大学基础物理学

University Fundamental Physics

电子工程系@华东师范大学

李波

2019年

§ 1.2 电场和电场强度

电场强度 $\boxed{\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}}$

q_0— 静止的检验（点）电荷

$\vec{F}$ — 检验电荷受的电场力

反映电场本身的性质

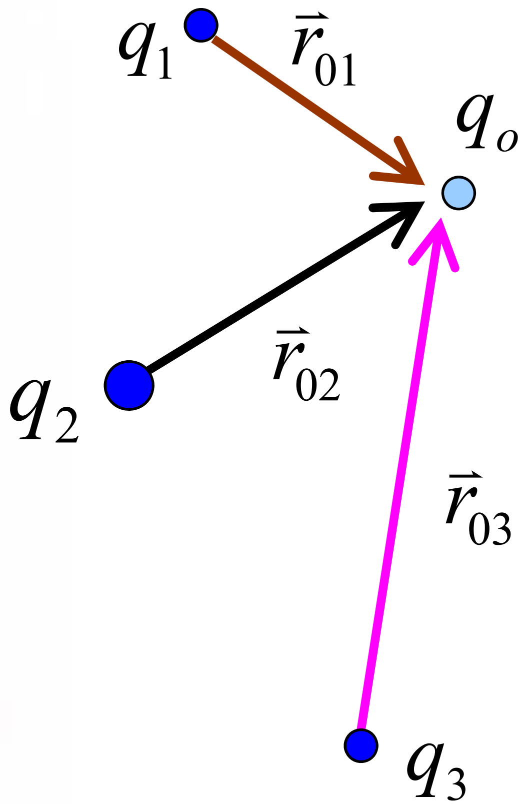
电场强度的方向为静止的**正**检验电荷受力方向

大小为**单位**电荷受的力

场源电荷静止，周围的电场称为**静电场**

单位为： 牛顿每库仑 N/C

§ 1.2 电场和电场强度



实验证明库仑力满足线形叠加原理，不因第三者的存在而改变两者的相互作用。当电场是由多个点电荷形成的，则试验电荷受的力为：

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

由场强定义：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\sum \vec{F}_i}{q} = \sum_i \frac{\vec{F}_i}{q} = \sum_i \vec{E}_i$$

场强叠加原理：

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots\ldots \qquad \vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

在多个点电荷产生的电场中某点的电场强度等于每个点电荷单独存在时在该点所产生的电场强度的矢量和。

§ 1.3 库仑定律

$$\boxed{\vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\vec{e}_{r_{21}} = -\vec{F}_{12}}$$

国际单位制（SI）中： $\boxed{k = 9\times 10^9 \mathrm{m}^2\mathrm{N}/\mathrm{c}^2}$

***k*的一种常用形式：** **令** $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$$\boxed{\varepsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\frac{\mathrm{c}^2}{\mathrm{m}^2\mathrm{N}}}$$

真空介电常量

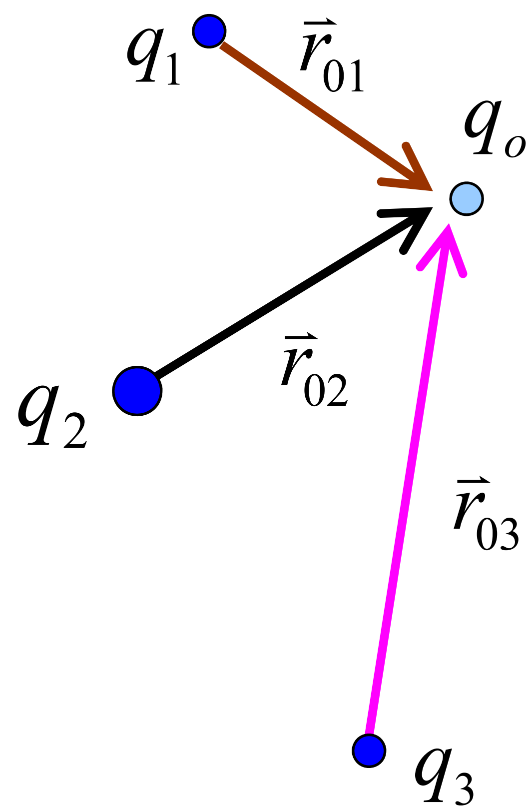
$$\boxed{\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{21}^2}\vec{e}_{r_{21}} = -\vec{F}_{12}}$$

§ 1.3 库仑定律

静电力的叠加原理：

实验表明，库仑力满足线性叠加原理，即不因第三者的存在而改变两者之间的相互作用。

$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$

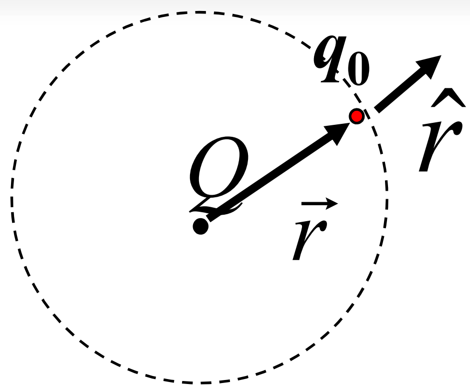


$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

§ 1.3 库仑定律

静止的点电荷的电场及其叠加

根据库仑定律和场强的定义



由场强定义：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

由库仑定律：

$$\vec{F} = \frac{Qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

由上述两式得

$$\vec{E} = \frac{q_i \vec{e}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

1） $$\boxed{\left|\vec{E}\right| = E = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$ 球对称

2） $\hat{r}$ 为从场源电荷指向场点的单位矢量

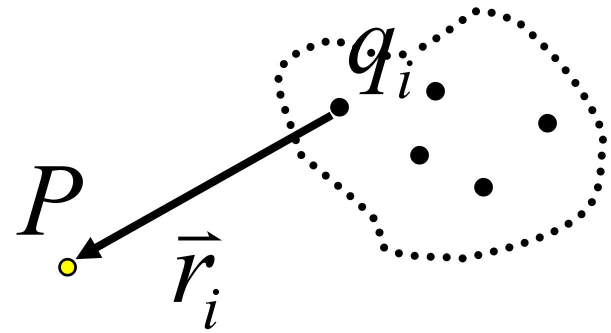
任意带电体的场强E=？

1）如果带电体由 n 个点电荷组成，如图

由场强的

叠加原理

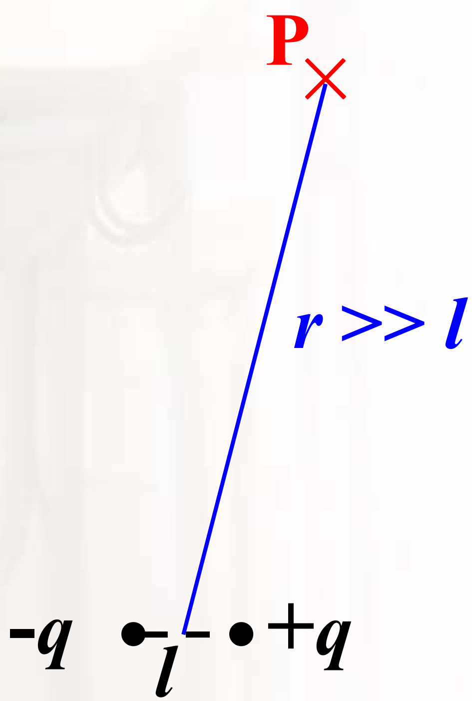
$$\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i}$$



$$\vec{E} = \sum_i \frac{q_i \vec{e}_{r_i}}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}$$

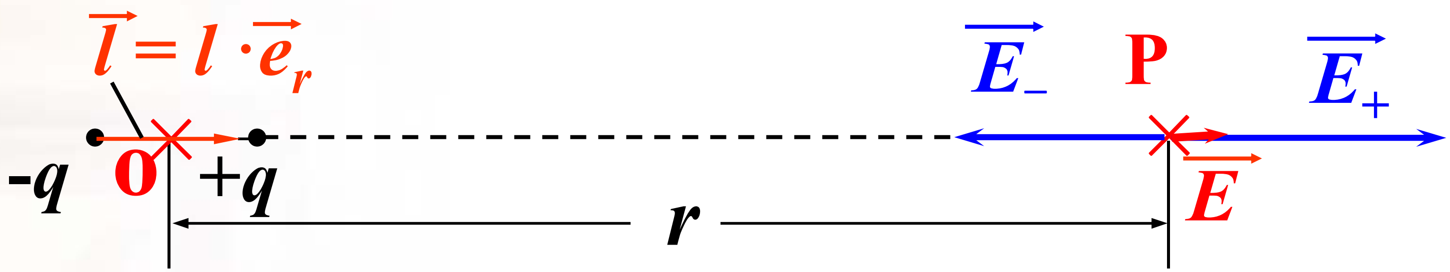
1.电偶极子（electric dipole）的场强

电偶极子：一对靠得很近的等量异号的点电荷所组成的电荷系



电偶极子是个相对的概念，它也是一种实际的物理模型（如极性分子）。

（1）轴线上的场强

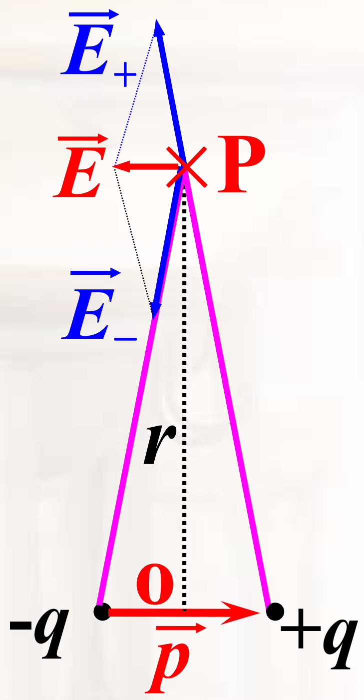


$r >> l$ 时：
$$\vec{E} = \frac{2\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$\vec{p}$称为电偶极矩（electric dipole moment）

这表明电偶极子的 q 和 $\vec{l}$ 是作为一个整体影响它在远处的电场的。

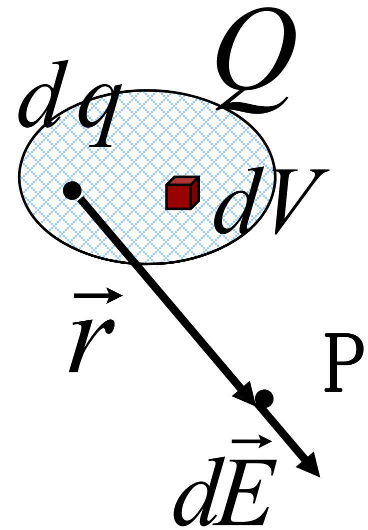
Δ（2）中垂线上的场强



$$\boxed{\vec{E} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}$$

➢连续带电体的场强

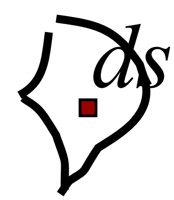
把带电体看作是由许多个电荷元组成



$$\boxed{\vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E}=\int_q \frac{\mathrm{d}q\cdot\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

电荷分布

- 体电荷分布　$\boxed{dq=\rho dV}$
- 面电荷分布　$\boxed{dq=\sigma dS}$
- 线电荷分布　$\boxed{dq=\lambda dl}$



[例] 已知：一根带电直棒，λ，L

求：中垂线上的场强

解：（1）划分电荷元

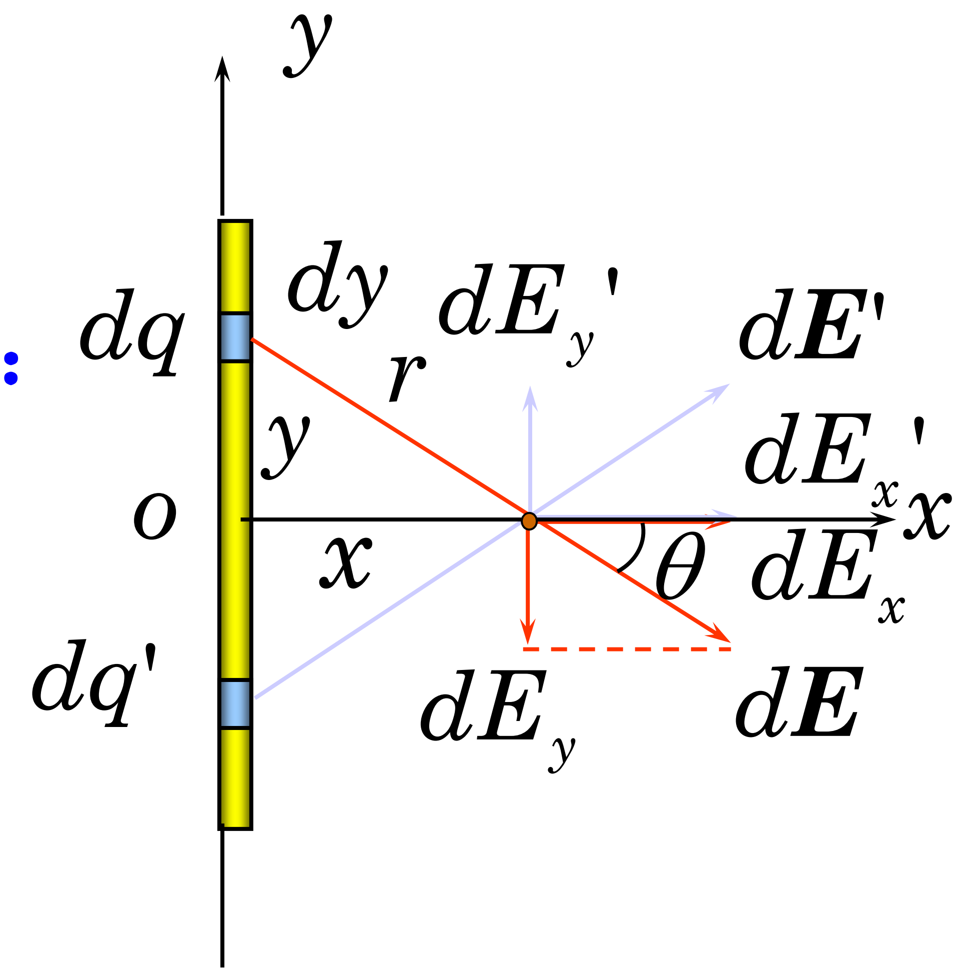
$$\mathrm{d}q=\lambda\,\mathrm{d}y$$

（2）分析 $\mathrm{d}\vec{E}$ 大小、方向：

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta\,,$$

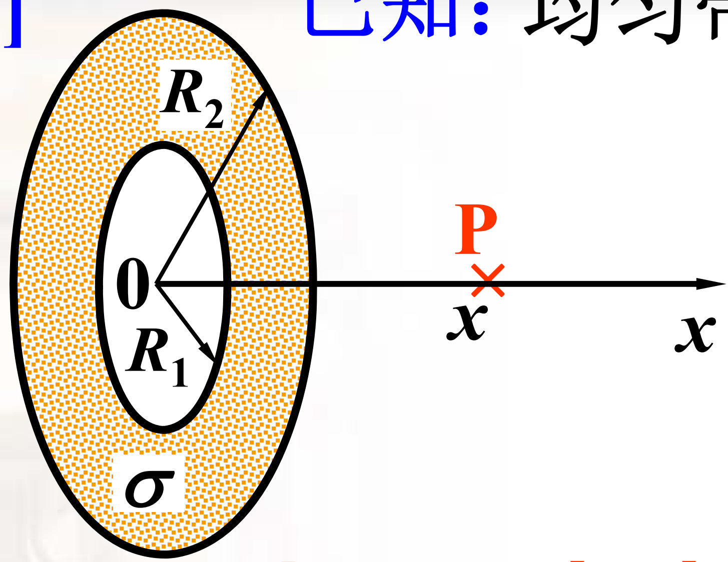
$$\cos\theta=\frac{x}{r}$$

$$\mathrm{d}E_y=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta。$$



[例] 已知：均匀带电环面，σ，R_1，R_2

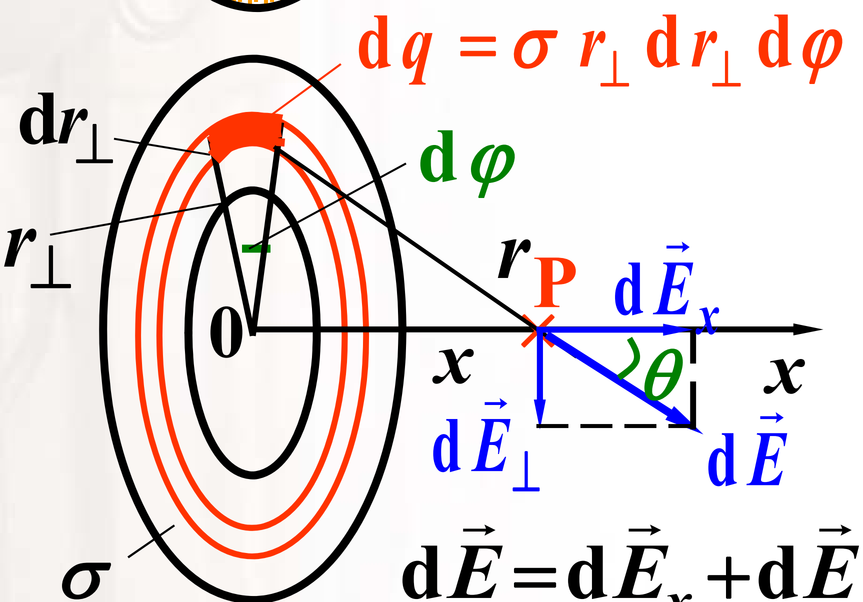
求：轴线上的场强 $\vec{E}$



解：（1）划分电荷元

$$\mathrm{d}q = \sigma\,\mathrm{d}s$$

$$= \sigma\, r_\perp \mathrm{d}r_\perp \cdot \mathrm{d}\varphi$$



$$\mathrm{d}\vec{E} = \mathrm{d}\vec{E}_x + \mathrm{d}\vec{E}_\perp$$

（2）分析 $\mathrm{d}\vec{E}$ 大小、方向：

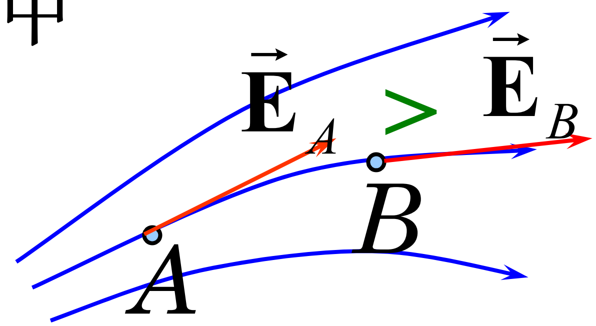
$$\mathrm{d}E_x = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\theta\,,$$

$$\mathrm{d}E_\perp = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta\,。$$

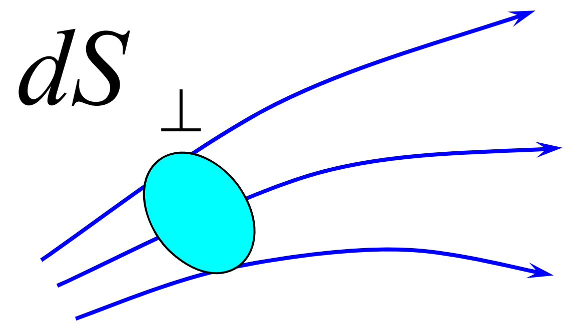
§ 1.4 电场线和电通量

一、电力线 ——用一族空间曲线形象描述场强分布

方向： 各点的切线方向表示电场中该点场强的方向



大小： 在垂直于电力线的单位面积上的电力线的条数(数密度)等于该点的场强的大小。



$$E = \frac{d\Phi_e}{dS_\perp}$$

§ 1.4 电场线和电通量

➢电力线的性质：

1) 电力线起始于正电荷(或无穷远处)，终止于负电荷，不会在没有电荷处中断；

2) 两条电场线不会相交；

3) 电力线不会形成闭合曲线。

§ 1.4 电场线和电通量

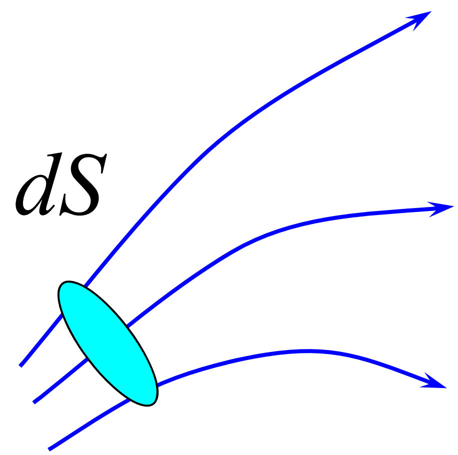
§ 1.4 电场线和电通量

电通量（电场强度通量）

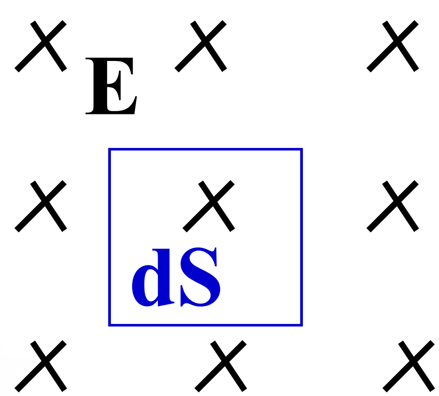
定义： 通过任一面元的电力线的条数称为通过这一面元的**电通量**

$$d\Phi_e$$

由 $E=\dfrac{d\Phi_e}{dS_\perp} \Rightarrow d\Phi_e = E dS_\perp$

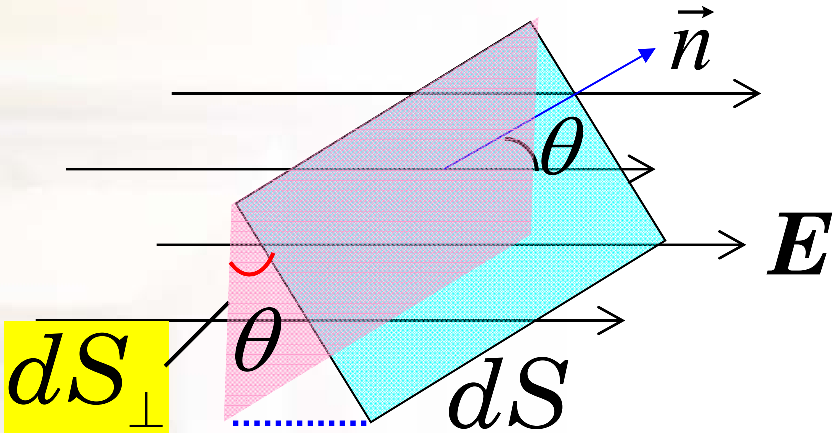


1.均匀电场中



$$\boxed{d\Phi_e = EdS}$$

2.均匀电场中任意平面的电通量



$$d\Phi_e = EdS_\perp$$

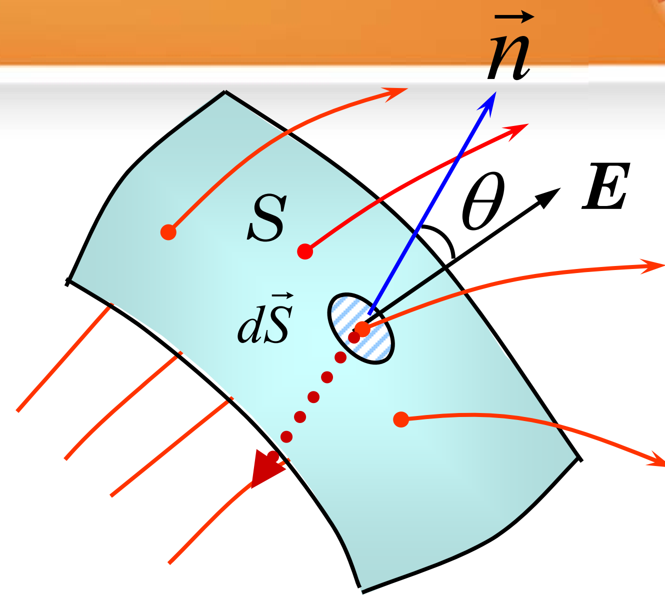
$$= EdS\cos\theta$$

定义：　面积矢量$\mathbf{d\vec{S}}$　　$d\vec{S} = dS\hat{n}$　　$d\Phi_e = \vec{E}\cdot d\vec{S}$

$$\begin{cases} 0 \le \theta \le \dfrac{\pi}{2} & d\Phi_e > 0 \\ \dfrac{\pi}{2} \le \theta \le \pi & d\Phi_e < 0 \end{cases}$$

§ 1.4 电场线和电通量

3.通过非均匀电场中任意曲面的电通量怎么计算？



把曲面分成许多个面积元，每一面元处视为匀强电场

$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

取决于面元的法线方向的选取

可正可负

任意曲面电通量：

$$\boxed{\Phi_e = \int_S d\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

§ 1.4 电场线和电通量

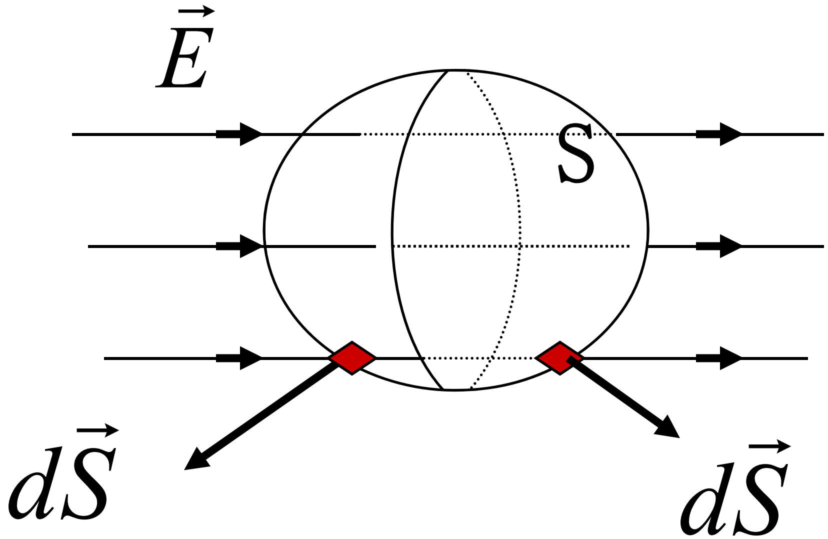
➢通过闭合面的电通量

规定：面元方向 ----由闭合面内指向面外

简称外法线方向

电力线穿入 $\vec{E}\cdot d\vec{s}<0$

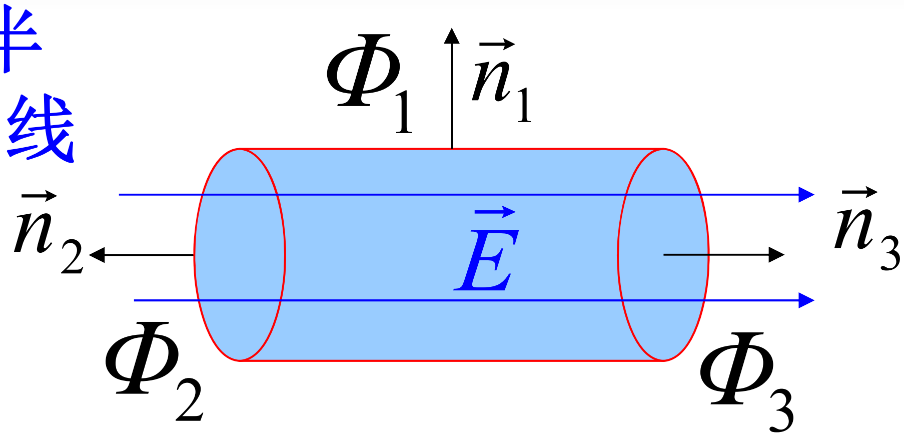
电力线穿出 $\vec{E}\cdot d\vec{s}>0$



$$\boxed{\Phi_e=\oint_S\vec{E}\cdot d\vec{S}}$$

几何含义：净穿出闭合曲面的电力线条数

例.在一均匀场中，做一个半径为**R**的假想圆柱面，其轴线与电场方向平行，



求：通过该圆柱面的电通量

$$\Phi = \oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

$$= 0 - E\int_{S_2} dS + E\int_{S_2} dS = ES - ES = 0$$

电通量 ⟺ 电力线　　　电力线 ⟺ 起始正电荷，终止负电荷

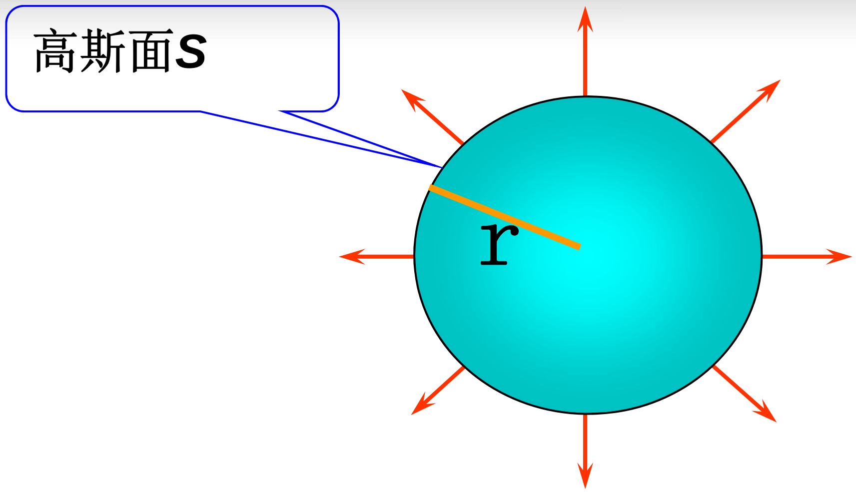
?

高斯 （1777-1855）

德国 物理学家 & 数学家

§ 1.5 高斯定律

1. 点电荷场的通量



以点电荷为中心，作半径为r的球面S，称为高斯面

通过高斯面的电通量为：

$$\Phi_e = \oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_s E dS = \oint_s \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dS$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \oint_s dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

通量与半径无关

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

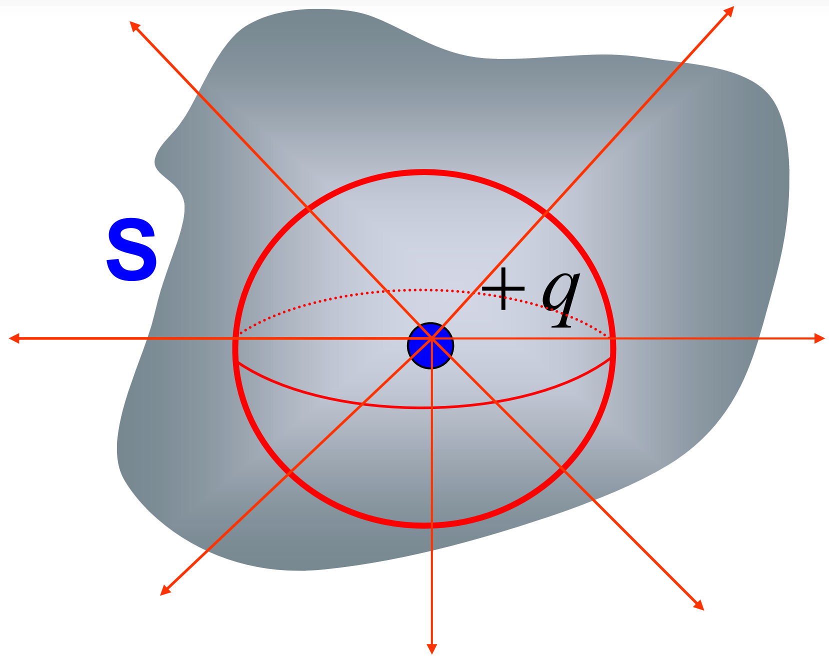
§ 1.5 高斯定律

- 任意封闭曲面**S**：

  以**q**为中心作球面

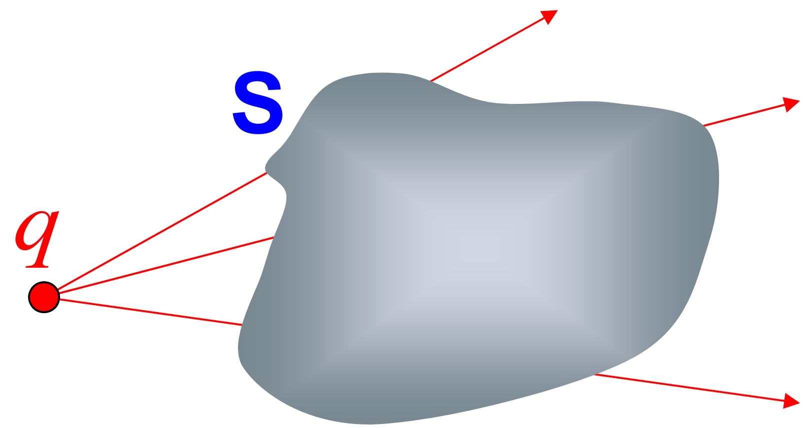
  根据电力线的连续性

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$



- 电荷在曲面外：

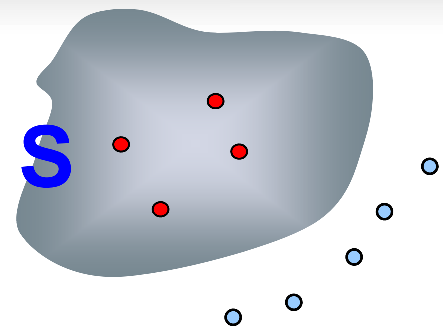
$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=0$$



- 单个点电荷只有被包围在闭合曲面内时才对通过该曲面的电通量有贡献

§ 1.5 高斯定律

➢ 多个点电荷的通量：



$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_N) \cdot d\vec{S}$$

$$= \oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} + \oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{S} + \cdots + \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{S}$$

$$+ \oint \vec{E}_{n+1} \cdot d\vec{S} + \cdots + \oint \vec{E}_N \cdot d\vec{S}$$

$$= \frac{q_1}{\varepsilon_0} + \frac{q_2}{\varepsilon_0} + \cdots + \frac{q_n}{\varepsilon_0} + 0 + \cdots + 0 = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{S内} q_{\text{int}}$$

§ 1.5 高斯定律

高斯定理表述：

在真空中的静电场内，通过任意封闭曲面的电通量等于这闭合面所包围的电荷电量的代数和除以 ε_0 。

数学表达式

$$\boxed{\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}}$$

§ 1.5 高斯定律

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

1. 闭合面外的电荷对通量无贡献，对高斯面上各处的场强是否有贡献？

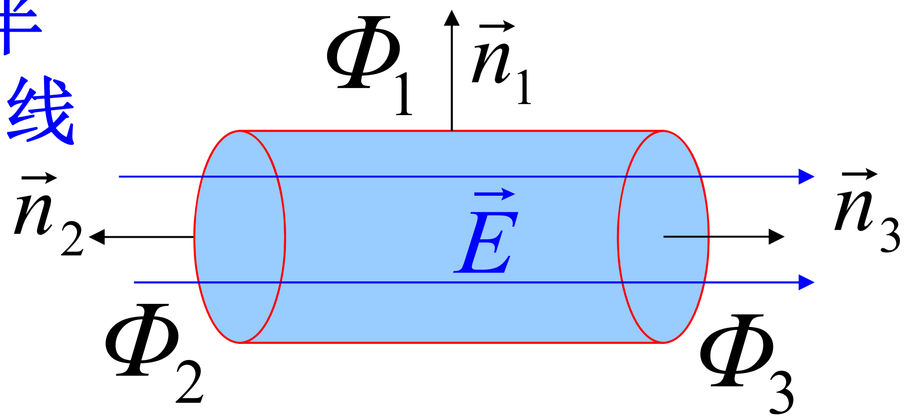
2. $\boldsymbol{\Phi_e}$由 $\sum \boldsymbol{q}_{内}$的值决定，与$\boldsymbol{q}_{内}$分布无关；

3. $\vec{E}$ 是总场强，它由$\boldsymbol{q}_{内}$ 和 $\boldsymbol{q}_{外}$共同决定；

4. 对于静止电荷的电场，库仑定律和高斯定律等价。

5. 高斯定理也适用于变化电场；

例.在一均匀场中，做一个半径为**R**的假想圆柱面，其轴线与电场方向平行，



求：通过该圆柱面的电通量

$$\Phi = \oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} \quad = \int_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{S_3} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$= \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

$$= 0 - E\int_{S_2} dS + E\int_{S_2} dS \quad = ES - ES = 0$$

§ 1.5 高斯定律

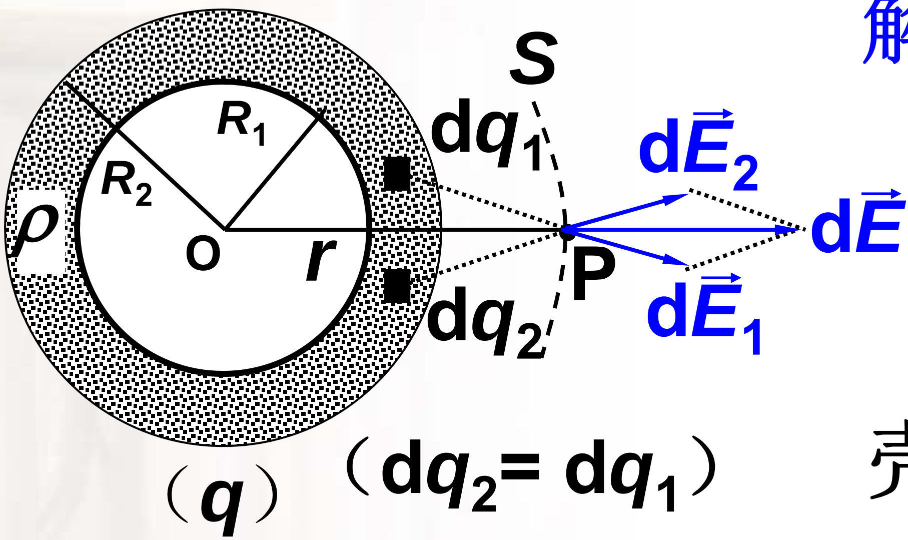
$$\boxed{\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\,\vec{s} = \frac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}}$$

$$\text{应用}\begin{cases}\text{求解电场，分析电场（分析对称性）} \\ \text{由场强求电荷分布}\end{cases}$$

§ 1.6 高斯定律求静电场分布

[例1] 已知：均匀带电球壳的ρ（或 q)及R_1、R_2

求：电场强度的分布。

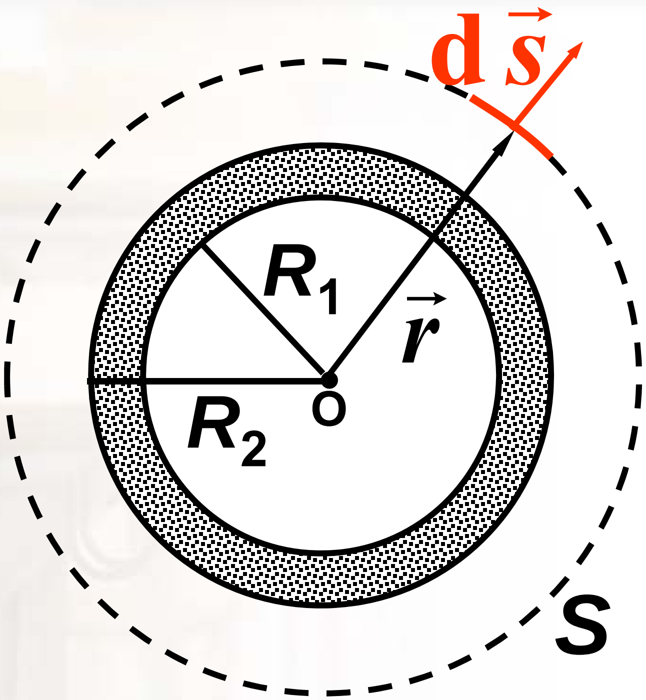


解：分析$\vec{E}$的对称性：

球对称 $\vec{E} = E_{(r)} \cdot \vec{e}_r$

选高斯面S为与带电球壳同心的球面，有：

§ 1.6 高斯定律求静电场分布



$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E(r)\vec{e}_r\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$= \oint_S E(r)\,\mathrm{d}s$$

$$= 4\pi r^2 \cdot E(r)$$

又 $$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q_{内}}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \quad \vec{E} = E(r)\vec{e}_r = \frac{q_{内}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

§ 1.6 高斯定律求静电场分布

- $r < R_1$， $q_{内} = 0$，有 $E = 0$ ；

- $R_1 < r < R_2$， $q_{内} = \frac{4\pi}{3}(r^3 - R_1^3)\rho$ ，

  有 $$\vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{R_1^3}{r^2}\right)\vec{e}_r$$

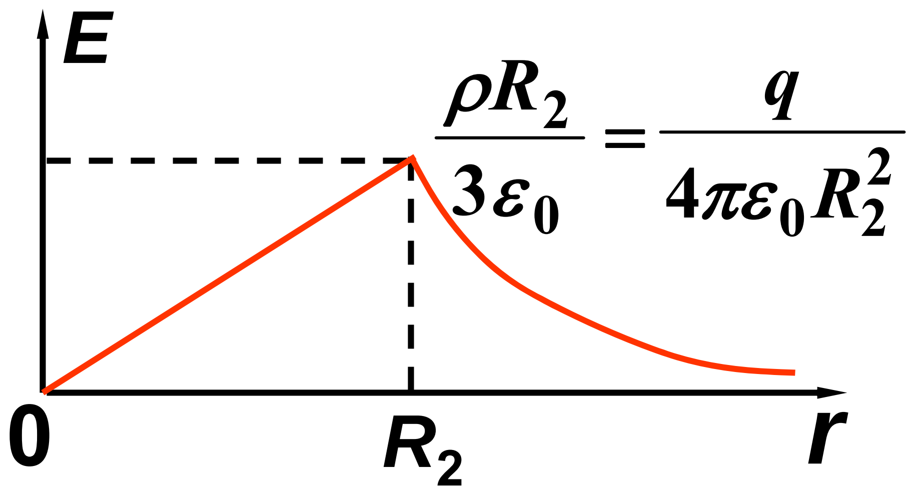
- $r > R_2$， $q_{内} = \frac{4\pi}{3}(R_2^3 - R_1^3)\rho = q$ ，

  有 $$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$ （同点电荷的电场）

讨论　特殊情况

1）令R_1= 0，得均匀带电球的情形：

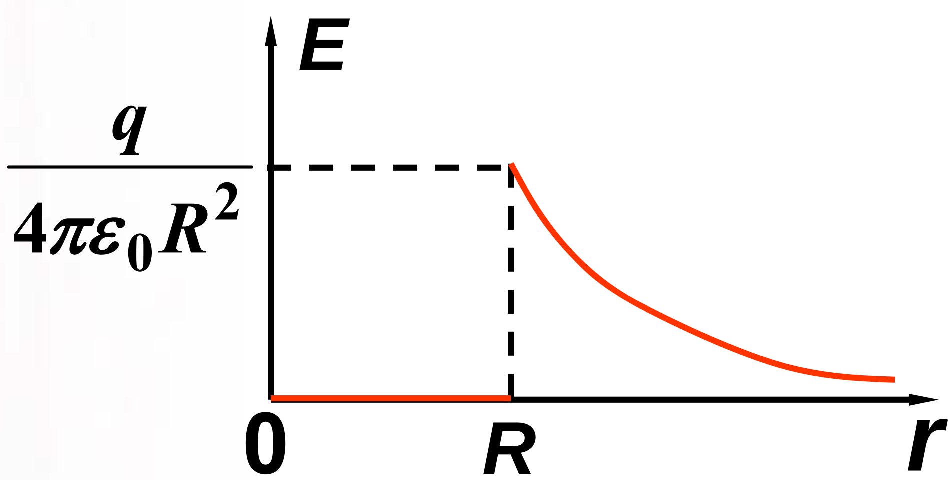
$$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho\,\vec{r}}{3\varepsilon_0} & \text{（球内）}\\[2ex] \dfrac{q\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & \text{（球外）}\end{cases}$$



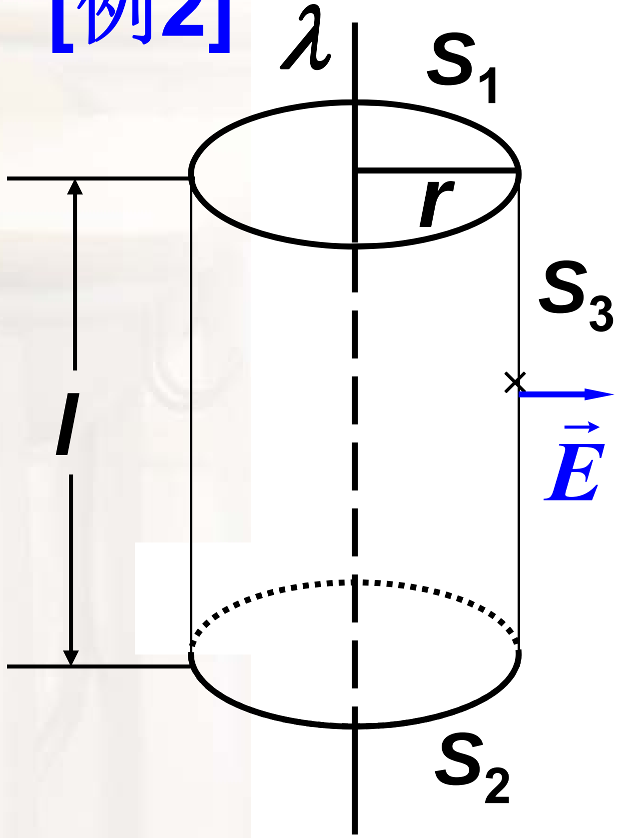
§ 1.6 高斯定律求静电场分布

2）令$R_1 = R_2 = R$，且 q 不变 得均匀带电球面的情形：

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 \quad , & \text{（球面内）} \\ \dfrac{q\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, & \text{（球面外）} \end{cases}$$



[例2]



已知：无限长均匀带电直线，线电荷密度为λ。

求：$\vec{E}$ 的分布

解：分析 $\vec{E}$的对称性：

$$\left.\begin{array}{l}\text{轴对称}\\ \text{无限长}\end{array}\right\}\vec{E}=E(r)\vec{e}_r$$

选同轴柱体表面为高斯面S，

§ 1.6 高斯定律求静电场分布

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{s} + \int_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{s} + \int_{S_3} \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

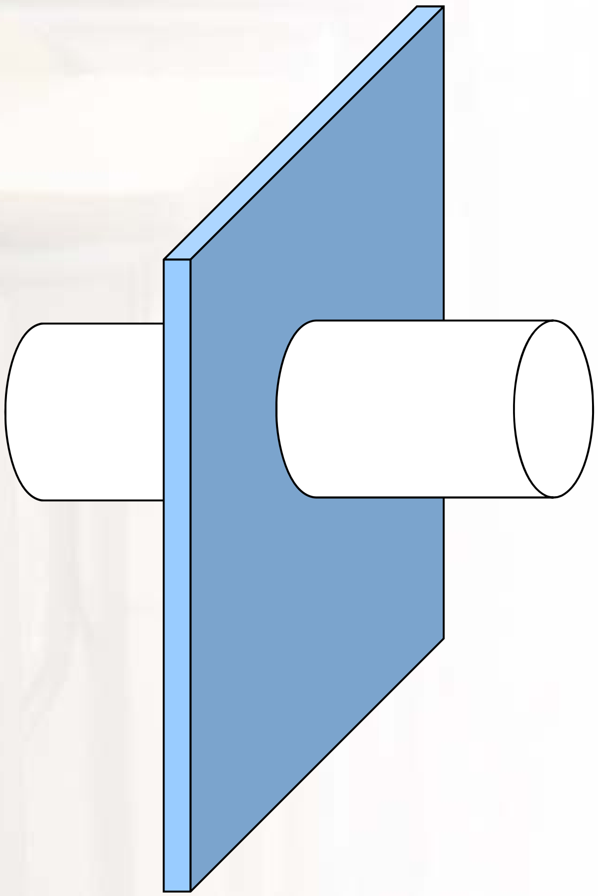
$$= 0 + 0 + E\cdot\int_{S_3} d\,s = E\cdot 2\pi rl$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot 2\pi rl \underset{(高)}{=\!=} \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \quad \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$

[例3]

均匀带电无限大平面 $E=\left|E_x\right|=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



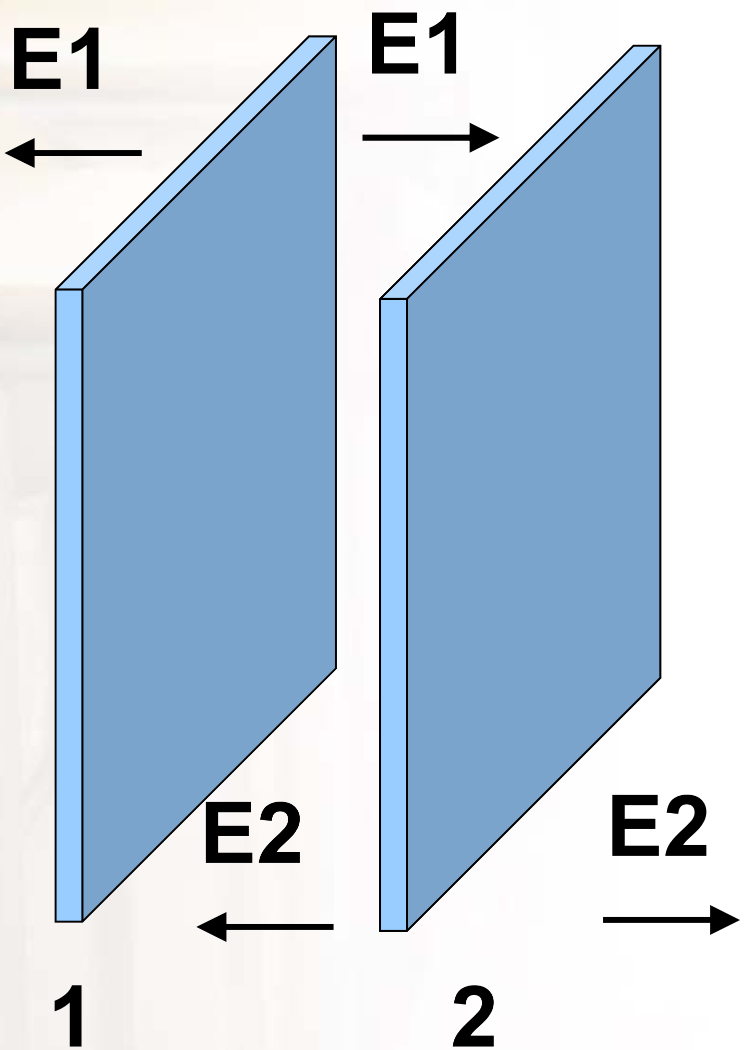
$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}=\int_{S_1}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$+\int_{S_2}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}+\int_{S_3}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s}=2E\Delta S=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

[例4] 两个均匀无限大带电平面



场叠加原理！

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

特例：等量异号电荷！

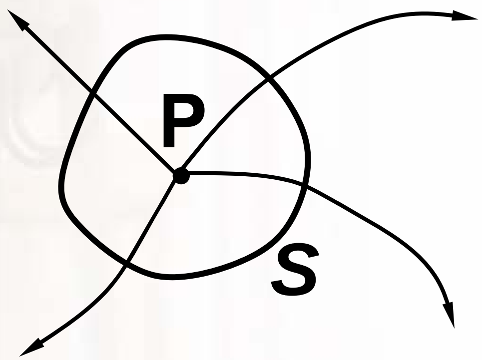
只有两者间有电场分布！

§ 1.6 高斯定律求静电场分布

例. 用高斯定理给出电场线有如下性质：

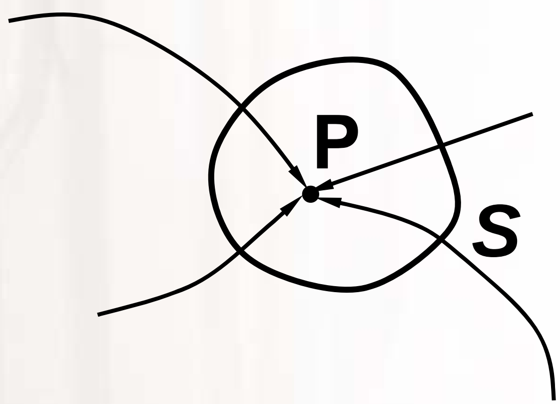
电场线发自于正电荷，终止于负电荷，
在无电荷处不间断。

证：设P点有电场线发出



则：$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\,\vec{s} > 0 \;\rightarrow q_{内} > 0$

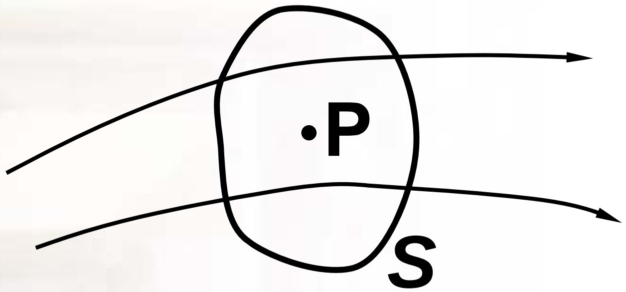
令 $S \rightarrow 0$，则 $q_{内} = q_P > 0$



若P点有电场线终止，

同理，有 $q_p < 0$。

§ 1.6 高斯定律求静电场分布



若P点无电荷，则有：

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$$

即 $N_{入} = N_{出} \xrightarrow[S \to 0]{}$ P点处 $\vec{E}$ 线连续。

以上性质说明静电场是有源场。

判断下列说法正误？

1、静电场中的任意闭合曲面，若有 $\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$，则s面上的 $\vec{E}$ 处处为零。 ×

2、若闭合曲面s上各点 $\vec{E}=0$，则s面内必未包围电荷。 ×

3、闭合曲面s上各点的场强，仅由s面包围的电荷提供。 ×

4、通过闭合曲面s的总电通量，仅由s包围的电荷提供 √

谢谢！