

射电天线指向改正模型中轴系误差的完全表达式*

马小辉^{1,2,3†} 张志斌^{4,5‡} 孙中苗^{2,3} 袁 野⁶ 孙正雄⁴ 王广利⁴

(1 信息工程大学地理空间信息学院 郑州 450001)

(2 西安测绘研究所 西安 710054)

(3 地理信息工程国家重点实验室 西安 710054)

(4 中国科学院上海天文台 上海 200030)

(5 中国科学院大学天文与空间科学学院 北京 100049)

(6 中国科学院新疆天文台 乌鲁木齐 830011)

摘要 为了提高射电天线的目标跟踪精度,采用直接法推导了射电天线轴系误差对指向的影响,并给出轴系误差指向改正模型的完全表达式,明确了指向改正模型中各轴系参数的定义,传统分项以及球谐函数所推导的轴系误差项为该模型的简化形式.基于此,评估得出基本参数改正模型中,因忽略轴系误差高次谐项而引起的指向精度损失可能达到 $1''$ 量级,具体需结合轴系误差大小而定;同时明确了基本参数改正模型(如22项指向模型)中与轴系误差有关的部分高次谐项系数的物理意义.为高精度轴系误差指向改正模型的建立提供了理论依据.

关键词 射电天线, 误差, 指向改正, 坐标系

中图分类号: P111; **文献标识码:** A

1 引言

射电天线的指向改正模型决定了天线能否正常跟踪目标,对观测具有决定性作用.尽管天线在出厂前会对其指向作硬件校准,但因轴系误差、重力形变、热形变以及其他随机因素的相互耦合,造成了天线指向偏差及其指向改正的复杂性.特别是,对于大口径高频射电天线,为保证射电流量的测量精度,一般要求射电望远镜的指向误差应小于 $1/10$ 波束宽度.例如针对13 m甚长基线干涉测量全球观测系统(Very Long Baseline Interferometry (VLBI) Global Observing System, VGOS)天线,最高观测频段为15 GHz,其波束宽度为 $317''$,天线指向精度应确保在 $30''$ 内,才能满足观测需求.对于用来对大质量黑洞成像的30 m口径事件望远镜^[1]天线而言,其在345 GHz的频段上,指向

2020-05-15收到原稿, 2020-06-16收到修改稿

*国家自然科学基金项目(1703067、11873077), 探月工程三期测控系统关键技术研究项目资助

[†]shellmei.zhang@stu.xjtu.edu.cn

[‡]zbzhang@shao.ac.cn

精度要求为 $0.6''$, 这便对亚角秒级的指向改正方法提出了挑战, 当前还未有涉及亚角秒级的指向改正模型.

为了进一步改正指向, 当前射电天线广泛采用的办法是软件校准, 即利用指向模型校准天线指向: 通过对天区分布均匀的致密强点源开展扫描观测, 记录这些源的理论指向与实测最强流量指向间的差异, 结合天线指向改正模型^[2-10], 通过平差计算得出指向改正模型多项式系数, 再通过回代这些参数, 便可完成对天线指向的软件改正. 天线指向测量及改正工作是一个迭代的过程, 特别对于新建天线, 先通过观测面源校正较大误差项^[4], 然后通过对点源开展逐步迭代测量及模型验证, 确保指向模型对盲指精度无贡献后方能确定天线指向改正模型. 该工作需重复进行, 每年至少需开展1-2次才能基本保证天线指向精度^[5].

除天线跟踪误差、蒙气差、天线温度形变误差和随机误差(统称为动态指向误差)外, 天线指向改正模型中所考虑的系统性误差(静态指向误差)包括: 轴系误差、天线重力形变、天线钢轨形变等. 对于广泛应用的方位俯仰型天线来说, 天线重力形变主要作用在主副面上, 会影响天线的俯仰指向, 可通过对主副面开展多项式建模来实现模型改正^[3, 11]; 对蒙气差对指向影响研究^[12-13], 如上海天马65 m天线所用的实时蒙气差参数改正, 可将Ku频段的指向精度提高到 $5''$, 相较此前低高度角指向测量的RMS (Root Mean Square)减少了 $\sim 60\%$ ^[13]; 对于天线钢轨形变的研究目前仅限于轮轨座架式天线, 例如钢轨不规则形变一次项改正^[14]、傅里叶级数改正^[15]以及钢轨不平改正表改正^[16-17]等; 当前针对VLBI时延改正天线温度形变已有成熟模型^[18-19], 对指向改正则需结合有限元分析开展研究^[20].

天线指向改正中的轴系误差改正项是天线指向改正中的主项, 其推导方法包括球谐函数改正模型和基本参数改正模型^[7]. 球谐函数改正模型方法简单, 但其参数多、参数间相关性强、模型稳定性差且参数缺少物理意义^[7]. 而基本参数改正模型则采用球面几何法分项推导^[3, 21], 并在改正模型中以多项式方式合并实现. 这实质上是一种间接推导, 会忽略掉轴系误差高次项对指向的影响, 同时也带来两个问题: (1)轴系误差模型精度无法评判, 使得高精度轴系误差改正模型难以实现; (2)由于传统指向模型中仅关注多项式系数, 而这些系数的物理意义(包括指向定义)并不完全明确, 这在很大程度上也限制了天线指向模型所解算的天线结构参数在测地中的应用.

由于赤道式天线与方位俯仰型天线轴系误差改正模型的结果间仅需进行坐标系旋转变换, 为简化问题, 本文仅针对应用广泛的方位俯仰型天线进行讨论. 对指向模型中轴系误差改正展开推导及讨论, 以回复上一段所提出的两个问题. 以 $0.1''$ 轴系误差为限, 在天线具备足够刚度的条件下, 利用更为直观的矢量推导法, 对天线轴系误差指向改正模型作直接推导.

2 天线轴系误差指向改正模型的直接推导

2.1 定义

2.1.1 坐标系定义

本文共用到3套坐标系, 分别为站心坐标系 $OENU$ (Orgin East North Up)、天线坐标系 $Oxyz$ 以及天线指向切面坐标系 $OA'RE'$ (Orgin Azimuth Radial Elevation), 3套

坐标系均为笛卡尔坐标系(右手系), 均以参考点为原点 O , 如图1所示. 天线参考点定义为天线主动轴与包含从动轴运动平面的交点^[22], 具有代表性、统计性、时变性与多源性等特点^[23]. 站心坐标系 $OENU$ 3轴指向分别对应“东、北、上”方向, 注意指向模型建模中的“上”近似于参考点相对参考椭球法线的反方向; 天线坐标系 $Oxyz$ 第1轴为天线俯仰轴 x , 第2轴为天线指向方向 y , 与两轴均垂直过 O 点的为 z 轴; 天线指向切面坐标系 $OA'RE'$, 第2轴 R 为指向方向, 第1轴 A' 和第3轴 E' 分别对应方位和俯仰方向. 图1中 E 和 A 分别表示天线俯仰角(或高度角)和方位角, $-\sigma_A$ 和 $-\sigma_E$ 分别表示方位和俯仰方向上的指向改正量.

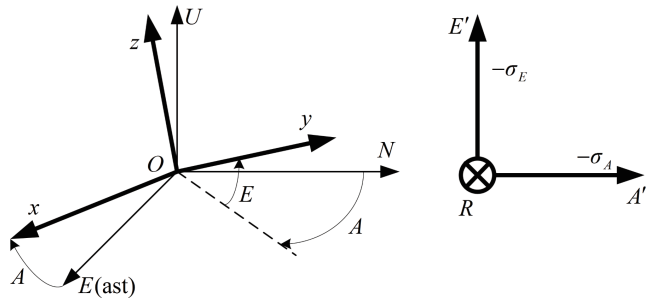


图 1 3套坐标系示意图

Fig. 1 Three coordinate systems

本文所用旋转矩阵共有两种: 第1种用以描述质点在同一坐标系中的旋转, 用 $\mathbf{R}_{1/2/3}$ 表示, 下标分别表示绕第1、2、3轴的旋转; 第2种用以描述新坐标系相对旧坐标系的旋转^[24], 用 $\mathbf{R}_{1/2/3}$ 表示, 下标意义同上.

2.1.2 正角负角定义

在笛卡尔坐标系中, 坐标系旋转实质是轴系以某一角度旋转, 角度正方向定义如下: 固定 x 轴, 由 y 旋转至 z 为正; 固定 y 轴, 由 z 旋转至 x 为正; 固定 z 轴, 由 x 旋转至 y 为正. 反之, 为负. 本文涉及到的正角包括 α 、 β 、 γ 、 δ 、 μ 和 E , 负角包括 λ 和 A , 符号的具体意义见2.1.3节.

2.1.3 轴系误差定义

本文提出的轴系误差名称与符号如表1所示. 其中, 天线准直差反映了天线实际指向与设计指向在空间中的固定差异, 文中 δ 表示该差异在空间中的水平分量, 其对方位角的影响 ΔA 随天线高度角不同而不同, 区别如图2所示; 天线准直差垂直方向分量与俯仰度盘差耦合, 本文将其合并称为俯仰度盘差. 表1中前6项称为轴线倾斜, 用角度来描述, 后一项 e 为方位俯仰轴轴线偏差, 用距离来衡量. e 的正向为天线的水平指向方向.

2.2 推导过程

如图3所示, 推导步骤为:

(1) 设置初始状态, 坐标系 $Oxyz$ 与 $OENU$ 重合, 此时天线方位俯仰角度均为0, 定义点 p 位于天线指向上, 距离参考点(原点 O)为无量纲的单位矢量 \mathbf{P}_1 :

$$\mathbf{P}_1 = (0 \ 1 \ 0)^T; \tag{1}$$

表 1 各类轴系误差及其符号
Table 1 The axis related errors (AREs) and their symbols

Errors	Symbols
East-west inclination of azimuth axis	α
South-north inclination of azimuth axis	β
Horizontal pointing collimation error	δ
Elevation axis inclination	γ
Azimuth encoder fixed offset	λ
Elevation encoder fixed offset	μ
Axis offset	e

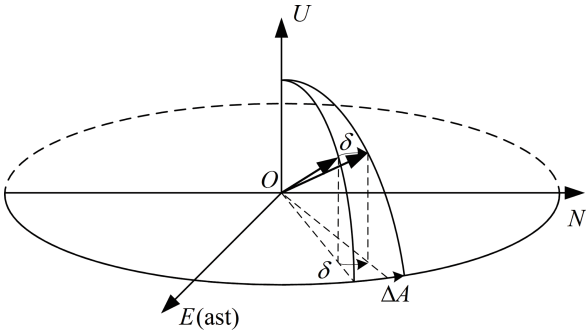


图 2 天线准直差对方位角的影响

Fig.2 The effect of telescope collimation error on the azimuth angle

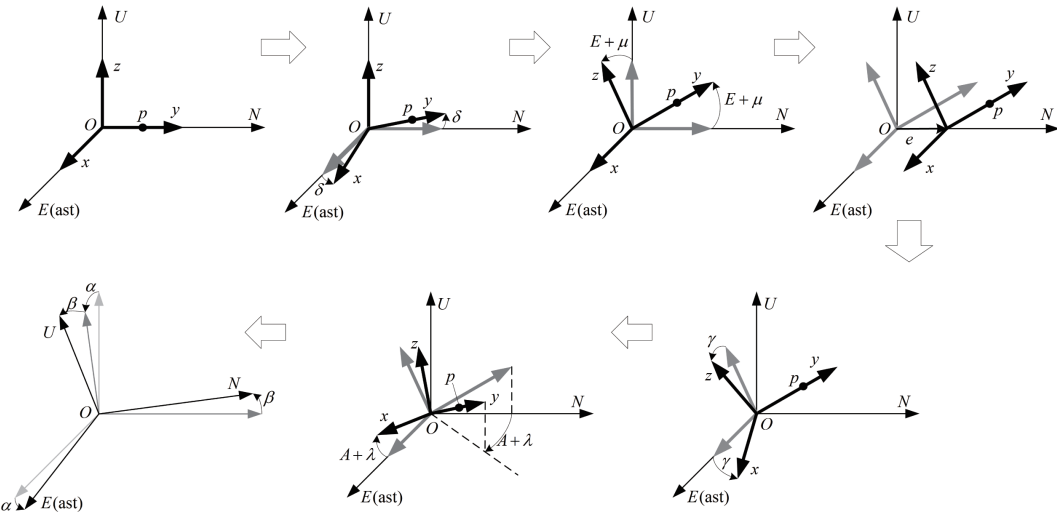


图 3 天线轴系改正模型推导过程

Fig.3 Derivation process of correction model of telescope axes

(2)考虑天线水平准直差 δ , 此时天线指向上点 p 的位置 \mathbf{P}_2 表示为¹:

$$\mathbf{P}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -\delta & 0 \\ \delta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{P}_1; \quad (2)$$

(3)考虑俯仰角 E 和俯仰度盘差 μ , 此时天线指向上点 p 的位置 \mathbf{P}_3 表示为:

$$\mathbf{P}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(E + \mu) & -\sin(E + \mu) \\ 0 & \sin(E + \mu) & \cos(E + \mu) \end{pmatrix} \cdot \mathbf{P}_2; \quad (3)$$

(4)考虑轴线偏差 e , 该值定义在天线水平指向方向, 与天线俯仰变化无关, 此时点 p 的位置 \mathbf{P}_4 表示为:

$$\mathbf{P}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ e \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{P}_3; \quad (4)$$

(5)考虑俯仰轴倾角 γ , 此时点 p 的位置 \mathbf{P}_5 表示为:

$$\mathbf{P}_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\gamma & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{P}_4; \quad (5)$$

(6)考虑方位角 A 和方位度盘差 λ , 此时天线指向上点 p 的位置 \mathbf{P}_6 表示为:

$$\mathbf{P}_6 = \begin{pmatrix} \cos(A + \lambda) & \sin(A + \lambda) & 0 \\ -\sin(A + \lambda) & \cos(A + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{P}_5; \quad (6)$$

(7)考虑方位轴倾角 α 、 β , 点 p 在 $OENU$ 坐标系中的位置 \mathbf{P}_7 表示为:

$$\mathbf{P}_7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\beta \\ 0 & \beta & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\alpha & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{P}_6. \quad (7)$$

通过以上7个步骤, 即可求出考虑天线轴系误差的 p 点在任意方位俯仰下的位置.

以上依次考虑了天线准直差 δ 、俯仰角 E 、俯仰度盘差 μ 、轴线偏差 e 、俯仰轴倾角 γ 、方位角 A 、方位度盘差 λ 、方位轴倾角 α 和 β . 为后续表示方便, 令 $\mathbf{P} = \mathbf{P}_1$ 且 $\mathbf{P}' =$

¹矩阵中已作小角近似, 下同

P_7 , 则有 p 点在 $OENU$ 坐标系下考虑轴系误差的指向下位置 P' 与初始位置 P 的关系, 如(8)式所示:

$$P' = R_1(\beta)R_2(\alpha)R_3(-A - \lambda)R_2(\gamma)[e + R_1(E + \mu)R_3(\delta)P], \quad (8)$$

其中, 轴线偏差矢量 $e = (0 \ e \ 0)^T$.

设此时通过扫描法所测定的射电目标的真实位置为 A_o 与 E_o , 则 P' 在 $OA'RE'$ 坐标系中位置用 P'' 表示, 可由(9)式计算得到:

$$P'' = R_1(E_o)R_3(-A_o)P'. \quad (9)$$

如上所述, p 点固定于天线指向上, 相对天线某一指向下在 $OA'RE'$ 系中的理论位置仍可用 P 表示, 由此得到天线指向改正模型完全表达式 C , 见(10)式:

$$C = P'' - P. \quad (10)$$

令 $A_o = A$, $E_o = E$, 且对轴线倾角开展小角近似简化, 即令 α 、 β 等小角参数的正弦量为对应小角值, 余弦量为1, 同时为方便描述系数矩阵, (10)式可分解为(11)式:

$$\begin{cases} C = (A(C_A \cdot C_C)A^T & A(C_R \cdot C_C)A^T & A(C_E \cdot C_C)A^T)^T \\ C_C = V_E^T V_A \\ V_A = (1 \ \cos A \ \sin A \ \cos 2A \ \sin 2A) \\ V_E = (1 \ \cos E \ \sin E \ \cos 2E \ \sin 2E) \end{cases}, \quad (11)$$

其中, $A = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$; 式中 $A(M)A^T$ 形式用来计算矩阵 $M_{5 \times 5}$ 中所有元素之和; 符号“ \cdot ”表示矩阵点积, 即两个矩阵对应位置元素相乘; C_C 表示谐项矩阵; C 中从左到右的3个元素依次表示: 天线在方位方向、径向以及俯仰方向上的偏移量, 3者的正方向与图1(右)中定义相同. 对 C 中的3个元素加以负号即可用以改正天线指向.

2.3 天线指向改正模型

经推导、合并及化简, 所得系数阵各组成项的表示如(12)–(14)式所示. 限于篇幅, (13)和(14)式采用拆分矩阵表示:

$$C_A = \begin{pmatrix} -\delta + e\lambda - \frac{1}{2}e\alpha\beta - \frac{1}{2}\lambda\alpha\beta\delta & \alpha\delta\gamma & \beta\delta\gamma & \frac{1}{2}e\alpha\beta + \frac{1}{2}\lambda\alpha\beta\delta & \frac{1}{2}\alpha\beta\delta - \frac{1}{2}e\lambda\alpha\beta \\ \lambda + \mu\gamma - \frac{1}{2}\alpha\beta + \frac{1}{2}\lambda\mu\alpha\beta\gamma & \mu\alpha & \mu\beta & \frac{1}{2}\alpha\beta - \frac{1}{2}\lambda\mu\alpha\beta\gamma & -\frac{1}{2}\lambda\alpha\beta - \frac{1}{2}\mu\alpha\beta\gamma \\ \gamma - \lambda\mu + \frac{1}{2}\mu\alpha\beta + \frac{1}{2}\lambda\alpha\beta\gamma & \alpha & \beta & -\frac{1}{2}\mu\alpha\beta - \frac{1}{2}\lambda\alpha\beta\gamma & -\frac{1}{2}\alpha\beta\gamma + \frac{1}{2}\lambda\mu\alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\begin{cases}
 \mathbf{C}_R = (\mathbf{C}_{R,5 \times 3} \quad \mathbf{C}_{R,5 \times 2}) . \\
 \mathbf{C}_{R,5 \times 3} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\lambda\mu\gamma + \frac{1}{4}\lambda\alpha\beta + \frac{1}{4}\mu\alpha\beta\gamma & -\mu\beta - \frac{1}{2}\alpha\gamma + \frac{1}{2}\lambda\mu\alpha - \frac{1}{2}\lambda\beta\gamma & \mu\alpha - \frac{1}{2}\beta\gamma + \frac{1}{2}\lambda\mu\beta + \frac{1}{2}\lambda\alpha\gamma \\ e + \lambda\delta - \frac{1}{2}\alpha\beta\delta + \frac{1}{2}e\lambda\alpha\beta & -\beta\delta\gamma & \alpha\delta\gamma \\ \delta\gamma & e\beta + \alpha\delta - e\lambda\alpha + \lambda\beta\delta & -e\alpha + \beta\delta - e\lambda\beta - \lambda\alpha\delta \\ -\frac{1}{2}\lambda\mu\gamma + \frac{1}{4}\lambda\alpha\beta + \frac{1}{4}\mu\alpha\beta\gamma & \frac{1}{2}\alpha\gamma - \frac{1}{2}\lambda\mu\alpha + \frac{1}{2}\lambda\beta\gamma & \frac{1}{2}\beta\gamma - \frac{1}{2}\lambda\mu\beta - \frac{1}{2}\lambda\alpha\gamma \\ -\frac{1}{2}\lambda\gamma + \frac{1}{4}\alpha\beta\gamma - \frac{1}{4}\lambda\mu\alpha\beta & -\frac{1}{2}\lambda\alpha - \frac{1}{2}\mu\alpha\gamma - \frac{1}{2}\lambda\mu\beta\gamma & -\frac{1}{2}\lambda\beta - \frac{1}{2}\mu\beta\gamma + \frac{1}{2}\lambda\mu\alpha\gamma \end{pmatrix} . \\
 \mathbf{C}_{R,5 \times 2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}\lambda\alpha\beta + \frac{1}{4}\mu\alpha\beta\gamma & \frac{1}{4}\alpha\beta - \frac{1}{4}\lambda\mu\alpha\beta\gamma \\ -\frac{1}{2}\alpha\beta\delta + \frac{1}{2}e\lambda\alpha\beta & \frac{1}{2}\lambda\alpha\beta\delta + \frac{1}{2}e\alpha\beta \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{4}\lambda\alpha\beta + \frac{1}{4}\mu\alpha\beta\gamma & \frac{1}{4}\alpha\beta - \frac{1}{4}\lambda\mu\alpha\beta\gamma \\ \frac{1}{4}\alpha\beta\gamma - \frac{1}{4}\lambda\mu\alpha\beta & -\frac{1}{4}\mu\alpha\beta - \frac{1}{4}\lambda\alpha\beta\gamma \end{pmatrix} .
 \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases}
 \mathbf{C}_E = (\mathbf{C}_{E,5 \times 3} \quad \mathbf{C}_{E,5 \times 2}) . \\
 \mathbf{C}_{E,5 \times 3} = \begin{pmatrix} \mu + \frac{1}{2}\lambda\gamma - \frac{1}{4}\alpha\beta\gamma + \frac{1}{4}\lambda\mu\alpha\beta & \beta - \frac{1}{2}\lambda\alpha - \frac{1}{2}\mu\alpha\gamma - \frac{1}{2}\lambda\mu\beta\gamma & -\alpha - \frac{1}{2}\lambda\beta - \frac{1}{2}\mu\beta\gamma + \frac{1}{2}\lambda\mu\alpha\gamma \\ \delta\gamma & e\beta + \alpha\delta - e\lambda\alpha + \lambda\beta\delta & -e\alpha + \beta\delta - e\lambda\beta - \lambda\alpha\delta \\ -e - \lambda\delta + \frac{1}{2}\alpha\beta\delta - \frac{1}{2}e\lambda\alpha\beta & \beta\delta\gamma & -\alpha\delta\gamma \\ -\frac{1}{2}\lambda\gamma + \frac{1}{4}\alpha\beta\gamma - \frac{1}{4}\lambda\mu\alpha\beta & -\frac{1}{2}\lambda\alpha - \frac{1}{2}\mu\alpha\gamma - \frac{1}{2}\lambda\mu\beta\gamma & -\frac{1}{2}\lambda\beta - \frac{1}{2}\mu\beta\gamma + \frac{1}{2}\lambda\mu\alpha\gamma \\ \frac{1}{2}\lambda\mu\gamma - \frac{1}{4}\lambda\alpha\beta - \frac{1}{4}\mu\alpha\beta\gamma & -\frac{1}{2}\alpha\gamma + \frac{1}{2}\lambda\mu\alpha - \frac{1}{2}\lambda\beta\gamma & -\frac{1}{2}\beta\gamma + \frac{1}{2}\lambda\mu\beta + \frac{1}{2}\lambda\alpha\gamma \end{pmatrix} . \\
 \mathbf{C}_{E,5 \times 2} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}\alpha\beta\gamma + \frac{1}{4}\lambda\mu\alpha\beta & \frac{1}{4}\mu\alpha\beta + \frac{1}{4}\lambda\alpha\beta\gamma \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\alpha\beta\delta - \frac{1}{2}e\lambda\alpha\beta & -\frac{1}{2}e\alpha\beta - \frac{1}{2}\lambda\alpha\beta\delta \\ \frac{1}{4}\alpha\beta\gamma - \frac{1}{4}\lambda\mu\alpha\beta & -\frac{1}{4}\mu\alpha\beta - \frac{1}{4}\lambda\alpha\beta\gamma \\ -\frac{1}{4}\lambda\alpha\beta - \frac{1}{4}\mu\alpha\beta\gamma & -\frac{1}{4}\alpha\beta + \frac{1}{4}\lambda\mu\alpha\beta\gamma \end{pmatrix} .
 \end{cases} \quad (14)$$

天线指向模型轴系影响系数矩阵为 C_A 和 C_E 项, 矩阵中的系数即为天线指向中, 轴系误差改正模型 C 的完全表达式的系数. 文中我们将两系数之积, 例如 $e\lambda$, $\frac{1}{2}\alpha\beta$ 等称为2次项, 可知模型中最多包含5次项. 如舍去2次及以上的系数项, 则天线指向改正模型如下:

$$\begin{cases} \sigma_A = \delta - \lambda \cos E - \gamma \sin E - \alpha \cos A \sin E - \beta \sin A \sin E, \\ \sigma_E = -\mu + e \sin E - \beta \cos A + \alpha \sin A. \end{cases} \quad (15)$$

(15)式即为常用的9项天线指向改正模型^[3]中轴系误差的表达式. 因9项模型中包含两项残余大气映射和重力形变改正, 针对轴系误差仅7项, 本文称其为7项模型, 这也是22项天线指向改正模型^[7]中与轴系误差有关的主项. 22项模型如下:

$$\begin{cases} \sigma_A = -P_4 + P_1 \cos E + P_3 \sin E - P_6 \cos A \sin E + P_5 \sin A \sin E + \\ P_{12} A \cos E + P_{13} \cos A \cos E + P_{14} \sin A \cos E + P_{17} \cos 2A \cos E + \\ P_{18} \sin 2A \cos E, \\ \sigma_E = P_5 \cos A + P_6 \sin A + P_7 + P_8 \cos E + P_9 E + P_{10} \cos E + \\ P_{11} \sin E + P_{15} \cos 2A + P_{16} \sin 2A + P_{19} \cos 8E + P_{20} \sin 8E + \\ P_{21} \cos A + P_{22} \sin A. \end{cases} \quad (16)$$

本文研究对象为方位俯仰型天线, 故舍去了22项模型中针对赤道式天线的 P_2 项, 其余各系数项的拟合方法见文献[7]. 实际上7项和22项模型的推导是通过对主要轴系误差开展分析合并得到的, 是一种分项间接组合模型, 并无本文中交叉谐项和高次项的考虑, 其指向模型中有关轴系误差的改正则是本文模型的简化形式. (15)式中, 因明确定义了轴系误差方向, δ 和 e 在式中系数为负; 同时, 可知方位轴倾角 α 和 β 对方位和俯仰角度改正均有影响, 其余参数项, 如 δ 、 λ 、 γ 仅影响方位, 而 μ 和 e 仅影响俯仰.

22项天线指向改正模型((16)式)中包含明显的倍角项级数系数(如 P_{19} 和 P_{20}), 线性项系数(如 P_9 和 P_{12}), 用以表示度盘尺度差或天线副面形变对指向的影响以及个别重复项系数(如 P_{10} 、 P_{21} 和 P_{22}). 在开展系数求解时为避免矩阵奇异, P_{10} 、 P_{21} 和 P_{22} 均设为0. 该模型轴系误差改正项与本文所推模型的简化形式一致.

3 模型精度评估

3.1 量级评估

因轴系误差具有方向性, 不同的轴系误差参数组合会对指向产生不同影响, 考虑到这些谐项均以线性的方式组合, 这里可用定性评估的方法来代替仿真分析. 即通过评估本文中轴系参数高次项(2次及以上项)对指向影响的量级来对模型精度开展定性分析.

由(12)–(14)式可知, 模型精度与轴系误差具体大小有关. 表2给出对2011年南山25 m天线指向观测结果利用22项指向改正模型拟合所求系数的值, 该模型拟后残差约7''^[25], 已远大于1''模型精度, 但并不影响用此例来评估轴系误差高次项对指向的影响.

表3对轴系误差2次项对指向影响的量级进行了评估. 可知对于南山25 m天线, 与轴线偏差 e 、方位度盘差 λ 和俯仰度盘差 μ 有关的2次项的量级均要大于与这些误差无

关的2次项量级. 考虑多项累加效应, 若要实现1"甚至亚角秒水平的轴系指向精度, 可考虑保留所有与 e 、 λ 和 μ 有关的2次项来改正因轴系误差引起的指向偏差; 3次以上项如 $-\frac{1}{4}\alpha\beta\gamma$ 等, 其影响量级均可忽略. 以上分析同时也说明了因忽略了轴系误差高次谐波, 7项和22项轴系误差指向改正的模型精度在1"左右. 不同天线高次项对指向影响具体大小还需结合各自轴系误差值来判定.

表 2 2011年南山站22项指向改正模型系数(单位: ")

Table 2 The applied 22-polynomial coefficients of Nanshan station in 2011 (unit: ")

Azimuth correction coefficients									
$-P_4$	P_1	P_3	$-P_6$	P_5	P_{13}	P_{14}	P_{17}	P_{18}	
13.65	94.26	22.13	-8.99	42.29	-19.35	-2.91	2.64	6.68	
Elevation correction coefficients									
P_7	P_{11}	P_5, P_{21}	P_6, P_{22}	P_{15}	P_{16}	P_{19}	P_{20}	P_9	P_8, P_{10}
-376.48	151.76	42.29, 0	8.99, 0	0.10	-8.71	0	0	22.73	103.73, 0

表 3 轴系误差2次项对指向影响量级评估以南山站25 m天线轴系误差为例(单位: ")

Table 3 Magnitude evaluation on the pointing of the ARE quadratic terms in the case of 25 m telescope in Nanshan (unit: ")

Quadratic terms	$e\alpha$	$e\beta$	$e\lambda$	$\mu\alpha$	$\mu\beta$	$\mu\gamma$	$\frac{1}{2}\lambda\alpha$	$\frac{1}{2}\lambda\beta$	$\frac{1}{2}\lambda\gamma$
Values	0.007	0.031	0.069	0.016	0.076	0.040	0.002	0.009	0.005
Quadratic terms	$\lambda\delta$	$\lambda\mu$	$\frac{1}{2}\alpha\beta$	$\frac{1}{4}\alpha\beta$	$\alpha\delta$	$\frac{1}{2}\alpha\gamma$	$\beta\delta$	$\frac{1}{2}\beta\gamma$	$\delta\gamma$
Values	0.006	0.154	0.001	0.000	0.000	0.000	0.003	0.002	0.001

3.2 其他影响

表4 (1-14行为针对方位角的改正项, 15-36行为针对俯仰角的改正项)中给出了不同指向改正模型中各误差改正项所对应的与轴系误差有关项系数的物理意义. 其中轴系误差项中与重力形变和钢轨形变的重合谐波系数用*号标示, 这说明不同误差源在不同谐项的系数上体现出一定耦合性. 这里与轴系误差相关的项所对应系数为3次项, 其量级可以忽略, 将其列于表中用以对照. 表2给出对2011年南山25 m天线指向观测结果利用22项指向改正模型拟合所求系数的值, 该模型拟后残差约7"^[25], 已远大于1"模型精度. 即便如此, 仍考虑将此例用于参考, 来评价轴系误差以外的误差源对指向的影响. 从表4可知, 仅从轴系误差角度来看, 所求 P_{15} 和 P_{16} 的值近似等于0, 但 P_{16} 实际拟合结果为-8.71", 仅与轴系误差计算结果正负号相同, 该差异接近拟后残差值. 这同时也说明该天线并非严格的刚体, 还存在其他与轴系误差耦合的误差源.

表4中增加的补充项为针对四轮座架式方位俯仰型天线的钢轨不规则形变改正项. 需要注意的是, 钢轨整体倾斜已被参数 α 和 β 吸收^[11], 而不规则形变则反映了钢轨变化的复杂性, 对于南山25 m天线来说, 其钢轨不规则形变(表4中32行)对指向的影响可达24".

表 4 指向改正模型中各项的意义

Table 4 The meaning of each item in different pointing correction models

No.	Category	Items	7-item model	22-item model	Supplementary items	This model	Explanation
1	Axis	1	C_1	$-P_4$		$\delta - e\lambda$	Horizontal component of collimation error
2		$\cos E$	C_2	P_1		$-\lambda - \mu\gamma + \frac{1}{2}\alpha\beta$	Azimuth encoder fixed offset
3		$\sin E$	C_3	P_3		$-\gamma + \lambda\mu$	Elevation axis inclination
4		$\cos A \sin E$	C_4	$-P_6$		$-\alpha$	West inclination of azimuth axis
5		$\sin A \sin E$	C_5	P_5		$-\beta$	North inclination of azimuth axis
6		$\cos A \cos E$	—	P_{13}		$-\mu\alpha$	
7		$\sin A \cos E$	—	P_{14}		$-\mu\beta$	
8		$\cos 2A \cos E$	—	P_{17}		$-\frac{1}{2}\alpha\beta$	
9		$\sin 2A \cos E$	—	P_{18}		$\frac{1}{2}\lambda\alpha\beta$	
10	Gravity	$A \cos E$	—	P_{12}		—	Azimuth linear item
11	Steel-track	$\sin A$	—	—	$-\frac{a_1}{\rho}$	$*-\beta\delta\gamma$	a_1, b_1 are the linear Fourier coefficients of steel-track irregular deformation. The same below.
12		$\cos A$	—	—	$-\frac{b_1}{\rho}$	$*-\alpha\delta\gamma$	ρ is the radius of the horizontal steel-track. The same below.
13		$\sin 3A$	—	—	$\frac{a_3}{\rho}$	—	a_3, b_3 are the coefficients of Fourier triple term of steel-track irregular deformation.
14		$\cos 3A$	—	—	$\frac{b_3}{\rho}$	—	
15	Axis	1	C_7	P_7		$-\mu - \frac{1}{2}\lambda\gamma$	Elevation component of collimation error and elevation encoder fixed offset
16		$\sin E$	—	P_{11}		$e + \lambda\delta$	Axis offset
17		$\cos A$	C_5	P_5, P_{21}		$-\beta + \frac{1}{2}\lambda\alpha$	South inclination of azimuth axis
18		$\sin A$	$-C_4$	P_6, P_{22}		$\alpha + \frac{1}{2}\lambda\beta$	West inclination of azimuth axis
19		$\cos A \cos E$	—	—		$-e\beta - \alpha\delta$	
20		$\sin A \cos E$	—	—		$e\alpha - \beta\delta$	
21		$\cos 2E$	—	—		$\frac{1}{2}\lambda\gamma$	
22		$\cos A \cos 2E$	—	—		$\frac{1}{2}\lambda\alpha$	
23		$\sin A \cos 2E$	—	—		$\frac{1}{2}\lambda\beta$	
24		$\cos A \sin 2E$	—	—		$\frac{1}{2}\alpha\gamma$	
25		$\sin A \sin 2E$	—	—		$\frac{1}{2}\beta\gamma$	
26		$\cos 2A$	—	P_{15}		$\frac{1}{4}\alpha\beta\gamma$	
27		$\sin 2A$	—	P_{16}		$\frac{1}{4}\mu\alpha\beta$	
28		$\cos 8E$	—	P_{19}		—	
29		$\sin 8E$	—	P_{20}		—	
30	Gravity	E		P_9			Elevation linear item
31		$\cos E$	C_8	P_8, P_{10}		$*-\delta\gamma$	Asymmetrical deformation relative to ideal position
32	Steel-track	$\cos A \sin E$	—	—	$\frac{a_1}{\rho}$	$*-\beta\delta\gamma$	
33		$\sin A \sin E$	—	—	$-\frac{b_1}{\rho}$	$*\alpha\delta\gamma$	
34		$\cos 2A \cos E$	—	—	$-\frac{2a_2\zeta}{\rho^2}$	0	a_2, b_2 are the quadratic Fourier coefficients of steel-track irregular deformation.
35		$\sin 2A \cos E$	—	—	$\frac{2b_2\zeta}{\rho^2}$	0	ζ is height difference between the reference point and the upper surface of steel-track.
36	Atmospheric refraction	$\cot E$	C_9	—			Residual atmospheric refraction

* means the identical harmonic coefficients concerned with the gravity-related deformation and the steel-track deformation regarding to ARE

4 讨论

为保证天线指向模型的 $1''$ 指向精度, 除本文所推亚角秒精度的轴系误差指向改正模型外, 指向模型中还应包括重力形变、蒙气差、热形变、风载形变等, 对四轮座架式天线, 还应加入钢轨不规则形变改正模型.

天线结构具备一定强度, 方位及俯仰码盘指向与跟踪均能保证一定精度, 这才能确保天线指向和跟踪稳定度在 $1''$ 或更高, 这是本研究工作科学应用的前提. 如在指向或跟踪时出现几个角秒的随机效应, 这将会限制模型的应用.

指向模型建立时, 必须保证射电源相对本地测站的天区分布足够均匀. 南北天区射电源覆盖不均匀会导致方位与俯仰指向模型所得 β 不一致, 会引起参数相关性, 进而使得所解参数出现较大误差. 射电源俯仰采样数目有限则会导致天线水平准直差 δ 与方位轴度盘差 λ 系数强相关, 尽管此时法方程矩阵非奇异. 具体建模时, 可结合观测增减表4中的各改正项, 从而建立高精度轴系误差指向改正模型.

5 结论

本文采用直接推导法给出了射电天线轴系误差指向改正模型的完全表达式, 明确了天线指向改正模型中各系数的物理意义, 评估出传统静态指向模型中轴系指向改正模型精度可能在 $1''$ 左右, 具体需结合不同天线的轴系误差量级确定, 这些为今后大口径高频天线高精度指向模型建立提供参考.

致谢 感谢审稿人提出的宝贵意见. 感谢王锦清、赵融冰两位研究员对有关天线指向测量所做的有益讨论.

参考文献

- [1] Fish V L, Shea M, Akiyama K. AdSpR, 2020, 65: 821
- [2] Meeks M L, Ball J A, Hull A B. ITAP, 1968, 16: 746
- [3] Guir C N, Lansing F L, Riggs R. TDAPR, 1987, 88: 36
- [4] 雷成明. 紫金山天文台13.7米毫米波望远镜指向校准. 南京: 中国科学院研究生院, 1995: 1-18
- [5] 高冠男. 云台40米射电望远镜天线控制系统运行测试分析及天线指向误差校正. 昆明: 中国科学院研究生院(云南天文台), 2007: 9-20
- [6] 高冠男, 汪敏, 施硕彪, 等. 天文研究与技术(国家天文台台刊), 2007, 4: 188
- [7] 赵彦. 大射电望远镜指向误差建模分析与设计研究. 西安: 西安电子科技大学, 2008: 2-10
- [8] 张晓祥, 吴连大. 天文学报, 2001, 42: 198
- [9] Zhang X X, Wu D L. ChA&A, 2001, 25: 499
- [10] 孔德庆, 施浒立, 张喜镇, 等. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2008, 35: 157
- [11] 付丽, 董健, 凌权宝, 等. 电波科学学报, 2017, 32: 314
- [12] 肖明, 王娜, 刘志勇. 天文研究与技术, 2016, 13: 44
- [13] 武宇翔, 张洪波, 孔德庆, 等. 光子学报, 2019, 48: 0811001
- [14] 付丽, 凌权宝, 赵融冰, 等. 红外与激光工程, 2016, 45: 183
- [15] Condon J J. GBT Pointing Equations: GBT Tech. Memo. 75. Charlottesville: NRAO, 1992: 4-92
- [16] Gawronski W, Baher F, Quintero O. IAPM, 2000, 42: 28
- [17] Gawronski W, Baher F, Gama E. Track Level Compensation Look-up Table Improves Antenna Pointing Precision. Proceedings of SPIE 6273, Optomechanical Technologies for Astronomy, Orlando, July 6, 2006: 42

[18] Wresnik J, Haas R, Boehm J, et al. JGeod, 2007, 81: 423
 [19] Nothnagel A. JGeod, 2009, 83: 787
 [20] 万小平, 于新战, 王波. 空间电子技术, 2012, 1: 39
 [21] 马锦, 顾伯忠. 天文研究与技术, 2011, 8: 132
 [22] Ma C. Very Long Baseline Interferometry Applied to Polar Motion, Relativity, and Geodesy. Maryland: University of Maryland, 1978: 20-36
 [23] 马小辉, 孙中苗, 张志斌, 等. 测绘科学与工程, 2019, 39: 1
 [24] 赵铭. 天体测量学导论. 北京: 中国科学技术出版社, 2006: 38-54
 [25] 李永江, 艾力·玉苏甫, 张正禄, 等. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38: 176

The Complete Expression of the Axes Related Errors for the Pointing Calibration Model of the Radio Telescope

MA Xiao-hui^{1,2,3} ZHANG Zhi-bin^{4,5} SUN Zhong-miao^{2,3} YUAN Ye⁶
 SUN Zheng-xiong⁴ WANG Guang-li⁴

(1 Institute of Geospatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450001)
 (2 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054)
 (3 State Key Laboratory of Geo-information Engineering, Xi'an 710054)
 (4 Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030)
 (5 School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)
 (6 Xinjiang Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Urumqi 830011)

ABSTRACT In order to improve the target tracking accuracy of radio telescope, the impact of axis related errors (ARE) on the pointing of the radio telescope is derived directly, and the complete expression of the ARE pointing correction model is given. The definition of the axis parameters in the pointing correction model is clarified. The items of ARE derived from the traditional splitting item and spherical harmonic function are the exactly simplified form of our model. Thus, the evaluation results show that the pointing accuracy loss due to neglecting high order ARE terms in the basic parameter correction model is $\sim 1''$, which depends on the magnitude of the ARE. At the same time, the physical meanings of some high order harmonic coefficients regarding to ARE in the basic parameter correction model, e.g. the 22-item model, are also clarified. It provides a theoretical basis for the establishment of the model of high precision ARE pointing correction.

Key words radio telescope, error, pointing correction, coordinate system