1)在动棒cd上任选$d\vec{l}$:

其$\vec{v}\times\vec{B}=\begin{cases}大小 \quad v\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x} \\ 方向: \quad \longleftarrow\end{cases}$

$$2)\ (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=v\frac{\mu_0 I}{2\pi x}dl\cos\pi$$

$$=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi x}dl$$



$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \quad \otimes$$

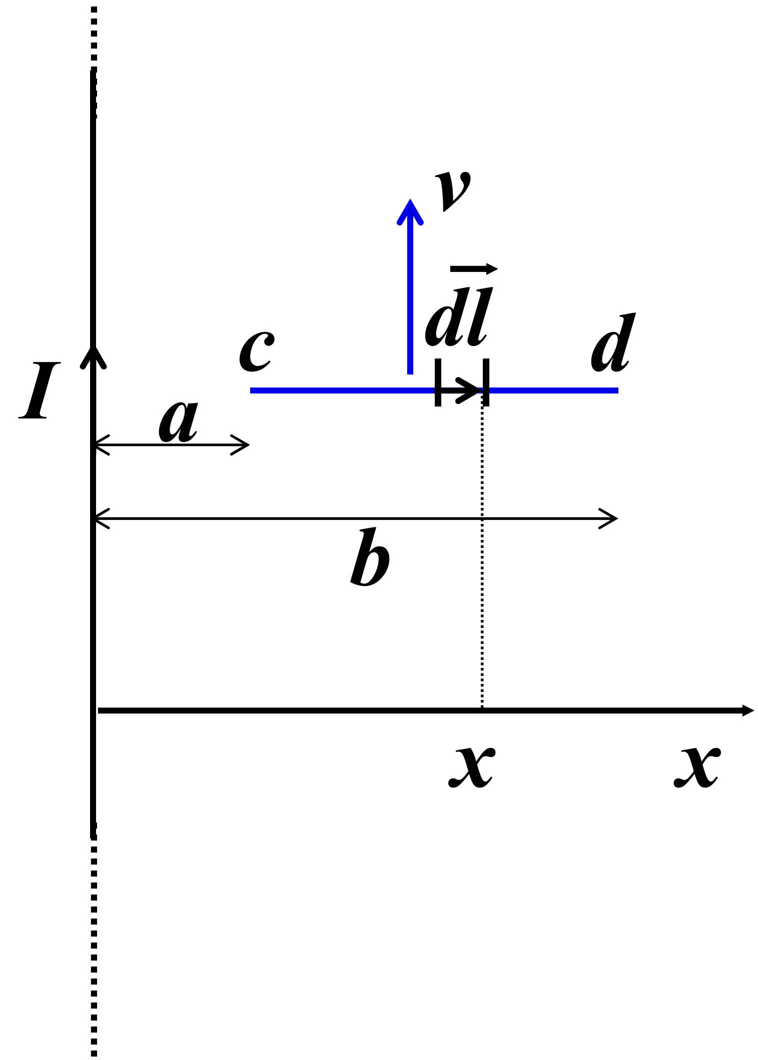
$dl=dx$

$$\varepsilon_{cd}=\int_c^d-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi x}dx=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\varepsilon_{cd}\langle 0$$

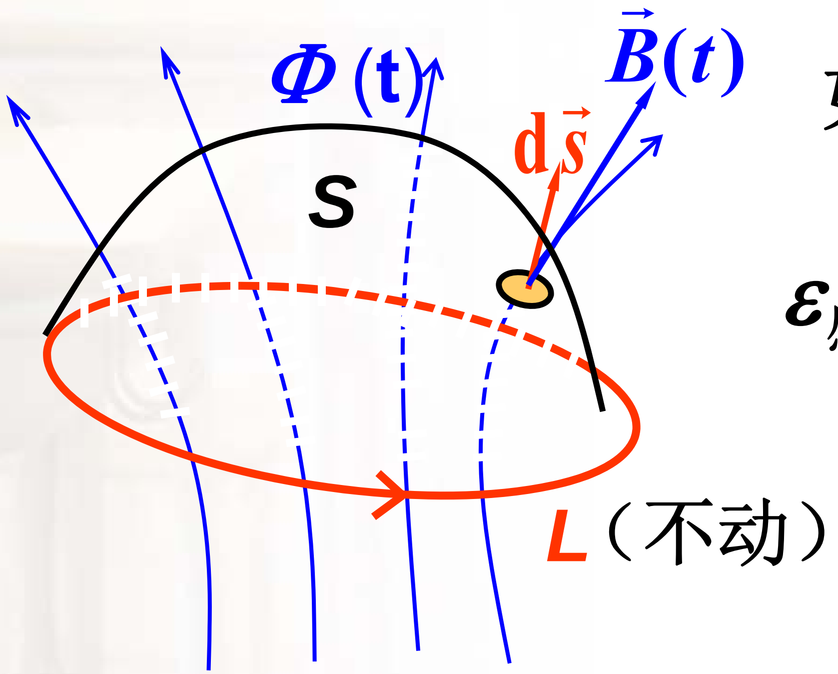
c端电势高,积累正电荷

或用右手定则也可判断



§ 7.3 感生电动势和感生电场

一 . 感生电动势 （Induced emf）



如图，L不动，$\vec{B}$变 $\rightarrow \varepsilon_{感}$

$$\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

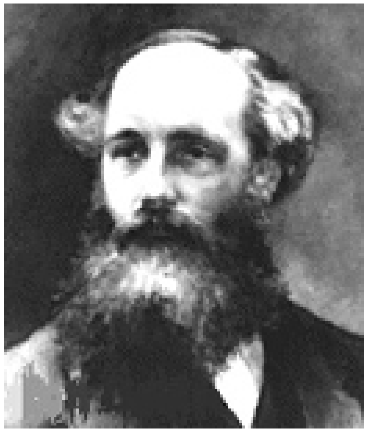
$$= -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

符号规定：Φ 的正向与L的绕向成右螺旋关系，由此定出 $\mathrm{d}\vec{s}$ 法线的正向。

动生电动势： 非静电力 → 洛仑兹力

感生电动势： 非静电力 → ？

Maxwell： 变化的磁场在其周围空间要激发一种电场。



Maxwell（1831----1879）

二．感生电场（induced electric field）

产生感生电动势的非静电力是什么呢?

麦克斯韦（Maxwell）提出：变化的磁场可以激发非静电性质的电场 —— 感生电场 $\vec{E}_{感}$。

$$\varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

感生电场是非保守场 —— 有旋电场（curl electric field），它不存在相应的“势”的概念。

Maxwell：磁场变化时，不仅在导体回路中，而且在其周围空间任一点激发电场，感生电场沿任何闭合回路的线积分都满足下述关系：

$$\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_d \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- ***S*** 面是 ***L*** 曲线所包围的面，***L***的绕行方向与 ***S*** 面的法线方向成右手螺旋关系。

在一般情况下,一个空间中既有静电场,也有感生电场

$$\oint_L \vec{E}_{静} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L (\vec{E}_{静} + \vec{E}_{感}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{静} \cdot d\vec{l} + \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

这个公式是关于电场和磁场的又一个普遍的基本规律

• 感生电场与静电场相比

相同处：

对电荷都有作用力。

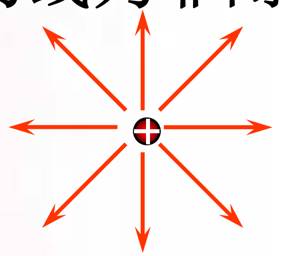
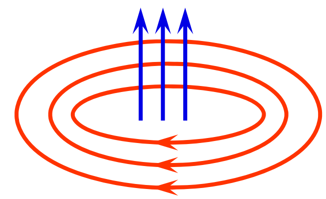
若有导体存在都能形成电流

不相同处：

涡旋电场不是由电荷激发，是由变化磁场激发。

涡旋电场线不是有头有尾，是闭合曲线。

感生电场与静电场的区别

	静电场 $\vec{E}$	感生电场 $\vec{E}_{感}$
起源	由静止电荷激发	由变化的磁场激发
电力线形状	电力线为非闭合曲线 	电力线为闭合曲线 $\vec{E}_{感}$  $\frac{d\boldsymbol{B}}{dt} > 0$
电场的性质	为保守场作功与路径无关 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	为非保守场作功与路径有关 $\varepsilon_i = \oint \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_m}{dt}$
	静电场为有源场 $\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$	感生电场为无源场 $\oiint \vec{E}_{感} \cdot d\vec{S} = 0$

➢感生电动势的计算

方法一，由 $\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l}$

需先算$\vec{\mathbf{E}}_{感}$

方法二，由 $\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{di}$

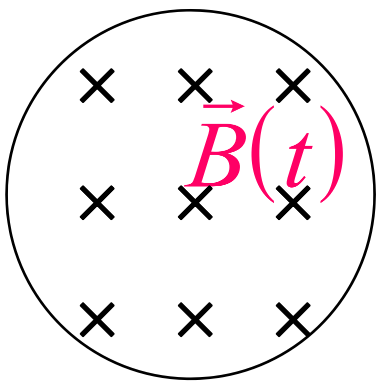
(有时需设计一个闭合回路)

2. 感生电场的计算

$$\oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

当 $\vec{E}_i$ 具有某种对称性才有可能计算出来

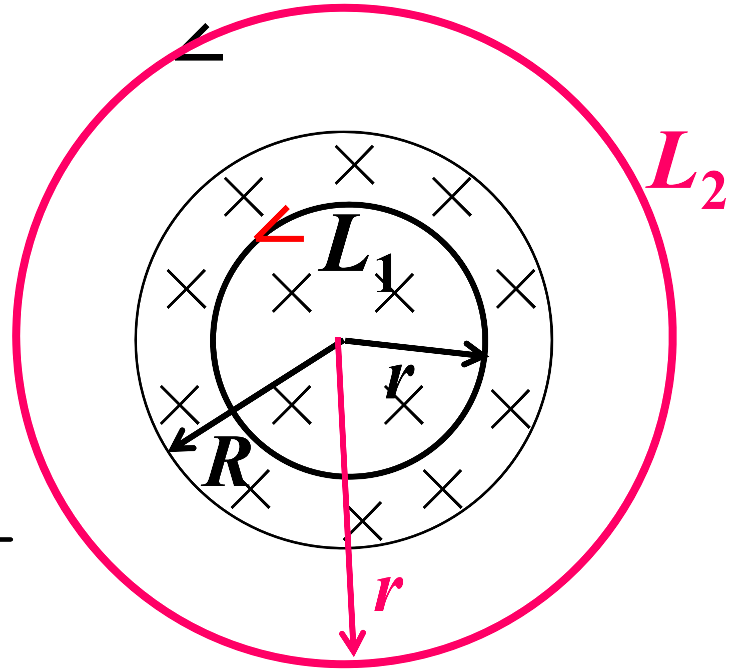
例：空间均匀的磁场被限制在圆柱体内，磁感强度方向平行柱轴，如长直螺线管内部的场。磁场随时间变化，且设dB/dt=C >0，求圆柱内外的感生电场。



则感生电场具有柱对称分布

此 $\vec{E}_i$ 特点：同心圆环上各点大小相同，方向沿圆周切向，且为逆时针

$$\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = E_i \cdot 2\pi r$$



回路L_1 $r<R$ $\Phi_m = -B\cdot\pi r^2$

$$-\frac{d\Phi_m}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

回路L_2 $r>R$ $\Phi_m = -B\cdot\pi R^2$

$$-\frac{d\Phi_m}{dt} = \pi R^2 \frac{dB}{dt} = \pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

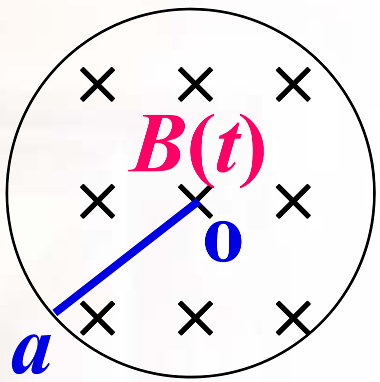
$$\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = E_i \cdot 2\pi r = \begin{cases} \pi r^2 \dfrac{dB}{dt} & r \leq R \\ \pi R^2 \dfrac{dB}{dt} & r \geq R \end{cases}$$

$$E_i = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt} \qquad r \leq R$$

$$E_i = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt} \qquad r \geq R$$

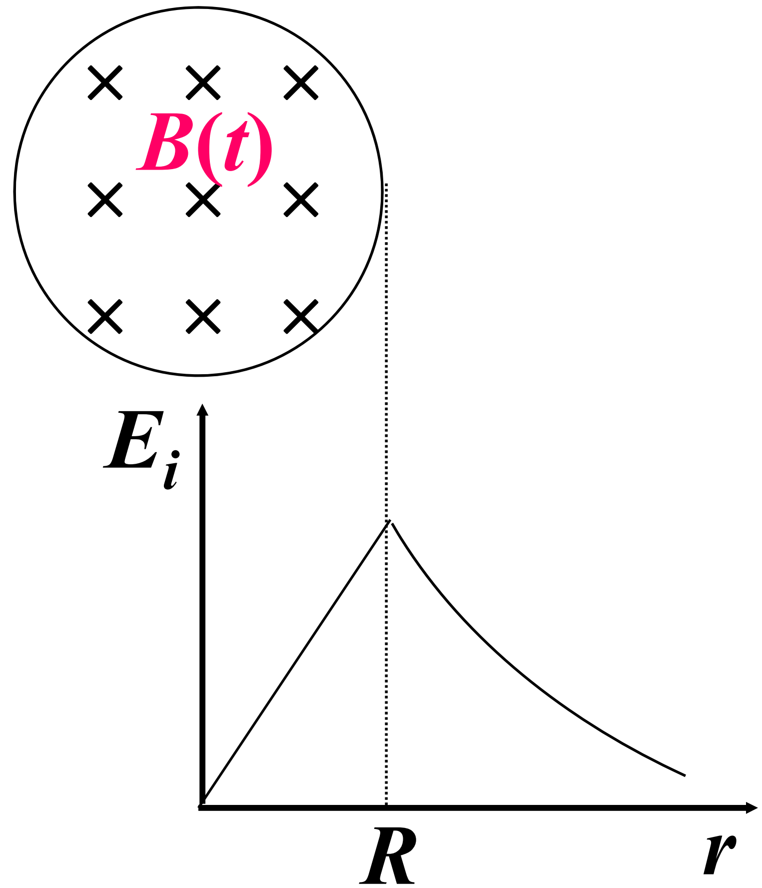
可见变化的磁场在其周围空间任一点都产生感生电场

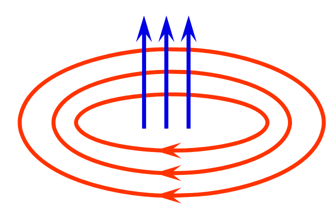
求半径*oa*线上的感生电动势



$$\varepsilon_{oa} = \int_o^a \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = 0$$

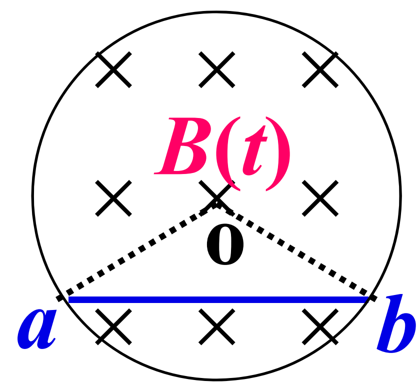
可利用这一特点较方便地求其它线段内的感生电动势：补上半径方向的线段构成回路，利用法拉第电磁感应定律.





线段ab内的感生电动势

补上两个半径oa和bo与ab构成回路$obao$



$$\varepsilon_{obao} = \varepsilon_{ob} + \varepsilon_{ba} + \varepsilon_{ao} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\varepsilon_{ao} = 0 \quad \varepsilon_{ob} = 0$$

$$\varepsilon_{ba} = -S_{\Delta oab}\frac{dB}{dt} \quad \left\{ \begin{array}{l} |\varepsilon| = S_{\Delta oab}\dfrac{dB}{dt} \\ a \longrightarrow b \end{array} \right.$$

讨论

1）感生电场，源于法拉第电磁感应定律又高于法拉第电磁感应定律。其存在已被包括电磁波在内的许多实验事实所证实。

2）感生电场的应用

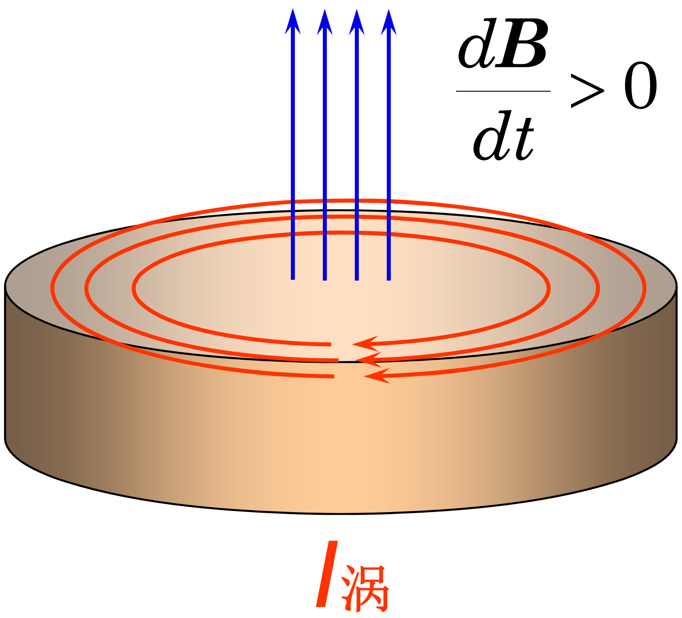
电子感应加速器

涡流

涡电流

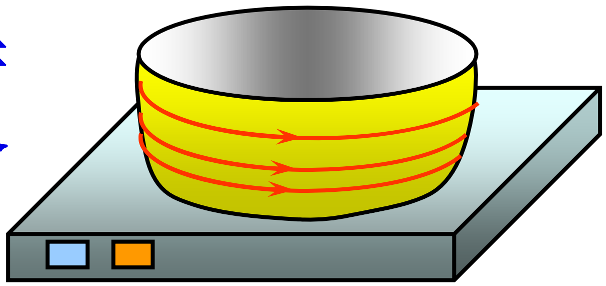
1.涡电流

将导体放入变化的磁场中时，由于在变化的磁场周围存在着涡旋的感生电场，感生电场作用在导体内的自由电荷上，使电荷运动，形成涡电流。



电磁炉

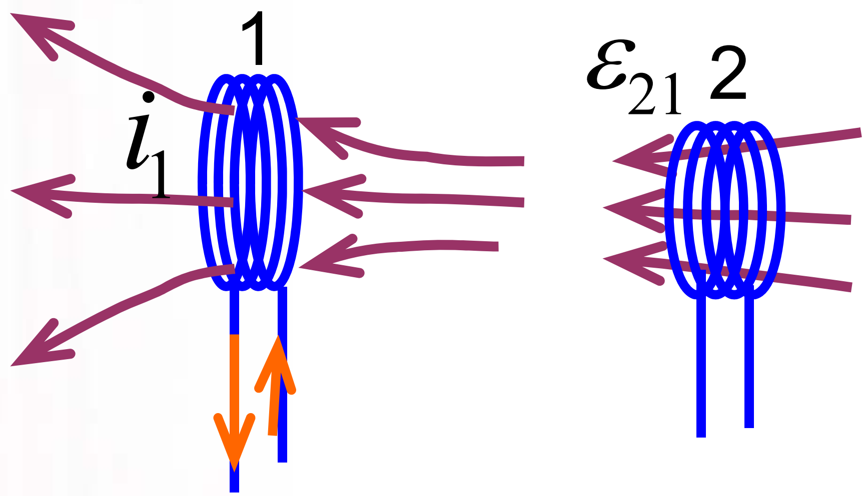
在市面上出售的一种加热炊具----电磁炉。这种电磁炉加热时炉体本身并不发热，在炉内有一线圈，当接通交流电时，在炉体周围产生交变的磁场，当金属容器放在炉上时，在容器上产生涡电流，使容器发热，达到加热食物的目的。



§ 4 互感和自感

一、互感现象和互感电动势:

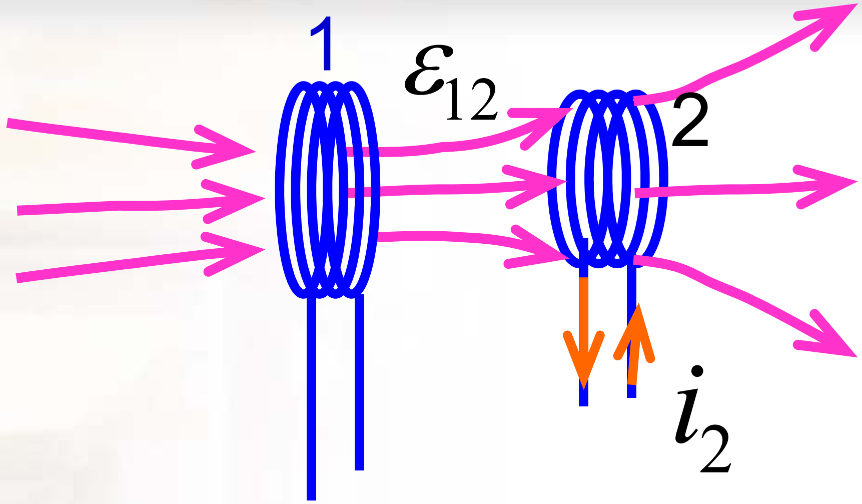
当线圈 1中的电流变化时，所激发的磁场会在它邻近的另一个线圈 2 中产生感应电动势，这种现象称为互感现象。该电动势叫互感电动势。



$$\Psi_{21} \propto B_1 \propto I_1$$

$$\Psi_{21} = M_{21} i_1$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} \qquad \varepsilon_{21} = -M_{21}\frac{di_1}{dt}$$



$$\Psi_{12} = M_{12} i_2$$

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt}$$

$$\varepsilon_{12} = -M_{12}\frac{di_2}{dt} \qquad \varepsilon = -M\frac{di}{dt}$$

可以证明，对两个给定的线圈有： $\boxed{M_{21} = M_{12} = M}$

式中“-”表示方向，电流增大感应电流（电动势）与原电流相反；电流减小则感应电流（电动势）与原电流同向。

M 就叫做这两个线圈的互感系数，简称为互感。

1）单位：亨利（H），毫亨（mH），微亨（μH）

2）互感系数为线圈本身的性质，与两线圈中是否通有电流无关，仅与两线圈的几何因素、相对位置和周围介质有关。

$$M = \frac{\Psi_{12}}{i_2} = \frac{\Psi_{21}}{i_1}$$

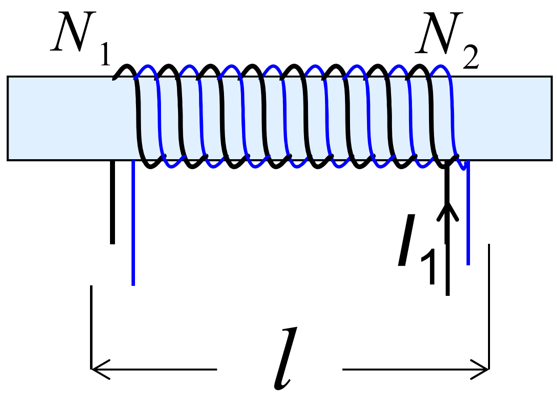
为算M，给线圈1或2通电均可

到底给谁通电？

当然是选择最方便的。

例：计算同轴螺线管的互感

两个共轴螺线管长为 *L*，匝数分别为N_1、N_2，截面积相同均为*S*,管内真空。



解：给螺线管1通以电流I_1

$$\because B_1 = n_1 \mu_0 I_1$$

线圈1产生的磁场通过线圈2的磁通链数

$$\Psi_{21} = B_1 S N_2 = \mu_0 n_1 I_1 S N_2$$

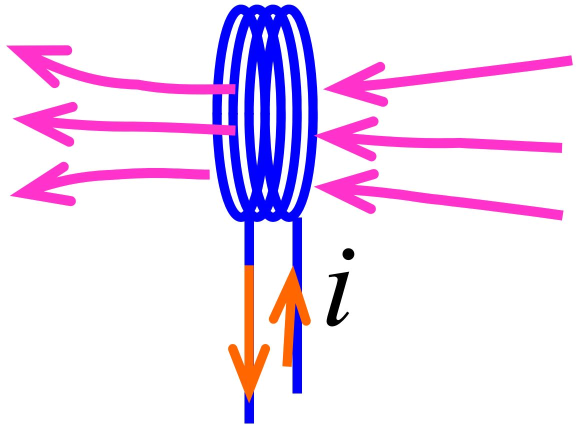
由互感定义

$$\therefore M = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \mu_0 n_1 S N_2 \frac{L}{L} = \mu_0 n_1 n_2 V$$

二、自感

➢实验现象：

当线圈中电流变化时，它所激发的磁场通过线圈自身的磁通量也在变化，使线圈自身产生感应电动势，叫自感现象. 该电动势叫自感电动势.



$$\varepsilon = -\frac{d\Psi_m}{dt}$$

全磁通与回路的电流成正比： $\Psi_m = Li$

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

- 称 L为线圈的自感系数,简称自感或电感。

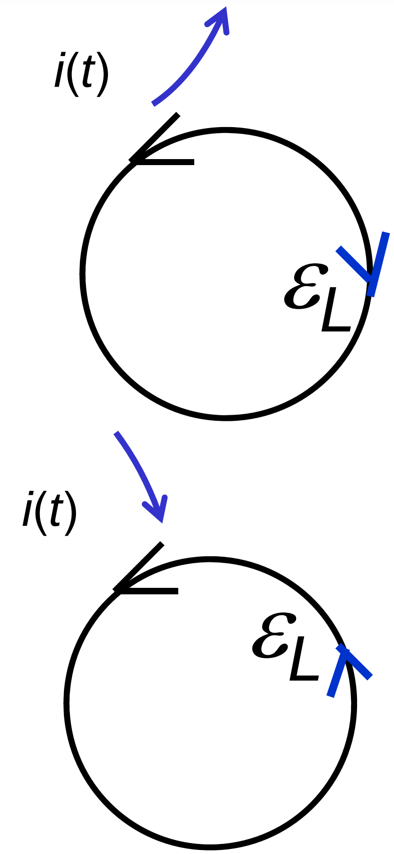
$$\Psi_m = Li \qquad L = \frac{\Psi_m}{i} = \frac{N\Phi_m}{i}$$

1）单位：亨利（H）毫亨（mH），微亨（μH）

2）L与线圈中是否通有电流无关，仅与线圈自身几何结构、及周围介质有关

3）物理意义：一个线圈中通有单位电流时，通过线圈自身的磁通链数，等于该线圈的自感系数。

➤自感电动势 $\varepsilon_L = -\dfrac{d\Psi_m}{dt} = -L\dfrac{di}{dt}$



大小： $|\varepsilon_L| = L\left|\dfrac{di}{dt}\right|$

方向： 阻碍线圈中原有电流的变化

L越大，线圈中电流越不易改变

L越小，改变线圈中电流较容易

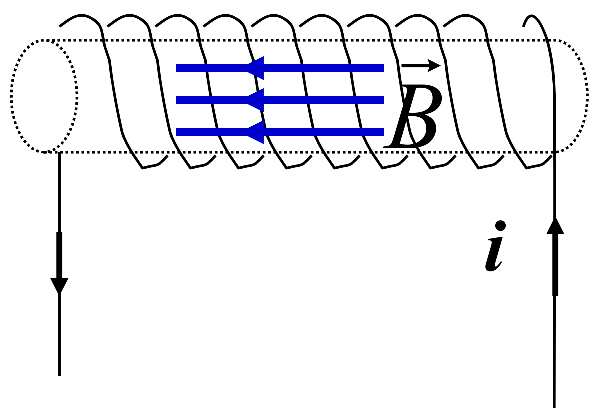
所以说，任何导体线圈都有维持原电路状态的能力，*L*就是这种能力大小的量度，它表征导体回路电磁惯性的大小。

L的计算：假设通以电流i和计算磁通链数Ψ来求自感系数L。

例：求长直螺线管的自感系数L，已知总长度l，总匝数N，截面面积S,单位长度上的匝数n.

解： 设通以电流i

$$B=\mu_0 ni$$



$$\Phi_m=\mu_0 niS$$

$$\Psi=N\Phi_m=N\mu_0 niS$$

$$L=\frac{\Psi}{i}=N\mu_0 nS=\mu_0 nSN\frac{l}{l}$$

$$\boxed{\therefore L=\mu_0 n^2 V}$$

谢谢！