

基于 Lyapunov 稳定理论设计 MRAC 系统的简单方法

柳晓菁, 易建强, 赵冬斌

(中国科学院自动化研究所 复杂系统与智能科学实验室, 北京 100080)



摘要: 基于李雅普诺夫稳定理论, 用统一格式研究单输入单输出模型参考自适应控制系统, 提出一种利用模型输出微分测量值来设计控制系统的方法, 避免了被控对象输出微分不可测的问题, 从而省掉一组滤波器, 不需要辅助信号, 而且结构上大为简化。由于采用从模型取状态的方法, 增加了抗噪声干扰的能力。

关键词: MRAC 系统; 李雅普诺夫稳定理论; 严格正实; 统一格式

文章编号: 1004-731X (2005) 08-1933-03

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

Simple Scheme for MRAC System Using Lyapunov Theory

LIU Xiao-jing, YI Jian-qiang, ZHAO Dong-bin

(Laboratory of Complex Systems and Intelligence Science, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: Based on Lyapunov's stability theorem, SISO MRAC system using unificational scheme was researched. An approach of using differential value of model output to design a control system was proposed. The problem that differential value of plant output isn't known was avoided. So a series of filters was saved and the auxiliary signal wasn't needed. The structure was simplified. Because of taking the state variables from the model, the ability to resist the disturbance was enhanced.

Key words: MRAC system; Lyapunov's stability theorem; strictly positive real; unificational scheme

引言

用李雅普诺夫稳定理论设计模型参考自适应控制 (MRAC) 系统, 当假设被控对象输出微分可测时, 设计 MRAC 系统相对比较简单。但现实中被控对象输出微分往往不可测量。当被控对象输出微分不可测的时候, 只用对象输出测量值来设计 MRAC 系统, 用滤波导数代替微分导数, 需采用两组滤波器, 同时为了使设计的系统满足正实定理而引入了增广误差信号, 这个方案结构非常复杂^[1]。本文提出了一种改进方案, 采用从模型取状态的方法^[2-4]来设计 MRAC 系统, 由于参考模型的输出的微分是可以测量的, 从而省掉一组滤波器, 并且不需要辅助的增广误差信号, 从而大大简化了结构。

1 系统设计

参考模型方程为:

$$A_m(p)y_m(t) = B_m(p)r(t) \quad (1)$$

式中: $A_m(p) = p^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i p^i$, $B_m(p) = \sum_{i=0}^{m_1} b_i p^i$

m_1 是 $B_m(p)$ 的阶数。 $m_1 \leq n-1$, a_i, b_i 是已知定常参数, $y_m(t)$ 是模型的输出, 而 $r(t)$ 是系统有界分段连续输入函数。

被控对象方程为:

$$A_p(p)y_p(t) = \beta B_p(p)u_p(t) \quad (2)$$

式中: $A_p(p) = p^n + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i p^i$, $B_p(p) = p^{m_2} + \sum_{i=0}^{m_2-1} \beta_i p^i$

m_2 是 $B_p(p)$ 的阶数, $m_2 \leq n-1$, $y_p(t)$ 是对象的输出, $u_p(t)$ 是对象控制输入, α_i, β_i 均为未知定常或慢时变参数。

构造 MRAC 系统要达到的目标是: 在给定有界分段连续参考输入 $r(t)$ 作用下, 使对象输出 $y_p(t)$ 与模型输出 $y_m(t)$ 渐近一致, 以确定对象的控制输入 $u_p(t)$ 。为此给出下列几点假定:

1) 对象增益 $\beta > 0$ 已知;

2) 在 $t \in [0, +\infty]$ 时间内, α_i, β_i 的变化范围是已知的, 且 $B_p(p)$ 为稳定多项式;

3) $m_2 \geq m_1$ 。

定理 1^[1]: $\zeta(t)$ 是一给定有界分段连续 μ 维矢量函数, 用下列方程式

$$e(t) = \frac{G(p)}{H(p)} \beta \theta^T(t) \zeta(t) \quad (3)$$

$$\dot{\theta}(t) = -\Gamma \zeta(t) e(t) \quad (4)$$

给出系统的线性部分传递函数 $G(p)/H(p)$ 是严格正实的, 则这个系统在平衡点 $\bar{e}(t) = 0$, $\bar{e}^T = [e \quad \dot{e} \quad \ddot{e} \cdots e^{(n-1)}]$, $\dot{\theta}(t) = 0$ 是渐近稳定的, 并且有

$$\left. \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{e}(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) &= \theta^* (\text{常数}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式(3)、式(4)中, $\beta > 0$ 为常数, Γ 为正定对称矩阵。

收稿日期: 2004-09-12

修回日期: 2005-01-20

基金项目: 国家 973 计划基金项目 (2003CB517106)

作者简介: 柳晓菁(1976-), 男, 山西运城人, 博士生。研究方向为自适应控制和自适应逆控制; 易建强(1963-), 男, 江西萍乡人, 研究员, 博导, 研究方向为智能控制、机器人、机电一体化等; 赵冬斌(1972-), 男, 黑龙江人, 副研究员, 硕导, 研究方向为智能控制、机器人、机电一体化。

证明略。

下面来构造 MRAC 系统。因为 $A_m(p)$ 和 $A_p(p)$ 为 n 阶多项式, 则必有 $S(p)$, 其阶数 $\partial S(p) \leq n-1$ 多项式存在, 且满足下式

$$A_m(p) = A_p(p) + S(p) \quad (6)$$

由于 $A_p(p)$ 的系数是未知的, 故 $S(p)$ 的系数也是未知失配多项式。输出误差为

$$e(t) = y_p(t) - y_m(t) \quad (7)$$

将上式两边同乘 $A_p(p)$, 展开后将式(6)、式(1)、式(2)代入得

$$\begin{aligned} A_p(p)e(t) &= A_p(p)[y_p(p) - y_m(p)] \\ &= A_p(p)y_p(p) + S(p)y_m(p) - A_m(p)y_m(p) \\ &= \beta B_p(p)u_p(p) - B_m(p)r(t) + S(p)y_m(p) \end{aligned}$$

于是得到

$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{1}{A_p(p)} \beta [B_p(p)u_p(p) + \\ &\quad \frac{1}{\beta} S(p)y_m(p) - \frac{1}{\beta} B_m(p)r(t)] \end{aligned} \quad (8)$$

引入稳定多项式 $H(p)$, 选 $\partial H(p) = m_2$, 将式(8)变形, 得

$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{H(p)}{A_p(p)} \beta \left[\frac{B_p(p)}{H(p)} u_p(p) + \frac{1}{\beta} \frac{S(p)}{H(p)} y_m(p) - \frac{1}{\beta} \frac{B_m(p)}{H(p)} r(t) \right] \\ &= \frac{H(p)}{A_p(p)} \beta \left[u_p(p) + \frac{B_p(p) - H(p)}{H(p)} u_p(p) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\beta} \frac{S(p)}{H(p)} y_m(p) - \frac{1}{\beta} \frac{B_m(p)}{H(p)} r(t) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

在式(9)中, 取 $B_p(p)$ 和 $H(p)$ 为首项系数为 1 的 m_2 阶多项式, 故 $B_p(p) - H(p)$ 为 m_2-1 阶多项式。在引入稳定多项式 $D(p)$, 而 $\partial D(p) = n - m_2 - 1$, $D(p)$ 是根据使 $H(p)D(p)/A_p(p)$ 为严格正实来选择的。令 $G(p) = H(p)D(p)$, $\partial G(p) = n-1$, $e_d(t) = D(p)e(t)$, 将式(9)两边同乘 $D(p)$, 得

$$\begin{aligned} e_d(t) &= \frac{G(p)}{A_p(p)} \beta \left[u_p(p) + \frac{B_p(p) - H(p)}{H(p)} u_p(p) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\beta} \frac{S(p)}{H(p)} y_m(p) - \frac{1}{\beta} \frac{B_m(p)}{H(p)} r(t) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

把上式右边各项化成已知信号和未知参数积形式。引入下面状态变量滤波器以产生信号 $\zeta(t)$ 。

$$\left. \begin{aligned} \frac{p^{i-1}}{H(p)} u_p(t) &= \zeta_i(t) \quad (i=1, 2, \dots, m_2) \\ \frac{p^{i-1}}{H(p)} y_m(t) &= \zeta_{m_2+i}(t) \quad (i=1, 2, \dots, m_2) \\ y_m(t) &= \zeta_{2m_2+1}(t) \\ \dot{y}_m(t) &= \zeta_{2m_2+2}(t) \\ &\dots\dots\dots \\ y_m^{(\rho)}(t) &= \zeta_{n+m_2}(t) \quad (\rho = n - m_2 - 1) \\ \frac{B_m(p)}{H(p)} r(t) &= \zeta_{n+m_2+1}(t) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式(11)中, 由于假定 3, 取 $m_1 \leq m_2$, $\partial B_m(p) \leq \partial H(p)$, 容易得到 $\zeta_{n+m_2+1}(t)$ 不存在 $r(t)$ 的任何微分项。

对 $S(p)/H(p)$ 可用长除法得到下面形式

$$\frac{S(p)}{H(p)} = r_p p^\rho + r_{p-1} p^{\rho-1} + \dots + r_1 p + r_0 + \frac{S_1(p)}{H(p)} \quad (12)$$

式中, $S_1(p)$ 是具有 m_2 个未知参数得多项式。而 r_i ($i=0, 1, \dots, \rho$) 为未知参数, 上列信号写成矢量形式为

$$\zeta(t) = [\zeta_1(t) \ \zeta_2(t) \ \dots \ \zeta_{n+m_2+1}(t)]^T$$

而式(10)中未知参数用下式表示

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &\sim \psi_{m_2}: B_p(p) - H(p) \text{ 的系数;} \\ \psi_{m_2+1} &\sim \psi_{2m_2}: \frac{1}{\beta} S_1(p) \text{ 的系数;} \\ \psi_{2m_2+1} &\sim \psi_{n+m_2}: \frac{1}{\beta} r_i \quad i=0, 1, \dots, \rho \\ &\text{其中 } r_i \text{ 为参考模型输出各阶微分系数} \\ \psi_{n+m_2+1} &\sim \frac{1}{\beta} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

上列未知系数用矢量表示如下:

$$\psi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \dots \ \psi_{m_2} \ \psi_{m_2+1} \ \dots \ \psi_{2m_2} \ \psi_{2m_2+1} \ \dots \ \psi_{n+m_2} \ \psi_{n+m_2+1}]^T$$

将式(11)、(12)、(13)代入式(10), 用矢量表示为

$$e_d(t) = \frac{G(p)}{A_p(p)} \beta [u_p(t) + \psi^T \zeta(t)]^T \quad (14)$$

如果取控制律为

$$u_p(t) = K^T(t) \zeta(t) \quad (15)$$

则式(14)成为

$$e_d(t) = \frac{G(p)}{A_p(p)} \beta (K(t) + \psi)^T \zeta(t) \quad (16)$$

式中, $K(t)$ 为 $n+m_2+1$ 维时变参数矢量, 令 $\theta(t) = K(t) + \psi$, 得

$$e_d(t) = \frac{G(p)}{A_p(p)} \beta \theta^T(t) \zeta(t) \quad (17)$$

式中, $G(p)/A_p(p)$ 为严格正实的, 应用定理 1, 可确定控制律

$$\dot{\theta}(t) = -\Gamma \zeta(t) e_d(t) \quad \Gamma > 0 \quad (18)$$

由式(18), 根据 $\theta(t) = K(t) + \psi$, 可得参数调整律

$$\dot{K}(t) = -\Gamma \zeta(t) e_d(t) \quad \Gamma > 0 \quad (19)$$

由于系统是渐近稳定的, 则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_d(t) = 0 \quad (20)$$

因为 $D(p)$ 是稳定多项式, 由 $e_d(t) = D(p)e(t)$ 和式(20)得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

这就达到了预期的目的, 构成了渐近稳定的 MRAC 系统, 其结构图如图 1 所示。

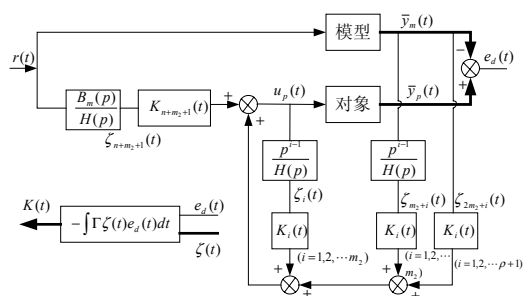


图 1 从模型取状态的 MRAC 系统结构图

注意:

- 1) 假定 1 是为使用定理 1 而设定的。因为定理 1 要求 $\beta > 0$ 。
- 2) 假定 2 是保证自适应系统稳定的必要条件。可以采用引入可调线性补偿器^[5]来去掉这个假设条件。

2 仿真研究

对于一个二阶无零点系统, 模型和对象表达式如下:

模型: $(p^2 + 3p + 2)y_m(t) = 2r(t)$

对象: $(p^2 + 10p + 5)y_p(t) = 8u_p(t)$

由于 $m_2 = 0$, 传递函数分子多项式不需要滤波, 所以滤波器 $H(p) = 1$, $D(p)$ 为一阶多项式, 按 $D(p)/A_m(p)$ 为严格正实来选择 $D(p)$, 这里选 $D(p) = 3p + 2$ 。输入信号为单位阶跃信号。仿真结果如图 2 和图 3 所示。实线表示 $y_m(t)$, 虚线表示 $y_p(t)$ 。从图 2 可以看出, 被控对象的输出可以很好得跟随参考模型的输出。图 3 所示的是被控对象输出与参考模型输出的误差, 在 20 秒的时候被控对象突然加入 1/3 的负载扰动。从图 3 可以看出, 用本文提出的方法设计的控制系统抗扰动能力很强。

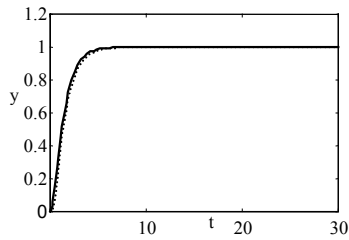


图 2 对象和模型输出响应曲线

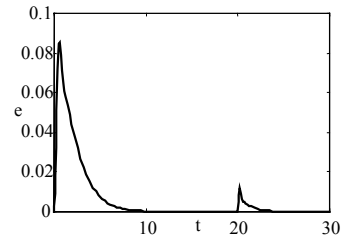


图 3 有扰动存在时的误差响应曲线

3 结论

基于李雅普诺夫稳定理论, 用统一格式研究单输入单输出 MRAC 系统。由于被控对象输出微分值往往不可测量, 所以一般考虑只利用被控对象输出测量值来设计控制系统。结构相当复杂, 而且还利用了增广误差信号。本文利用从模型取状态的方法, 设计了 MRAC 系统, 不仅提高了系统的抗噪声干扰的能力, 而且由于利用参考模型输出微分值来代替被控对象的输出微分值, 从而省去了一组滤波器和增广误差信号, 大大简化了系统的结构。仿真结果表明了方法的有效性。

参考文献:

- [1] 吴士昌, 臧赢芝. 自适应控制[M]. 北京: 机械工业出版社 1990.
- [2] 吴士昌, 臧赢芝, 方敏. 一种从参考模型取状态的 MRACS 设计方法[J]. 控制与决策, 1986, 4: 47-48.
- [3] 路正午, 吴忠强, 吴士昌. 任意相对阶数从模型取状态 MRACS 设计方法[J]. 控制与决策, 1992, 7(2): 125-130.
- [4] 陈飞, 王振臣, 柳晓菁. 一种任意相对阶数从模型取状态 MRAC 系统[J]. 控制工程, 2003, 10(2): 142-144.
- [5] 柳晓菁, 吴士昌. 一种从模型取状态 MRACS 的改进方案[J]. 自动化与信息工程, 2001, 22(4): 8-10.

(上接第 1923 页)

CT 体数据实验, 数据大小为 $128 \times 128 \times 128$ 。结果表明:

- (1)从时间消耗上, 本算法对非边界过渡区体元合并投射, 减少了投射单元, 使得绘制速度明显快于体元投射法(表 1)。
- (2)在算法可行性上, 本算法从实际图像出发, 化物质分类为边界过渡区域提取, 故比体元块投射法容易实现。(3)在图像质量上, 本算法没有对边界过渡区域的体元做非此既彼的分类, 既没有破坏其过渡特性, 且对边界过渡区域体元逐个投射, 故可以得到较清晰的边界过渡区域。(4)本算法还可以根据用户的需求对不同的分割区域的体元予以合并或不合并, 以满足不同用户对绘制速度和图像质量的要求。图 1 为本算法的实现结果, 处于过渡区域的椎孔和筛窦部分则清晰地显示出来了。图 2 为体元块投射法的实现结果, 图像中明显丢失了处于过渡区域的椎孔和筛窦。

表 1 算法时间消耗对照表

算 法	体元投射法	体元块投射法	本文算法
时间消耗(秒)	112	29	32

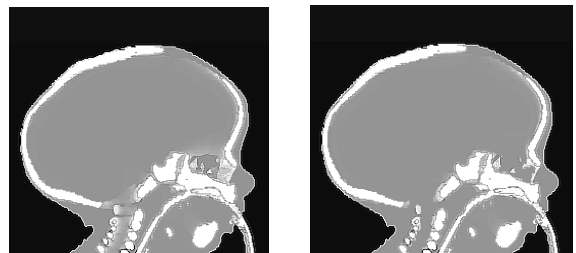


图 1 本算法实现效果图 图 2 体元块投射算法实现效果图

参考文献:

- [1] 林瑶, 田捷, 张小鹏. 基于模糊连接度的 FCM 分割方法在医学图像分析中的应用[J]. 中国体视学与图象分析, 2001, 6(2): 103-108.
- [2] Wilhelms J. G. A coherent projection approach for direct volume rendering [J]. Computer Graphics.1991, 25(4): 275-281.
- [3] 周勇, 唐泽圣. 通过区域块投影方法直接绘制三维数据场[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1996, 8(3): 162-168.
- [4] 章毓晋. 过渡区和图像分割[J]. 电子学报, 1996, 24(1): 12-17.
- [5] Pal S K, King R A. On edge detection of X-ray images using fuzzy sets [J]. IEEE-PAMI, 1983, 5(1): 69-77.